Struktur Data dan Algoritma

Binary Search Tree

Suryana Setiawan, Ruli Manurung & Ade Azurat
(acknowledgments: Denny)

Fasilkom UI

Tujuan

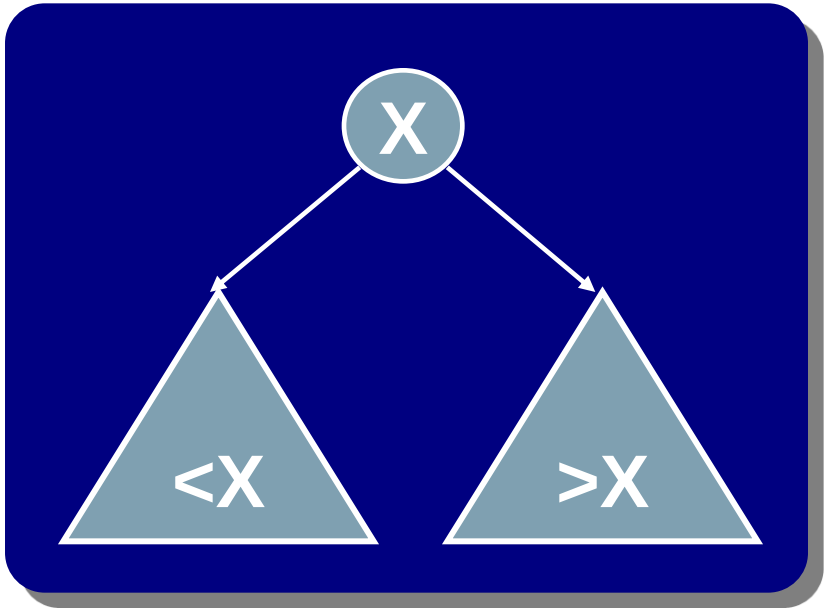
- Memahami sifat dari Binary Search Tree (BST)
- Memahami operasi-operasi pada BST
- Memahami kelebihan dan kekurangan dari BST

Outline

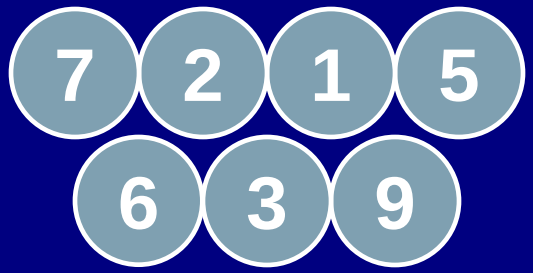
- Properties of Binary Search Tree (BST)
- Operation
  - Insert
  - find
  - remove

Properties of Binary Search Tree

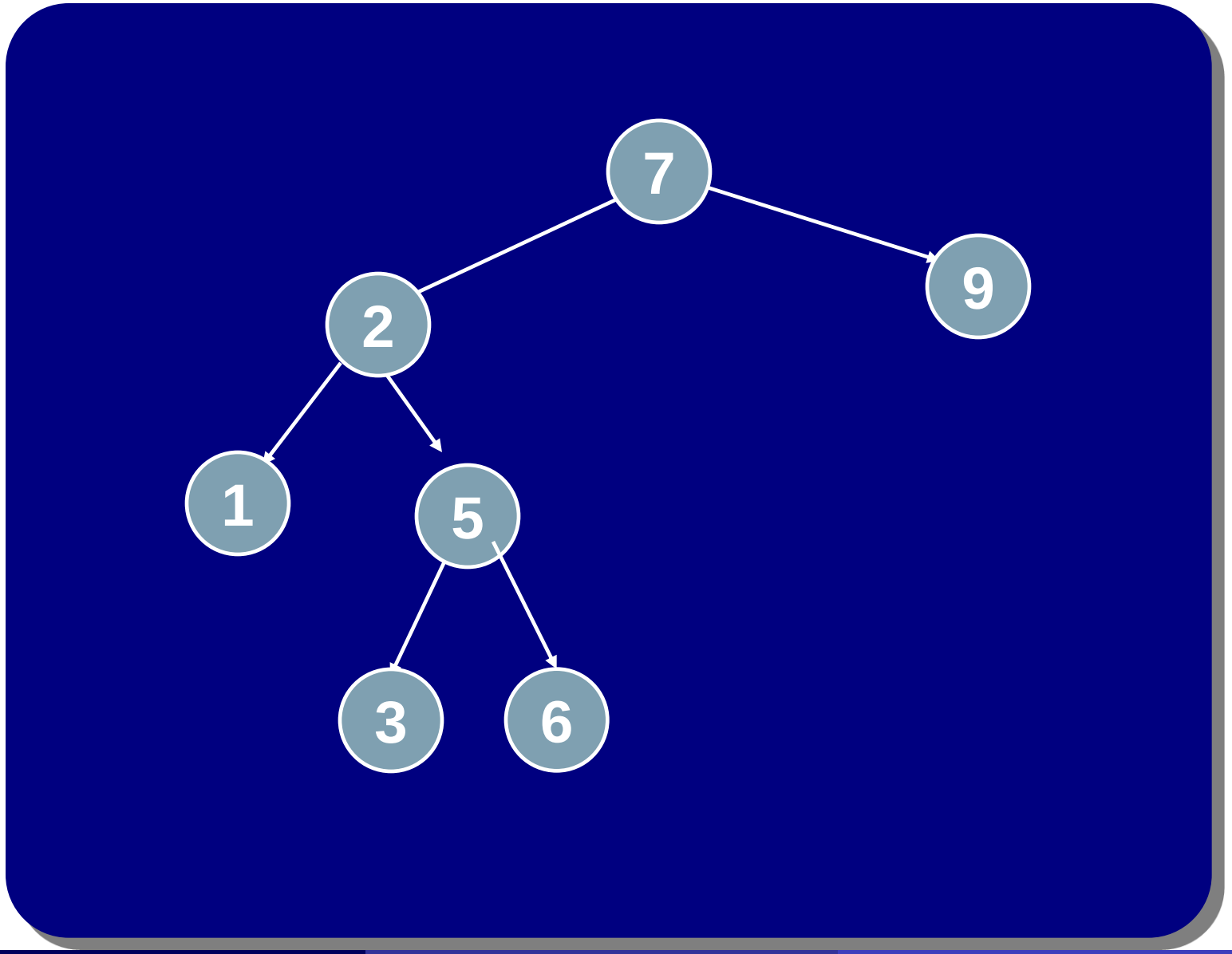
- Untuk setiap node X pada tree, nilai elemen pada subtree sebelah kiri selalu lebih kecil dari elemen node X dan nilai elemen pada subtree sebelah kanan selalu lebih besar dari elemen node X.
- Jadi object *elemen* **harus** comparable.



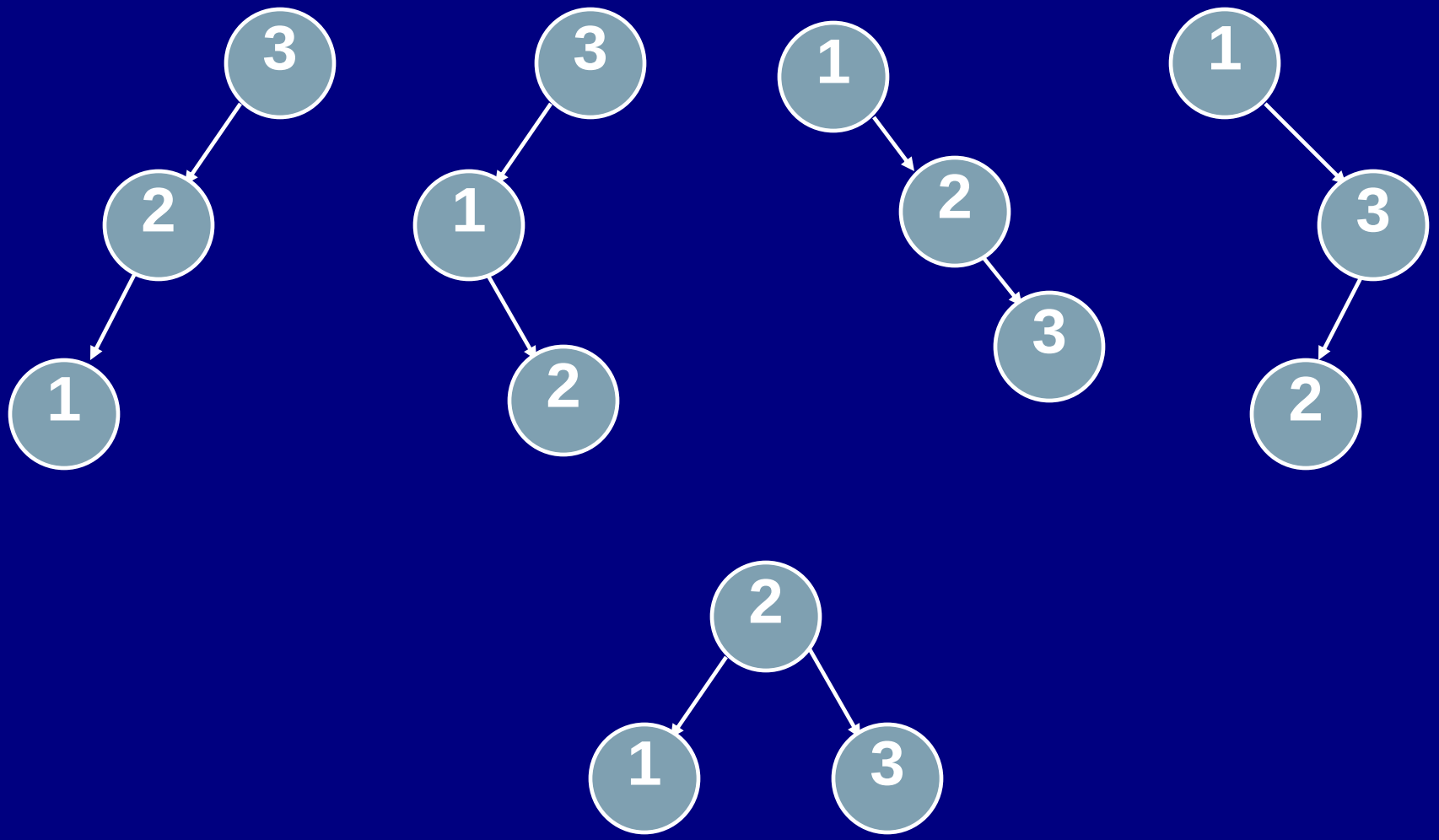
Binary Search Tree



Binary Search Tree



Binary Search Tree



Basic Operations

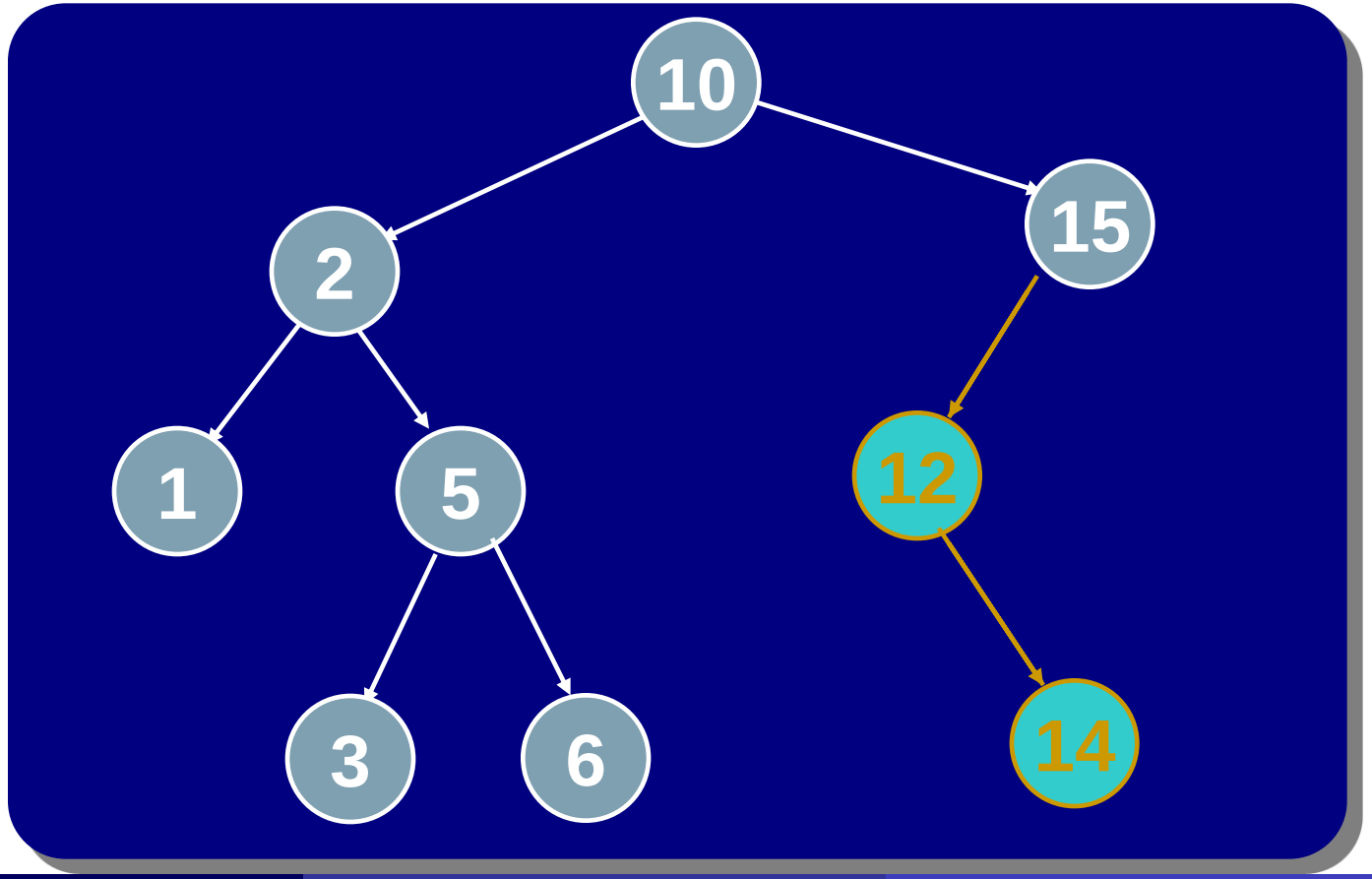
- insert
- findMin and findMax
- remove
- cetak terurut

Print InOrder

```
class BinaryNode {
void printInOrder( )
{
       if( left != null )
         left.printInOrder( );              // Left
       System.out.println( element );         // Node
       if( right != null )
           right.printInOrder( );             // Right
}
}

class BinaryTree {
public void printInOrder( )
{
       if( root != null )
          root.printInOrder( );
}
}
```

Insertion

- Penyisipan sebuah elemen baru dalam binary search tree, elemen tersebut pasti akan menjadi leaf



Insertion: algorithm

- Menambah elemen X pada binary search tree:
  - mulai dari root.
  - Jika X lebih kecil dari root, maka X harus diletakkan pada sub-tree sebelah kiri.
  - jika X lebih besar dari root, then X harus diletakkan pada sub-tree sebelah kanan.
- Ingat bahwa: sebuah sub tree adalah juga sebuah tree. Maka, proses penambahan elemen pada sub tree adalah sama dengan penambahan pada seluruh tree. (melalui root tadi)
  - Apa hubungannya?
  - permasalahan ini cocok diselesaikan secara rekursif.

Insertion

```
BinaryNode insert(int x, BinaryNode t)
{
    if (t == null) {
        t = new BinaryNode (x, null, null);
    } else if (x < t.element) {
        t.left = insert (x, t.left);
    } else if (x > t.element) {
        t.right = insert (x, t.right);
    } else {
        throw new DuplicateItem("exception");
    }
    return t;
}
```

FindMin

- Mencari node yang memiliki nilai terkecil.
- Algorithm:
  - ke kiri terus sampai buntu….:)
- Code:

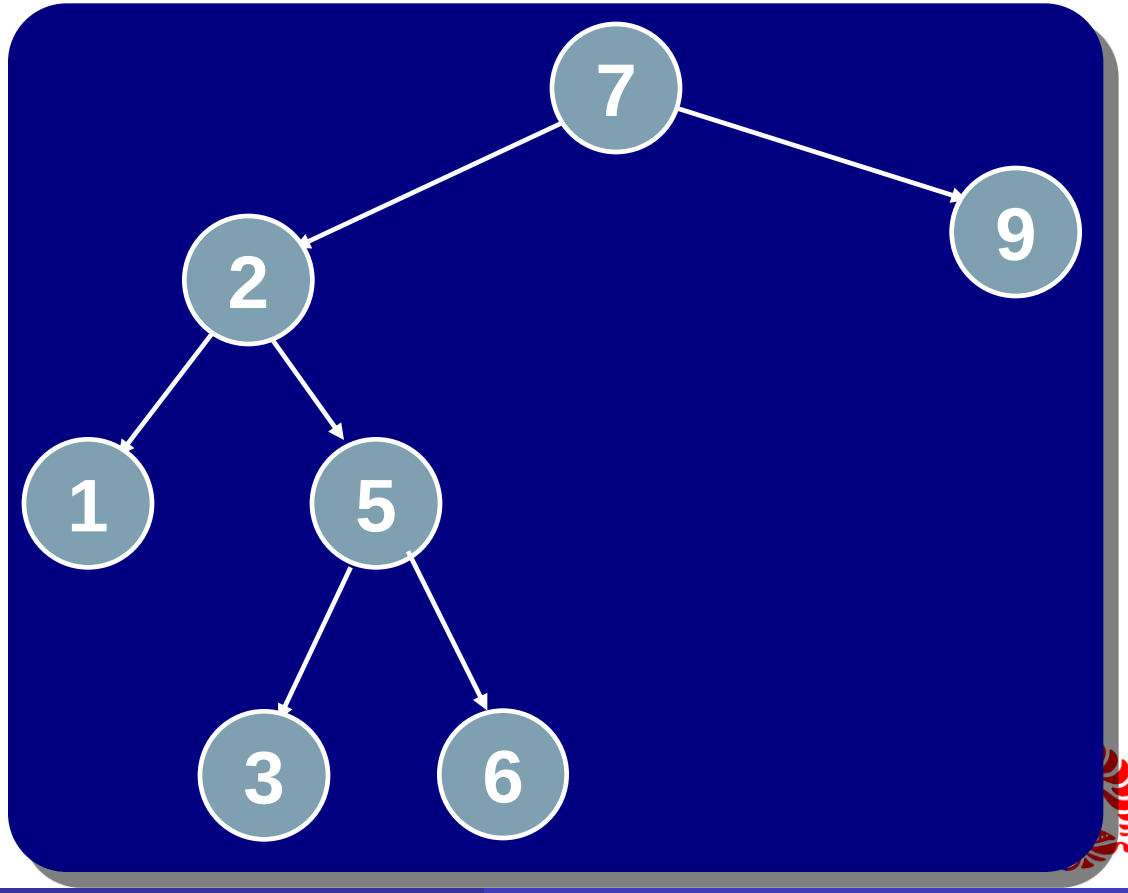
```
BinaryNode findMin (BinaryNode t)
{
    if (t == null) throw exception;

    while (t.left != null) {
        t = t.left;
    }
    return t;
}
```

FindMax

- Mencari node yang memiliki nilai terbesar
- Algorithm?
- Code?

Find

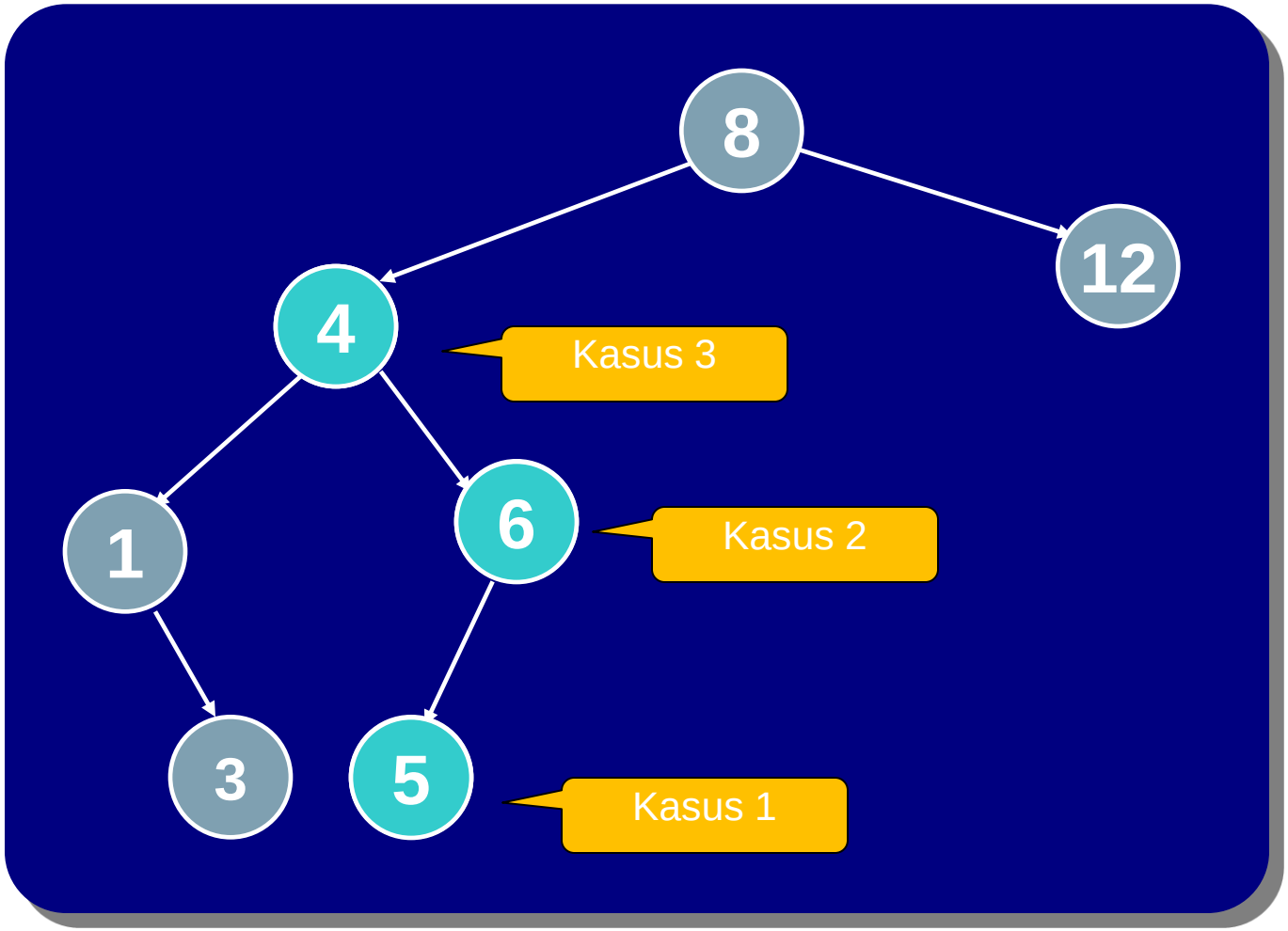
- Diberikan sebuah nilai yang harus dicari dalam sebuah BST. Jika ada elemen tersebut, return node tersebut. Jika tidak ada, return null.
- Algorithm?
- Code?



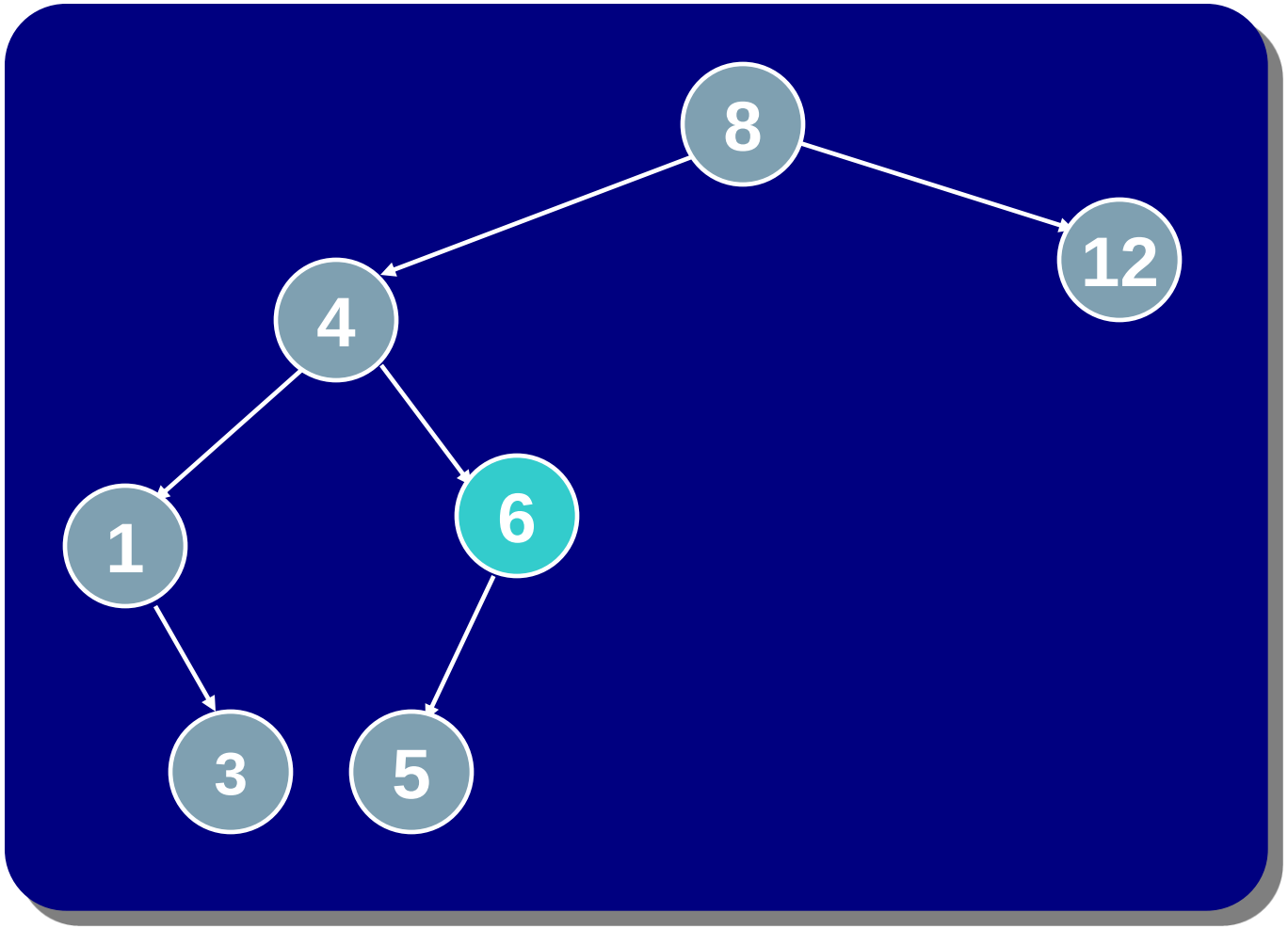
Remove

- **Kasus 1**: jika node adalah leaf (tidak punya anak), langsung saja dihapus.
- **Kasus 2**: jika node punya satu anak: node parent menjadikan anak dari node yang dihapus (cucu) sebagian anaknya. (mem-by-pass node yang dihapus).
- **Kasus 3**: jika node punya dua anak…..

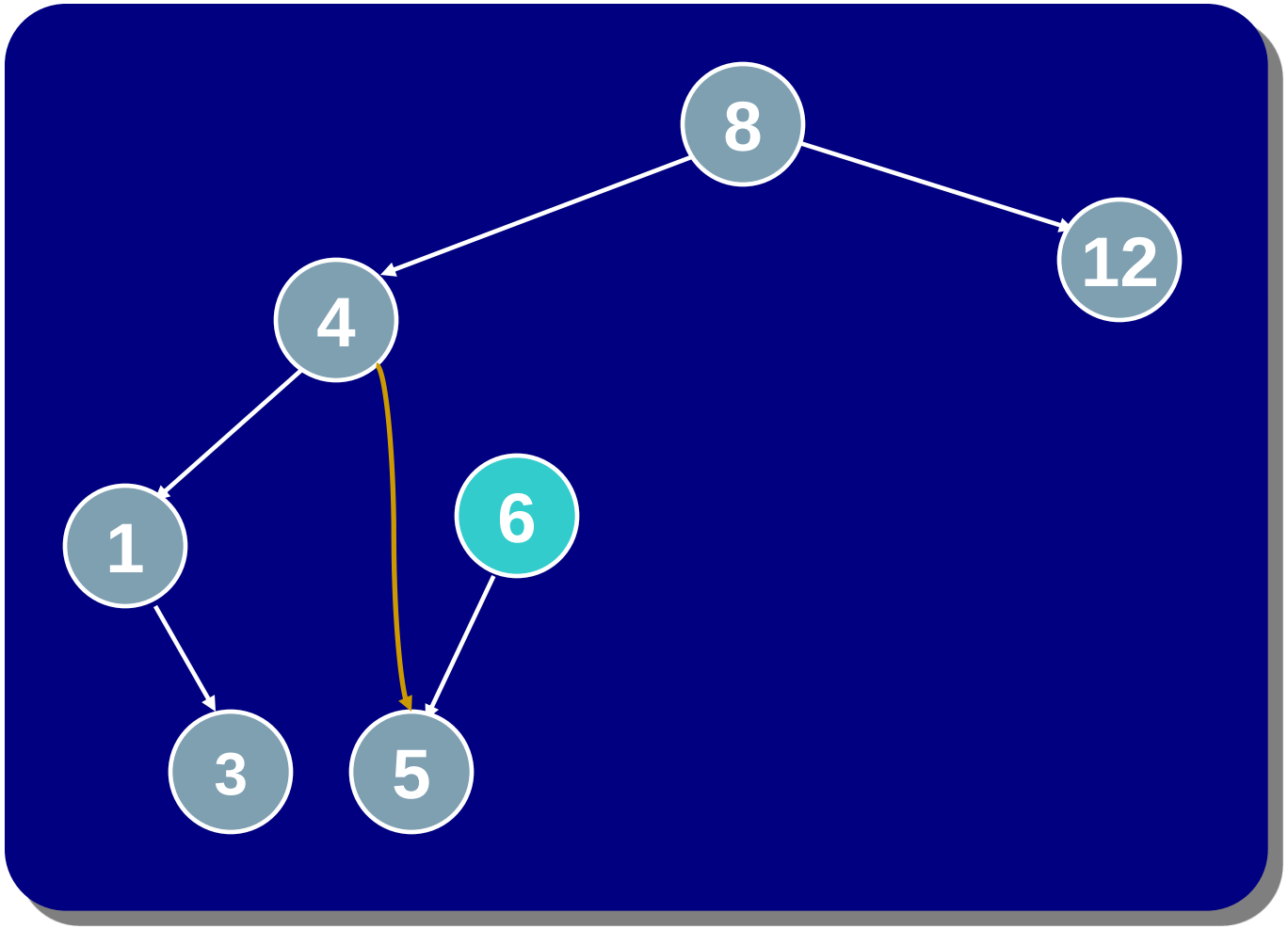
Remove



Removing 6



After 6 removed



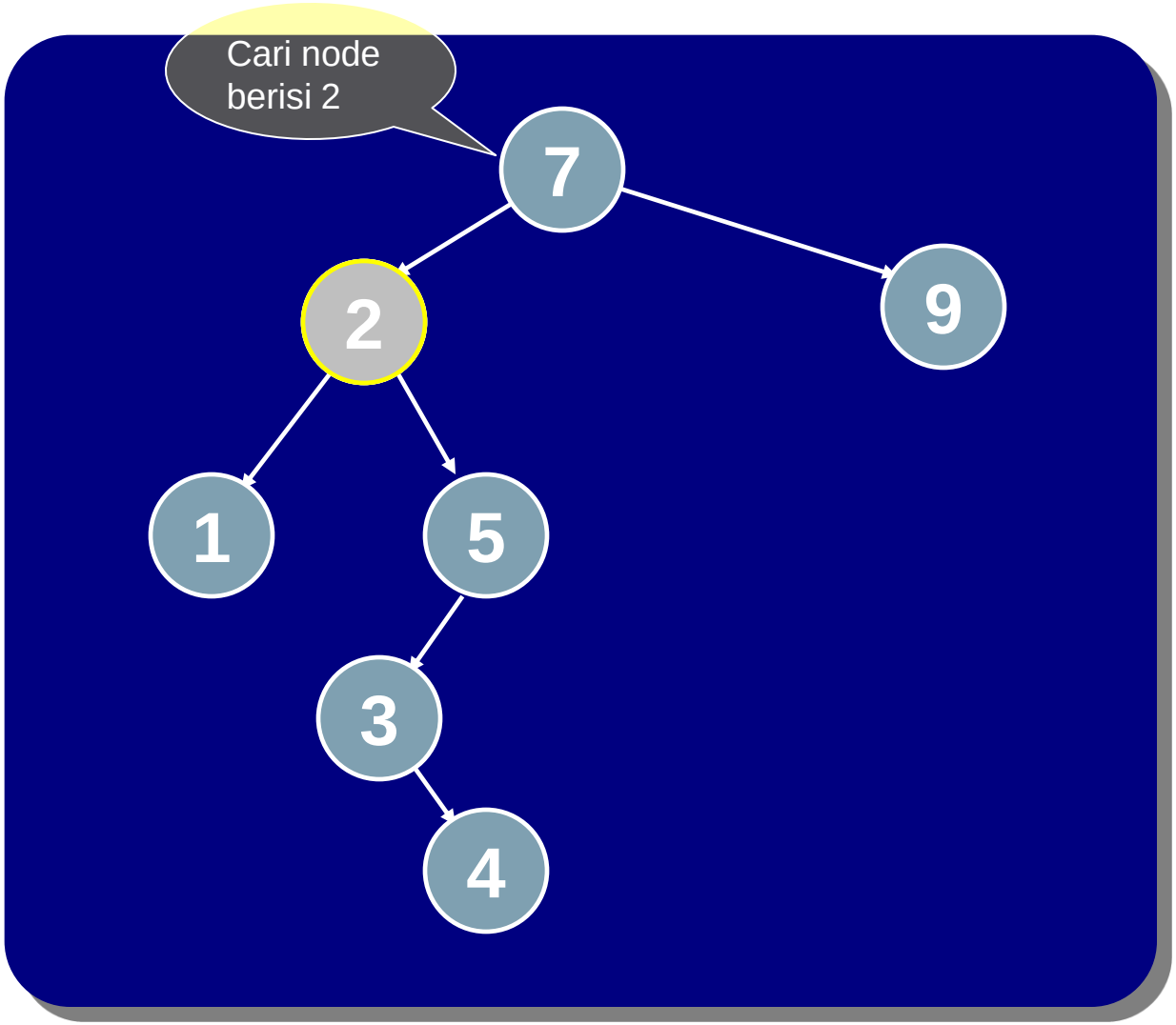
Remove (lanj.)

- Bagaimana bila node punya dua anak?
  1. Hapus isi node (tanpa mendelete node)
  2. Gantikan posisinya dengan:
     - Succesor Inorder node terkecil dari sub tree kanan, dilanjutkan dengan melakukan removeMin di subtree kanan.

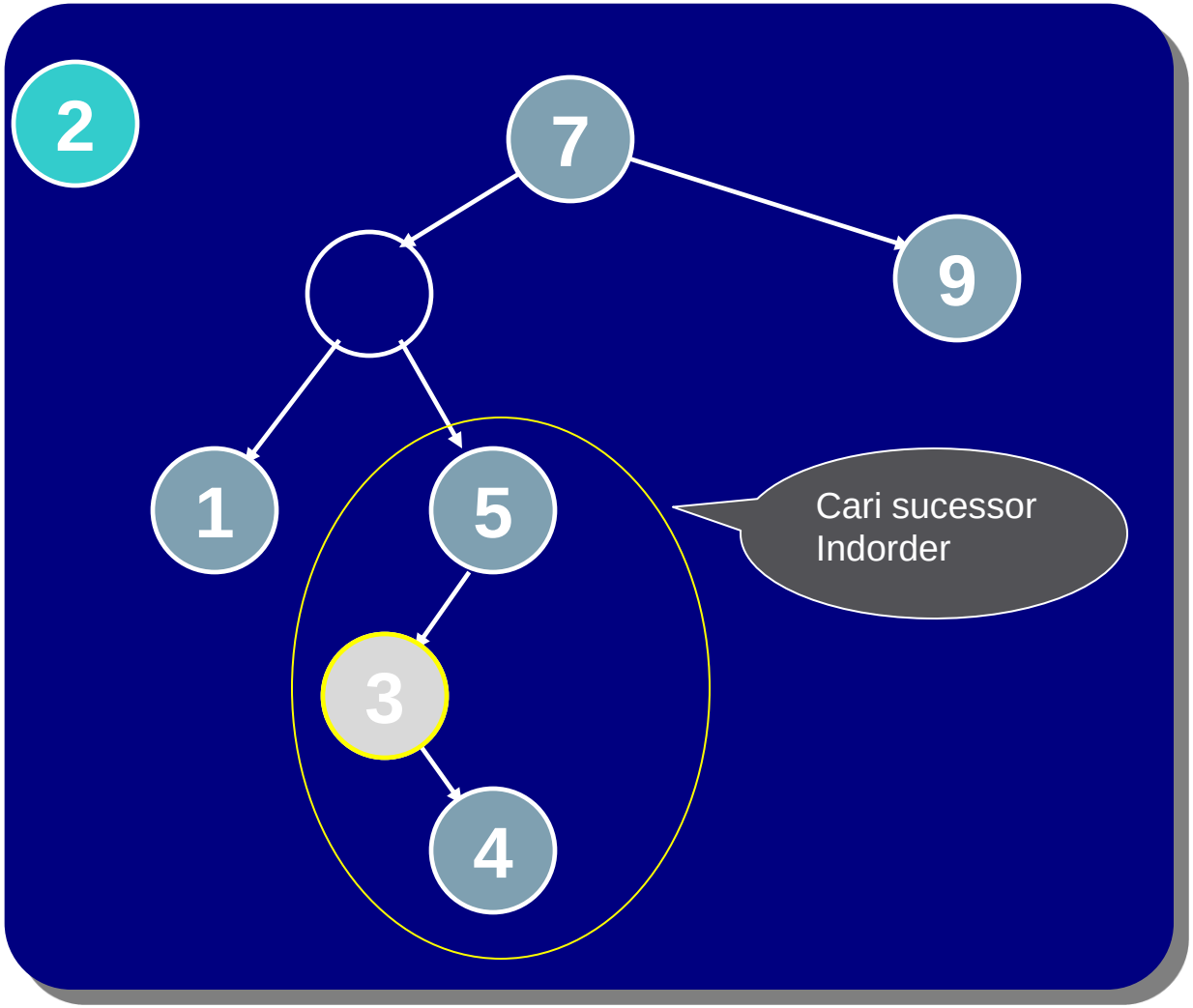
  [Alternatif: dengan kaidah Predecesor Inorder,

  2. Gantikan posisinya dengan:
     - Predecesor Inorder, node terbesar dari sub tree kiri, dilanjutkan dengan melakukan removeMax di subtree kiri.]

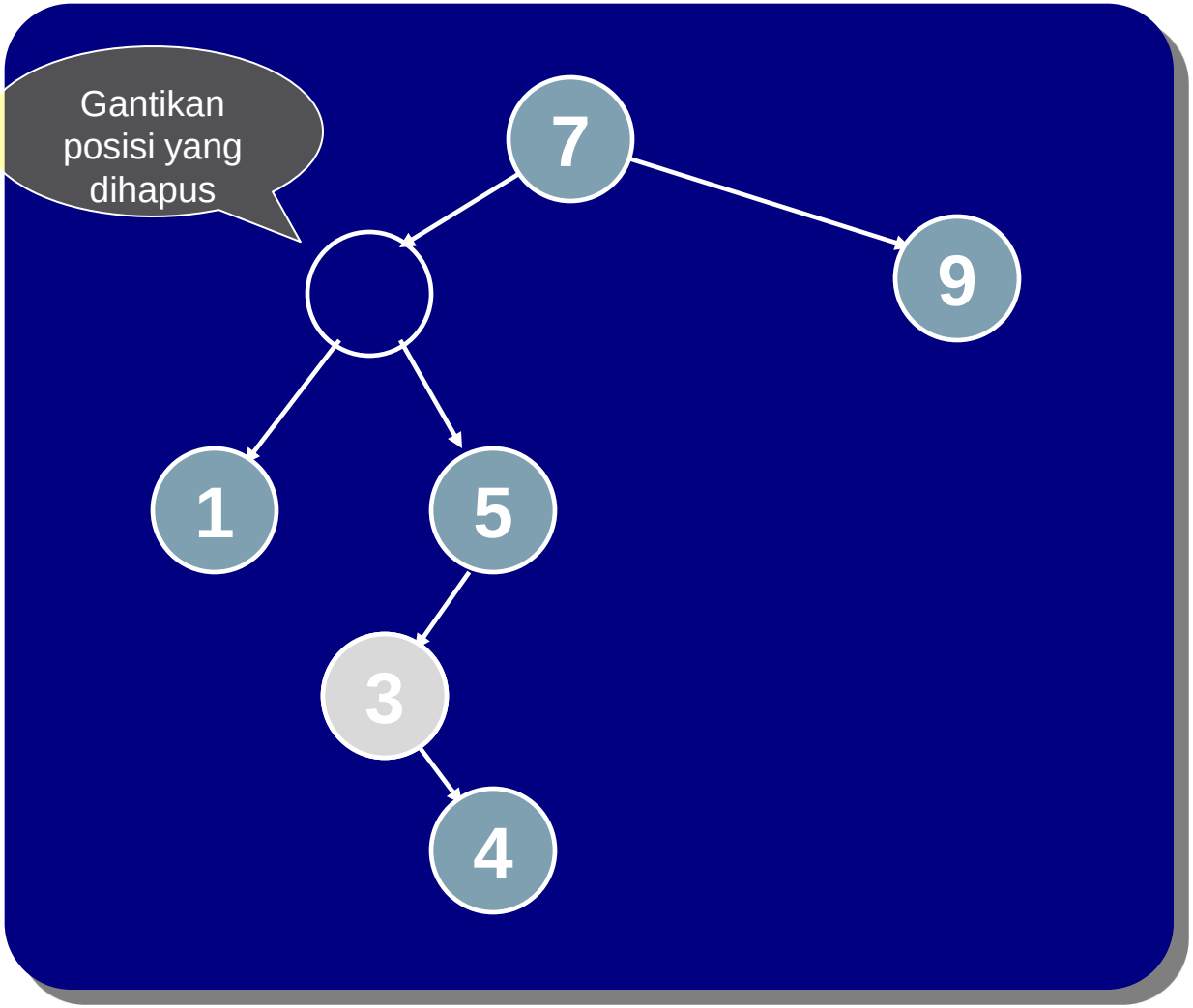
Removing 2 (Sucessor Inorder)



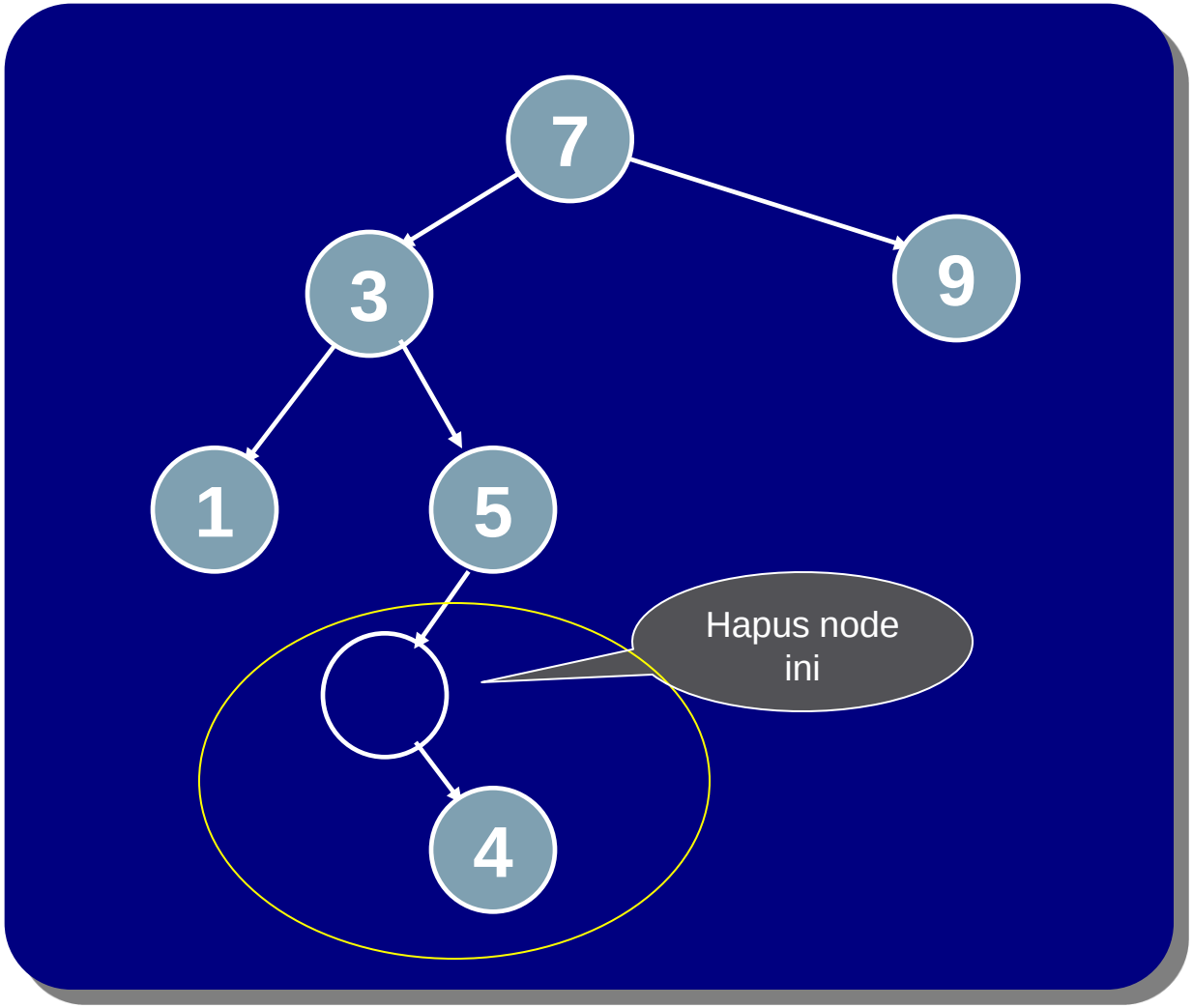
Removing 2 (Sucessor Inorder)



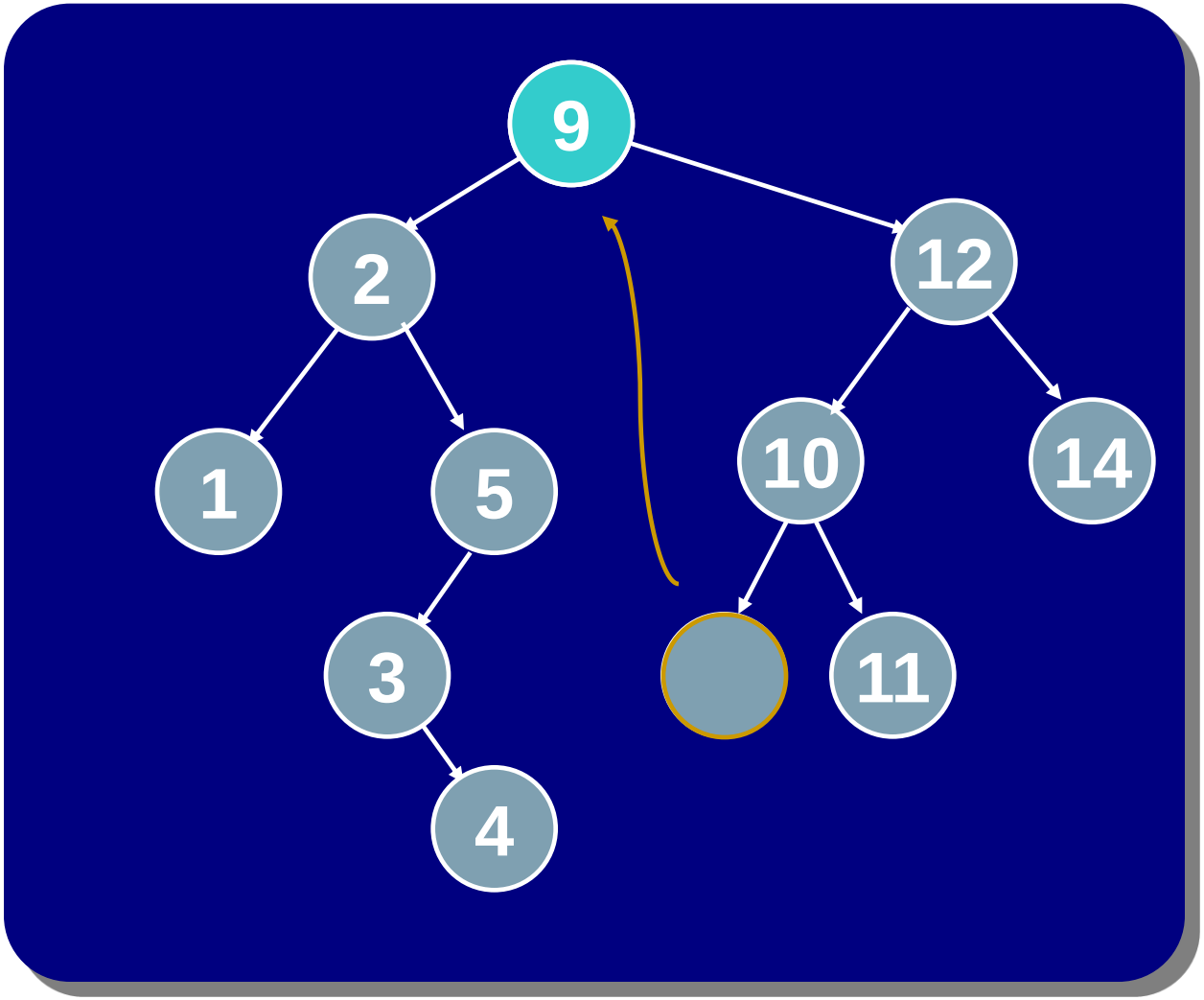
Removing 2 (Sucessor Inorder)



After 2 deleted



Removing Root



removeMin

```
BinaryNode removeMin(BinaryNode t)
{
    if (t == null) throw exception;

    if (t.left != null) {
            t.left = removeMin (t.left);
    } else {
       t = t.right;
    }
    return t;
}
```

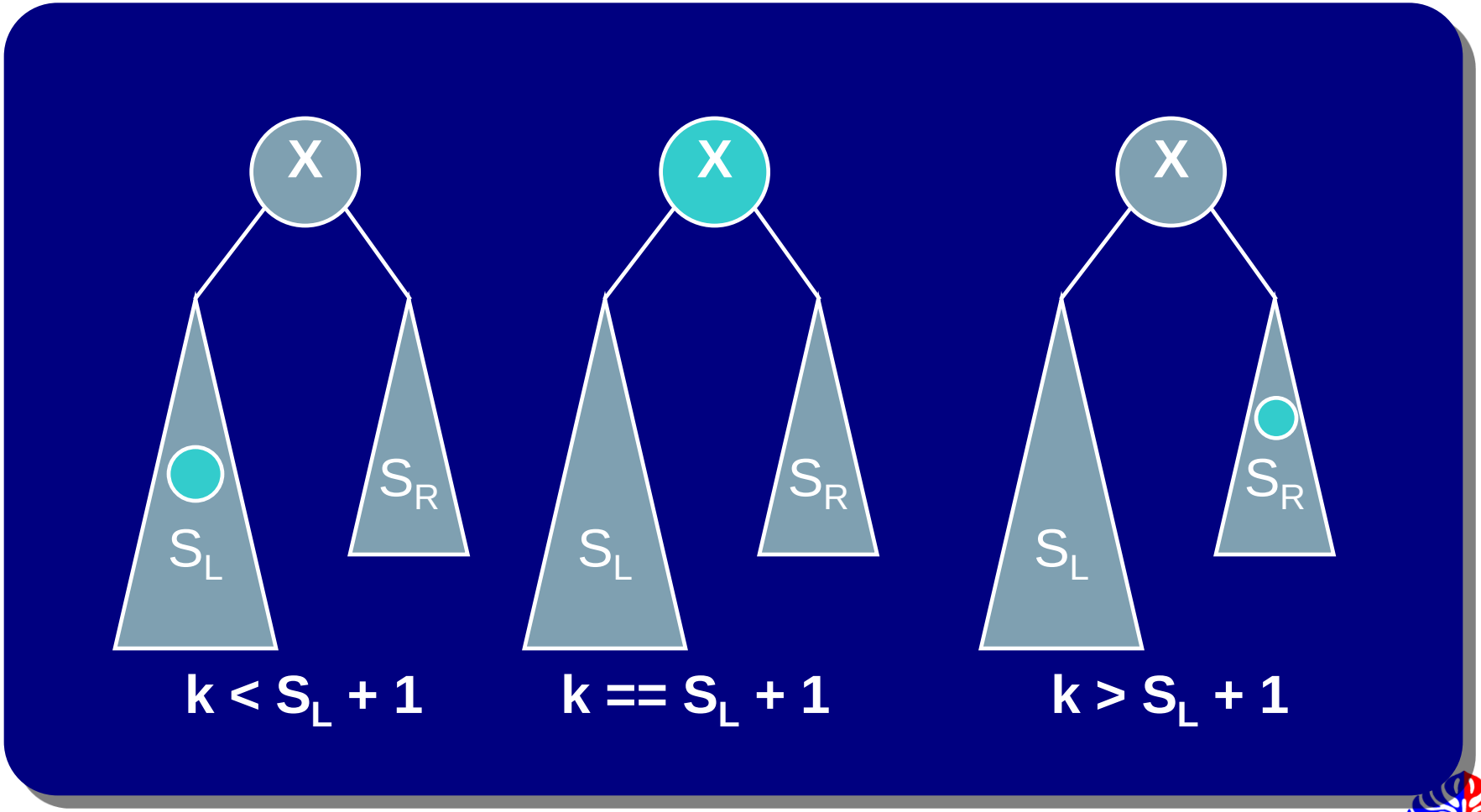
Remove

```
BinaryNode remove(int x, BinaryNode t) {
    if (t == null) throw exception;
    if (x < t.element) {
        t.left = remove(x, t.left);
    } else if (x > t.element) {
        t.right = remove(x, t.right);
    } else if (t.left != null && t.right != null) {
        t.element = findMin(t.right).element;
        t.right = removeMin(t.right);
    } else {
        t = (t.left != null) ? t.left : t.right;
    }
    return t;
}
```

removeMax

- code?

Find k-th element



Find k-th element

```
BinaryNode findKth(int k, BinaryNode t)
{
    if (t == null) throw exception;
    int leftSize = (t.left != null) ?
        t.left.size : 0;

    if (k <= leftSize ) {
        return findKth (k, t.left);
    } else if (k == leftSize + 1) {
        return t;
    } else {
        return findKth ( k - leftSize - 1, t.right);
    }
}
```

Analysis

- Running time:
  - insert?
  - Find min?
  - remove?
  - Find?
- Worst case: O(n)

Rangkuman

- Binary Search Tree menjamin urutan elemen pada tree.
- Tiap node harus comparable
- Semua operasi membutuhkan O(log n) - average case, saat tree relatif balance.
- Semua operasi membutuhkan O(n) - worst case, tinggi dari tree sama dengan jumlah node.

Selanjutnya:

- Sejauh ini struktur Binary Search terbentuk dengan asumsi data cukup acak sehingga seluruh bagian tree akan cukup terisi.
- Benarkah asumsi tersebut?
- Jika tidak benar, maka akan terbentuk tree yang "tidak balance" yang berakibat tidak tercapainya performance O(log n)
- Solusi?
- Dalam kuliah yad akan dibahas struktur binary tree dengan kemampuan auto-balancing → AVL tree