

ΘΕΜΑ 11

$$N_1 = 55 \quad \bar{x}_1 = 11,58 \quad s_1 = 0,77$$

$$N_2 = 74 \quad \bar{x}_2 = 7,57 \quad s_2 = 1,94 \quad N = N_1 + N_2 + N_3 = 329$$

$$N_3 = 200 \quad \bar{x}_3 = 6,13 \quad s_3 = 1,66$$

$$\text{Εξούτε } \bar{x} = \frac{N_1 \bar{x}_1 + N_2 \bar{x}_2 + N_3 \bar{x}_3}{N} =$$

$$= \frac{5 \cdot 11,58 + 74 \cdot 7,57 + 200 \cdot 6,13}{329}$$

$$= \frac{2423,08}{329} \text{ Ευρω.}$$

$$B1) S_{\text{εξ}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^3 N_i s_i^2, \quad s_i^2 = \frac{N_i - 1}{N_i} s_i^2$$

$$s_1^2 = \frac{54}{55} \cdot 0,77^2 = 0,4385$$

$$s_2^2 = \frac{73}{74} \cdot 1,94^2 = 0,9865 \cdot 1,5376 = 1,5167$$

$$s_3^2 = \frac{199}{200} \cdot 1,66^2 = 2,7428$$

$$S_{62p}^2 = \frac{1}{329} \cdot (55 \cdot 0,4385 + 74 \cdot 1,5167 + 200 \cdot 2,7428)$$

$$= 2,0824.$$

$$SE(\bar{x}) = \sqrt{\frac{S_{62p}^2}{n}} \Rightarrow \text{Αναζητώ να είναι το ποσό } 0,184$$

$$\Rightarrow 0,184 = \sqrt{\frac{2,0824}{n}} \Rightarrow n \approx 61,5$$

$$\Rightarrow n = 62$$

B2) Αναλογία Neyman

$$n_i = \frac{N_i S_i}{\sum_{i=1}^3 N_i S_i} \cdot n.$$

$$\sum_{i=1}^3 N_i S_i = 55 \cdot 0,77 + 74 \cdot 1,24 + 200 \cdot 1,66 = 466,11.$$

$$n = \frac{S_{62p}^2}{(SE(\bar{x}))^2} \Rightarrow n = \frac{2,0824}{0,184} \approx 61,5$$

$$n_1 = \frac{55 \cdot 0,77}{466,11} \cdot 62 \approx 5,6$$

$$n_2 = \frac{74 \cdot 1,24}{466,11} \cdot 62 \approx 12,2$$

$$n_3 = \frac{200 \cdot 1,66}{466,11} \cdot 62 \approx 44,1$$

Αρα $n \approx 6 + 12 + 44 = 62$ (16)
το πέπεδος να διαιρεθεί.

$$r) \quad n_i = \frac{N_i S_i}{\sum_{i=1}^3 N_i S_i} \cdot n \quad (\text{Σεδομένο το } B_2).$$

$$C = C_0 + \sum_{i=1}^3 C_i n_i = 400 + 50 \cdot 6 + 50 \cdot 12 + 45 \cdot 45 \\ = 400 + 300 + 600 + 2025 \\ = 3325.$$

$$\Delta) \quad \text{Δέλω} \quad C_0 + \sum_{i=1}^3 C_i n_i \leq 3000 \Rightarrow$$

$$400 + 50u_1 + 50u_2 + 45u_3 \leq 3000 \\ \Rightarrow 50u_1 + 50u_2 + 45u_3 \leq 2600 \quad (*)$$

$$u_1 = \frac{55 \cdot 0,77 \cdot u}{466,11} \quad u_2 = \frac{74 \cdot 1,24 \cdot u}{466,11} \quad u_3 = \frac{200 \cdot 1,66 \cdot u}{466,11}$$

$$(*) \Rightarrow 50 \left(\frac{55 \cdot 0,77 \cdot u}{466,11} \right) + 50 \left(\frac{74 \cdot 1,24 \cdot u}{466,11} \right) + 45 \left(\frac{200 \cdot 1,66 \cdot u}{466,11} \right) \leq 2600$$

$$\Rightarrow 50 \cdot (0,0908u) + 50 \cdot (0,1968u) + 45 \cdot (0,7122u) \leq 2600$$

$$\Rightarrow 4,54u + 9,84u + 32,049u \leq 2600$$

$$\Rightarrow 46,429 \cdot u \leq 2600$$

$\Rightarrow u \leq 56$ Το μέγεθος του δείγματος που ελαχιστοποιεί τα διαβρώση, υπερει τον προϋπολογισμό.

$$u_1 = \frac{55 \cdot 0,77}{466,11} \cdot 56 \approx 5$$

$$u_2 = \frac{74 \cdot 1,24}{466,11} \cdot 56 \approx 9$$

$$u_3 = \frac{200 \cdot 1,66}{466,11} \cdot 56 \approx 40$$

$$h = u_1 + u_2 + u_3 = 54$$

(17)

$$\text{Διαγονορά } \text{Var}(\bar{x}) = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{N_i^2 S_i^2}{N^2 n_i} \right)$$

$$\text{Var}(\bar{x}_1) = \frac{N_1^2 S_1^2}{N^2 n_1} = \frac{55^2 \cdot 0,77^2}{399^2 \cdot 5} \approx 0,0033$$

$$\text{Var}(\bar{x}_2) = \frac{N_2^2 S_2^2}{N^2 n_2} = \frac{74^2 \cdot 1,24^2}{399^2 \cdot 9} \approx 0,0086$$

$$\text{Var}(\bar{x}_3) = \frac{N_3^2 S_3^2}{N^2 n_3} = \frac{200^2 \cdot 1,66^2}{399^2 \cdot 40} \approx 0,0255$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\bar{x}) &= \text{Var}(\bar{x}_1) + \text{Var}(\bar{x}_2) + \text{Var}(\bar{x}_3) \\ &= 0,0033 + 0,0086 + 0,0255 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{Var}(\bar{x}) = 0,0374 \end{aligned}$$

$$SE = \sqrt{\text{Var}(\bar{x})} = \sqrt{0,0374} \approx 0,193$$

ΘΕΜΑ 13

• Εκτιμήτρια Διαχωριστικού Νομού

$$\hat{R}_i = \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}_i} \quad \hat{R}_S = \frac{\sum_{i=1}^L N_i \hat{R}_i}{\sum_{i=1}^L N_i} \quad L=2 \text{ (Η ομάδα παραμ.)}$$

$$\hat{R}_1 = \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}_1} = \frac{13416}{3,2} = 420,625$$

$$\hat{R}_2 = \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}_2} = \frac{785}{2,5} = 314$$

$$\hat{R}_S = \frac{N_1 \hat{R}_1 + N_2 \hat{R}_2}{N_1 + N_2} = \frac{1295 \cdot 420,625 + 2310 \cdot 314}{1295 + 2310} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{R}_S \simeq 352,17.$$

• Εκτιμήτρια Ενδοαβιβένου Νομού.

$$\hat{R}_C = \frac{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ij}}{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M y_{ij}} = \frac{\sum_{i=1}^L N_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^L N_i \bar{y}_i} = \frac{N_1 \bar{x}_1 + N_2 \bar{x}_2}{N_1 \bar{y}_1 + N_2 \bar{y}_2}$$

$$\hat{R}_C = \frac{1743870 + 1813350}{4144 + 5775} = \frac{3557220}{9919} \simeq 358,5.$$

Εκτιμήτρια Δ. Λόγου = 352,17
Εκτιμήτρια Ε. Λόγου = 358,5.

Η Εκτιμήτρια Δ. Λόγου είναι καλύτερη βυν
Περιπτώσει μας καθώς προσαρμόζεται
Καλύτερα στις αυθόρμητες μεταβολές βυν
και παρέχει πιο ακριβείς εκτιμήσεις όλων
υπάρχουν συστηματικές διαφορές μεταξύ των
βυν.