**Министерство науки и высшего образования РФ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**«Уфимский государственный авиационный технический университет»**

Кафедра Высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

**ОТЧЁТ**

к расчетно-графической работе по дисциплине

**Тема:** «Теория случайных процессов и математическая статистика»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа ПМ-453 | Фамилия И.О. | Подпись | Дата | Оценка |
| Студент | Шамаев И.Р. |  |  |  |
| Принял | Маякова С.А. |  |  |  |

Уфа 2022

**Задание 1. Оценка надежности простейших систем методом Монте-Карло.**

1. Система состоит из трех блоков, соединенных последовательно. Первый блок содержит два элемента: A, B, второй – три элемента: C, D, E, третий – один элемент F. Элементы первого и второго блоков соединены параллельно. А) найти методом Монте-Карло оценку P \* надежности системы, задав перед началом испытаний случайным образом вероятности безотказной работы элементов P(A), P(B), P(C), P(D), P(E), P(F) из диапазона [0.6, 1]. Б) найти абсолютную погрешность |P \* -P|, где P – надежность системы, вычисленная аналитически. Произвести 50 испытаний.

2. Устройство состоит из двух узлов, соединенных последовательно. Первый узел содержит три элемента: A, B, C, а второй – два элемента: D, E. Элементы каждого узла соединены параллельно. Время безотказной работы элементов распределено по показательному закону, с параметрами λ, заданными случайным образом из диапазона [0.01, 0.1] до начала испытаний. Найти методом Монте-Карло: а) оценку P \* вероятности безотказной работы устройства за время длительностью 60 часов; б) среднее время безотказной работы устройства. Произвести 50 испытаний.

**Пункт 1.**

Вероятности безотказной работы элементов: .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №Исп. | Случайные числа моделирующие случайные величины | | | | | | Заключение о работе | | | | | | |
| Элементов | | | | | | Система |
| A | B | C | D | E | F | A | B | C | D | E | F |
| 1 | 0,10 | 0,09 | 0,73 | 0,25 | 0,33 | 0,76 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 2 | 0,37 | 0,54 | 0,20 | 0,48 | 0,05 | 0,64 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 3 | 0,08 | 0,42 | 0,26 | 0,89 | 0,53 | 0,19 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 4 | 0,99 | 0,01 | 0,90 | 0,25 | 0,29 | 0,09 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 5 | 0,12 | 0,80 | 0,79 | 0,99 | 0,70 | 0,80 | 1,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 6 | 0,66 | 0,06 | 0,57 | 0,47 | 0,17 | 0,34 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 7 | 0,31 | 0,06 | 0,01 | 0,08 | 0,05 | 0,45 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 8 | 0,85 | 0,26 | 0,97 | 0,76 | 0,02 | 0,02 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 9 | 0,63 | 0,57 | 0,33 | 0,21 | 0,35 | 0,05 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 10 | 0,73 | 0,79 | 0,64 | 0,57 | 0,53 | 0,03 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0 |
| 11 | 0,98 | 0,52 | 0,01 | 0,77 | 0,67 | 0,14 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 12 | 0,11 | 0,80 | 0,50 | 0,54 | 0,31 | 0,39 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 13 | 0,83 | 0,45 | 0,29 | 0,96 | 0,34 | 0,06 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 14 | 0,88 | 0,68 | 0,54 | 0,02 | 0,00 | 0,86 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 15 | 0,99 | 0,59 | 0,46 | 0,73 | 0,48 | 0,87 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 16 | 0,65 | 0,48 | 0,11 | 0,76 | 0,74 | 0,17 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 17 | 0,80 | 0,12 | 0,43 | 0,56 | 0,35 | 0,17 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 18 | 0,74 | 0,35 | 0,09 | 0,98 | 0,17 | 0,77 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 19 | 0,69 | 0,91 | 0,62 | 0,68 | 0,03 | 0,66 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 20 | 0,09 | 0,89 | 0,32 | 0,05 | 0,05 | 0,14 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 21 | 0,91 | 0,49 | 0,91 | 0,45 | 0,23 | 0,68 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 22 | 0,80 | 0,33 | 0,69 | 0,45 | 0,98 | 0,26 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1 |
| 23 | 0,44 | 0,10 | 0,48 | 0,19 | 0,49 | 0,85 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 24 | 0,12 | 0,55 | 0,07 | 0,37 | 0,42 | 0,11 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 25 | 0,63 | 0,60 | 0,64 | 0,93 | 0,29 | 0,16 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 26 | 0,61 | 0,19 | 0,69 | 0,04 | 0,46 | 0,26 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 27 | 0,15 | 0,47 | 0,44 | 0,52 | 0,66 | 0,95 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 28 | 0,94 | 0,55 | 0,72 | 0,85 | 0,73 | 0,67 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 29 | 0,42 | 0,48 | 0,11 | 0,62 | 0,13 | 0,97 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 30 | 0,23 | 0,52 | 0,37 | 0,83 | 0,17 | 0,73 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 31 | 0,04 | 0,49 | 0,35 | 0,24 | 0,94 | 0,75 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0,00 | 0 |
| 32 | 0,00 | 0,54 | 0,99 | 0,76 | 0,54 | 0,64 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 33 | 0,35 | 0,69 | 0,31 | 0,53 | 0,07 | 0,26 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 34 | 0,59 | 0,80 | 0,80 | 0,83 | 0,91 | 0,45 | 1,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 0 |
| 35 | 0,46 | 0,05 | 0,88 | 0,52 | 0,36 | 0,01 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 36 | 0,32 | 0,17 | 0,90 | 0,05 | 0,97 | 0,87 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 0,00 | 0 |
| 37 | 0,69 | 23,00 | 0,46 | 0,14 | 0,06 | 0,20 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0 |
| 38 | 0,19 | 0,56 | 0,54 | 0,14 | 0,30 | 0,01 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 39 | 0,45 | 0,15 | 0,51 | 0,49 | 0,38 | 0,19 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 40 | 0,94 | 0,86 | 0,43 | 0,19 | 0,94 | 0,36 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0 |
| 41 | 0,98 | 0,08 | 0,62 | 0,48 | 0,26 | 0,45 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 42 | 0,33 | 0,18 | 0,51 | 0,62 | 0,32 | 0,41 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 43 | 0,80 | 0,95 | 0,10 | 0,04 | 0,06 | 0,96 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 44 | 0,79 | 0,75 | 0,24 | 0,91 | 0,40 | 0,71 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 45 | 0,18 | 0,63 | 0,33 | 0,25 | 0,37 | 0,98 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 46 | 0,74 | 0,02 | 0,94 | 0,39 | 0,02 | 0,77 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 47 | 0,54 | 0,17 | 0,84 | 0,56 | 0,11 | 0,80 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |
| 48 | 0,11 | 0,66 | 0,44 | 0,98 | 0,83 | 0,52 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 49 | 0,48 | 0,32 | 0,47 | 0,79 | 0,28 | 0,31 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1 |
| 50 | 0,69 | 0,07 | 0,49 | 0,41 | 0,38 | 0,87 | 0,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 0 |

Произведя 50 испытаний, получим, что в 24 из них система работала безотказно. В качестве оценки искомой надежности Р примем относительную частоту .

Найдем надежность системы аналитически.

Вероятность безотказной работы системы.

Искомая абсолютная погрешность

**Пункт 2.**

Вероятности безотказной работы элементов:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Случайные числа моделирующие случайные величины | | | | | Время безотказной работы | | | | | | | |
| элементов | | | | | узлов | | Устройства |
| A | B | C | D | E | A | B | C | D | E | I | II |
| 1 | 0,10 | 0,09 | 0,73 | 0,25 | 0,33 | 32,89 | 80,26 | 31,47 | 17,33 | 22,17 | 80,26 | 22,17 | 22,17 |
| 2 | 0,37 | 0,54 | 0,20 | 0,48 | 0,05 | 14,20 | 20,54 | 160,94 | 9,17 | 59,91 | 160,94 | 59,91 | 59,91 |
| 3 | 0,08 | 0,42 | 0,26 | 0,89 | 0,53 | 36,08 | 28,92 | 134,71 | 1,46 | 12,70 | 134,71 | 12,70 | 12,70 |
| 4 | 0,99 | 0,01 | 0,90 | 0,25 | 0,29 | 0,14 | 153,51 | 10,54 | 17,33 | 24,76 | 153,51 | 24,76 | 24,76 |
| 5 | 0,12 | 0,80 | 0,79 | 0,99 | 0,70 | 30,29 | 7,44 | 23,57 | 0,13 | 7,13 | 30,29 | 7,13 | 7,13 |
| 6 | 0,66 | 0,06 | 0,57 | 0,47 | 0,17 | 5,94 | 93,78 | 56,21 | 9,44 | 35,44 | 93,78 | 35,44 | 35,44 |
| 7 | 0,31 | 0,06 | 0,01 | 0,08 | 0,05 | 16,73 | 93,78 | 460,52 | 31,57 | 59,91 | 460,52 | 59,91 | 59,91 |
| 8 | 0,85 | 0,26 | 0,97 | 0,76 | 0,02 | 2,32 | 44,90 | 3,05 | 3,43 | 78,24 | 44,90 | 78,24 | 44,90 |
| 9 | 0,63 | 0,57 | 0,33 | 0,21 | 0,35 | 6,60 | 18,74 | 110,87 | 19,51 | 21,00 | 110,87 | 21,00 | 21,00 |
| 10 | 0,73 | 0,79 | 0,64 | 0,57 | 0,53 | 4,50 | 7,86 | 44,63 | 7,03 | 12,70 | 44,63 | 12,70 | 12,70 |
| 11 | 0,98 | 0,52 | 0,01 | 0,77 | 0,67 | 0,29 | 21,80 | 460,52 | 3,27 | 8,01 | 460,52 | 8,01 | 8,01 |
| 12 | 0,11 | 0,80 | 0,50 | 0,54 | 0,31 | 31,53 | 7,44 | 69,31 | 7,70 | 23,42 | 69,31 | 23,42 | 23,42 |
| 13 | 0,83 | 0,45 | 0,29 | 0,96 | 0,34 | 2,66 | 26,62 | 123,79 | 0,51 | 21,58 | 123,79 | 21,58 | 21,58 |
| 14 | 0,88 | 0,68 | 0,54 | 0,02 | 0,01 | 1,83 | 12,86 | 61,62 | 48,90 | 92,10 | 61,62 | 92,10 | 61,62 |
| 15 | 0,99 | 0,59 | 0,46 | 0,73 | 0,48 | 0,14 | 17,59 | 77,65 | 3,93 | 14,68 | 77,65 | 14,68 | 14,68 |
| 16 | 0,65 | 0,48 | 0,11 | 0,76 | 0,74 | 6,15 | 24,47 | 220,73 | 3,43 | 6,02 | 220,73 | 6,02 | 6,02 |
| 17 | 0,80 | 0,12 | 0,43 | 0,56 | 0,35 | 3,19 | 70,68 | 84,40 | 7,25 | 21,00 | 84,40 | 21,00 | 21,00 |
| 18 | 0,74 | 0,35 | 0,09 | 0,98 | 0,17 | 4,30 | 34,99 | 240,79 | 0,25 | 35,44 | 240,79 | 35,44 | 35,44 |
| 19 | 0,69 | 0,91 | 0,62 | 0,68 | 0,03 | 5,30 | 3,14 | 47,80 | 4,82 | 70,13 | 47,80 | 70,13 | 47,80 |
| 20 | 0,09 | 0,89 | 0,32 | 0,05 | 0,05 | 34,40 | 3,88 | 113,94 | 37,45 | 59,91 | 113,94 | 59,91 | 59,91 |
| 21 | 0,91 | 0,49 | 0,91 | 0,45 | 0,23 | 1,35 | 23,78 | 9,43 | 9,98 | 29,39 | 23,78 | 29,39 | 23,78 |
| 22 | 0,80 | 0,33 | 0,69 | 0,45 | 0,98 | 3,19 | 36,96 | 37,11 | 9,98 | 0,40 | 37,11 | 9,98 | 9,98 |
| 23 | 0,44 | 0,10 | 0,48 | 0,19 | 0,49 | 11,73 | 76,75 | 73,40 | 20,76 | 14,27 | 76,75 | 20,76 | 20,76 |
| 24 | 0,12 | 0,55 | 0,07 | 0,37 | 0,42 | 30,29 | 19,93 | 265,93 | 12,43 | 17,35 | 265,93 | 17,35 | 17,35 |
| 25 | 0,63 | 0,60 | 0,64 | 0,93 | 0,29 | 6,60 | 17,03 | 44,63 | 0,91 | 24,76 | 44,63 | 24,76 | 24,76 |
| 26 | 0,61 | 0,19 | 0,69 | 0,04 | 0,46 | 7,06 | 55,36 | 37,11 | 40,24 | 15,53 | 55,36 | 40,24 | 40,24 |
| 27 | 0,15 | 0,47 | 0,44 | 0,52 | 0,66 | 27,10 | 25,17 | 82,10 | 8,17 | 8,31 | 82,10 | 8,31 | 8,31 |
| 28 | 0,94 | 0,55 | 0,72 | 0,85 | 0,73 | 0,88 | 19,93 | 32,85 | 2,03 | 6,29 | 32,85 | 6,29 | 6,29 |
| 29 | 0,42 | 0,48 | 0,11 | 0,62 | 0,13 | 12,39 | 24,47 | 220,73 | 5,98 | 40,80 | 220,73 | 40,80 | 40,80 |
| 30 | 0,23 | 0,52 | 0,37 | 0,83 | 0,17 | 21,00 | 21,80 | 99,43 | 2,33 | 35,44 | 99,43 | 35,44 | 35,44 |
| 31 | 0,04 | 0,49 | 0,35 | 0,24 | 0,94 | 45,98 | 23,78 | 104,98 | 17,84 | 1,24 | 104,98 | 17,84 | 17,84 |
| 32 | 0,01 | 0,54 | 0,99 | 0,76 | 0,54 | 65,79 | 20,54 | 1,01 | 3,43 | 12,32 | 65,79 | 12,32 | 12,32 |
| 33 | 0,35 | 0,69 | 0,31 | 0,53 | 0,07 | 15,00 | 12,37 | 117,12 | 7,94 | 53,19 | 117,12 | 53,19 | 53,19 |
| 34 | 0,59 | 0,80 | 0,80 | 0,83 | 0,91 | 7,54 | 7,44 | 22,31 | 2,33 | 1,89 | 22,31 | 2,33 | 2,33 |
| 35 | 0,46 | 0,05 | 0,88 | 0,52 | 0,36 | 11,09 | 99,86 | 12,78 | 8,17 | 20,43 | 99,86 | 20,43 | 20,43 |
| 36 | 0,32 | 0,17 | 0,90 | 0,05 | 0,97 | 16,28 | 59,07 | 10,54 | 37,45 | 0,61 | 59,07 | 37,45 | 37,45 |
| 37 | 0,69 | 23,00 | 0,46 | 0,14 | 0,06 | 5,30 | -104,52 | 77,65 | 24,58 | 56,27 | 77,65 | 56,27 | 56,27 |
| 38 | 0,19 | 0,56 | 0,54 | 0,14 | 0,30 | 23,72 | 19,33 | 61,62 | 24,58 | 24,08 | 61,62 | 24,58 | 24,58 |
| 39 | 0,45 | 0,15 | 0,51 | 0,49 | 0,38 | 11,41 | 63,24 | 67,33 | 8,92 | 19,35 | 67,33 | 19,35 | 19,35 |
| 40 | 0,94 | 0,86 | 0,43 | 0,19 | 0,94 | 0,88 | 5,03 | 84,40 | 20,76 | 1,24 | 84,40 | 20,76 | 20,76 |
| 41 | 0,98 | 0,08 | 0,62 | 0,48 | 0,26 | 0,29 | 84,19 | 47,80 | 9,17 | 26,94 | 84,19 | 26,94 | 26,94 |
| 42 | 0,33 | 0,18 | 0,51 | 0,62 | 0,32 | 15,84 | 57,16 | 67,33 | 5,98 | 22,79 | 67,33 | 22,79 | 22,79 |
| 43 | 0,80 | 0,95 | 0,10 | 0,04 | 0,06 | 3,19 | 1,71 | 230,26 | 40,24 | 56,27 | 230,26 | 56,27 | 56,27 |
| 44 | 0,79 | 0,75 | 0,24 | 0,91 | 0,40 | 3,37 | 9,59 | 142,71 | 1,18 | 18,33 | 142,71 | 18,33 | 18,33 |
| 45 | 0,18 | 0,63 | 0,33 | 0,25 | 0,37 | 24,50 | 15,40 | 110,87 | 17,33 | 19,89 | 110,87 | 19,89 | 19,89 |
| 46 | 0,74 | 0,02 | 0,94 | 0,39 | 0,02 | 4,30 | 130,40 | 6,19 | 11,77 | 78,24 | 130,40 | 78,24 | 78,24 |
| 47 | 0,54 | 0,17 | 0,84 | 0,56 | 0,11 | 8,80 | 59,07 | 17,44 | 7,25 | 44,15 | 59,07 | 44,15 | 44,15 |
| 48 | 0,11 | 0,66 | 0,44 | 0,98 | 0,83 | 31,53 | 13,85 | 82,10 | 0,25 | 3,73 | 82,10 | 3,73 | 3,73 |
| 49 | 0,48 | 0,32 | 0,47 | 0,79 | 0,28 | 10,49 | 37,98 | 75,50 | 2,95 | 25,46 | 75,50 | 25,46 | 25,46 |
| 50 | 0,69 | 0,07 | 0,49 | 0,41 | 0,38 | 5,30 | 88,64 | 71,33 | 11,14 | 19,35 | 88,64 | 19,35 | 19,35 |

Произведя 50 испытаний, получим, что в 2 из них устройство работало 60 часов (и более). а) Искомая оценка надежности устройства (вероятности его безотказной работы за время длительностью 60 ч) .

Для сравнения приведем аналитическое решение. Вероятности безотказной работы элементов:

Вероятность безотказной работы первого узла за время длительностью 60 ч:

Вероятность безотказной работы второго узла за время длительностью 60 ч:

Вероятность безотказной работы устройства за время длительностью 60 ч:

Абсолютная погрешность .

б) Найдем среднее время безотказной работы устройства, учитывая, что в 50 испытаниях оно работало безотказно всего 139,9 ч:

Для сравнения приведем аналитическое решение. Среднее время работы элементов:

Среднее время работы узлов:

Среднее время работы устройства: .

Абсолютная погрешность .

**Задание 2. Простейшие случаи криволинейной корреляции, множественная корреляция**

1. Составить экспериментальную выборку исследуемых признаков Y и X (взять два произвольных столбца матрицы экспериментов (не нормированной) из индивидуальной части задания к лабораторной работе № 1). А) рассчитать выборочный коэффициент линейной корреляции и выборочное корреляционное отношение. Сделать вывод о наличии функциональной зависимости (линейной или не линейной) между рассматриваемыми признаками. Б) по имеющимся экспериментальным данным построить уравнения линейной, квадратичной, экспоненциальной и логарифмической регрессии. Построить их графики (на одном рисунке), отметить на графике экспериментальные точки. Среди перечисленных выше выбрать уравнение регрессии наилучшим образом, приближающее экспериментальную зависимость (сравнивая между собой значения среднеквадратичных отклонений экспериментальных точек от линий регрессии).

2. Составить экспериментальную выборку признаков Z, X, Y (взять три столбца матрицы экспериментов из индивидуальной части задания к лабораторной работе № 1). Привести уравнение многомерной линейной регрессии для указанных признаков (из результатов лабораторной №1). Построить график полученной плоскости, отметить на нем экспериментальные точки. Оценить тесноту линейной связи между Z и обоими признаками X, Y, между Z и X (при фиксированном Y), между Z и Y (при фиксированном X), рассчитав выборочный совокупный коэффициент корреляции, и частные выборочные коэффициенты корреляции.

**Пункт 1.** В качестве выборки возьмем 18 значений курсов акций за промежуток от 1.12.20 до 24.12.20 компаний «Газпром» и «Роснефть»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №пп | «Роснефть» | «Газпром» |
| Y | X |
| 1 | 444 | 185,64 |
| 2 | 444,45 | 186,98 |
| 3 | 433,75 | 185 |
| 4 | 442,95 | 188,76 |
| 5 | 440,45 | 190,02 |
| 6 | 429,6 | 190,3 |
| 7 | 432,9 | 189,99 |
| 8 | 449,35 | 192 |
| 9 | 446,15 | 200,68 |
| 10 | 447,5 | 198,86 |
| 11 | 442,95 | 200,4 |
| 12 | 436,85 | 205,99 |
| 13 | 440,9 | 214 |
| 14 | 443,4 | 211,03 |
| 15 | 418,35 | 204,84 |
| 16 | 433 | 207,9 |
| 17 | 426,9 | 206,93 |
| 18 | 430,1 | 206 |

Выборочный коэффициент корреляции

где – наблюдающиеся значения, – частота пары вариант (, = объем выборки, – выборочные средние , – выборочные средние квадратические отклонения.

Так как то корреляционная зависимости между X и Y имеется.

Выборочное корреляционное отношение

*–* общая средняя признака Y, – условная средняя признака Y.

коэффициенты определим из системы

В результате имеем

Искомое корреляционное отношение

Найденный коэффициент меньше 1, значит признак Y связан с признаком X корреляционной зависимостью.

Таким образом между признаками X и Y имеется корреляционная зависимость.

По имеющимся экспериментальным данным построили уравнения линейной, квадратичной, экспоненциальной и логарифмической регрессии.

**Уравнение линейной регрессии**

**Уравнение квадратичной регрессии.**

Частные производные функции приравниваем к нулю

Получаем следующую систему

тогда уравнение квадратичной регрессии примет вид

= 0,453304551e-2x2 - 2,002852207x + 656,4527330.

**Уравнение экспоненциальной регрессии** в общем виде

Для наших данных система уравнений имеет вид

Уравнение регрессии

**Уравнение логарифмической регрессии**

Для наших данных система уравнений примет вид

*Рисунок 1. Графики регрессий*

Среднеквадратические отклонения

Сравнивая между собой значения среднеквадратичных отклонений экспериментальных точек от линий регрессии, приходим к выводу, что уравнение квадратичной регрессии наилучшим образом приближает экспериментальную зависимость.

**Пункт 2.**

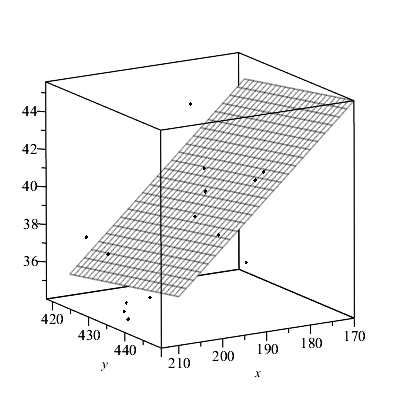
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №пп | «Роснефть» | «Газпром» | «РУСАЛ» |
| Y | X | Z |
| 1 | 444 | 185,64 | 41,89 |
| 2 | 444,45 | 186,98 | 41 |
| 3 | 433,75 | 185 | 40 |
| 4 | 442,95 | 188,76 | 37,08 |
| 5 | 440,45 | 190,02 | 39 |
| 6 | 429,6 | 190,3 | 44,49 |
| 7 | 432,9 | 189,99 | 41,30 |
| 8 | 449,35 | 192 | 42,1 |
| 9 | 446,15 | 200,68 | 41,55 |
| 10 | 447,5 | 198,86 | 39,29 |
| 11 | 442,95 | 200,4 | 39,95 |
| 12 | 436,85 | 205,99 | 36,80 |
| 13 | 440,9 | 214 | 34,81 |
| 14 | 443,4 | 211,03 | 36,06 |
| 15 | 418,35 | 204,84 | 36,98 |
| 16 | 433 | 207,9 | 34,80 |
| 17 | 426,9 | 206,93 | 36,86 |
| 18 | 430,1 | 206 | 34,02 |

Уравнение многомерной линейной регрессии для данных признаков имеет вид

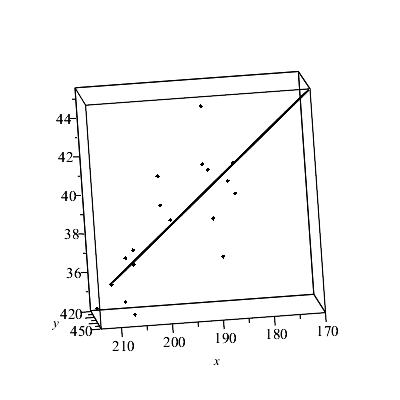
Найдем коэффициенты методом наименьших квадратов.

Уравнение многомерной линейной регрессии для данных признаков имеет вид

Построим график плоскости



*Рисунок 2. График плоскости и экспериментальные точки*



*Рисунок 3. График плоскости и экспериментальные точки (вид сбоку)*

Найдем тесноту связи признака Z с признаками X, Y по следующей формуле

где – коэффициенты корреляции между признаками.

Оценим тесноту линейной связи между Z и X, между Z и Y

Найденные коэффициенты , близки к 1, значит соответствующие признаки связаны функциональной зависимостью. Между Z и обоими признаками X, Y и между Z и X имеется высокая связь, между Z и Y связь - низкая.

**Задание 3. Ранговая корреляция**

1. Два эксперта оценили качество твердого сорта сыра, выпускаемого 12 производителями по стобалльной системе, и выставили следующие оценки (в первой строке указаны баллы, выставленные первым экспертом, во второй – вторым).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 98 | 94 | 88 | 80 | 76 | 70 | 63 | 61 | 60 | 58 | 56 | 51 |
| 99 | 91 | 91 | 74 | 78 | 65 | 64 | 66 | 52 | 53 | 50 | 62 |

Рассчитать выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла. Проверить гипотезу о наличии существенной связи между мнениями экспертов с уровнем значимости 0,05 для каждого из коэффициентов. Совпадают ли результаты проверки гипотезы в обоих случаях?

**Решение:**

Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ранги | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Оценка 1 | 98 | 94 | 88 | 80 | 76 | 70 | 63 | 61 | 60 | 58 | 56 | 51 |
| ранги | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Оценка 2 | 99 | 91 | 91 | 78 | 74 | 66 | 65 | 64 | 62 | 53 | 52 | 50 |

Таблица рангов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 7 | 8 | 6 | 11 | 10 | 12 | 9 |
|  | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | -1 | -1 | 2 | -2 | 0 | -1 | 3 |

Отсюда

Тогда

Найдем критическую точку k = 12 – 2 = 10 – число степеней свободы

(0,05;10) = 2,228

Таким образом, так как – нулевая гипотеза о равенстве нулю генерального коэффициента ранговой корреляции Спирмена отвергается, имеется ранговая корреляционная связь между мнениями экспертов.

Выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла

Проверка гипотезы. Найдем

Так как – нулевая гипотеза отвергается, имеется ранговая корреляционная связь между мнениями экспертов.

**Задание 4. Однофакторный дисперсионный анализ**

1. Произведено по 8 испытаний на каждом из 6 уровней фактора. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями. Результаты испытаний приведены в таблице. Здесь rnd – случайное число из диапазона (110; 130), причем для каждого столбца свое.

2. Произведено 13 испытаний, из них 4 – на первом уровне фактора, 6 – на втором, 3 – на третьем. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями. Результаты приведены в таблице. Здесь rnd – случайное число из диапазона (50; 70), причем для каждого столбца свое.

**Пункт 1.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер испытания i | Уровни фактора | | | | | |
| F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | F6 |
| 1  2  3  4  5  6  7  8 | 100  101  126  **115**  133  141  147  148 | 92  102  104  115  119  122  **118**  146 | 74  87  88  93  94  101  102  105 | 68  80  83  87  96  97  106  **128** | 64  83  83  84  90  96  101  **116** | 69  71  80  80  81  82  86  99 |
|  | 126,38 | 114,75 | 93 | 93,125 | 89,625 | 81 |

**Решение:**

Для упрощения вычислений было произведено преобразование данных

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | -8 | -26 | -32 | -36 | -31 |
| 2 | 1 | 2 | -13 | -20 | -17 | -29 |
| 3 | 26 | 4 | -12 | -17 | -17 | -20 |
| 4 | 15 | 15 | -7 | -13 | -16 | -20 |
| 5 | 33 | 19 | -6 | -4 | -10 | -19 |
| 6 | 41 | 22 | 1 | -3 | -4 | -18 |
| 7 | 47 | 18 | 2 | 6 | 1 | -14 |
| 8 | 48 | 46 | 5 | 28 | 16 | -1 |
|  | 211 | 118 | -56 | -55 | -83 | -152 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 64 | 676 | 1024 | 1296 | 961 |
| 2 | 1 | 4 | 169 | 400 | 289 | 841 |
| 3 | 676 | 16 | 144 | 289 | 289 | 400 |
| 4 | 225 | 225 | 49 | 169 | 256 | 400 |
| 5 | 1089 | 361 | 36 | 16 | 100 | 361 |
| 6 | 1681 | 484 | 1 | 9 | 16 | 324 |
| 7 | 2209 | 324 | 4 | 36 | 1 | 196 |
| 8 | 2304 | 2116 | 25 | 784 | 256 | 1 |
|  | 8185 | 3594 | 1104 | 2727 | 2503 | 3484 |

Найдем общую и факторную суммы квадратов отклонений. – уровни фактора, – число испытаний.

Так как , нулевая гипотеза отвергается. Следовательно, групповые средние не равны между собой.

**Пункт 2.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер испытания i | Уровни фактора | | |
| F1 | F2 | F3 |
| 1  2  3  4  5  6 | 37  47  40  **56** | **60**  86  67  92  95  98 | **57**  100  98 |
|  | 45 | 83 | 85 |

**Решение:**

уровни факторов и испытаний для соответствующих уровней фактора,

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 23 | 20 | 0 | 529 | 400 |
| 2 | 10 | 49 | 63 | 100 | 2401 | 3969 |
| 3 | 3 | 30 | 61 | 9 | 900 | 3721 |
| 4 | 19 | 55 |  | 361 | 3025 |  |
| 5 |  | 58 |  |  | 3364 |  |
| 6 |  | 61 |  |  | 3721 |  |
|  | 32 | 276 | 144 | - | - | - |
|  | - | - | - | 470 | 13940 | 8090 |

Выдвинем гипотезу:

групповые средние равны между собой,

групповые средние не равны между собой.

Для проверки этой гипотезы воспользуемся критерием Фишера. По таблице найдем квантиль распределения . При этом

Так как , нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная. Следовательно, групповые средние не равны между собой.

**Задание 5. Проверка однородности выборок с помощью критерия Вилкоксона**

Эффективность каждого из двух рационов (А и В) откорма скота характеризуется выборками объемов и (в первой строке приведен вес в кг животных, которых откармливали по рациону А, во второй строке – по рациону В):

Используя критерий Вилкоксона, при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу об одинаковой эффективности рационов А и В, приняв в качестве конкурирующей гипотезу о том, что это не так.

**Решение:**

Нулевая гипотеза

Конкурирующая гипотеза .

Расположим варианты выборок в виде одного вариационного ряда:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|  | 21 | 21 | 22 | 23 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 26 | 27 | 27 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| № | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |  |  |
|  | 27 | 27 | 29 | 29 | 30 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |  |  |

Наблюдаемое значение критерия Вилкоксона – сумму порядковых номеров вариант первой выборки

По таблице критерия Вилкоксона найдем нижнюю критическую точку .

Найдем верхнюю критическую точку

Поскольку наблюдаемое значение не принадлежит области - нулевая гипотеза отвергается. Эффективность рационов не одинакова.