Ρομποτική

Εργασία

2023

Ηλιάνα Κόγια
(10090)

1 Τμήμα A

Δίνεται ο ρομποτικός βραχίονας ur10e με 6 βαθμούς ελευθερίας. Στόχος μας είναι να σχεδιάσουμε κατάλληλο σήμα ελέγχου $\dot{q}_r$, ώστε το άκρο του βραχίονα να παρακολουθεί την κινούμενη σφαίρα με επιθυμητό σχετικό προσανατολισμό και σχετική θέση.

1.1 Ερώτημα 1^o

Θέση και Προσανατολισμός του άκρου {E} ως προς το πλαίσιο της βάσης {0} για τις αρχικές τιμές των αρθρώσεων q_0
Για την εύρεση των p_oe και R_oe με δεδομένο το αρχικό διανύσμα των γωνιών των αρθρώσεων χρησιμοποιούμε το ευθύ κινηματικό.
Θεωρητική Ανάλυση:
Ο προσανατολισμός του πλαισίου {B} της μπάλας ως προς το αδρανειακό πλαίσιο {0} είναι:

$$R_{OB} = R_{OC}R_{CB}$$

δίνεται:

$$R_{OC} = I_3$$

άρα

$$\Rightarrow R_{OB} = R_{CB}$$

Ο προσανατολισμός του πλαισίου {E} του άκρου ως προς το αδρανειακό πλαίσιο {0} είναι:

$$R_{OE} = R_{OB}R_{BE}$$

$$\Rightarrow R_{OE} = R_{CB}R_{BE}$$

Για τη θέση του άκρου του βραχίονα ισχύει:

$$p_{OE} = p_{OB} + R_{OB}\, p_{BE}$$

$$p_{OE} = p_{OB} + R_{CB}\, p_{BE}$$

όπου για τη θέση της αρχής του πλαισίου της μπάλας ως προς το πλάισιο {0} ισχύει:

$$p_{OB} = p_{OC} + R_{OC}\, p_{CB}$$

$$\Rightarrow p_{OB} = p_{OC} + p_{CB}$$

δίνεται η θέση του πλαισίου της κάμερας {C} ως προς το πλαίσιο βάσης:

$$p_{OC} = [0.4 \quad 0 \quad 0.2]^T$$

Για δεδομένες αρχικές τιμές αρθρώσεων:
$q_0 = [-0.140, \quad -1.556, \quad -1.359, \quad +1.425, \quad -1.053, \quad -1.732]^T$ rad

και χρησιμοποιώντας την εντολή: robot.fkine(q0) λύνουμε το ευθύ κινηματικό και βρίσκουμε τις αρχικές τιμές των p_oe και R_oe, οι οποίες είναι:

$$p_{oe}(0) = [0.4 \quad -0.2905 \quad 0.8111]^T$$

$$R_{oe}(0) = \begin{bmatrix} -1 & 0.0003 & 0.0004 \\ 0.0001 & 0.8661 & -0.4999 \\ -0.0005 & -0.4999 & -0.8661 \end{bmatrix}$$

Θεωρητικά: Το ευθύ κινηματικό για έναν βραχίονα 6 αρθρώσεων υπολογίζεται από τον ομογενή μετασχηματισμό που συνδέει το πλαίσιο του άκρου και της βάσης:

$$g_{oe} = g_{o1}\, g_{12}\, g_{23}\, g_{34}\, g_{45}\, g_{56}\, g_{6e}$$

όπου ο ομογενής μετασχηματισμός που συνδέει δύο γειτονικούς συνδέσμους δίνεται από την σχέση :

$$g_{i-1,i} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} & 0 & a_{i-1} \\ s_{\theta_i}c_{\alpha_{i-1}} & c_{\theta_i}c_{\alpha_{i-1}} & -s_{\alpha_{i-1}} & -s_{\alpha_{i-1}}d_i \\ s_{\theta_i}s_{\alpha_{i-1}} & c_{\theta_i}s_{\alpha_{i-1}} & c_{\alpha_{i-1}} & c_{\alpha_{i-1}}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

γνωρίζοντας,λοιπόν, τις γωνίες των αρθρώσεων και τις υπόλοιπες κινηματικές παραμέτρους βρίσκουμε την εκάστοτε στροφή R και θέση p.

1.2 Ερώτημα 2^o - Κινηματικός Έλεγχος

Για να επιτύχουμε το άκρο του βραχίονα να παρακολουθεί την κινούμενη σφαίρα με προσανατολισμό $R_{BE} = Rot(y, 180^o)$ και θέση $p_{BE} = [0 \quad 0 \quad 0.45]^T$ εφαρμόζουμε κινηματικό έλεγχο για το άκρο: Closed Loop Inverse Kinematics (CLIK algorithm) για την παρακολούθηση της τροχιάς αναφοράς $p_{doe}, \dot{p_{doe}}, Q_{doe}, \omega_d$
Η τροχιά αναφοράς στην περίπτωση μας προκύπτει από την τροχιά της κινούμενης σφαίρας ως εξής:

Έστω το σφάλμα θέσης της αρχής του πλαισίου του άκρου ως προς το πλαίσιο της βάσης:

$$e_p = p_{oe} - p_{doe}$$

και με δεδομένα τον τρέχοντα προσανατολισμό Q και τον επιθυμητό Q_d (σε μορφή quaternion) το σφάλμα προσανατολισμού μεταξύ των Q, Q_d εκφράζεται ως εξής:
έχουμε αρχικά:

$$Q_e = Q_{oe} * Q_{doe}^{-1}$$

και επιλέγουμε από τους τρεις τρόπους ορισμού του σφάλματος προσανατολισμού που υπάρχουν στη βιβλιογραφία (e_i) την λογαριθμική έκφραση (έχει ισχυρότερη μαθηματική θεμελίωση και για μηδενικό αρχικό σφάλμα θέσης οδηγεί σε γραμμική συμπεριφορά του αυτόνομου συστήματος κλειστού βρόχου):

$$e_l = 2log(Qe) = \theta_e k_e$$

και αντίστοιχα έχουμε τον πίνακα $J_l(Qe)$.
Υλοποιούμε κινηματικό έλεγχο στο σύστημα του άκρου. Η είσοδος ελέγχου σε μορφή ταχύτητας στο χώρο εργασίας είναι:

$$u = V = \begin{bmatrix} \dot{p}_{oe} \\ \omega_{oe} \end{bmatrix}$$

με ω_{oe} εννοούμε την γωνιακή ταχύτητα του άκρου εκφρασμένη στο αδρανειακό.
Για αυτόνομο σύστημα κλειστού βρόχου επιλέγουμε την είσοδο ελέγχου:

$$u = \begin{bmatrix} \dot{p}_d \\ R_e\omega_d \end{bmatrix} - K \begin{bmatrix} e_p \\ e_o \end{bmatrix}$$

Το σύστημα κλειστού βρόχου για τον προσανατολισμό γίνεται:

$$J_l^{-1}(Qe)\dot{e}_l + K_o e_l = 0$$

Οι εντολές ταχύτητας των αρθρώσεων βρίσκονται από την παρακάτω σχέση:

$$\dot{q}_r = J^{-1}(q)u$$

Το σύστημα είναι εκθετικά ευσταθές σε μοναδικό σημείο ισορροπίας στο οποίο ισχύει:

$$p_{oe} = p_{doe} \quad \dot{p}_{oe} = \dot{p}_{doe}$$

$$Q_{oe} = Qd_{oe} \quad \omega_{oe} = \omega d_{oe}$$

Η γωνιακή ταχύτητα του πλαισίου του άκρου εκφρασμένη ως προς το αδρανειακό πλαίσιο της βάσης συνδέεται με την χρονική παράγωγο ενός unit quaternion $\dot{Q}$ με την παρακάτω σχέση:

$$\omega = 2J_Q^T(Q)\dot{Q}$$

$$J_Q(Q) = \begin{bmatrix} -\varepsilon^T \\ \eta I_3 - S(\varepsilon) \end{bmatrix}$$

Εύρεση του πίνακα στροφής Rcb:

Γνωρίζουμε ότι η γραμμική ταχύτητα v_{cb} της μπάλας εκφρασμένη στο πλαίσιο C της κάμερας έχει κατεύθυνση πάντα εφαπτόμενη στη τροχιά. Επίσης, η σφαίρα κινείται στο επίπεδο x = 0.4, οπότε η γραμμική ταχύτητα έχει συνιστώσες μόνο ως προς y_c, z_c. Οπότε, ο προσανατολισμός R_{cb} θα αποτελεί σε όλη την κίνηση της σφαίρας μια στροφή κατά γωνία ϑ γύρω από τον άξονα x.

$$R_{cb} = Rot(x, \theta)$$

Εύρεση γωνίας ϑ:
Βρίσκουμε τη γωνία ϑ μεταξύ των αξόνων y_b, y_c ως εξής:

$$\theta = cos^{-1}\left(\frac{|y_{vcb}|}{||v_{cb}||}\right)$$

**Ωστόσο, οι τιμές των $v_{cb}(2)$ και $v_{cb}(3)$ λαμβάνουν και αρνητικές τιμές.
Επομένως για τις περιπτώσεις που οι δύο συνιστώσες της γραμμικής ταχύτητας είναι ομόσημες λαμβάνουμε την παραπάνω γωνία ϑ αυτούσια, διαφορετικά (δηλαδή ετερόσημες) λαμβάνουμε την γωνία $\theta = -\theta$ για την εύρεση της σωστής στροφής.
Ουσιαστικά με αυτόν τον τρόπο βρίσκουμε τη γωνία κατά την οποία πρέπει να στραφούμε γύρω από τον άξονα x ώστε τα πλαίσια B και C να ταυτιστούν ($y_c- > y_b$, θεωρώντας δεξιόστροφα πλαίσια).
Ετσι, σύμφωνα με τα παραπάνω για τον αρχικό πίνακα Rcb, δεδομένης της αρχικής κατεύθυνσης του y_b (εκφρασμένη σε συντεταγμένες του C) η γωνία ϑ είναι:

$$\theta = -cos^{-1}(\frac{0.9351}{1})$$

αρνητικό πρόσημο διότι οι συνιστώσες κατά y και z είναι ετερόσημες.

Επεξήγηση υλοποίησης αλγορίθμου CLIK:
Δημιουργούμε τις δύο κλάσεις (mdl_ur10e, Wspace), όπως έχουν δοθεί
Υπολογίζουμε, αρχικά, από το ευθύ κινηματικό τα poe, Roe μέσω του q0
Καλούμε την Wspace για Ts = 0 ώστε να έχουμε την αρχική θέση και ταχύτητα της σφαίρας
Βρίσκουμε τον αρχικό προσανατολισμό Rcb
Αρχικοποιούμε όλες τις απαραίτητες μεταβλητές.

Σε κάθε κύκλο ελέγχου k:
Έχοντας τα poe, Roe από το ευθύ κινηματικό για τις τρέχουσες γωνίες q των αρθρώσεων, λαμβάνουμε τα δεδομένα της σφαίρας και βρίσκουμε την νέα επιθυμητή θέση pdoe του πλαισίου του άκρου ως προς το αδρανειακό πλαίσιο της βάσης.
Στη συνέχεια βρίσκουμε την γραμμική ταχύτητα $\dot{p}_{doe}$ με αριθμητική παραγώγιση της αντίστοιχης επιθυμητής θέσης για dt = Ts και δημιουργούμε το σφάλμα θέσης e_p.Υπολογίζουμε, το $u_1 = \dot{p_d} - K_p e_p$ που θα χρησιμοποιήσουμε στο νόμο ελέγχου u

Όσον αφορά τον προσανατολισμό:
Έχοντας τον τρέχων Roe βρίσκουμε το αντίστοιχο unit quaternion Q. Ο νέος επιθυμητός προσανατολισμός για το άκρο υπολογίζεται ως εξής:

$$Rd_{oe} = Roc\, Rcb\, Rbe = Rcb\, R_d be$$

με την δοθείσα επιθυμητή στροφή $R_d be = Rot(y, 180)$ και έπειτα από το Rd προκύπτει το αντίστοιχο Qd
Υπολογίζεται το $Qe = Q * Qd^{-1}$ και εκφράζεται το λογαριθμικό σφάλμα προσανατολισμού ως $el = \theta e\, ke$
Η επιθυμητή γωνιακή ταχύτητα ω_d του άκρου εκφρασμένη στο αδρανειακό πλαίσιο βρίσκεται μέσω αριθμητικής παραγώγισης του Qd και χρήση του τύπου $\omega_d = 2J^T_{Qd}(Qd)\dot{Qd}$ που αναφέρθηκε παραπάνω. Υπολογίζεται, το $u_2 = R_e \dot{\omega}_d - K_o e_o$

Από το νόμο ελέγχου **u** μέσω της αντίστροφης Ιακωβιανής του βραχίονα (μη πλεονασματικό ρομπότ) υπολογίζονται οι εντολές ταχύτητας των αρθρώσεων $\dot{q}_r = J^{-1}(q)u$

Όρια στην ταχύτητα και την επιτάχυνση:
$\dot{q}_{rmax} = [120, \quad 120, \quad 180, \quad 180, \quad 180, \quad 180]^T$
$\ddot{q}_{max} = 250 rad/sec^2$
Για την εξασφάλιση των δεδομένων ορίων στην ταχύτητα των αρθρώσεων εφαρμόζεται η συνάρτηση κορεσμού (saturation function) στο σήμα $\dot{q}_r$
Η επιτάχυνση, στη συνέχεια, $\ddot{q}$ προκύπτει από την αριθμητική παραγώγιση του σήματος της ταχύτητας $\dot{q}_r$.
Για την αποφυγή της υπέρβασης των ορίων της επιτάχυνσης των αρθρώσεων χρησιμοποιείται χαμηλοπερατό φίλτρο στη ταχύτητα. Συγκεκριμένα, για διακριτό χρόνο είναι της μορφής:

$$\dot{q}_{rfiltered} = (1 - alpha) * \dot{q}_{rfiltprevious} + alpha * \dot{q}r$$

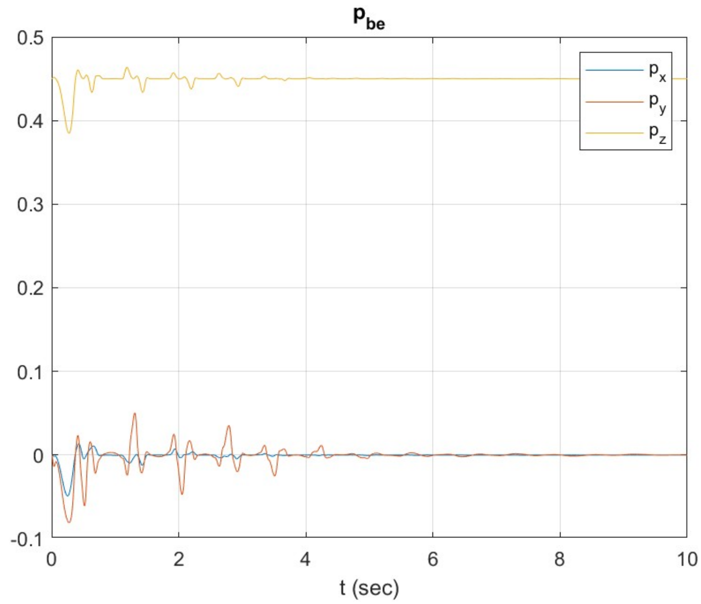
Η μεταβλητή α του χαμηλοπερατού φίλτρου επιλέγεται με τη μέθοδο trial and error έως ότου η επιτάχυνση των αρθρώσεων να είναι εντός του διαστήματος [-250, 250]rad/s^2.

$$\alpha = 0.158$$

Τα κέρδη, επίσης, που απαιτούνται για τον ελεγκτή επιλέχθηκαν ίσα με: $K_p = 50$ και $K_o = 70$
Για την εύρεση των νέων γωνιών q των αρθρώσεων ολοκληρώνουμε αριθμητικά την παραπάνω ταχύτητα των αρθρώσεων με Euler Integration.
Παρατήρηση: Με τον συγκεκριμένο αλγόριθμο (CLIK) βρίσκουμε τις εκάστοτε γωνίες των αρθρώσεων χωρίς να απαιτείται η λύση του αντίστροφου κινηματικού προβλήματος, το οποίο σε πολλές περιπτώσεις είναι δύσκολο, κοστίζει υπολογιστικά και αυξάνει την πολυπλοκότητα.Στην περίπτωση μας απαιτείται μόνο το ευθύ κινηματικό.

Παρατίθεται παρακάτω το διάγραμμα της θέσης του άκρου p_{BE} του βραχίονα ως προς το πλαίσιο {B} της σφαίρας:

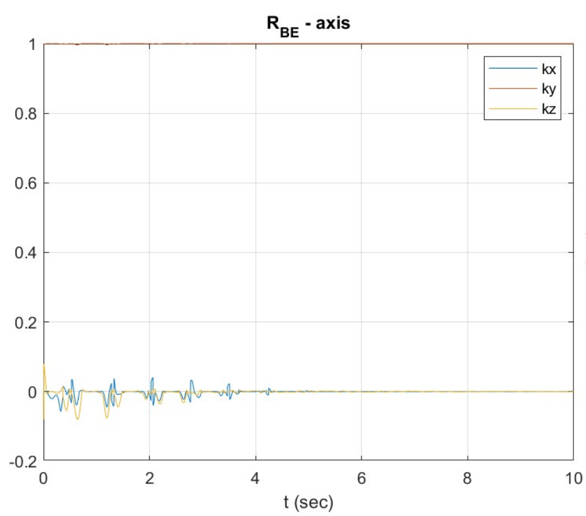
$$p_{BE} = R_{CB}^T(p_{OE} - p_{OB})$$

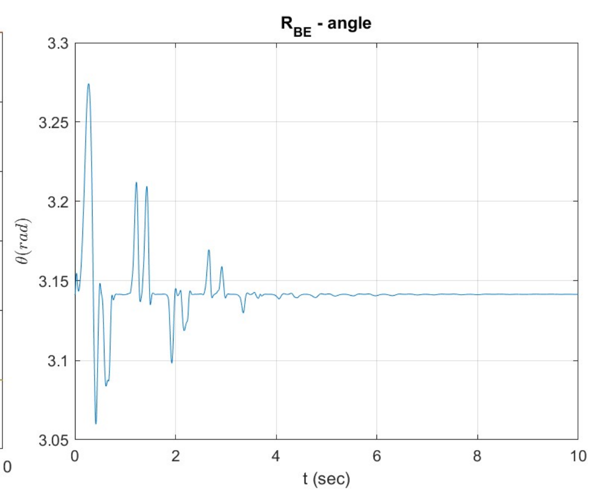


Ακολουθούν παρακάτω τα διαγράμματα του προσανατολισμού R_{BE} σε μορφή ισοδύναμου άξονα/γωνίας:
σε κάθε κύκλο ελέγχου ο προσανατολισμός υπολογίζεται από τη σχέση:

$$R_{BE} = R_{CB}^{T}\, R_{OE}$$

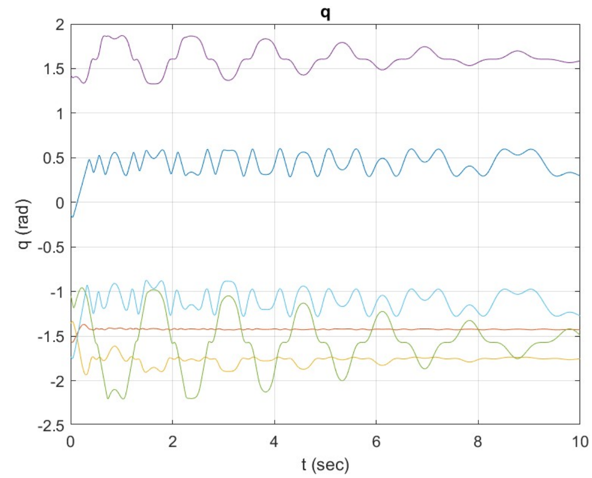
*Σημείωση: γνωρίζουμε ότι $R_{k,\theta} = R_{-k,-\theta}$, οπότε για τα παρακάτω διαγράμματα για να μην βλέπουμε ταλάντωση μεταξύ -1 και 1 (αλγοριθμικό θέμα) αλλάζουμε στον ισοσύναμο άξονα -k όταν το k ισούται με -1 αντικαθιστώντας στη γωνία ϑ την (2π-ϑ).

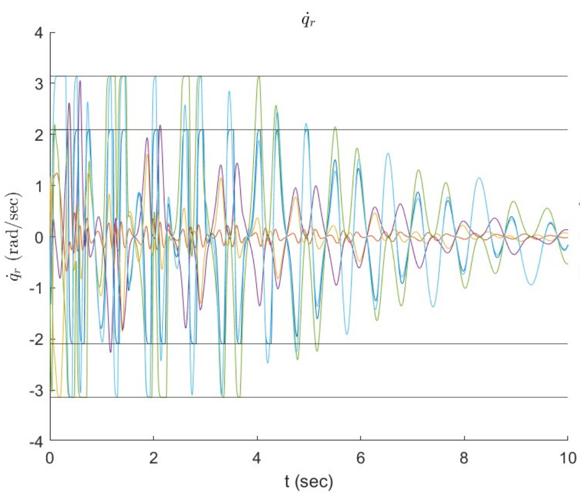


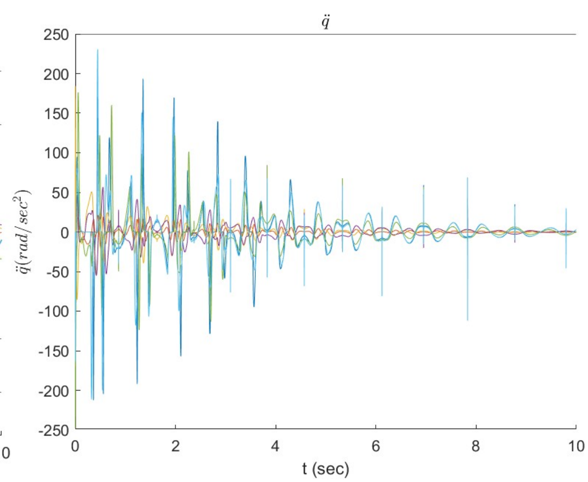


Παρατηρούμε ότι ο άξονας k είναι ο [0,1,0] και η γωνία ισούται με 3,14 rad δηλαδή 180^o.Επομένως, επιτυγχάνουμε τον επιθυμητό σχετικό προσανατολισμό Rot(y,180)

Τα διαγράμματα που απεικονίζουν τις αποκρίσεις θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης των αρθρώσεων:

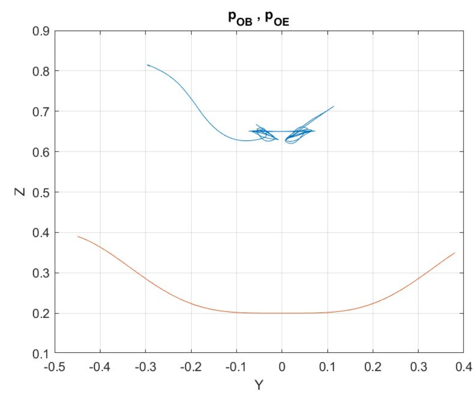




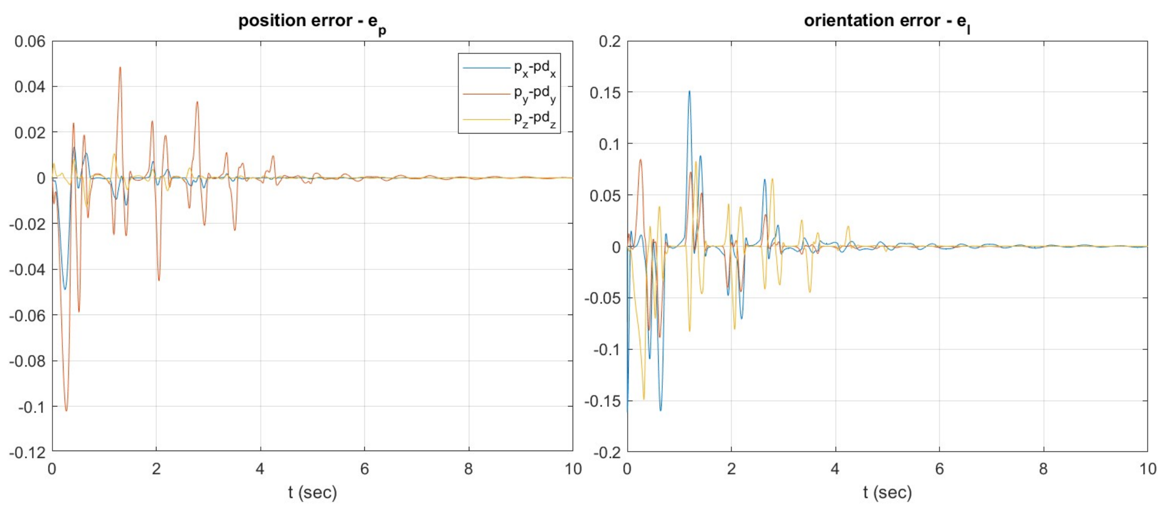


Τα ζητούμενα όρια επιτάχυνσης επιτυγχάνονται.

Παρακάτω απεικονίζεται η θέση των πλαισίων {B} και {E} ως προς το αδρανειακό {O} κατά την ταλάντωση:

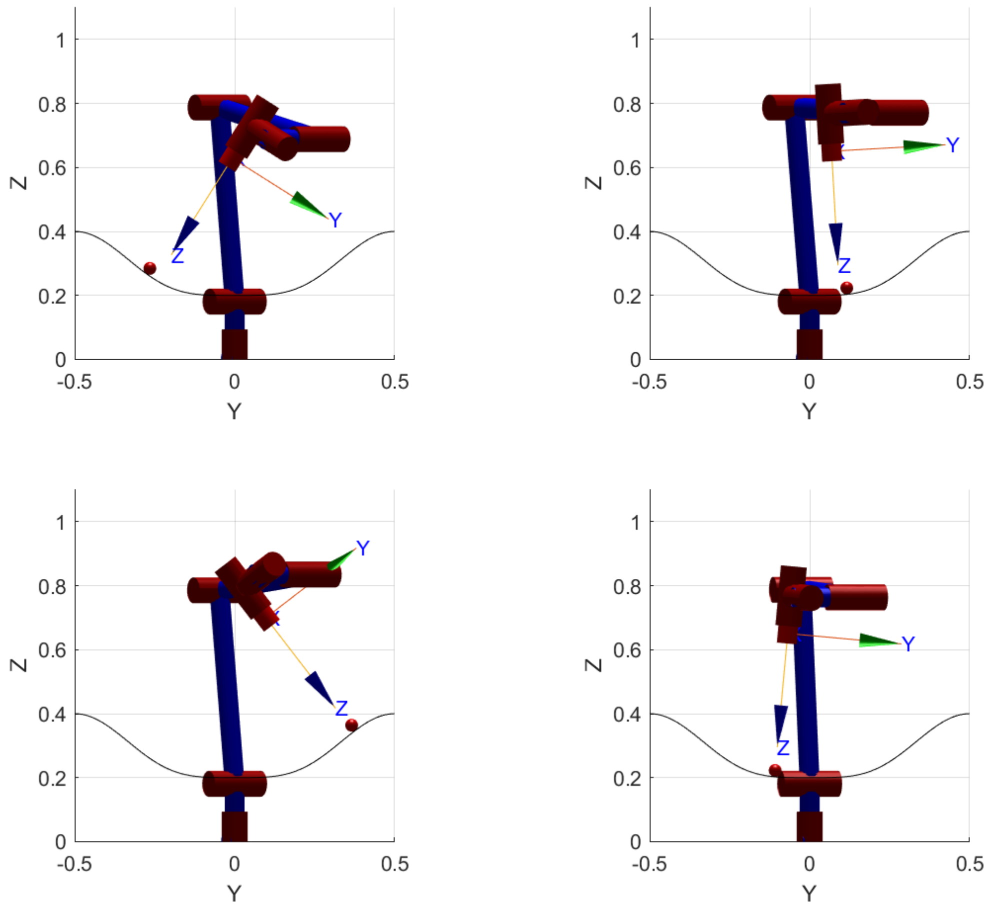


Σφάλματα θέσης και προσανατολισμού συναρτήσει του χρόνου:



Παρατηρούμε ότι ο χρόνος αποκατάστασης είναι στα 4.5 sec. Επίσης, το μέγεθος των σφαλμάτων στην αρχή οφείλεται ενδεχομένως στους περιορισμούς που έχουν τεθεί στην ταχύτητα και την επιτάχυνση των αρθρώσεων με αποτέλεσμα το σήμα ελέγχου να περιορίζεται, επομένως ακόμα και αν αυξήσουμε πολύ τα κέρδη Kp, Ko δεν μπορούμε να εξαλείψουμε σε ικανοποιητικό βαθμό τα σφάλματα που υπάρχουν στην αρχή της κίνησης.

3D απεικόνιση της κίνησης του ρομπότ με τη σφαίρα - στιγμιότυπα



1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Z
-0.5
0
0.5
Y
Y
Z

2 Τμήμα Β

Στόχος, σε αυτό το μέρος της εργασίας, είναι το ρομπότ να πιάσει την κινούμενη μπάλα.
Τοποθετούμε στο άκρο του ρομπότ την αρπάγη, ωστόσο θεωρούμε ότι το πλαίσιο της αρπάγιας {T} ταυτίζεται με το πλαίσιο του άκρου {E}. Το ρομπότ θέλουμε να προσεγγίσει τη σφαίρα καταλήγοντας στη σχετική θέση $p_{BE} = [0,0,0.06]^T$ με σχετικο προσανατολισμό $R_{BE} = Rot(y,180)$, χωρίς να έρθει σε επαφή με τη μπάλα ή την τσουλήθρα και έπειτα να διατηρήσει αυτή τη θέση και τον προσανατολισμό για 1 δευτερόλεπτο μέχρι να κλείσουν τα δάχτυλα της αρπάγης.
Για να επιτύχουμε,λοιπόν, τον στόχο μας πρέπει η επιθυμητή σχετική θέση p_{BE}, που χρησιμοποιούμε σε κάθε κύκλο ελέγχου για να βρούμε την επιθυμητή θέση του άκρου p_{OE}, να αρχίσει να μειώνεται σταδιακά σε κάθε κύκλο μέχρι να φτάσει στην $[0,0,0.06]^T$.

Επομένως, σχεδιάζεται μια τροχιά για τη συνιστώσα z της θέσης p_{BE} (δεν χρειάζεται για τις x,y διότι απλά περαμένουν σταθερές στη τιμή 0), με:
αρχική θέση

$$z_0 = 0.45$$

τελική θέση

$$z_f = 0.06$$

αρχική ταχύτητα

$$\dot{z}_0 = 0$$

και τελική ταχύτητα

$$\dot{z}_f = 0$$

Έχουμε 4 περιορισμούς, άρα απαιτείται η χρήση ενός πολυωνύμου με 4 ανεξάρτητες παραμέτρους.
Θεωρούμε το πολυώνυμο τρίτης τάξης:

$$z(t) = k_0 + k_1 t + k_2 t^2 + k_3 t^3$$

Για τους συντελεστές, αν $t_f \neq t_0$ ισχύει:

$$k_0 = z_0 = 0$$

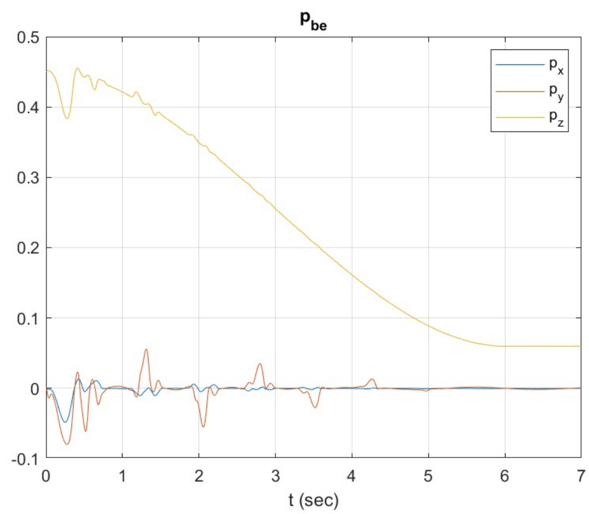
$$k_1 = \dot{z}_0 = 0$$

$$k_2 = \frac{3}{t_f^2}(z_f - z_0) - \frac{2}{t_f}\dot{z}_0 - \frac{1}{t_f}\dot{z}_f = \frac{3}{t_f^2}(0.06 - 0.45)$$

$$k_3 = -\frac{2}{t_f^3}(z_f - z_0) + \frac{1}{t_f^2}(\dot{z}_0 + \dot{z}_f) = -\frac{2}{t_f^3}(0.06 - 0.45)$$

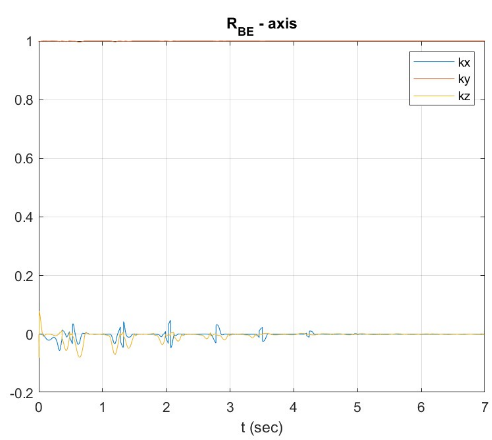
Σε κάθε κύκλο ελέγχου, πλέον, χρησιμοποιείται το εκάστοτε επιθυμητό $p_{BE} = [0,0,z(t)]^T$
Η τροχιά σχεδιάζεται για την αρχή του χρόνου, δηλαδή $t_0 = 0$ και επιλέγουμε να φτάσει

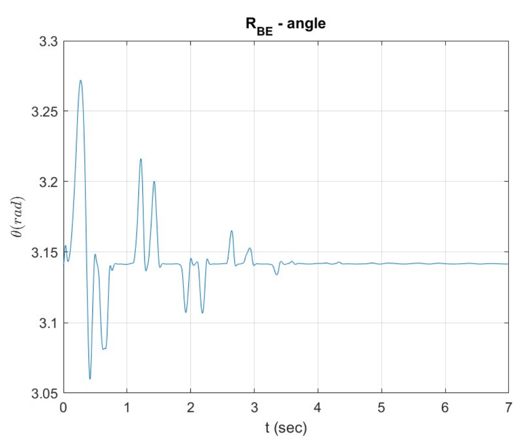
στη τελική θέση 0.06 σε χρόνο $t_f = 6sec$, έτσι ώστε να έχει περάσει το μεταβατικό στάδιο του ελεγκτή που παρουσιάζει κάποια σφάλματα θέσης. Στο χρονικό διάστημα 6-7sec πρέπει τα σφάλματα θέσης και προσανατολισμού να είναι μικρότερα από 0.02 $(= 0.06 - 2r)$ ώστε να μην ακουμπήσει το άκρο την μπάλα. Όταν την t_f δοθεί η τελική τιμή 0.06 συνεχίζουμε τον έλεγχο με σταθερή πλέον την επιθυμητή σχετική θέση $p_{BE} = [0,0,0.06]^T$ και τη διατηρούμε για 1sec. Μετά το πέρας του 1sec διακόπτουμε τον έλεγχο και αφού τα σφάλματα της θέσης και του προσανατολισμού του άκρου είναι μηδενικά, μπορούμε όντως να πιάσουμε την κινούμενη μπάλα με την αρπάγη.
Παρατίθενται τα νέα διαγράμματα με μεταβαλλόμενο p_{BE} σε κάθε κύκλο:



Παρατηρούμε ότι η παραπάνω σχετική θέση καταλήγει στις τιμές [0,0,0.06] και η τροχιά του pz είναι πολυωνυμική.

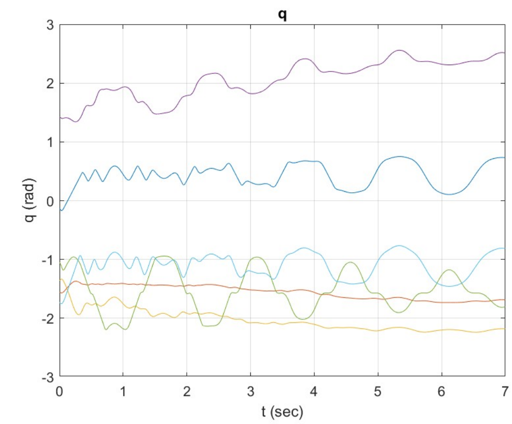
Ακολουθούν παρακάτω τα διαγράμματα του προσανατολισμού R_{BE} σε μορφή ισοδύναμου άξονα/γωνίας:

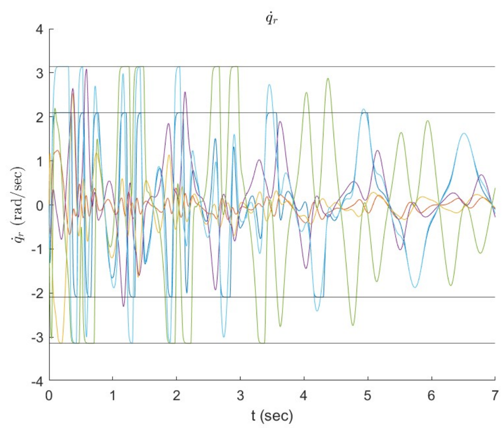


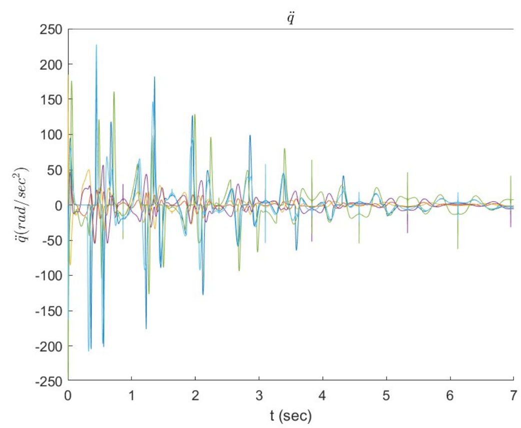


Ο άξονας k είναι και πάλι ο [0,1,0] και η γωνία ισούται με 3,14 rad δηλαδή 180^o στο διάστημα [6,7] που η αρπάγη θα πιάσει τη μπάλα. Επομένως, επιτυγχάνουμε τη διατήρηση του επιθυμητού σχετικού προσανατολισμού Rot(y,180) για 1s

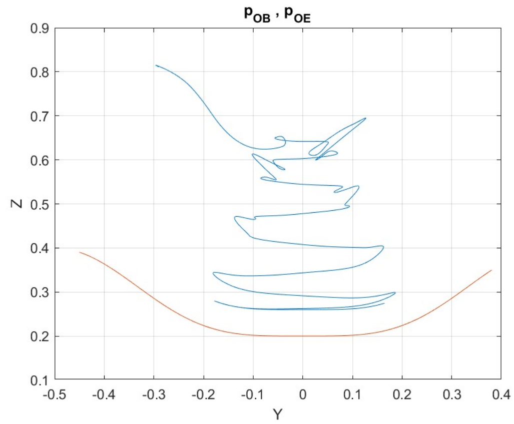
Τα διαγράμματα που απεικονίζουν τις αποκρίσεις θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης των αρθρώσεων:



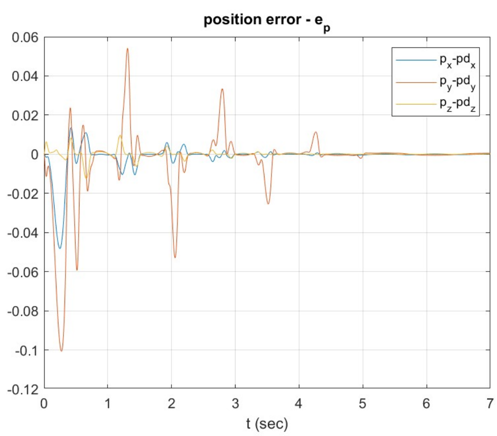


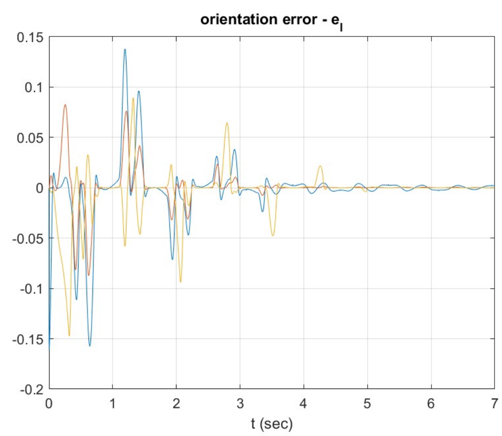


Παρακάτω απεικονίζεται η θέση των πλαισίων {B} και {E} ως προς το αδρανειακό {O} κατά την ταλάντωση:

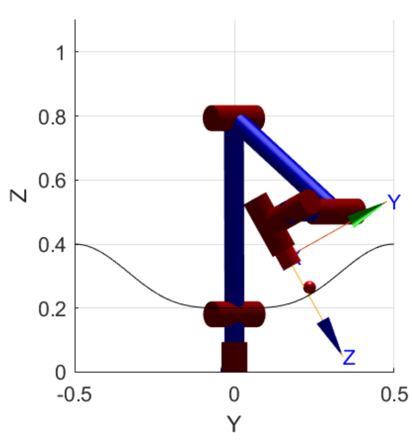


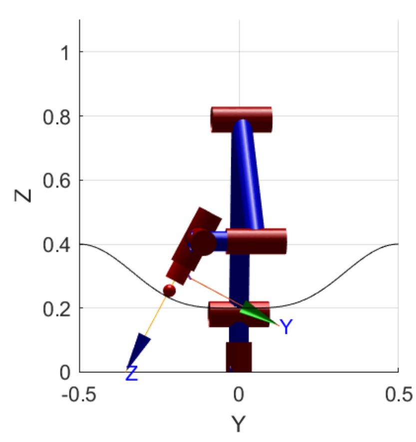
Σφάλματα θέσης και προσανατολισμού συναρτήσει του χρόνου:

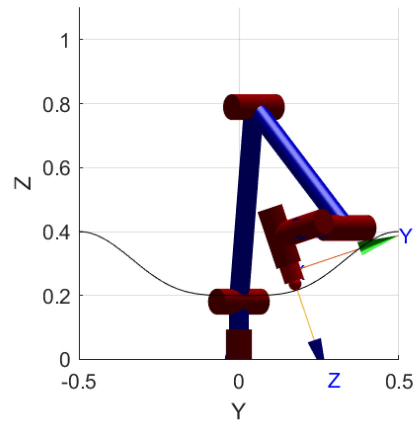




3D απεικόνιση της κίνησης του ρομπότ με τη σφαίρα - στιγμιότυπα







Για $t_f = 6$ sec το σφάλμα της σχετικής θέσης είναι <0.02 και άρα το άκρο του βραχίονα δεν ακουμπάει τη μπάλα και κατά συνέπεια το δάπεδο.
**Σημείωση: Από την 3D απεικόνιση εντοπίζουμε ότι σε κάποιες χρονικές στιγμές η μία άρθρωση του βραχίονα ακουμπάει την τσουλήθρα. Αν αυτό θέλουμε να αποφευχθεί μπορούμε να αυξήσουμε περισσότερο το χρόνο t_f της τροχιάς και η αρπάγη θα αργήσει να πιάσει τη σφαίρα. Ο χρόνος για τον οποίο η συγκεκριμένη άρθρωση δεν ακουμπάει την τσουλήθρα είναι $t_f = 10s$.