Ilício Francisco Júnior | RA: 208026

Resolução dos Exercícios

Exercício 1A - Realizado com o template de superfície no Excel.

Modelo de regressão

$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon$

$y = 35{,}5 + 10{,}5x_1 + 5{,}5x_2$

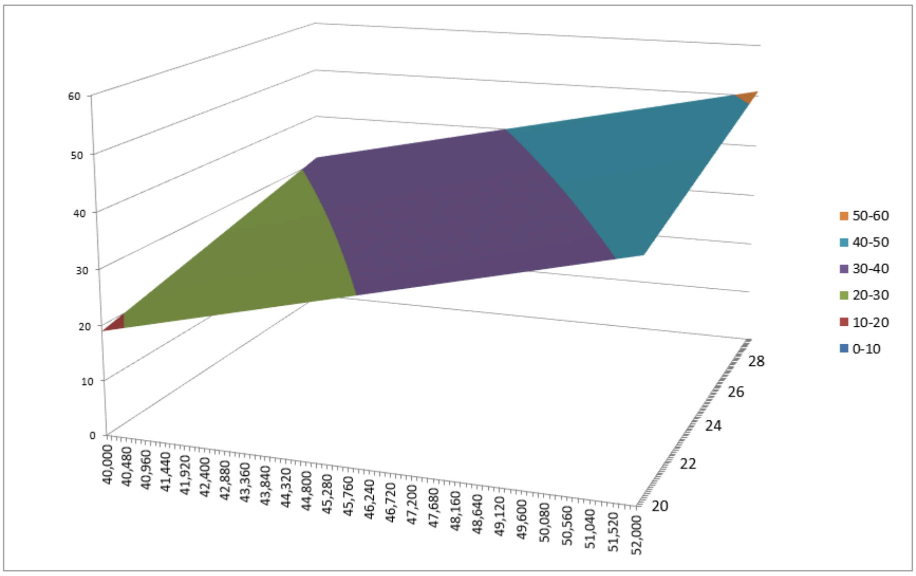

Figura 1 – Gráfico de superfície de resposta sem interação

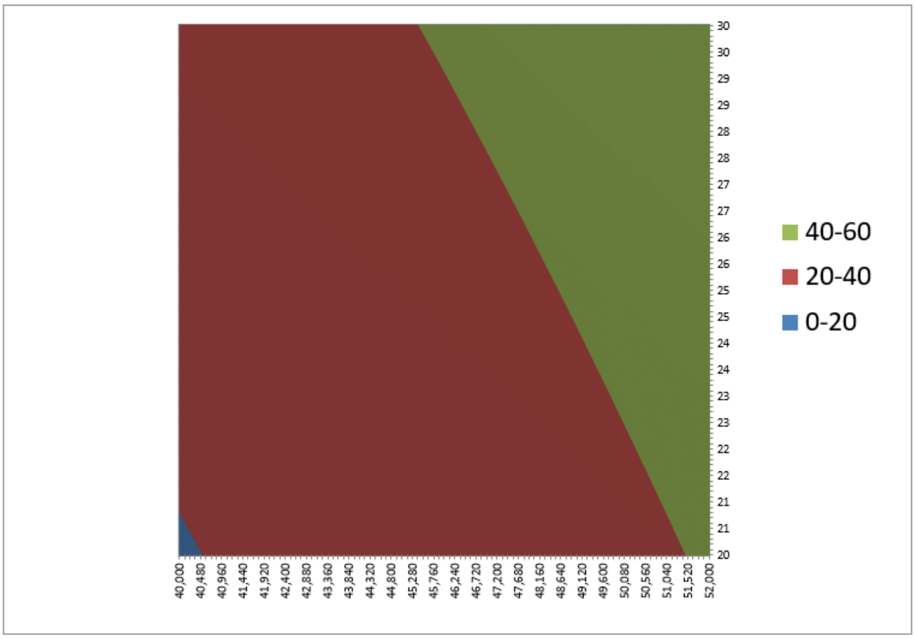

Figura 2 – Gráfico de contorno sem interação

Exercício 1B - Realizado com o template de superfície no Excel.

Modelo de regressão

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon$$

$$y = 35{,}5 + 10{,}5x_1 + 5{,}5x_2 + 4x_1x_2$$

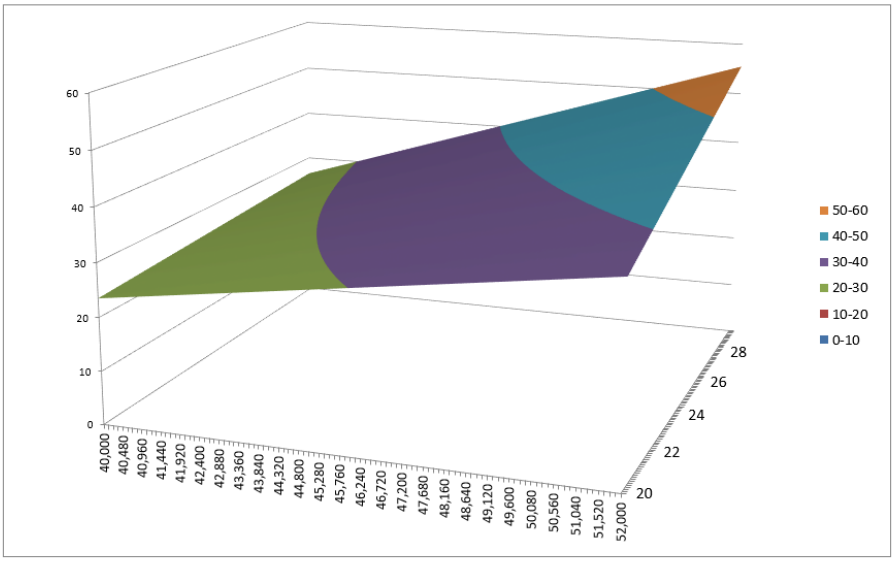

Figura 3 – Gráfico de superfície de resposta com interação

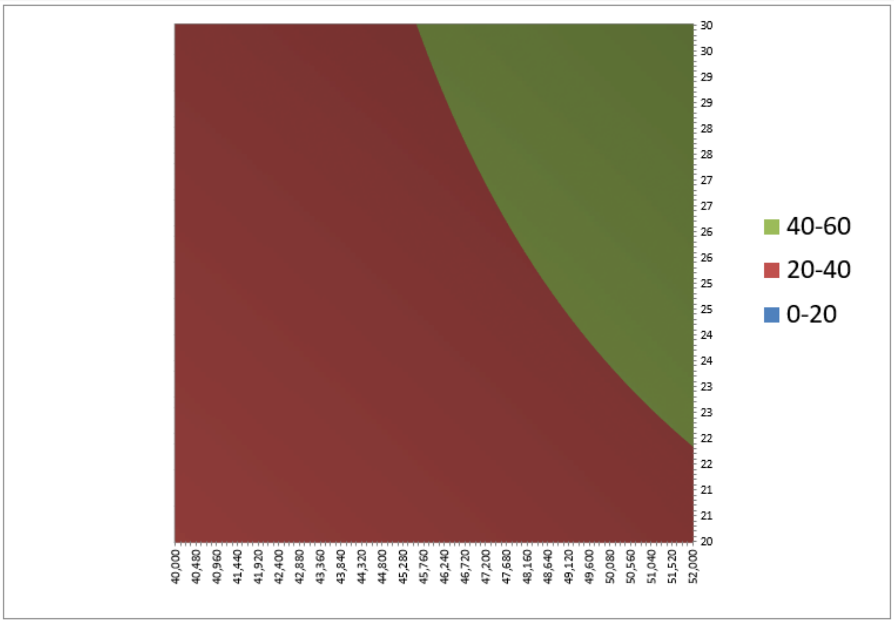

Figura 4 – Gráfico de contorno com interação

Exercício 1C - Realizado com o template de superfície no Excel.

Sim, existe alteração. A interação provoca na superfície uma curvatura de acordo com as Figuras 3 e 4, mostrando que qualquer mudança em x1, altera o efeito em x2, que não está presente nas Figuras 1 e 2.

Exercício 2A - Realizado com Action e o software R.

Tratamento	A	B	Y1	Y2	Y3	Y
1	-1	-1	27	22	22,8	23,8
2	1	-1	41	36,4	36,7	38
3	-1	1	12	15,9	14,3	14
4	1	1	34	29	33,6	32,2

Tabela 1 – Dados experimentais

A partir da Tabela 1, gerei o gráfico de cubo (Figura 1) com as médias da resposta e o gráfico de interação de AB (Figura 2) utilizando o Action. A princípio não há interação entre A e B.

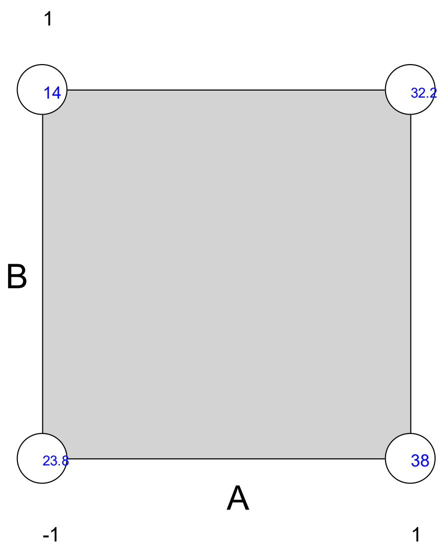

Figura 1 – Gráfico de médias de resposta

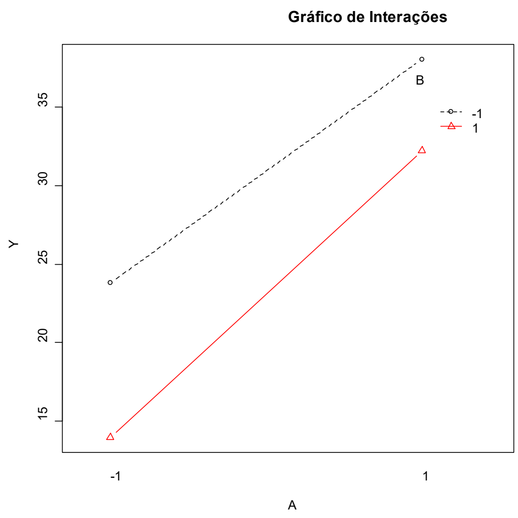

Figura 2 – Gráfico de interação AB

Análise de variância (ANOVA)

Ao efetuar a análise de variância no R, obtive os valores de p informados na Figura 3. Observa-se que os valores de A e B são menores que o nível de significância de 0,05, portanto são significativos, enquanto o valor da interação AB está abaixo, e não é significativo.

```
Analysis of Variance Table

Response: y
          Df Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)    
A          1 787.32  787.32 129.2808  3.23e-06 ***
B          1 182.52  182.52  29.9704 0.0005913 ***
A:B        1  12.00   12.00   1.9704 0.1980073    
Residuals  8  48.72    6.09                       
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

Figura 3 – Print da tela do R com os valores de p para ANOVA.

Exercício 2B - Realizado com o software R.

Calculando a média geral para obter o coeficiente β_0.

$$\beta_0 = \frac{23{,}8 + 38 + 14 + 32{,}2}{4} = 27$$

Calculando o efeito de A, B e AB para obter os coeficientes $\beta_1, \beta_2\ e\ \beta_{12}$.

$$A = \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} = \frac{38 + 32{,}2}{2} - \frac{23{,}8 + 14}{2} = 16{,}2$$

$$B = \bar{y}_{B^+} - \bar{y}_{B^-} = \frac{14 + 32{,}2}{2} - \frac{23{,}8 + 38}{2} = -7{,}8$$

$$AB = \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} = \frac{32{,}2 + 23{,}8}{2} - \frac{14 + 38}{2} = 2$$

Criando o modelo de regressão manualmente, temos:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon$$

$$y = 27 + \frac{16{,}2}{2} x_1 - \frac{7{,}8}{2} x_2 + \frac{2}{2} x_1 x_2$$

$$y = 27 + 8{,}1 x_1 - 3{,}9 x_2 + 1 x_1 x_2$$

Criando o modelo de regressão no R usando a função *lm,* temos os mesmos coeficientes de maneira mais automatizada conforme Figura 1.

```
Coefficients:
(Intercept)            A            B          A:B
       27.0          8.1         -3.9          1.0
```

Figura 1 – Print da tela do R com os coeficientes de regressão.

O valor da interação $\beta_{12} = 1$ demonstra que essa variável será insignificante e sua contribuição é inferior às outras variáveis, ou seja, como visto na Figura 2 não há interação entre A e B. Nosso modelo de regressão então será $y = 27 + 8{,}1x_1 - 3{,}9x_2$.

Hipótese Nula se H_0: $\beta_j = 0$

Hipótese Alternativa se H_0: $\beta_j \neq 0$

Ao observar os valores de p (Figura 2), percebe-se que A e B são menores que 0,05. Nesse caso, levando em conta o nível de significância de $\alpha = 5\%$ concluímos que os fatores A e B são significativos e a interação AB não é significativa, pois este possui um valor maior que 0,05.

```
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  27.0000     0.7124  37.901 2.58e-10 ***
A             8.1000     0.7124  11.370 3.23e-06 ***
B            -3.9000     0.7124  -5.475 0.000591 ***
A:B           1.0000     0.7124   1.404 0.198007
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Figura 2 – Print da tela do R com valores de p da regressão.

Exercício 3A – Realizado usando o Excel com funções estatísticas.

Após calcular os valores dos 15 efeitos, obtive a porcentagem de influência de cada variável sob a somatória de todos os efeitos, identificando que as variáveis 2, 1 e 12 representam 97,9% dos resultados e o restante parecem ser insignificantes, de acordo com a Tabela 1.

Variável	**Efeito**	**^2**	**%**
14	-2,88	8,27	0,5
23	-1,38	1,89	0,1
34	-1,38	1,89	0,1
124	-1,38	1,89	0,1
4	-0,38	0,14	0,0
123	0,63	0,39	0,0
234	0,63	0,39	0,0
24	1,13	1,27	0,1
13	1,63	2,64	0,2
134	2,13	4,52	0,3
1234	2,13	4,52	0,3
3	2,63	6,89	0,4
12	12,13	147,02	9,0
1	18,63	346,89	21,3
2	33,13	1097,27	67,5

Tabela 1 – Efeitos

Com a visualização gráfica da probabilidade normal na Figura 5, ficam mais claros os pontos ótimos e em contraste com o restante das variáveis, que estão bem próximas de 0. Sendo assim calculei o valor de t crítico que foi de 3,70. Considerando esse valor, podemos dizer que todos as variáveis menores que 3,70 poderão ser desprezadas.

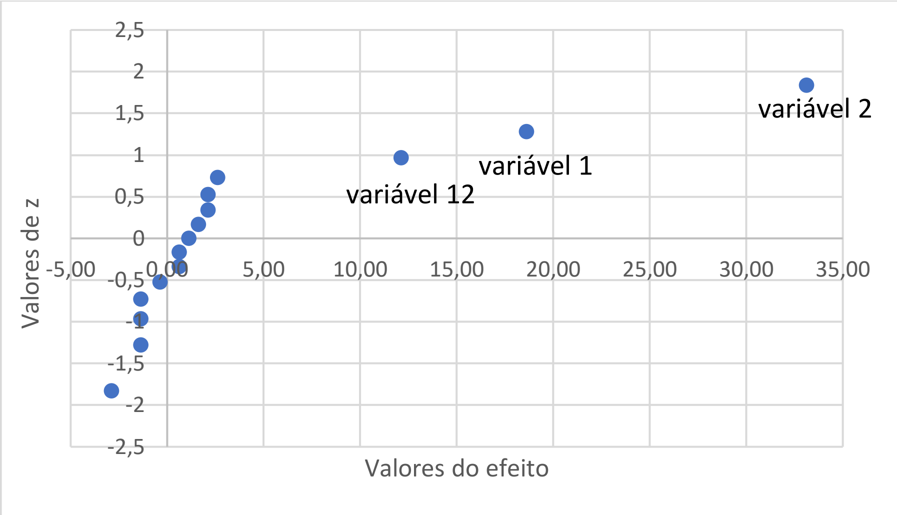

Figura 5 – Gráfico de probabilidade normal

Para a equação temos:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon$$

$$y = 27{,}31 + \frac{18{,}63}{2} x_1 + \frac{33{,}13}{2} x_2 + \frac{12{,}13}{2} x_1 x_2 + 3{,}40$$

$$y = 27{,}31 + 9{,}31 x_1 + 16{,}56 x_2 + 6{,}06 x_1 x_2 + 3{,}40$$

3B - Realizado com o template de superfície, após conseguir os valores de resposta utilizando o Action para o gráfico de médias da resposta.

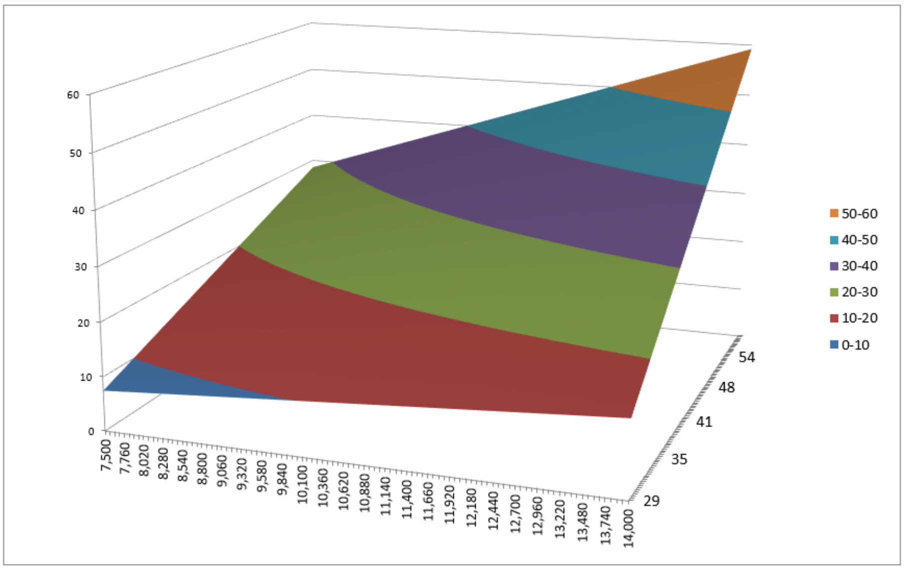

Figura 6 – Gráfico de superfície de resposta com interação

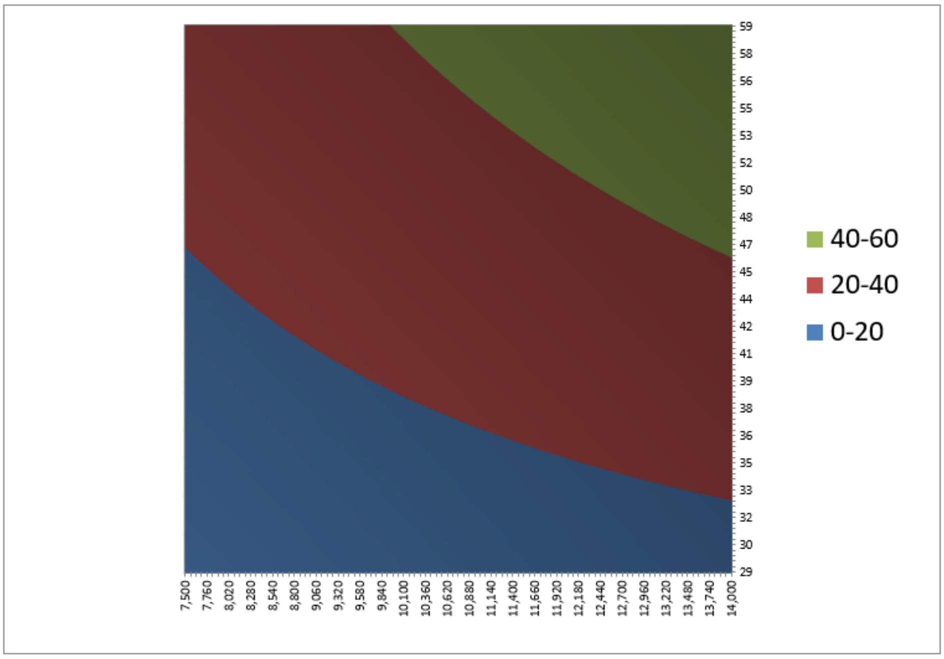

Figura 7 – Gráfico de contorno com interação

Exercício 4Bi – Realizado usando o Excel com funções estatísticas e software R.

Após calcular os valores dos 15 efeitos, obtive a porcentagem de influência de cada variável sob a somatória de todos os efeitos, identificando que as variáveis A, B, C, AB e AC representam 98.4% dos resultados e o restante parecem ser insignificantes, de acordo com a Tabela 1.

	Efeito	^2	%
ACD	-0,13	0,02	0,00
ABCD	0,13	0,02	0,00
ABC	-0,38	0,14	0,01
BCD	-0,63	0,39	0,01
AD	1,13	1,27	0,05
CD	1,13	1,27	0,05
D	-1,63	2,64	0,10
ABD	2,88	8,27	0,30
BD	-3,88	15,02	0,55
BC	3,88	15,02	0,55
C	-10,38	107,64	3,93
AC	-10,63	112,89	4,12
AB	16,88	284,77	10,40
B	18,13	328,52	12,00
A	43,13	1859,77	67,93

Tabela 1 – Efeitos

Com a visualização gráfica da probabilidade normal na Figura 1, ficam mais claros os pontos ótimos e em contraste com o restante das variáveis, que estão bem próximas de 0.

Sendo assim calculei o valor de t crítico que foi de 10,23. Considerando esse valor, podemos dizer que todos as variáveis menores que 10,23 poderão ser desprezadas.

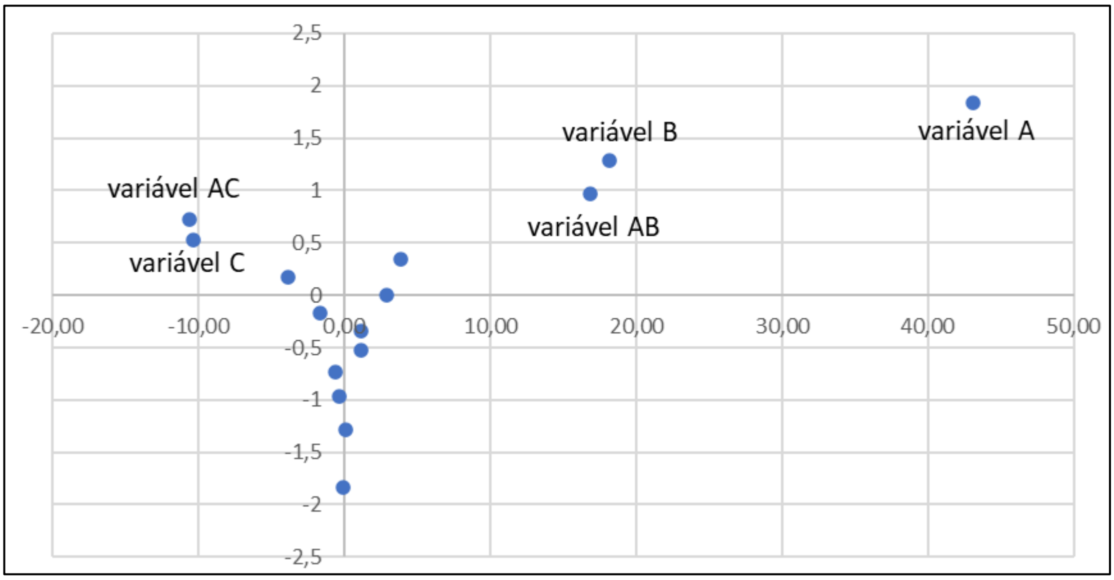

Figura 1 – Gráfico de probabilidade normal

Utilizando a regressão, temos a equação:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \epsilon$$

$$y = 399{,}19 + \frac{43{,}13}{2} x_1 + \frac{18{,}13}{2} x_2 - \frac{10{,}38}{2} x_3 + \frac{16{,}88}{2} x_1 x_2 - \frac{10{,}63}{2} x_1 x_3 + 9{,}39$$

$$y = 399{,}19 + 21{,}56 x_1 + 9{,}06 x_2 - 5{,}19 x_3 + 8{,}44 x_1 x_2 - 5{,}31 x_1 x_3 + 9{,}39$$

Gerei o gráfico de cubo (Figura 2) com as médias da resposta utilizando o Action.

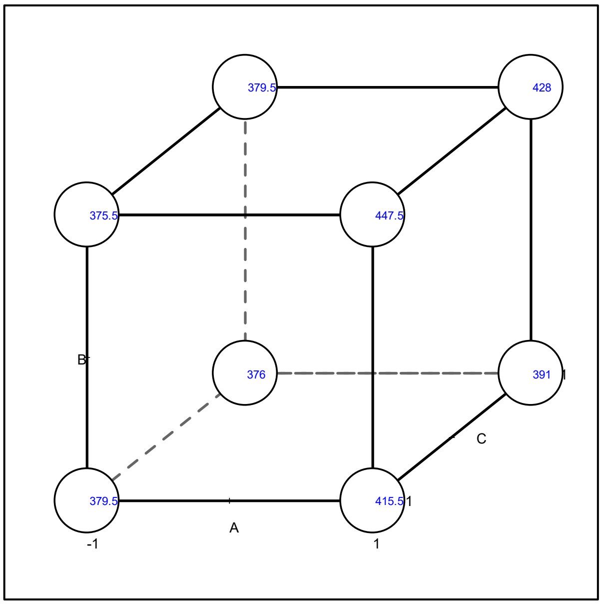

Figura 2 – Gráfico de médias de resposta

Análise de variância (ANOVA)

Ao efetuar a análise de variância no R, obtive os valores de p informados na Figura 3. Observa-se que os valores de A, B, C, AC e BC são menores que o nível de significância de 0,05, portanto são significativos, enquanto os outros valores estão acima, e não são significativos. Além disso, temos outros valores que também estão abaixo de 0,05.

```
Analysis of Variance Table

Response: y
          Df Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)    
A          1 7439.1  7439.1 515.2597 1.503e-08 ***
B          1 1314.1  1314.1  91.0173 1.205e-05 ***
C          1  430.6   430.6  29.8225 0.0006008 ***
A:B        1 1139.1  1139.1  78.8961 2.041e-05 ***
A:C        1  451.6   451.6  31.2771 0.0005147 ***
B:C        1   60.1    60.1   4.1602 0.0757149 .  
A:B:C      1    0.6     0.6   0.0390 0.8484487    
Residuals  8  115.5    14.4                       
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

Figura 3 – Print da tela do R com os valores de p para ANOVA sem repetição

Realizado com o template de superfície, após conseguir os valores de resposta utilizando o Action para o gráfico de médias da resposta.

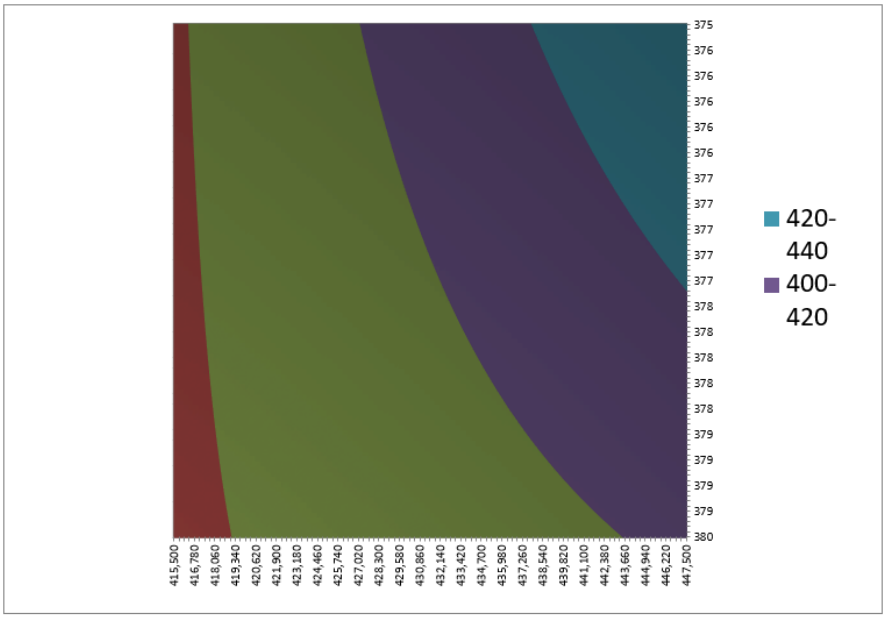

Figura 4 – Gráfico de contorno com interação das variáveis A e B fixas.

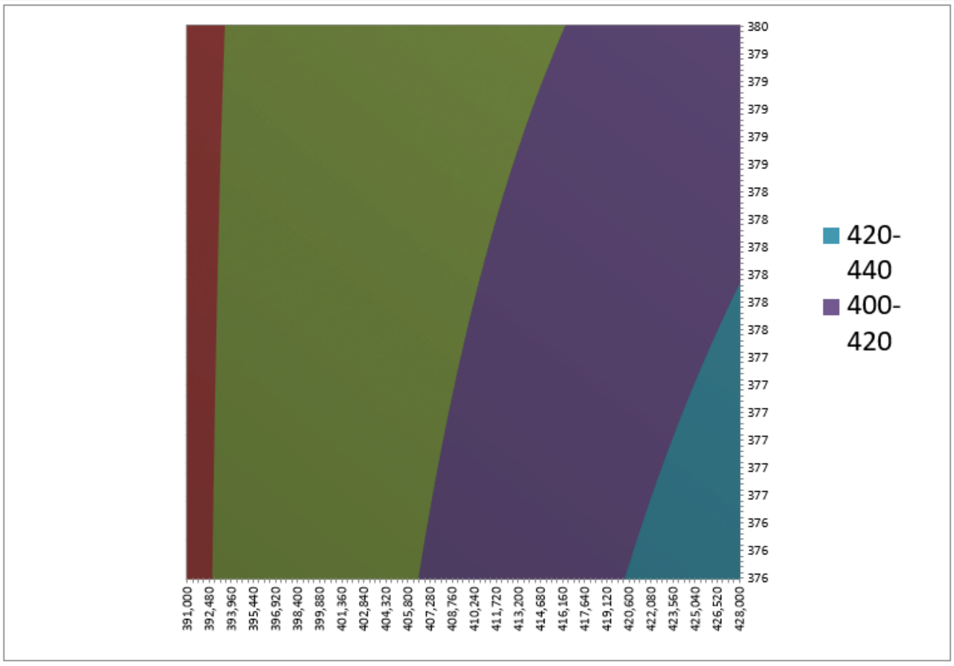

Figura 5 – Gráfico de contorno com interação das variáveis A e C fixas.

4Bii – Realizado usando o Excel com funções estatísticas e software R.

Após calcular os valores dos 15 efeitos, obtive a porcentagem de influência de cada variável sob a somatória de todos os efeitos, identificando que as variáveis AB e AC representam 90,57% dos resultados e o restante parecem ser insignificantes, de acordo com a Tabela 1.

	Efeitos	^2	%
A	0,00	0,00	0,00
B	0,00	0,00	0,00
C	0,00	0,00	0,00
D	0,00	0,00	0,00
ACD	-0,13	0,02	0,00
ABCD	0,13	0,02	0,00
ABC	-0,38	0,14	0,03
BCD	-0,63	0,39	0,09
AD	1,13	1,27	0,29
CD	1,13	1,27	0,29
ABD	2,88	8,27	1,88
BC	3,88	15,02	3,42
BD	-3,88	15,02	3,42
AC	-10,63	112,89	25,71
AB	16,88	284,77	64,86

Tabela 1 – Efeitos

Com a visualização gráfica da probabilidade normal na Figura 1, ficam mais claros os pontos ótimos e em contraste com o restante das variáveis, que estão bem próximas de 0.

Sendo assim calculei o valor de t crítico que foi de 5,20. Considerando esse valor, podemos dizer que todos as variáveis menores que 5,20 poderão ser desprezadas.

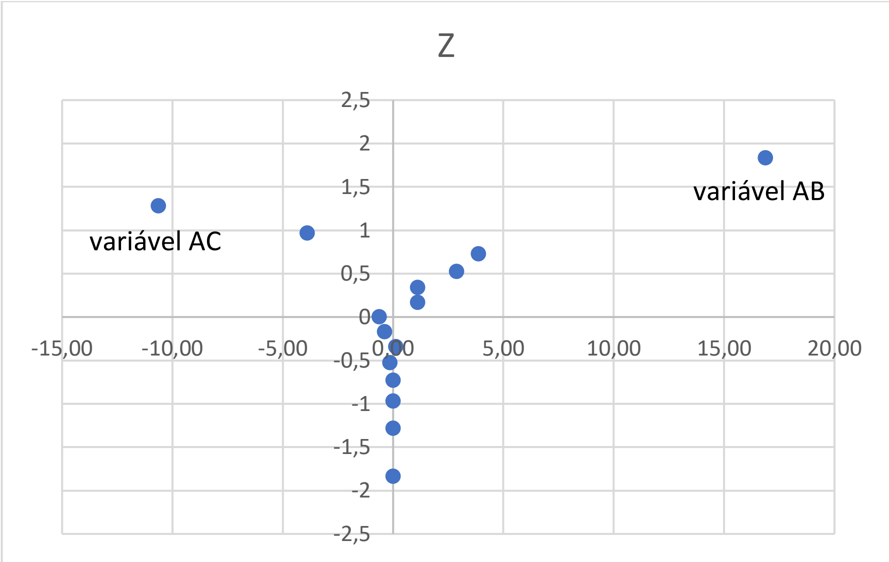

Figura 1 – Gráfico de probabilidade normal

Utilizando a regressão, temos a equação:

$$y = \beta_0 + \beta_{12}x_1x_2 + \beta_{13}x_1x_3 + \epsilon$$

$$y = 399{,}19 + \frac{16{,}88}{2}x_1x_2 - \frac{10{,}63}{2}x_1x_3 + 3{,}67$$

$$y = 399{,}19 + 8{,}44x_1x_2 - 5{,}31x_1x_3 + 3{,}67$$

Gerei o gráfico de cubo (Figura 2) com as médias da resposta utilizando o Action, obtidos da tabela de repetições.

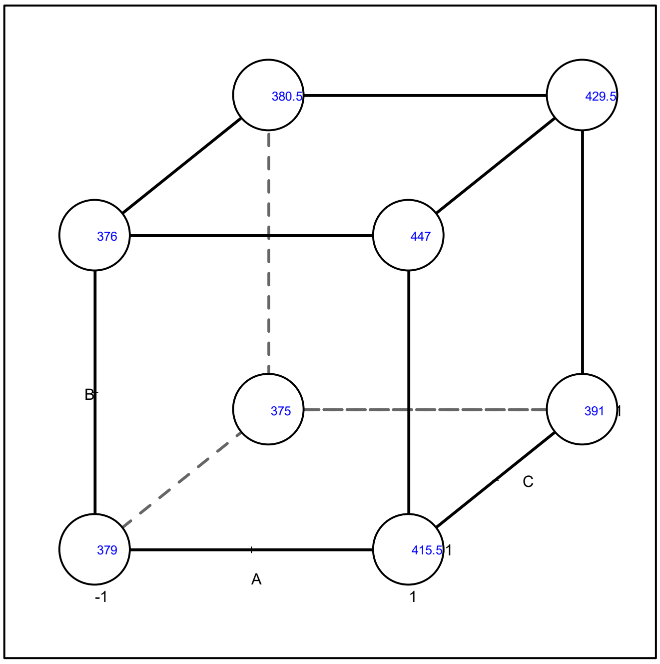

Figura 2 – Gráfico de médias de resposta

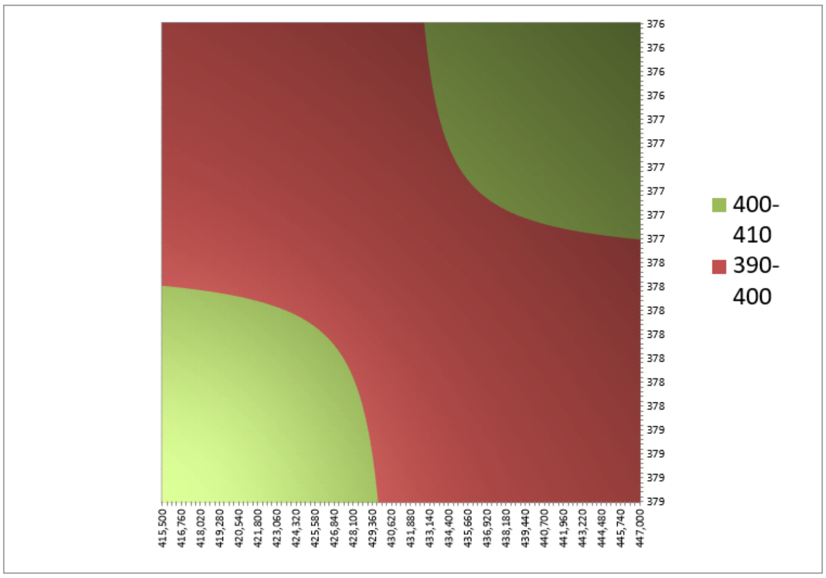

Figura 3 – Gráfico de contorno com interação das variáveis A e B fixas.

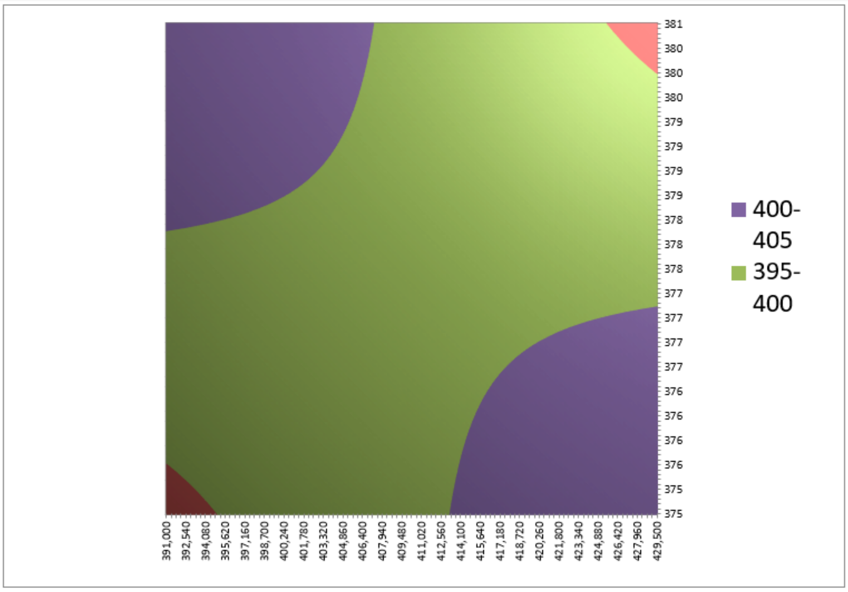

Figura 4 – Gráfico de contorno com interação das variáveis A e C fixas.