Del 1

Oppgave 1

$$f(x) = 4x^2 \cdot \ln(3x)$$
$$f'(x) = 8x \cdot \frac{1}{3x}$$
$$\underline{\underline{f'(x) = \frac{8}{3}}}$$

Oppgave 2

$$(\ln x)^2 - \ln x = 6$$
$$(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0 \text{ kvadratsetning}$$
$$(\ln x - 3)(\ln x + 2) = 0$$
$$\ln x = 3 \vee \ln x = -2$$
$$\underline{\underline{x = e^3 \vee x = e^{-2} = \frac{1}{e^2}}}$$

Oppgave 3

$f(x) = e^{-x+1}, D_f = \mathbb{R}$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) \text{ og } \lim_{x\to-\infty} f(x)$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} e^{-x+1}$$
$$= \lim_{x\to\infty} \frac{1}{e^{x-1}} = 0 \text{ eksponent blir uendelig stor} \implies \text{deler på uendelig høyt}$$
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} e^{-x+1} = \infty \text{ eksponent blir uendelig stor} \implies \text{eksisterer ikke}$$

Oppgave 4

$A(3,4), B(-1,-2)$ og $C(3+t, 2t)$ der $t \in \mathbb{R}$

a)

Finn t slik at A, B og C på linje

Finner stingningstallet mellom A og B:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-(-2)}{3-(-1)} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Stigningstallet fra A til C (eller B til C) skal være det samme.

$$\frac{3}{2} = \frac{2t-4}{(3+t)-3}$$
$$\frac{3}{2} = \frac{2t-4}{t}$$
$$3t = 2\cdot(2t-4)$$
$$3t = 4t-8$$
$$-t = -8$$
$$t = 8$$

Alternativt med $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = k\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

$$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = [t, 2t-4]$$
$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = [-4, -6]$$
$$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = k\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}$$
$$[t, 2t-4] = k\cdot[-4,-6]$$
$$3t-4 = k\cdot(-10)$$
$$3t = -10k-4$$
$$t = \frac{-10k-4}{3}$$

b)

$\angle C = 90°$

$$\overrightarrow{\mathrm{BC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 0$$
$$\overrightarrow{\mathrm{BC}} = [3+t+1, 2t+2] = [t+4, 2t+2]$$
$$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = [t, 2t-4]$$
$$[t+4, 2t+2]\cdot[t, 2t-4] = 0$$
$$(t+4)t + (2t+2)(2t-4) = 0$$
$$t^2+4t+4t^2+4t-8t-8 = 0$$
$$5t^2 = 8$$
$$t^2 = \frac{8}{5}$$
$$t = \pm\sqrt{\frac{8}{5}}$$