

# Inserção da Árvore Red and Black

---

Integrante: Ilem Lima dos Santos  
Professor: Herbert Oliveira Rocha

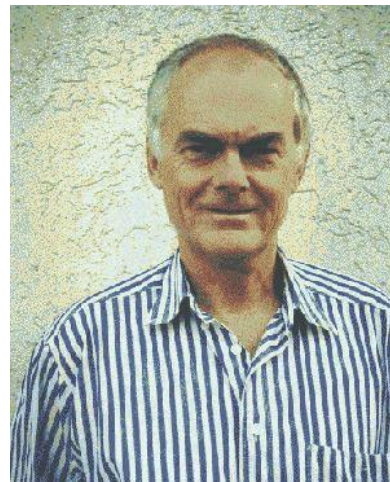
# Introdução

Árvores Red and Black foram inventadas em 1972 por Rudolf Bayer:

Estudou matemática em Munique e fez doutorado também em Matemática na Universidade de Illinois, em 1966.

Foi pesquisador nos *Boeing Research Labs*, onde inventou em 1970 a árvore B (Btree).

Publicação original de Rudolf Bayer:  
Symmetric binary B-trees: Data structures and maintenance algorithms, *Acta Informatica*, 1 (1972) 290-306.

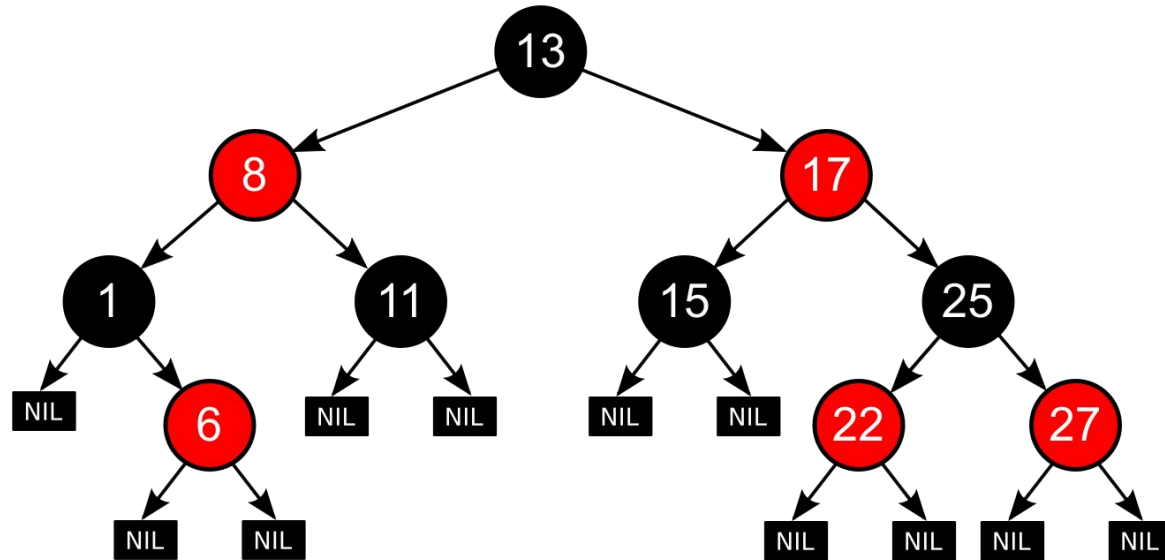


# Introdução

Uma árvore vermelho-preto é uma árvore de busca binária com um bit extra de armazenamento por nó: sua cor, ela pode ser VERMELHA ou PRETA.

Propriedades:

- Todo nó é vermelho ou preto.
- A raiz é preta.
- Toda folha ( NIL ) é preta.
- Se um nó é vermelho, então os seus filhos são pretos.
- Para cada nó, todos os caminhos simples do nó até folhas descendentes contêm o mesmo número de nós pretos.



# Propriedades de Árvores Vermelho-Preto

1. Todo nó é vermelho ou preto.
2. A raiz é preta.
3. Toda folha ( NIL ) é preta.
4. Se um nó é vermelho, então os seus filhos são pretos.
5. Para cada nó, todos os caminhos simples do nó até folhas descendentes contêm o mesmo número de nós pretos.

# Pseudocódigo

VP-INSERT (T, z)

1: TREE-INSERT (T, z) ;

2: z.cor  $\leftarrow$  VERMELHO;

3: VP-INSERT-FIX (T, z) ;

```
VP-INSERT-FIX(T, z)
1: while (z.pai).cor = VERMELHO do
2:   if z.pai = ((z.pai).pai).esq then
3:     y ← ((z.pai).pai).dir;
4:     if y.cor = VERMELHO then
5:       (z.pai).cor ← PRETO;
6:       y.cor ← PRETO;
7:       ((x.pai).pai).cor ← VERMELHO;
8:       z ← (z.pai).pai;
9:     else if z = (z.pai).dir then
10:      z ← z.pai;
11:      LEFT-ROTATE(T, z);
12:      (z.pai).cor ← PRETO;
13:      ((z.pai).pai).cor ← VERMELHO;
14:      RIGHT-ROTATE(T, (z.pai).pai);
15:   else (igual ao "if" trocando "dir" e "esq")
16:   end if
17: (T.raiz).cor ← PRETO;
```

# Análise de VP-INSERT

Inserir um nó em uma árvore vermelho-preto leva o tempo  $O(\lg n)$ .

VP-INSERT-FIX

- O laço **while** só é repetido se o caso 1 ocorre, e então o ponteiro  $z$  sobe dois níveis na árvore
- O número de vezes que o laço **while** pode ser executado é  $O(\lg n)$

O Tempo total de execução do VP-INSERT:  $O(\lg n)$



# Função de custo e complexidade

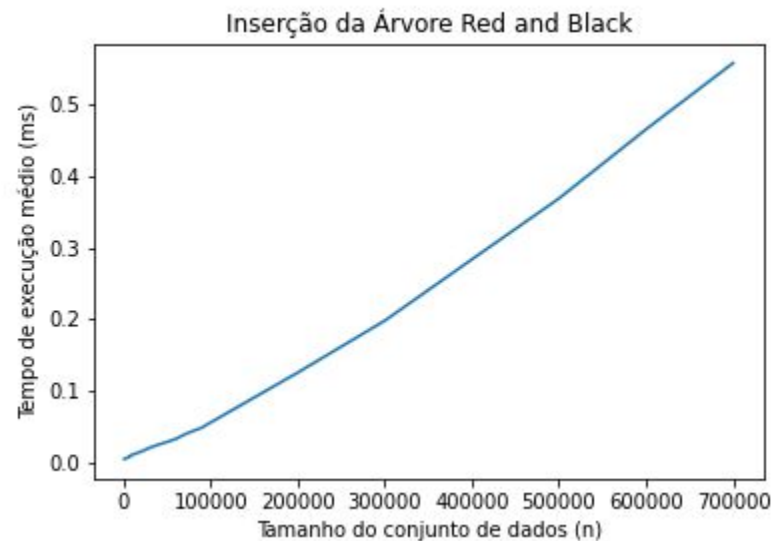
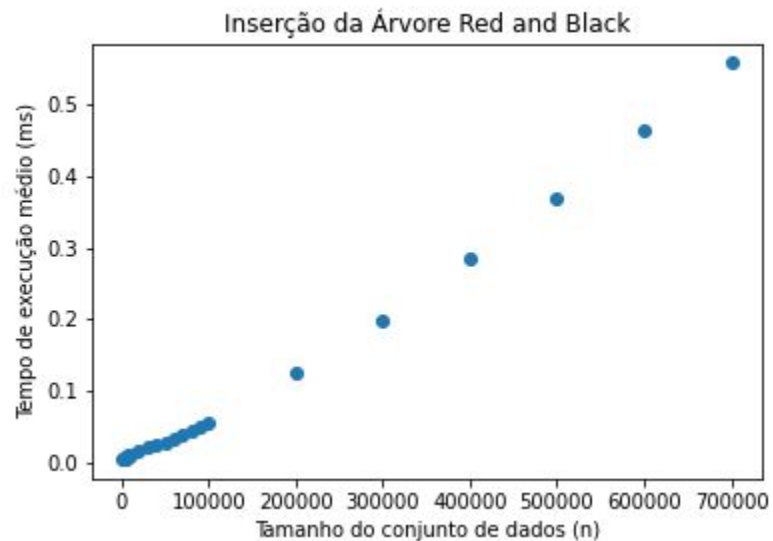
$$T(n) = O(\lg n) + \Theta(1) + O(\lg n)$$

$$T(n) = O(\lg n) + O(\lg n)$$

$$T(n) = 2 \lg n$$

$$O(\lg n)$$

# Experimentação



Por aqui é isso obrigado pela atenção!

---