1. Поле источника $\mathbf{u}_0$

1.1. Фурье-символы

1. Граничные условия

$$\mu\left(U^{'}-i\alpha W\right)=Q_1$$

$$\lambda\left(-i\alpha U+W^{'}\right)+2\mu W^{'}=Q_2$$

в случае $Q=(0;1)$ (см. рис. 1 и рис. 2 соотв.)

$$U^{'}=i\alpha W$$

$$(\lambda+2\mu)\,W^{'}=1+i\alpha\lambda U$$

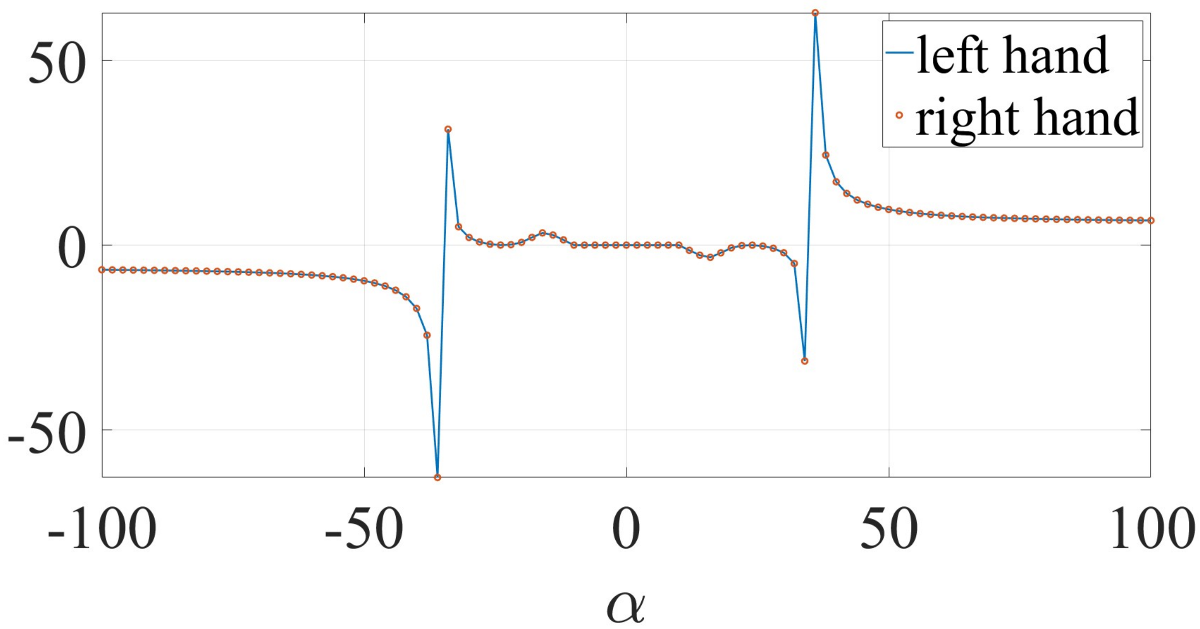

Рис. 1. Первое граничное условие для $\mathbf{u}_0$

2. Уравнения Ляме

$$(\lambda+\mu)\left(-\alpha^2U-i\alpha W^{'}\right)+\mu\left(-\alpha^2U+U^{''}\right)+\rho\omega^2U=0$$

$$(\mu+\lambda)\left(-i\alpha U^{'}+W^{''}\right)+\mu\left(-\alpha^2W+W^{''}\right)+\rho\omega^2W=0$$

приведем к наглядному виду

$$\left(\rho\omega^2-\alpha^2\left(\lambda+2\mu\right)\right)U=i\alpha\left(\lambda+\mu\right)W^{'}-\mu U^{''}$$

$$\left(\rho\omega^2-\alpha^2\mu\right)W=i\alpha\left(\mu+\lambda\right)U^{'}-\left(2\mu+\lambda\right)W^{''}$$

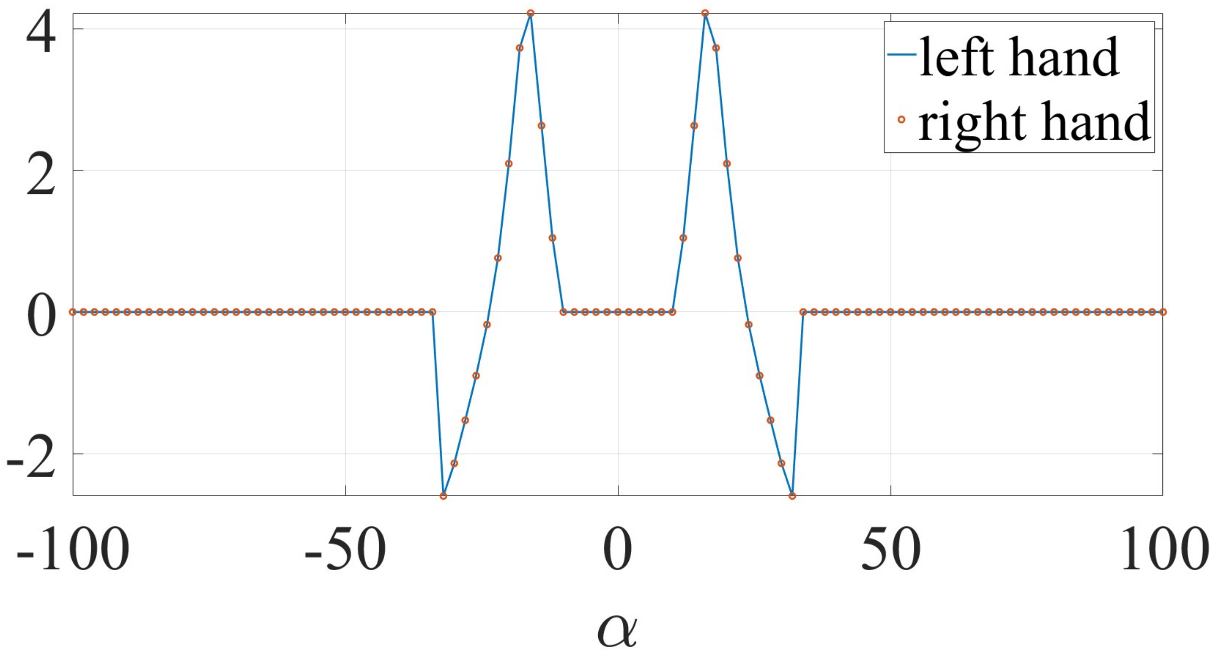

Рис. 2. Второе граничное условие для $\mathbf{u}_0$

поскольку $\varkappa_2^2 = \frac{\rho\omega^2}{\mu} \Rightarrow \rho\omega^2 = \varkappa_2^2\mu$

$$\left(\varkappa_2^2\mu - \alpha^2\left(\lambda + 2\mu\right)\right) U = i\alpha\left(\lambda + \mu\right) W' - \mu U''$$

$$\left(\varkappa_2^2\mu - \alpha^2\mu\right) W = i\alpha\left(\mu + \lambda\right) U' - \left(2\mu + \lambda\right) W''$$

(см. рис. 3 и рис. 4 соотв.)

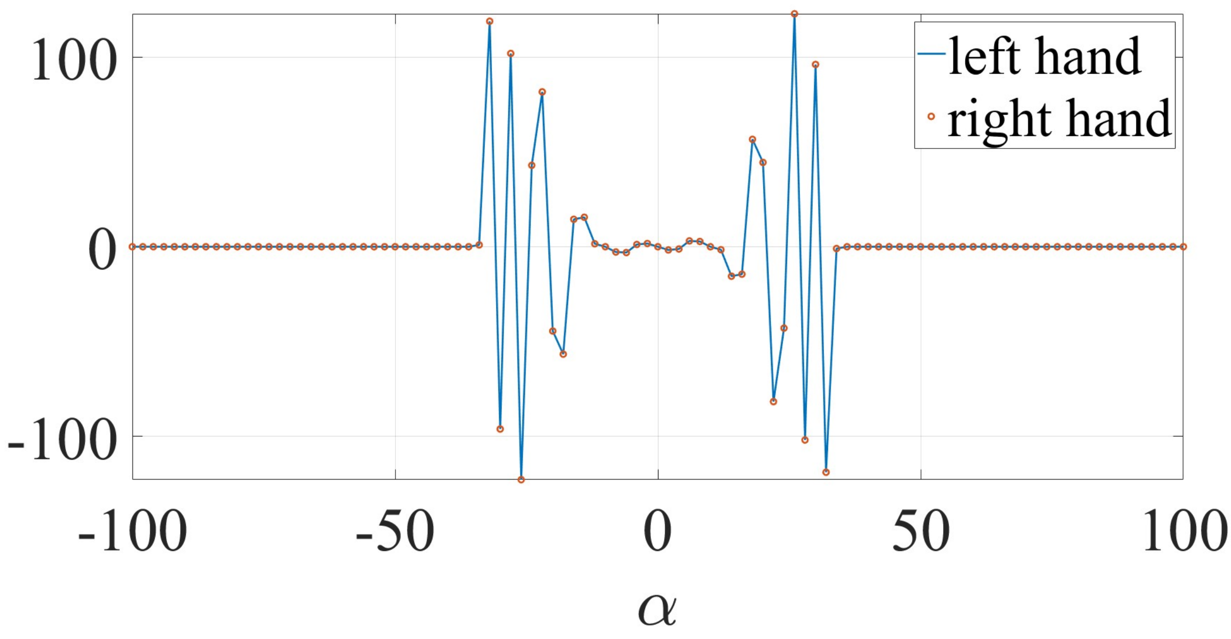

Рис. 3. Первое уравнение Ляме для $\mathbf{u}_0$ при $z = 0,3$

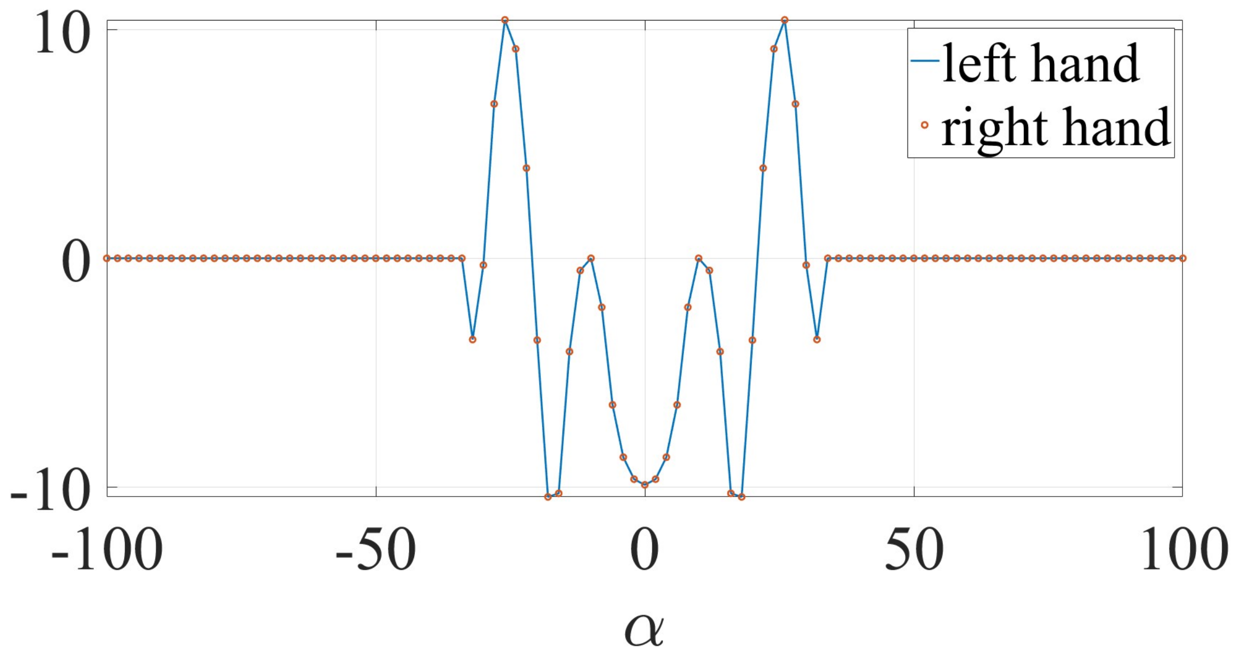

Рис. 4. Второе уравнение Ляме для $\mathbf{u}_0$ при $z = 0,3$

1.2. Интеграл

Планируется после успешной проверки Фурье-символов. Если последние проверку пройдут, а $\mathbf{u}_0$ – нет, будет очевидно, что причина в интегрировании.

2. Поля $\mathbf{u}^-, \mathbf{u}^+$

2.1. Фурье-символы

1. Граничные условия $[\mathbf{U}]|_{z=-h} = 0$ (см. рис. 5 и рис. 6 соотв.)

$$U_0 + U_- = U_+$$

$$W_0 + W_- = W_+$$

2. Граничные условия $[\mathbf{T}]|_{z=-h} = 0$

$$T_x = \mu(U^{'} - i\alpha W)$$

$$S_z = (\lambda + 2\mu)\, W^{'} - i\alpha\lambda U$$

$$\left(U_0^{'} + U_-^{'}\right) U^{'} - i\alpha\left(W_0 + W_-\right) = U_+^{'} - i\alpha W_+$$

$$(\lambda + 2\mu)\left(W_0^{'} + W_-^{'}\right) - i\alpha\lambda\left(U_0 + U_-\right) = (\lambda + 2\mu)\, W_+^{'} - i\alpha\lambda U_+$$

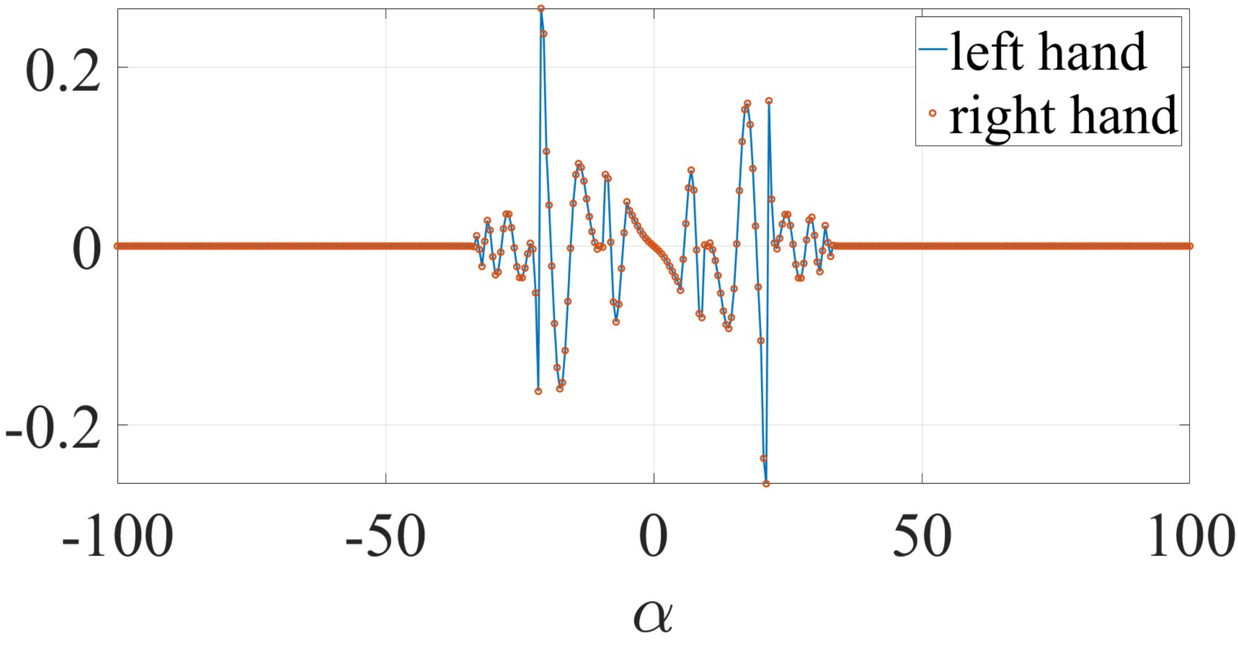

Рис. 5. Первое граничное условие для U_{sc} при $z = -h$

3. Уравнения Ляме

$$\left(\rho\omega^2 - \alpha^2\left(\lambda + 2\mu\right)\right) U = i\alpha\left(\lambda + \mu\right) W' - \mu U''$$

$$\left(\rho\omega^2 - \alpha^2\mu\right) W = i\alpha\left(\mu + \lambda\right) U' - \left(2\mu + \lambda\right) W''$$

Найдем производные

$$\mathbf{U}_-' = \begin{cases} U_- = -\sigma_1 t_1\left(-i\alpha\right) e^{-\sigma_1(z+h)} - t_2\sigma_2^2 e^{-\sigma_2(z+h)} \\ W_- = t_1\sigma_1^2 e^{-\sigma_1(z+h)} + t_2 i\alpha\sigma_2 e^{-\sigma_2(z+h)}, \end{cases}$$

$$\mathbf{U}_-'' = \begin{cases} U_- = t_1\left(-i\alpha\right)\sigma_1^2 e^{-\sigma_1(z+h)} + t_2\sigma_2^3 e^{-\sigma_2(z+h)} \\ W_- = t_1\left(-\sigma_1^3\right) e^{-\sigma_1(z+h)} + t_2\left(-i\alpha\right)\sigma_2^2 e^{-\sigma_2(z+h)}, \end{cases}$$

2.2. Интегралы

Планируется после успешной проверки Фурье-символов. Если последние проверку пройдут, а $\mathbf{u}_+$ – нет, будет очевидно, что причина в интегрировании.

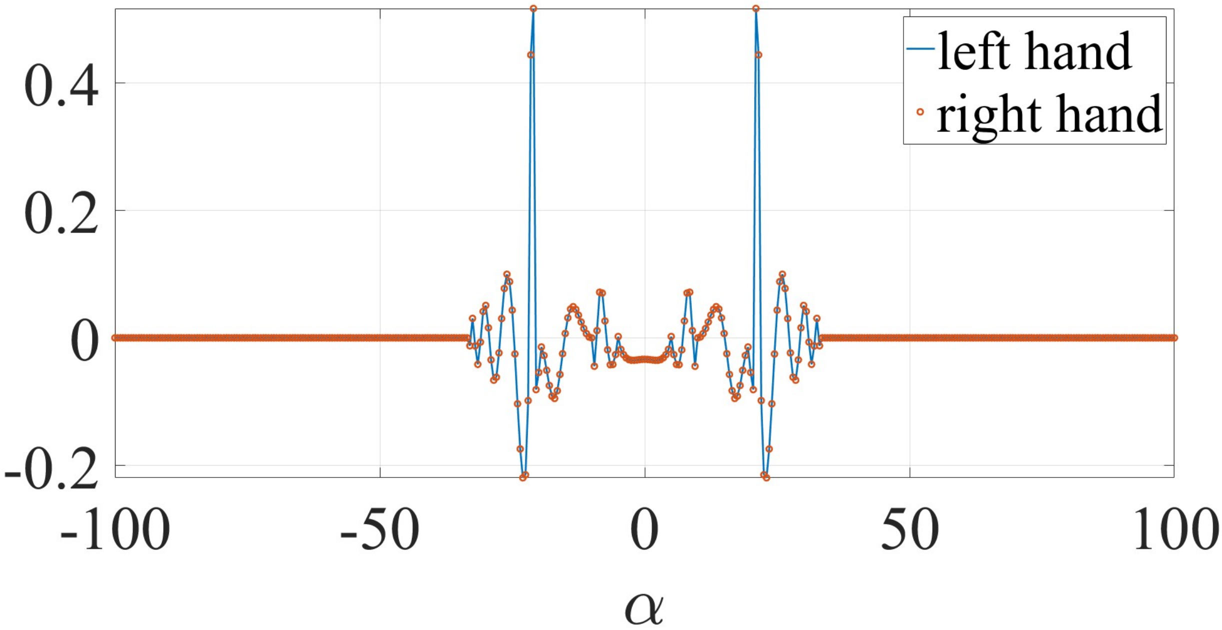

Рис. 6. Первое граничное условие для W_{sc} при $z = -h$