LAPORAN RESPONSI 2

PRAKTIKUM METODE NUMERIK

PERS. DIFFERENSIAL DAN INTERPOLASI

Ditulis Oleh :

Ilham Nur Romdoni

PROGRAM STUDI S1 INFORMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS SEBELAS MARET

SURAKARTA

Kasus 1 : (Kata kunci : Interpolasi Polinomial Newton)

Chemistry Engineering

(26 poin) Diberikan sebuah data untuk mengetahui hubungan antara tekanan dan suhu pada 1 kg gas nitrogen dengan volume tetap 10 m^3. Data yang diperoleh seperti pada tabel di bawah ini :

$T(^0C)$	-40	0	40	80	120	160
$p(N/m^2)$	...	...	...	...	...	...

a. (Bagian Model Matematika) Tentukan tekanan gas yang diperoleh dari data di atas dengan menggunakan rumus :

$$pV = nRT$$

Dengan : n = 1 mol dan R = 0,082. Suhu gas harus dalam satuan K.

Dari rumus di atas diperoleh rumus tekanan gas :

$$p = \frac{nRT}{V}$$

```
>> T = [-40 0 40 80 120 160];
>> p = 0.082*(T+273.15)/10

p =

    1.9118    2.2398    2.5678    2.8958    3.2238    3.5518
```

Data yang diperoleh seperti pada tabel di bawah ini :

$T(^0C)$	-40	0	40	80	120	160
$p(N/m^2)$	1.9118	2.2398	2.5678	2.8958	3.2238	3.5518

b. Tentukan fungsi polinomial newton P(x) dari data di atas ! Tampilkan juga hasil matriks D dan grafiknya

Untuk menampilkan hasil dari matriks D digunakan fungsi SelisihBagi di bawah ini.

```
% Ilham Nur Romdoni, M0520038

function D = SelisihBagi(X,Y)
% Inisialisasi nilai x dan y sebagai nilai variabel yang di-input-kan
    x = X;
    y = Y;
% Panjang dari x
    n = length(x);
% Matriks zeros(n)
    D = zeros(n)
% Matriks yang semua baris pada kolom ke-1 berisi nilai y pada baris pertama sampai kolom ke n
    D(:,1) = y(1:n)
% Menghitung selisih bagi dengan perulangan dari kolom ke-2 hingga n
    for j=2:n
% Perulangan for dari kolom yang sama dengan baris hingga n
        for k=j:n
% Rumus selisih bagi
            D(k,j) = (D(k,j-1) - D(k-1,j-1))/(x(k) - x(k-j+1));
        end
    end
end
```

```
>> D = SelisihBagi(T,p)

D =

     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0


D =

    1.9118         0         0         0         0         0
    2.2398         0         0         0         0         0
    2.5678         0         0         0         0         0
    2.8958         0         0         0         0         0
    3.2238         0         0         0         0         0
    3.5518         0         0         0         0         0


D =

    1.9118         0         0         0         0         0
    2.2398    0.0082         0         0         0         0
    2.5678    0.0082   -0.0000         0         0         0
    2.8958    0.0082         0    0.0000         0         0
    3.2238    0.0082    0.0000    0.0000    0.0000         0
    3.5518    0.0082   -0.0000   -0.0000   -0.0000   -0.0000
```

Dari matriks di atas, didapatkan fungsi polinomial newton P(x) berikut ini.

$$P(x) = b_0 + b_1(x - x_0)$$

$$P(x) = 1.9118 + 0.0082(x + 40)$$

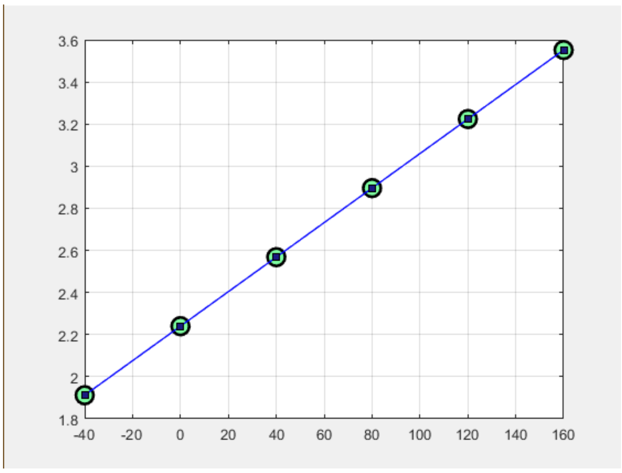
$$P(x) = 0.0082x + 2.2398$$

Sedangkan untuk menampilkan hasil dari grafik digunakan fungsi PolinomialNewton.

```
% Ilham Nur Romdoni, M0520038

% Inisialisasi nama fungsi plinom dengan parameter
function ypol = plinom(xx,x,k)
has = 1;
% Perulangan i dari 2 hingga k
for i=2:k
    has = has.*(xx - x(i-1));
end
% ypol inilah yang akan digunakan pada fungsi PolinomialNewton
ypol = has;
end
```

```
% Ilham Nur Romdoni, M0520038

% Inisialisasi nama fungsi dan parameter
function P = PolinomialNewton(D,x,y)
% Sekarang akan dihitung sebuah yy=f(xx) dengan rumus polinomial Newton tersebut.
% Matriks D baris 1 kolom 1
yy = D(1,1);
% Perulangan untuk menutup setiap titik pada grafik
% Perulangan dilakukan pada baris ke-2 hingga n
n = length(x);
for k=2:n
% Penerapan dari rumus polinom newton
    yy = yy+D(k,k).*plinom(x,x,k);
end
% yy yang merupakan hasil dari P(x) yang ditemukan
yy
% Menampilkan grafik antara P(x) dengan f(x)
plot(x,y,'-wo', 'LineWidth',2, 'MarkerEdgeColor','k', 'MarkerFaceColor',[.49 1 .63], 'MarkerSize',12); hold on;
plot(x,yy,'-bs','LineWidth',1,'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor',[.1 .1 .5],'MarkerSize',6); grid on;
end
```

```
>> PolinomialNewton(D,T,p)

yy =

    1.9118    2.2398    2.5678    2.8958    3.2238    3.5518
```



Lingkaran hijau menunjukkan grafik untuk data dari rumus awal sedangkan garis biru untuk polinomial newton.

c. Tentukan tekanan gas nitrogen yang diperoleh pada suhu 0^0C, 40^0C, dan 80^0C dengan menggunakan fungsi P(x) yang didapat pada soal b.

```
>> P = inline('0.0082*x + 2.2398')

P =

     Inline function:
     P(x) = 0.0082*x + 2.2398

>> P(0), P(40), P(80)

ans =

    2.2398


ans =

    2.5678


ans =

    2.8958
```

Kasus 2 : (Kata kunci : PDB, Metode Euler, Metode Heun)

Model Mathematic, Civil Engineering

(24 poin) Sebuah tangki silinder vertikal yang berisi air akan dibuka katup di alasnya. Air akan mengalir dengan cepat saat tangki penuh dan melambat saat terus mengering sehingga timbullah tetes air. Tetesan air tersebut dapat dibentuk persamaan diferensial pada di bawah ini :

$$\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$$

Di mana *k* adalah konstanta tergantung pada bentuk lubang dan luas penampang tangki dan lubang pembuangan. Kedalaman air *y* diukur dalam meter dan waktu *t* dalam beberapa detik. Jika k = 0,06, bandingkan antara penyelesaian persamaan diferensial dengan solusi analitik dengan menggambarkan grafik dari awal sampai 0,5 menit dengan metode Euler dan Heun ! Asumsikan tingkat cairan awalnya 3 meter. (Gunakan h = 0,5)

a. Model Matematika

   Diketahui :

   k = 0,06

   t = 0 – 0,5 menit, jadi a = 0 detik dan b = 30 detik

   y(0) = 3 m

   h = 0,5 m

   Solusi analitik yang didapatkan adalah :

   $\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$

   $\frac{dy}{\sqrt{y}} = -kdt$

   $\int \frac{1}{\sqrt{y}}\, dy = \int -kdt$

   $2\sqrt{y} = -kt + C$

   $y = \left(\frac{-kt+C}{2}\right)^2$

   $3 = \left(\frac{0+C}{2}\right)^2 \to y(0) = 3$

   Sehingga $C = \sqrt{12}$

   Jadi $y(t) = \left(\frac{-0{,}06t+\sqrt{12}}{2}\right)^2$

b. Program MATLAB

1) Metode Euler

```
% Ilham Nur Romdoni, M0520038

function [x,y] = Euler (f, h, a, b, y0)
% n sebagai jumlah iterasi
n = (b-a)/h;
% x sama dengan nilai awal (a)
x = [a];
% y merupakan nilai y0
y = [y0];

% Perulangan for i dari 1 sampai dengan n
for i = 1:n,
% x baru
    x = [x;a+i*h];
% y baru menggunakan rumus euler
    y = [y;y(i)+h*f(x(i),y(i))];
end

% Untuk mengetahui hasil dari penghitungan eksak
xe = a:h:b;
ye = (((-0.06.*x)+sqrt(12))/2).^2;

% Untuk membandingkan nilai y dari pendekatan numerik dan eksak
plot(xe,ye,'--r',x,y,'b');
```

2) Metode Heun

```
% Ilham Nur Romdoni, M0520038

function [x,y] = Heun (f, h, a, b, y0)
% n sebagai jumlah iterasi
n = (b-a)/h;
% y1 merupakan nilai y0
y(1) = y0;
% x1 sama dengan nilai awal (a)
x(1) = a;

% Perulangan for i dari 1 sampai dengan n
% Perulangan untuk menerapkan rumus heun
for i = 1:n,
    x(i+1) = x(i) + h;
    k1 = h*f(x(i),y(i));
    k2 = h*f(x(i)+h,y(i)+k1);
    y(i+1) = y(i)+((k1+k2)/2);
end

y;

% Untuk mengetahui hasil dari penghitungan eksak
xe = a:h:b;
ye = (((-0.06.*x)+sqrt(12))/2).^2;

% Untuk membandingkan nilai y dari pendekatan numerik dan eksak
plot(xe,ye,'--r',x,y,'b');
```

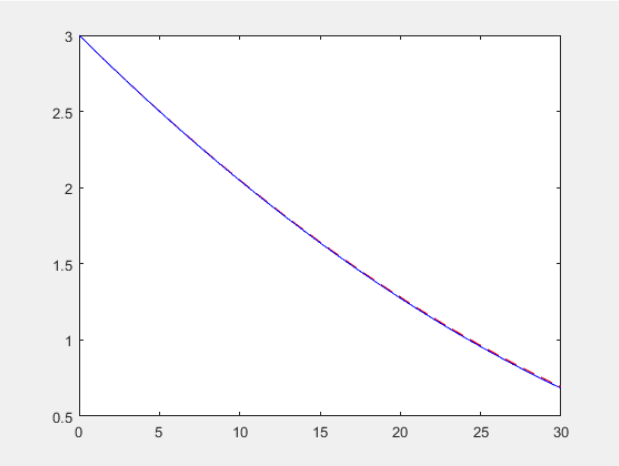
c. Input Output

```
>> f = inline('-0.06*sqrt(y)+0*x')

f =

     Inline function:
     f(x,y) = -0.06*sqrt(y)+0*x
```

Grafik untuk nilai eksak dibuat dengan warna merah dan garis putus-putus sedangkan grafik dari pendekatan numerik dibuat dengan warna biru.

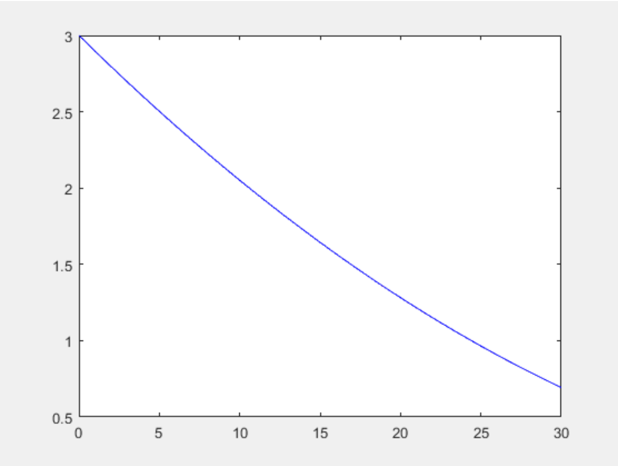
1) Metode Euler

```
>> Euler(f, 0.5, 0, 30, 3)
```



2) Metode Heun

```
>> Heun(f, 0.5, 0, 30, 3)
```



Dapat disimpulkan dari kedua metode pendekatan numerik untuk menghitung penyelesaian persamaan differensial metode Heun lebih mendekati solusi analitik. Hal ini karena metode Heun adalah pengembangan yang menyempurnakan metode Euler.