

Prédiction de mouvements sur le marché des changes

Projet de statistique appliquée

Ilies El Jaouhari
Thomas Salomon
Ismail Jamal Eddine
Adam Guiffard



Sous la direction d'Alexandre Torre, QuantCube Technology
Année 2021-2022

Table des matières

I Principes macro-économiques	3
I.1 Marché des changes (FOREX)	3
I.2 Indicateurs macroéconomiques et liens avec le marché du Forex	3
I.3 Relations inter-marchés et impact sur le marché des changes	4
II Étude des variables	6
II.1 Les données	6
II.2 Étude des corrélations	6
II.3 Indicateurs financiers de performances utilisés	7
III Fondements des stratégies	8
III.1 Hypothèses de normalité des rendements d'actifs	8
III.2 Premiers essais élémentaires	9
III.3 Problèmes rencontrés, limites et évolutions possibles	11
IV Modèles de régression	12
IV.1 Présentation des modèles	12
IV.2 Phase de test	14
IV.3 Robustesse du ratio de Sharpe vis-à-vis du nombre de variables explicatives	16
IV.4 Lien entre le nombre de jour utilisé et la parité	17
V Conclusion, Limites et pistes d'amélioration	19
VI Annexe	20
VI.1 Figures	20

Remerciements

Avant toutes choses, nous aimerions remercier Monsieur Alexandre Torre et par extension QuantCube Technology de nous avoir permis de réaliser ce projet. Nous tenons particulièrement à remercier M. Torre pour ses conseils, son écoute et sa disponibilité tout au long de l'année. Ses conseils de qualité, et sa connaissance du sujet nous ont permis de mener à bien ce projet qui nous a passionné.

Nous souhaiterions remercier l'ENSAE pour la liberté et la confiance dont nous avons pu bénéficier dans la recherche de notre projet de Statistique Appliquée en autonomie. En particulier, nous voulons remercier notre correspondant ENSAE, M. Xavier D'Haultfoeuille pour son suivi.

Introduction

QuantCube Technology est une startup fondée en 2013, dont l'activité repose sur la vente de solutions innovantes d'analyse financière sous une approche scientifique se basant sur des méthodes d'intelligence artificielle appliquées à des données macroéconomiques. Nous avons initialement pris contact avec l'entreprise pour effectuer un projet portant sur la prédiction du CPI (le Consumer Price Index qui mesure l'inflation). Notre interlocuteur, en sentant notre attrait pour la finance de marché, nous a alors redirigé vers Alexandre Torre qui nous a proposé un sujet qui nous convenait mieux.

Le sujet en question traite du marché des changes (FOREX). L'objectif est d'étudier les relations entre les parités de monnaie échangées sur ce marché à l'aide de données alternatives fournies par QuantCube, à savoir des données Nowcast des PIBs, du CPI, de l'emploi... Cette étude de données doit mener à l'élaboration de stratégies d'investissement sur les paires de monnaie avec des résultats statistiques significatifs, basés sur des indicateurs financiers. Pour ce faire, nous avons combiné diverses méthodes statistiques et économétriques vues en cours (corrélation pour déterminer les sensibilités des paires à certains secteurs, régressions linéaire/logistique pour prédire les évolutions...).

I Principes macro-économiques

I.1 Marché des changes (FOREX)

Le FOREX est le marché financier le plus important en matière de volume de transactions journalier. Ce marché est scruté de près aussi bien par des entreprises, des institutions publiques que d'autres acteurs économiques divers. Plus de 4 milliards de dollars y sont échangés quotidiennement. Les marchés des changes sont ouverts 24 heures sur 24 à partir de 20 h 15 GMT le dimanche et ferment à 22 h GMT le vendredi.

Les devises sont également essentielles car elles sont le principal moyen d'échange et affectent le commerce, l'investissement et l'inflation. Ainsi, le marché des changes est souvent considéré comme le marché le plus efficient du monde.

Au-delà de l'aspect scientifique du sujet, la complexité du marché des changes nous a orientés vers l'étude d'une multitude de données macroéconomiques et financières afin d'identifier les relations inter-marchés susceptibles d'améliorer notre stratégie.

I.2 Indicateurs macroéconomiques et liens avec le marché du Forex

Inflation : L'inflation est définie comme la variation générale du niveau des prix. La plupart des économies ont de l'inflation, par opposition à la déflation, qui est une baisse du niveau des prix. La plupart des banques centrales ont un objectif d'inflation explicite et la plupart d'entre elles citent le maintien de prix stables comme leur principal objectif. Les banques centrales utilisent généralement l'indice des prix à la consommation (CPI) pour mesurer l'inflation. Le CPI fait référence aux prix payés par les consommateurs pour un panier représentatif de biens et de services. Nous avons choisi d'inclure le CPI américain dans notre stratégie car le dollar américain représente 85 % de toutes les transactions de change (FX). Le marché des changes est donc disproportionnellement centré sur le *dollar américain* en raison de son statut de monnaie de réserve.

Cependant, le CPI est un indice mensuel et dans le cadre de notre projet, QuantCube nous a donné accès à des valeurs du CPI en temps réel que l'entreprise produit en interne.

Balance commerciale : La balance commerciale est la différence entre les exportations et les importations (exportations nettes). Un pays peut faire face à un déficit de sa balance commerciale en dévaluant sa monnaie, en rendant ses exportations plus attractives et ses importations moins attractives. Il est utile de comparer la balance commerciale et le compte courant d'un pays côte à côte.

La compétitivité dans le commerce mondial est un moteur fondamental clé de la monnaie. Le compte courant est une excellente mesure du commerce mondial et de la demande pour une devise particulière, car il mesure le commerce et les entrées/sorties de capitaux d'un pays.

PIB : La croissance du PIB d'un pays est probablement la statistique la plus importante parmi les données économiques. La plupart des autres points de données économiques importantes font partie du PIB ou donnent un aperçu de la probabilité de croissance du PIB. Le PIB est mesuré de deux manières : nominale et réelle. Le PIB nominal est une mesure de l'activité économique totale aux prix courants. L'entreprise QuantCube nous a fourni une estimation réactive du *PIB nominal* à 30 j que nous avons utilisés pour notre étude.

La plupart des marchés de capitaux peuvent être classés dans l'un des quatre groupes de produits : devises (devises), actions, obligations et matières premières. Avoir un aperçu de ces groupes et de leurs relations les uns avec les autres est essentiel dans la conception de notre stratégie de trading sur le Forex.

I.3 Relations inter-marchés et impact sur le marché des changes

La corrélation est essentielle pour notre stratégie de trading. Pour les besoins de cette dernière, nous examinons la corrélation des macro-actifs mondiaux afin de mieux comprendre les relations entre marchés. Une corrélation parfaite est de 100 %. Cela signifie que lorsque le cours de l'actif A évolue de 1,5 %, nous nous attendrions à ce que le prix de l'actif B progresse également d'exactly 1,5 %, et ces actifs évolueraient en ligne dans une série chronologique. Bien sûr, dans le monde réel, nous ne voyons jamais de corrélation parfaite. Ci-dessous, les cours du Dollar canadien et du Pétrole WTI. Depuis 1996, la corrélation entre le dollar canadien et le pétrole brut WTI est de près de 80 %.

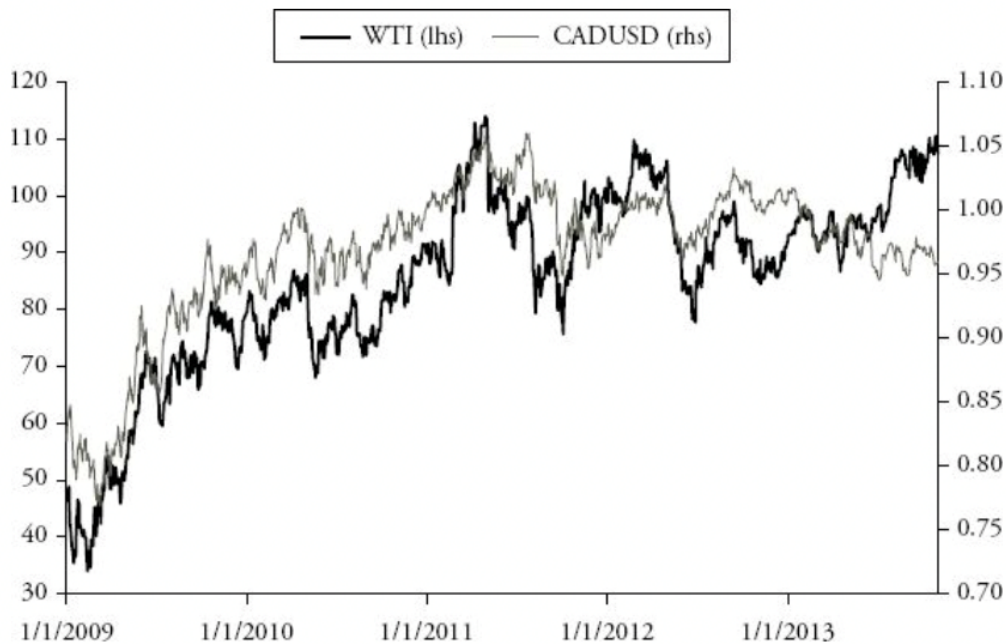


Figure (1) CADUSD vs WTI
Source :Bloomberg

Le tableau ci-dessous permet de mettre en évidence les plus grands et les plus importants actifs dans chacune des quatres catégories. Cette liste n'est en aucun cas exhaustive, mais servira à démontrer la nature de chaque marché.

Le *S&P 500*, le *Nasdaq*, l'*Euro Stoxx 50* et le *Nikkei* sont les meilleurs baromètres des cours mondiaux des actions dans les pays développés. Nous observons aussi l'indice Bovespa dans la stratégie relative au Réal Brésilien. Cet indice est largement composé d'entreprises pétrolières

Monnaie	Action (indice)	Obligation	Matière première
USD	S&P 500, NASDAQ	US T-NOTE (10 ans)	Pétrole, Or, Blé, Cuivre
EUR	Euro Stoxx 50, DAX30	EU-Bonds (10 ans)	Pétrole, Or, Blé, Cuivre
JPY	Nikkei	Obligation Japon 10 ans	-
BRL	Bovespa	Obligation Brésil 10 ans	Blé
CAD	S&P/TSX	Obligation Canada 10 ans	Pétrole

ou minières et de banques, ce qui le rend très volatile.

Le marché des obligations est à bien des égards le plus important des quatre groupes de produits. En particulier, les contrats à terme sur *T-Notes* à 10 ans du *Chicago Board of Trade* (CBOT) sont le marché directeur des taux d'intérêt américains. Ces taux impactent directement le marché des changes dans son ensemble.

Les matières premières sont les plus volatiles des quatre groupes de produits. Savoir qu'un pays particulier est l'un des principaux producteurs de matières premières est précieux lorsque des problèmes politiques. Les prix des matières premières, dans leur forme la plus élémentaire, sont fonction de l'offre et de la demande, de sorte que tout changement de part et d'autre de l'équation peut entraîner un changement de prix.

Par exemple, l'*or* a toujours été considéré comme la valeur refuge par excellence. Son marché haussier de plusieurs décennies est la preuve que les gens perdent confiance dans la monnaie fiduciaire. Les rendements réels négatifs de ces dernières années ont également été un facteur important. Le pétrole brut est la référence des marchés de l'énergie et peut offrir un sentiment de croissance mondiale et de stabilité politique mondiale. Aujourd'hui, avec l'explosion des cours du pétrole, nous pouvons observer l'impact du combustible aussi bien sur l'inflation que sur les taux de change.

Cependant, il est capital de noter que la corrélation des marchés en hausse a tendance à être plus faible que celle des marchés en baisse.

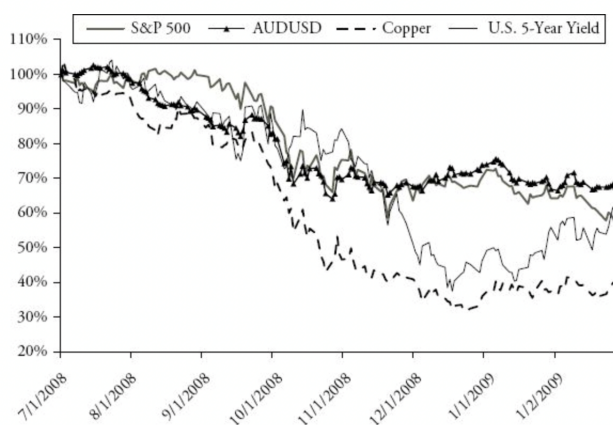


Figure (2) Visualisation de la corrélation des marchés pendant la crise financière de 2008
Source : Bloomberg

Ainsi, en prenant des données financières directement tirées des marchés ainsi que des données

macroéconomiques fournies par QuantCube, nous avons fait en sorte de limiter ce biais lié aux crises financières.

II Étude des variables

II.1 Les données

Les prix des paires ont été récupérés sur Yahoo Finance et Investing en passant par les librairies *yfinance* et *investpy*, qui permettent d'importer aisément des données sur Python. Nous avons choisi les paires de monnaies les plus échangées (en termes de volume de transactions journaliers) sur le marché des changes, à savoir :

- GBP/JPY (Great Britain Pound et Japan Yen)
- GBP/USD (United States Dollar)
- EUR/USD (Euro)
- JPY/USD
- CAD/USD (Canada Dollar)
- SEK/USD (Couronne Suédoise)
- CHF/USD (Franc Suisse)
- USD/BRL (Réal Brésilien)
- AUD/USD (Australian Dollar)

Yahoo Finance nous a fourni les spots (cours) de ces paires. Par la suite, notre encadrant nous a transmis des données issues du *datalake* de QuantCube, en commençant par les valeurs des futures associés à ces paires. Il est important de préciser la nature de ces actifs : un future est un contrat à terme qui fixe le prix d'une transaction (achat ou vente d'un actif sous-jacent) qui aura lieu à une date ultérieure. Ces contrats sont échangés sur un marché organisé (régit par des réglementations, dans notre cas le *Foreign Exchange Market*). Nous avons également reçu différentes séries temporelles de variables macroéconomiques comme le CPI ou les PIB de plusieurs pays, notamment ceux dont la monnaie nous intéresse. Ces variables sont calculées par QuantCube pour avoir une estimation journalière, autrement les chiffres officiels ne sont que trimestriels. Enfin nous avons également eu accès aux valeurs de contrats futures sur des ressources naturelles (commodities), telles que le pétrole avec le WTI et le BRENT, deux types de pétrole brut, ou encore l'or et le blé. En effet ces ressources sont parmi les plus échangées de la planète et peuvent donc avoir un fort impact sur nos paires.

II.2 Étude des corrélations

L'objectif étant d'utiliser des variables macroéconomiques pour prédire l'évolution des cours des paires, il nous fallait déterminer lesquelles parmi nos variables étaient les plus efficaces pour faire ces prédictions. Nous nous sommes donc penchés sur les coefficients de corrélation entre chaque variable et nos paires. Notre première analyse a porté sur les corrélations entre les futures sur les paires et les futures des *commodities* (matières premières) que nous avions à disposition. Plus précisément, il s'agissait des séries différenciées des prix des futures, que nous avons comparées avec ces mêmes séries retardées d'un jour. En d'autres termes, nous avons cherché à connaître si l'évolution d'un future entre $t-1$ et t était corrélée à celle d'un autre entre t et $t+1$ (figure 12 en annexe).

Cette première expérience nous a notamment révélé une corrélation relativement plus élevée de 0.073 entre l'évolution des futures sur l'or et l'évolution des futures sur la paire CHF/USD le

lendemain. Cette valeur s'explique notamment par le fait que plus d'un quart de la monnaie suisse est soutenue par des réserves d'or.

Ensuite, nous avons regardé les corrélations entre les futures sur les paires et le CPI (voir la figure 13 en annexe) ainsi que différents PIB. Nous avons principalement tiré de ces analyses que certains PIB, comme celui de la Chine, étaient très corrélés à certaines monnaies telles que le dollar canadien (0,53) ou le dollar australien (0,49). Les corrélations avec l'inflation américaine sont relativement faibles, mais cela peut s'expliquer par le fait que comme les données de QuantCube sur le CPI sont obtenues par des régressions, les variations du CPI peuvent être sous-estimées par leurs modèles d'un jour à l'autre, faute de données quotidiennes précises.

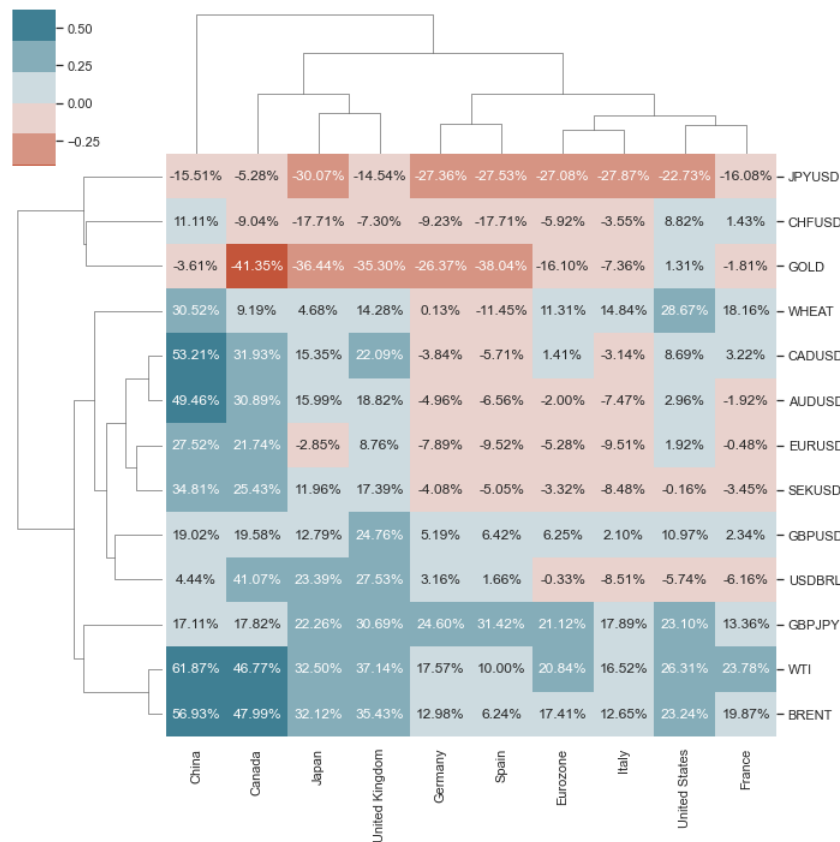


Figure (3) Corrélations entre les contrats futures et les PIB

Cette partie nous a permis d'identifier certaines variables qui peuvent potentiellement avoir davantage d'impact sur les prédictions du cours de certaines paires.

II.3 Indicateurs financiers de performances utilisés

Pour comparer nos différentes stratégies d'investissement, nous avons fait ce qu'on appelle des *backtests*, des simulations d'investissement sur des données passées, où l'on peut voir le rendement de la stratégie, mais pas que. Il existe de nombreux indicateurs qui permettent de juger

l'efficacité et la qualité d'une stratégie, nous en avons retenu quelques-uns :

- *Profit en pourcentage*
- *Ratio de Sharpe*
- *Volatilité*
- *Ratio de Sortino*
- *Max Drawdown*
- *Win Rate*
- *Ratio Risk/Reward*

Le *ratio de Sharpe* mesure l'écart de rentabilité d'un portefeuille (stratégie) d'actifs financiers par rapport au taux de rendement d'un placement sans risque (aussi appelé prime de risque), divisé par un indicateur de risque, l'écart-type de la rentabilité de ce portefeuille, à savoir sa *volatilité* : $S_{Sharpe} = \frac{R-r}{\sigma}$, où R est l'espérance de rentabilité du portefeuille, r le taux de placement sans risque, et σ la volatilité. La *volatilité* traduit l'ampleur des variations des cours financiers. Plus elle est élevée, plus les gains peuvent être élevés, tout comme les pertes. C'est donc un indicateur de risque. Le *ratio de Sharpe* donne donc en quelque sorte la rentabilité par unité de risque. Le *ratio de Sortino* quant à lui est une variante du *ratio de Sharpe*, mais il ne prend en compte que la volatilité négative : $S_{Sortino} = \frac{R-T}{DR}$ où T est le taux de rentabilité visé, et DR l'écart-type des prix inférieurs à un certain seuil. On a $DR = \sqrt{\int_{-\infty}^T (T-r)^2 f(r) dr}$, où f est la fonction de densité des *returns* (prix différenciés), qu'on suppose log-normale. Enfin le *Max Drawdown* donne la proportion de la plus grande variation par rapport à la valeur du portefeuille de départ.

III Fondements des stratégies

III.1 Hypothèses de normalité des rendements d'actifs

Cette hypothèse de *returns* suivant une distribution gaussienne est à soulignée car elle est mobilisée tout au long de notre projet. Sur la base de l'étude réalisée par Nornadiah Mohd Razali1 et Yap Bee Wah autour de la puissance des différents tests de normalité usuels (Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling)¹. Nous avons choisi de vérifier l'hypothèse sur une série de *returns* tirée du test d'une stratégie afin de vérifier l'hypothèse. Conformément à la conclusion de l'étude, nous allons utiliser le test de Shapiro-Wilk et le test d'Angerton-Darling qui ont des performances similaires dans l'étude. La différence notable est que le test de Shapiro-Wilk voit sa puissance chuter sur des échantillons de taille faible car l'asymétrie et la *kurtosis* deviennent alors plus difficiles à estimer. Dans notre cas, les séries temporelles de *returns* traitent la majorité des jours sur 2 ans (dans le cas des phases de test les plus courtes), nous pouvons donc plausiblement penser que les tailles d'échantillons sont suffisantes. Les résultats pour les tests de Shapiro-Wilk sur les *returns* de 5 instruments aléatoirement choisis sont présentés ici :

Tirage	t-value	$\mathbb{P}(\geq t)$
1	0.9883	0.0766
2	0.9934	0.4054
3	0.9951	0.7092
4	0.9918	0.2508
5	0.9932	0.0909

1. Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests, 2011

Pour le test d'Anderson-Darling, Les p -values valident aussi l'hypothèse de normalité. Donc comme nous pouvons l'observer l'hypothèse H_0 de normalité est acceptée au seuil de 5% pour les deux tests utilisés, ce qui justifiera son utilisation durant le reste de l'étude.

III.2 Premiers essais élémentaires

Sur le conseil de notre encadrant, nous avons réalisé des premiers essais sur les paires du marché des changes avec la stratégie suivante :

1. Le jour t , on observe les prix de l'instrument prédictif X
2. On vérifie la direction du mouvement de la journée (de la fermeture de la séance au jour $t-1$ à la fermeture du jour t).
3. Si la direction du mouvement est positive on choisit d'acheter l'instrument Y de la fermeture en t à la fermeture en $t+1$. On le vend à découvert sur cette période sinon.

La vente à découvert nous permet ici de gagner de l'argent sur la baisse du prix de notre actif Y. Le procédé est le suivant :

1. Une position est ouverte en empruntant des actions d'un titre ou d'un autre actif dont l'investisseur pense que la valeur va diminuer.
2. L'investisseur vend ensuite ces actions empruntées à des acheteurs prêts à payer le prix du marché.
3. Avant de devoir rendre les actions empruntées, l'investisseur fait le pari que le prix continuera à baisser et qu'il pourra les acheter à un coût inférieur.

Les données utilisées dans le cadre de cette stratégie sont issues de Yahoo Finance, et comprennent les prix au comptant des instruments utilisés et décrits. Contrairement au prix au comptant, le prix à terme est un prix convenu pour la livraison future de l'actif.

Nous appliquons donc notre stratégie avec X et Y étant respectivement le WTI et le CAD/USD (parité Dollar canadien Dollar américain) car les deux sont corrélés positivement comme nous avons pu le voir dans l'étude sur les relations inter-marchés. Le rendements cumulés sont représentés ci-dessous, les 3 courbes représentent la stratégie visant uniquement à acheter (bleue), vendre à découvert (rouge) et enfin à combiner les deux (verte).

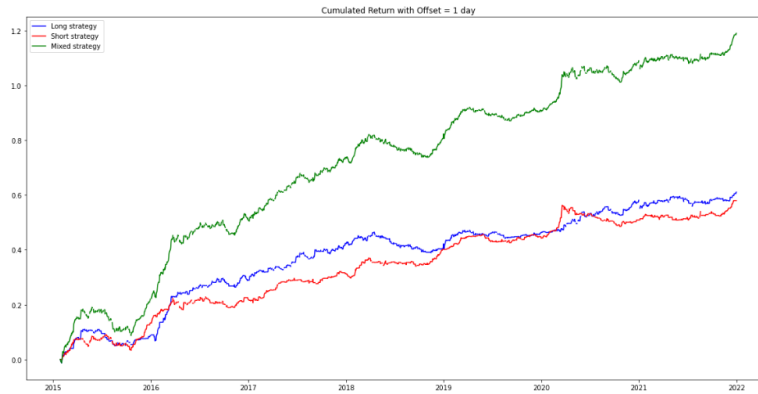


Figure (4) Cumulated Returns de la stratégie Long/Short du WTI

Nous observons ici les rendements cumulés. La rentabilité ajustée au risque (Sharpe) de 2,62 indique une excellente performance. La majorité des stratégies ont des ratios de Sharpe se situant autour de la fourchette 0,30 à 1,2. Plusieurs combinaisons de X et Y explorant les classes d'actifs mentionnées précédemment sont dans cette fourchette. Les stratégies situées à l'extrémité inférieure de cette fourchette représentent des signaux plus faibles, mais peuvent encore être utiles lorsqu'elles sont combinées à d'autres signaux. Cela réduit le profil de risque du portefeuille global et améliore la dynamique du rendement ajusté au risque, sur la base de la covariance de leurs distributions conjointes. La volatilité annuelle réalisée est de 7,453 %.

Celle-ci peut être évaluée lors de la phase de test de la stratégie comme résultat du contrôle de l'effet de levier pour correspondre à l'exposition au marché souhaitée. L'effet de levier est une stratégie d'investissement consistant à utiliser de l'argent emprunté — plus précisément, l'utilisation de divers instruments financiers ou de capitaux empruntés — pour augmenter le rendement potentiel d'un investissement.

Pour en revenir à la stratégie, un *drawdown* maximal de -9,589% a été observé durant la phase de test correspondant à la fin d'année 2015. La sous-performance est liée à un choc idiosyncratique sur l'offre de pétrole mondiale à ce moment-là. Les drawdowns sont une fonction du temps sur le marché, de l'effet de levier, ainsi que de la distribution des rendements (1er à 4e moments) de notre stratégie. Compte tenu de notre volatilité, le *drawdown* observé peut être considéré comme bon. Dans le cas de notre stratégie appliquée à notre couple d'instruments (X,Y), la distribution des rendements est comme suit :

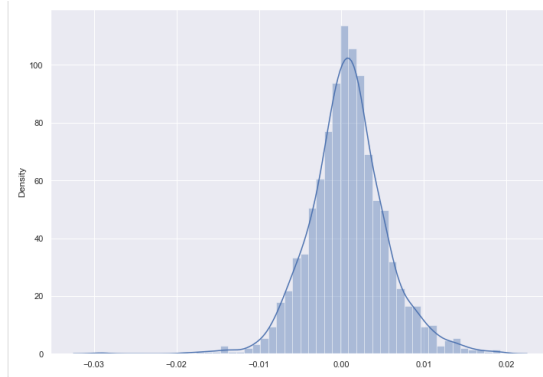


Figure (5) Histogramme et densité des returns de la stratégie Long/Short du WTI

La normalité est souvent une caractéristique souhaitée de la distribution des rendements, mais elle est rarement obtenue. Notre stratégie présente une non-normalité au test de Shapiro-Wilk. Le test de D'Agostino a la même conclusion. Les tests de D'Agostino montrent que les distributions des rendements sont distinctes de la distribution normale en termes d'asymétrie et de *kurtosis*; cette stratégie de trading présente une certaine asymétrie à droite comme on peut l'observer sur l'histogramme.

La grosseur des queues est également une indication de la fréquence à laquelle les stratégies rencontrent des fluctuations plus importantes de capital, comme lors des événements tels que les stress du marché et les événements de la théorie du cygne noir².

2. Statistical Consequences of Fat Tails : Real World Preasymptotics, Epistemology, and Applications

III.3 Problèmes rencontrés, limites et évolutions possibles

La plupart des stratégies élaborées avec la méthodologie énoncée plus haut ne signalent pas forcément la présence d'un possible biais d'anticipation. Le biais d'anticipation se produit lors de l'utilisation, dans une étude ou une simulation, des informations ou des données qui n'auraient pas été connues ou disponibles pendant la période analysée. Cela peut conduire à des résultats inexacts dans l'étude, ou dans notre cas, en phase de test. Plus important encore, un biais d'anticipation peut involontairement faire pencher nos résultats de la simulation vers des ratio de Sharpe "trop" élevés. Cela conduit les économistes et les analystes à accorder une trop grande confiance à leurs modèles et à la capacité de ces derniers à prédire et à atténuer les événements futurs. Mais, après analyse des résultats par notre encadrant, les courbes de rendements cumulés n'affichent d'erreur de méthodologie. Néanmoins, certaines courbes de performances signalent des anomalies très ponctuelles. Par exemple :

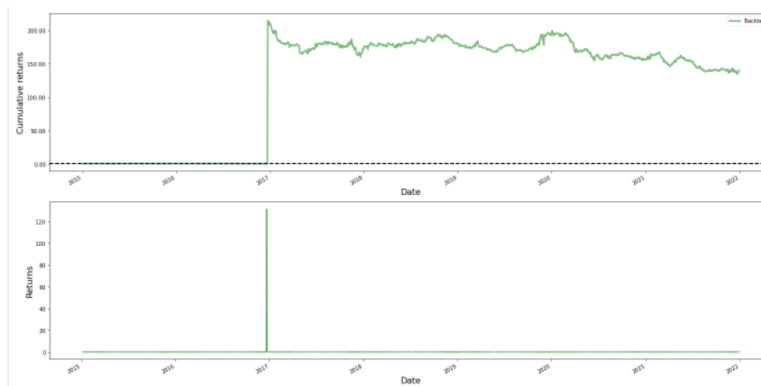


Figure (6) Rendements cumulés et rendements anormaux lors de la phase de test

La figure montre un saut semblable à un dirac en décembre 2017 dûe à une volatilité importante sur le CLPUSD. L'actif prédictif utilisé étant un ETF corrélé à 42% à celui-ci. Les rendements qui suivent ne montrent pas en revanche d'irrégularités supplémentaires.

Ces stratégies restent en revanche élémentaires et ce, pour plusieurs raisons. La première étant que cette méthodologie ne permet pas d'ajouter plusieurs actifs pour jouer le rôle de variables prédictives. Cette contrainte se révèle importante lorsque l'on observe des volatilités importantes. La seconde étant que le seuil, fixé à 0, est totalement arbitraire. Celui-ci peut notamment dépendre d'une ou plusieurs moyennes mobiles des rendements de l'instrument, car celles-ci ne sont jamais nulles. On peut voir sur le graphique suivant, affichant en abscisse le seuil d'achat du CADUSD, en ordonnée son seuil de vente à découvert et en altitude le Sharpe correspondant à ce couple de paramètres, que le choix des seuils nuls n'est sûrement pas optimal. Pour une phase de test, allant de 2015 à 2022, le couple optimal est $(-0,88, 0,10)$ et se situe dans un pic rouge de la figure.

Le second paramètre arbitraire est le jour utilisé pour définir la prise de position D_t à la date t . Les stratégies précédentes utilisent toutes le signe de X_{t-1} , ce qui n'est pas absurde car la prise de position se base alors sur l'information la plus récente, i.e. le rendement de la veille. Néanmoins, les saisonnalités et cycles sur les marchés peuvent peut-être impacter le rendement d'une journée. Nous avons donc observé la manière dont varie les rendements cumulés des stratégies S_i où $i \in \{1, \dots, 252\}$ indique l'utilisation de X_{t-i} . Le choix de 252 n'est pas aléatoire, une année habituelle représente 252 jours d'ouverture des bourses. On peut effectivement remarquer sur le graphique correspondant que

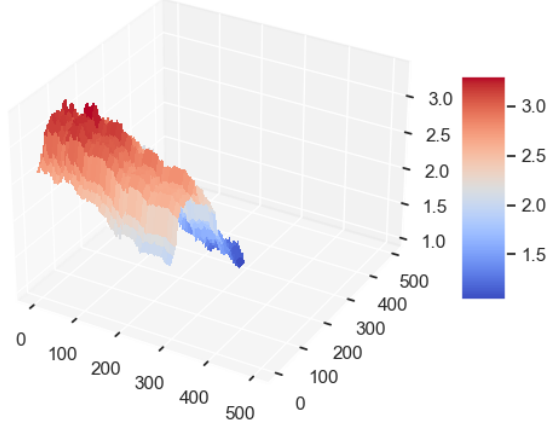


Figure (7) Ratios de Sharpe de plusieurs stratégies en fonction de différents seuils d'achat et vente à découvert

IV Modèles de régression

Nous utilisons une matrice de corrélation pour observer les relations entre actifs. Notre but est d'établir de nouvelles stratégies de trading basées sur les stratégies élémentaires déployées auparavant et nous indiquant si l'on doit acheter ou vendre à découvert certaines paires en fonction des rendements passés d'autres actifs corrélés.

Pour ce faire, on a 3 paramètres : la paire, le modèle et le nombre de *lag*. Ici, l'objectif est de trouver le modèle le plus adapté pour chaque paire. Tout au long du projet, nous avons testé différents modèles. Nous avons utilisé les modèles *Logit*, *XGBoost*, *GLSAR* et *GLS* dans le cadre de variables prédictives binaires et non binaires afin d'observer si l'amplitude des rendements est une information pouvant être utilisée dans la prédiction du mouvement. Les performances seront jugées sur la base des indicateurs financiers définis précédemment.

IV.1 Présentation des modèles

Dans cette partie, le but est d'étudier la prédiction des variables binaires sous des paramètres différents. Les modèles utilisés sont les suivants :

- **Logit** : Notre variable expliquée est $Y \in \{0, 1\}$ et nos variables latentes Y^* sont les *returns*. On cherche : $\mathbf{E}[Y|X] = \mathbf{P}(Y = 1|X) \in [0, 1]$
On définit $Y = \mathbf{1}[Y^* > 0]$ et $Y^* = X'\beta_0 + \varepsilon$ Alors

$$\mathbf{P}(Y = 1|X) = \mathbf{P}(Y^* > 0) = \mathbf{P}(X'\beta_0 + \varepsilon > 0) = \mathbf{P}(\varepsilon < X'\beta_0) = F_\lambda(X'\beta_0) \quad (1)$$

Notre fonction de répartition suit une la fonction sigmoïde définie par : $F_\lambda(x) = \frac{1}{1+e^{-\lambda x}}$. Le modèle calcule ensuite la log vraisemblance conditionnelle de notre densité. Puis comme la dérivée seconde qui est définie par :

$$\frac{\partial^2 l_n}{\partial \beta \partial \beta'}(Y|X, \beta) = \sum_{i=1}^n F_\lambda(X'_i \beta) X_i X'_i < 0 \quad (2)$$

où $l_n(X|Y, \beta)$ est le log de vraisemblance conditionnelle et β est notre estimateur.

La matrice des dérivées est définie négative, la log-vraisemblance est concave donc elle s'annule en un unique point. On obtient donc notre Beta grâce à l'estimateur du maximum de vraisemblance.

- **XGBoost (Extreme Gradient Boosting)** : Ce modèle est très utilisé en machine learning. C'est un modèle d'arbre de décision d'ensemble recourant au renforcement de gradient, qui permet de réduire les erreurs sur la méthode de descente de gradient. De plus le poids de chaque nouvel arbre peut être réajusté avec une certaine constante η , ce qui réduit l'influence d'un arbre isolé sur le résultat final.
- **GLS (General least squared)** : Le modèle des moindres carrés généralisé est utilisé lorsque le MCO n'est pas statistiquement significatif. On a recours à ce modèle si la corrélation des résidus est trop forte. Le *GLS* est robuste à l'hétéroscédasticité et à l'autocorrélation des résidus. Il faut se servir la décomposition de Cholesky : soit A une matrice symétrique définie positive, L une matrice triangulaire inférieure telle que : $A = LL^\top$.

Le but du *GLS* est de trouver une transformation du modèle de base GLM :

$$Y = X'\beta + \varepsilon; \mathbf{E}[\varepsilon|X] = 0; Y = X'\beta + \varepsilon; \mathbf{E}[\varepsilon|X] = 0; \mathbf{V}[\varepsilon|X] = \mathbf{E}[\varepsilon\varepsilon'] = \sigma^2\Omega \quad (3)$$

Y est la variable expliquée, X est la variable explicative et ε sont les résidus.

En multipliant par L' on obtient que :

$$L^\top = L^\top X'\beta_0 + L^\top \varepsilon \quad (4)$$

Après cette transformation, on peut déduire que :

$$\mathbf{V}(L'\varepsilon) = L'\mathbf{V}(\varepsilon)L = \sigma^2 L\Omega L = \sigma^2 L'(\Omega^{-1})^{-1}L = \sigma^2 L'(LL')^{-1}L = \sigma^2 \mathbb{I} \quad (5)$$

La variance est maintenant constante, le théorème de Gauss-Markov peut dès lors être appliqué afin de déduire toutes les propriétés de l'estimateur des MCO. Le *GLS* est sans biais, consistant, efficace et asymptotiquement normal.

De plus, le *GLS* est BLUE pour le GLM. Le *GLS* arrive à prédire correctement les séries dont les résidus sont hétéroscédastiques mais non autocorrélés, la matrice : $\Omega = \text{diag}(\omega_1^2; \omega_2^2; \dots; \omega_N^2)$ est diagonale donc $L = \text{diag}(\omega_1; \omega_2; \dots; \omega_N)$. On peut alors réécrire Y comme :

$$Y_i/\omega_i = \beta_0(1/\omega_i) + \beta_1(X_{1,i}/\omega_i) + \dots + \beta_k(X_{k,i}/\omega_i) + \varepsilon_i/\omega_i \quad (6)$$

Autrement dit, toutes les variables sont multipliées par les poids ω_i^{-1} . Donc β_0 n'est plus multiplié par une constante. Lorsque l'on applique le MCO sur le modèle transformé, il suffit de rajouter les poids dans les variables, ce qui nous permet de ne pas multiplier le modèle par une constante.

- **GLSAR (General Least Squared Auto-Regression)** : Dans le modèle *GLSAR*, les hypothèses sont en tout point au identiques au modèle GLS à une différence près, on suppose que les résidus sont autocorrélés. Cela permet de combler les défauts du modèle

GLS dans le cas où les résidus sont autocorrélés. De plus s'il y a une différence significative entre les deux modèles, on peut en déduire que les résidus de la série temporelle sont autocorrélés. Des autocorrélogrammes complets et partiels ont pu confirmer cette hypothèse statistiquement (au seuil de 5%).

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\varepsilon_t x_t] &= 0 \\ \varepsilon_t &= a_1 \varepsilon_{t-1} + a_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + a_k \varepsilon_{t-k}\end{aligned}\tag{7}$$

x_t est la variable explicative et ε sont les résidus.

IV.2 Phase de test

Le phase de test (ou *backtesting*) est centrale car elle permet d'évaluer et de mettre en lumière les performances et les possibles dysfonctionnements de notre stratégie. Celle-ci possède deux volets, dans un premier temps nous avons testé nos stratégies avec des variables explicatives discrètes. Ces variables indiquent 1 si les *returns* de la journée sont supérieurs à ceux de la veille et 0 s'ils sont inférieurs. La valeur des *returns* est un pourcentage de la variation du cours dans la journée, $X \in \mathbf{R}$ donc la variable est continue. Le paramètre dit de *lag* est un nombre $n \in \mathbb{N}$ strictement positif qui caractérise l'utilisation des n derniers *returns* de chaque instruments utilisés dans les régressions abordés. Celui-ci constitue un paramètre supplémentaire sous lequel nous pouvons étudier les performances de notre stratégie, en plus du modèle et de la paire utilisés.

Nous avons commencé par définir les fonctions de test. Les fonctions de *backtest* sont décomposées en sous fonctions correspondant à chaque modèle, les sous fonctions exécutent un algorithme dont la structure de base est la suivante :

1. La série de rendements journaliers de notre paire d'intérêts, notée $(Y_t)_{t \in T_{train}}$, ainsi que celles de nos variables prédictives $(X_t^i)_{t \in T_{train}}^{i \in I_Y}$ servent à entraîner les modèles évoqués précédemment, avec I_Y qui représente la classe d'actifs utilisés pour prédire Y_t , issu de l'analyse de corrélations précédente. La période d'entraînement représente 80% des données à disposition³. Le reste servira par la suite à évaluer notre stratégie.
2. Après entraînement, nous utilisons nos estimateurs afin de déterminer le signe des rendements quotidiens dans les phases de test.
3. Les signes prédits $(\hat{D}_t)_{t \in T_{test}}$ sont par la suite confrontés aux *returns* des jours correspondants. Le rendement de notre stratégie est alors comme pour la journée $t \in T_{test}$, $R_t = D_t Y_t$

La série $(\hat{D}_t)_{t \in T_{test}}$ est ensuite étudiée sous l'angle des fonctions de performance. Cette disposition nous servira dans la suite pour comparer les résultats des différentes paires en fonction des divers modèles. Pour choisir le modèle le plus adapté, nous avons initié une phase de test les évaluant sur toutes les paires choisies précédemment ainsi que tous les *lags* n jusqu'à 300 jours. Celle-ci traitent deux cas ; dans le premier, on cherche à prédire Y_t à l'aide $X_t \in \mathbf{R}$, alors que le second n'utilise que le signe des rendements. Dans le cas binaire, le signal est 1 (resp. 0) si la clôture du cours $t-1$ est inférieure (resp. supérieure) à celle du jour t . Dans le cas continu, on

3. Il est aussi important de noter que les séries initiales ne sont pas randomisées afin d'éviter qu'un estimateur donné ne serve pas à prendre position sur des dates antérieures à la phase d'entraînement, ce qui vraisemblablement nous conduirait à un biais d'anticipation.

donne le montant exact des *returns* à la fin de chaque jour.

Pour croiser les résultats, nous n'avons pas eu recours à une matrice de corrélation classique, nous avons opté pour une matrice de clustering (pour des raisons de clarté et de lisibilité) avec le ratio de Sharpe moyen des différentes stratégies.

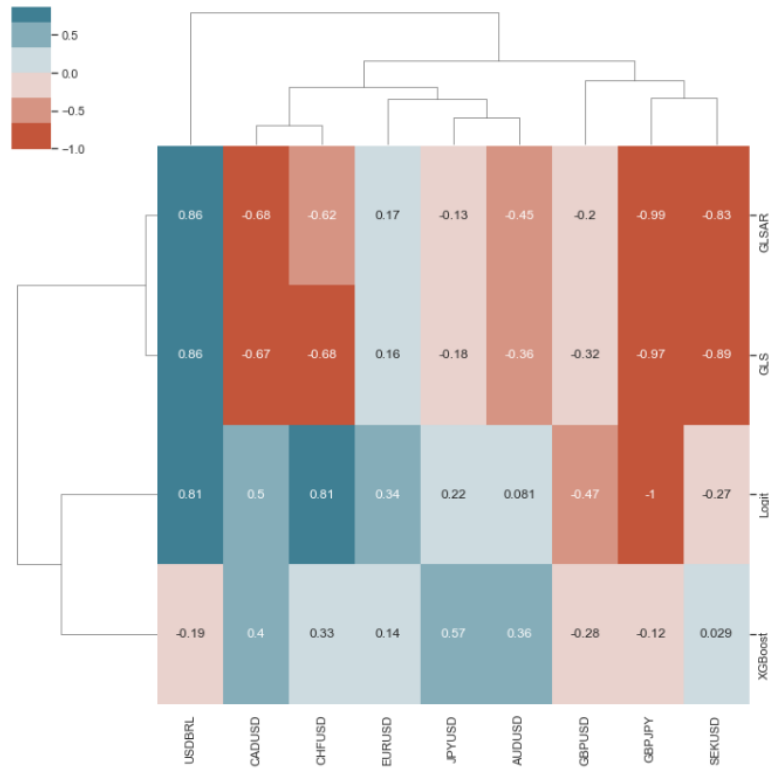


Figure (8) Lien entre les paires et les modèles

Comme nous pouvons le remarquer sur le graphique, le modèle *XGBoost* disposent de résultats plus réguliers que les autres en moyenne, mais il n'est pas plus performant pour autant, car la moyenne de Sharpe est de 0,2 et le Sharpe maximum est 0,57 obtenu avec le JPYUSD. Cette régularité est due à l'utilisation d'un modèle incorporant des arbres de décision et non une régression usuelle. Alors que le modèle *Logit* performe convenablement pour les paires USD-BRL et CHFUSD avec un Sharpe de 0,81 pour les deux. Le modèle *GLS*, lui, peine à prédire les mouvements sur les paires faisant intervenir la livre sterling et la couronne suédoise. Ces incompatibilités sont à noter pour l'élaboration d'une futur "*macrostratégie*".

Les modèles *GLSAR* et *GLS* ont obtenu les plus hauts ratios de Sharpe avec 0,86 sur le GBPJPY. Comme nous avons vu précédemment, le modèle des *GLS* prédit avec plus de justesse les cas où les résidus ne sont pas autocorrélés, car on peut facilement (en ajoutant des pondérations) se ramener dans le cas des MCO. On peut donc déduire que les résidus ne sont pas autocorrélés. Cette absence d'autocorrélation entre les résidus est confirmée par l'écart non significatif quantitativement (de l'ordre de 10^{-2}) entre les moyennes des ratios de Sharpe des deux modèles. On remarque aussi que pour le CHFUSD le modèle *Logit* obtient un ratio de

Sharpe de 0,81 alors que celui du modèle *GLS* pour la même paire est de $-0,68$. Cela s'explique par le fait que le modèle *GLS* a plus de difficultés à interpréter une variable binaire, ici acheter ce qui correspond à $D_t = 1$ et vendre à découvert $D_t = 0$. La série temporelle du CHFUSD semble clairement plus adapté à une régression avec un modèle binaire. Cependant les résultats sur la paire USDBRL indiquent que le *GLS* et le modèle *Logit* ont eu rendements rapportés au risque convenables de 0,86 et 0,81. Il serait intéressant de se pencher sur la nature de la série temporelle des *returns* de l'USDBRL afin de comprendre les raisons qui expliqueraient ces chiffres.

Grâce à ces différents tests, on peut classer des séries temporelles dans des groupes plus ou moins identifiés. La création de ces ensembles d'instruments va permettre d'affiner l'usage des stratégies lors du lancement réel. Le but étant d'avoir un modèle adapté pour chaque paire plutôt que d'utiliser un unique modèle pour toutes les paires, ce qui améliore le ratio de Sharpe des stratégie déployées. Par exemple nous avons vu dans que les modèles *GLSAR* et *GLS* obtenaient le même score pour l'USDBRL, on peut donc déduire que les résidus de la série des rendements ne sont pas autocorrélés.

IV.3 Robustesse du ratio de Sharpe vis-à-vis du nombre de variables explicatives

Cette partie vise à compléter l'étude précédente sur le lien entre paire et modèle utilisé. Il est important de noter que les résultats observés a posteriori ne donnent qu'une mince aide à l'investisseur, la manière dont les performances de nos stratégies varient vis-à-vis des paramètres utilisés est donc une information primordiale lors du déploiement de la stratégie. Le diagramme suivant nous donne un regard sur la robustesse des modèles déployés pour chaque paire, mais pour des *lags* différents, le but étant de souligner l'effet d'un changement de lag sur la réussite des stratégies.

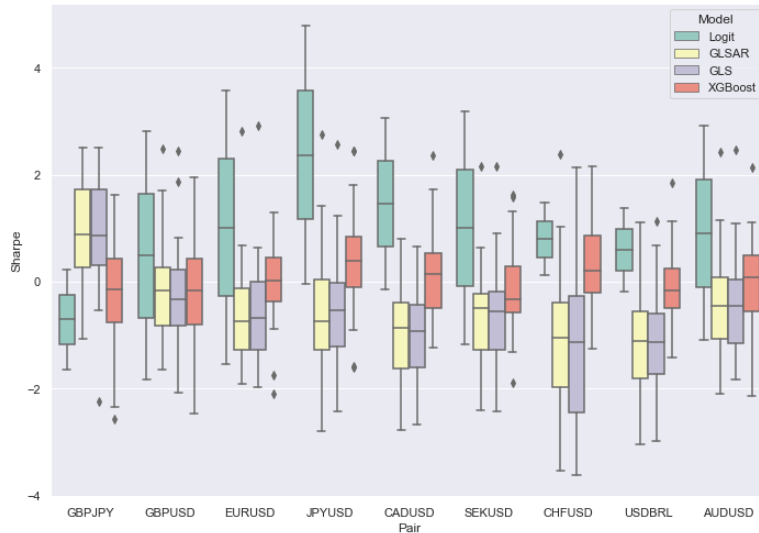


Figure (9) Diagramme en boîte des ratios de Sharpe avec $X_t \in \mathbb{R}$

Le premier fait important à souligner est la corrélation entre moyennes et écarts-types des

Sharpe observés. Effectivement, on peut voir que les bougies de moyennes supérieures disposent d'un corps plus grand, ce qui indique une distribution des Sharpe plus dispersée.

Néanmoins, les boîtes de grand corps sont souvent associées au modèle *Logit* qui se révèle bien plus performant que les autres sur la quasi-totalité des paires avec un écart important avec les différents modèles de 2 sur le JPYUSD. Le GBPJPY se présente comme l'unique talon d'Achille du modèle *Logit*, ce qui semble curieux lorsque l'on observe les réalisations du même modèle sur le JPYUSD, la composante JPY de la parité n'est donc pas à remettre en cause ici. Le modèle le plus robuste est le modèle *XGBoost*, les tailles de bougies sont les plus petites, mais ce ne sont pas les plus basses. Le choix à priori du set de paramètres avant déploiement d'une stratégie doit donc révéler le profil de l'investisseur aux commandes ; par exemple, le choix d'un modèle *Logit* conviendra à une perspective d'investissement plus audacieuse, mais en moyenne plus rentable.

Un arbitrage gain/risque typique est souligné ici ; certains sets de paramètres se révèlent plus hasardeux que d'autres, mais plus avantageux.

IV.4 Lien entre le nombre de jour utilisé et la parité

Ensuite, nous avons généré une matrice similaire pour calculer le *lag* optimal pour chaque paire. Il est clair que plus le lag est grand, moins notre modèle sera précis et ce, quelque soit la paire. Nous avons donc opté pour un lag proche de 0. Nous voyons clairement sur le graphique que pour un jour on a des Sharpes appartenant à $[0.78; 3.7]$ et à partir du deuxième jour on obtient un score maximum de 1.9. Nous avons aussi cherché la meilleure fenêtre en fonction du modèle utilisé, et nous arrivons à la même conclusion.

C'est donc à l'aide des différents modèles, des diverses paires que nous avons optimisé notre phase de test.

Comparé au graphique où X est binaire, on s'aperçoit que l'on obtient des ratios de Sharpe significativement plus grands. Le Sharpe maximum est de 0,86 pour X binaire alors qu'il est de 2,4 avec les modèles prenant en entrée X continu. Cette différence quantitative significative peut être expliquée par la perte d'information lors de l'application de l'indicatrice. Le passage des données qualitatives (binaires) aux données quantitatives nous permet d'avoir des stratégies de avec de meilleurs ratios de Sharpe. Ce graphique nous permet aussi de comparer la nature des séries et d'affiner notre analyse. Pour le JPYUSD le modèle *Logit* avec $X \in \{0, 1\}$ a obtenu un Sharpe de 0,22 alors que pour X continu, le Sharpe est de 2,4. On peut déduire qu'il y a possiblement de faux signaux autour de 0, cela donne alors de fausses indications dans le cas discret. L'amplitude donne une meilleure information pour acheter ou vendre à découvert. On remarque le même phénomène avec les modèles *GLS* et *GLSAR* pour le GBPJPY. Certains ratios de Sharpe restent constants d'un modèle à l'autre, par exemple le CHFUSD pour le modèle *Logit*. Cela signifie que l'amplitude n'apporte pas plus d'information pour la stratégie. On peut aussi déduire qu'il ne doit pas y avoir de bruit autour de 0 puisque le modèle binaire nous donne une stratégie correcte avec 0,81 de Sharpe.

Nous pouvons remarquer les différences avec le modèle discret, notamment sur le modèle *Logit*. Étonnamment, il se distingue moins bien sur le GBPJPY avec un ratio de Sharpe de -0.71. Mais sur le JPYUSD le modèle *Logit* est le meilleur d'entre tous avec un score de 2.4. Le modèle *XGBoost* n'arrive plus à prévoir les données correctement, le Sharpe est centré en 0. Cela est dû à la structure du modèle *XGBoost*, les arbres ont plus de mal à prédire des décimaux. (mal dit). Le modèle *GLSAR* et le *GLS* ne parviennent qu'à prédire correctement (moyenne de Sharpe de 0.92 et de 0.93. La différence entre les deux est minime, de l'ordre de 10^{-2} . Ce n'est

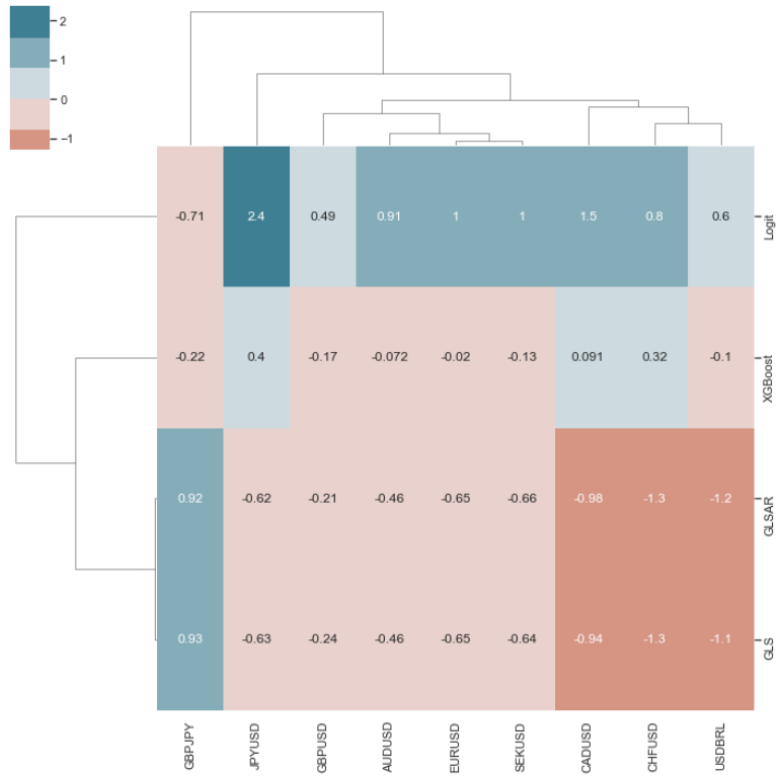


Figure (10) Lien entre les paires et les modèles

pas significatif quantitativement, on peut en déduire que les résidus de la série temporelle du GBPJPY ne sont pas autocorrélés.

V Conclusion, Limites et pistes d'amélioration

Le temps alloué nous a empêchés de poursuivre certaines pistes potentielles. Celles-ci auraient eu comme but d'affiner l'espace des paramètres adaptés à chaque actif. Un exemple étant l'utilisation de techniques de dimensionnalité (PCA, kPCA, LDA,...) afin de limiter l'effet de l'augmentation du *lag* sur la diminution du ratio de Sharpe mentionné précédemment. Ces techniques nous auraient aussi permis d'exploiter des données supplémentaires issues d'autres marchés (*spread* d'options, indices de volatilité...) Cette étude a vocation à servir de fondation solide à l'élaboration d'une « *macrostratégie* » d'investissement déployée sur l'entièreté des paires citées dans l'analyse. Le but étant de sélectionner d'abord sur une durée précise (allant d'une journée à potentiellement un an) sur laquelle on exposerait notre capital à certains actifs à l'aide de stratégies (identiques à celles qui ont fait l'objet de notre étude) adaptées. Cette adaptation suivrait les critères énoncés plus haut. Le choix des actifs quant à lui dépendra des volatilités spécifiques et du profil de risque souhaité pour notre portefeuille.

Ce projet a été pour nous une introduction au monde passionnant de la finance quantitative et du trading algorithmique, deux domaines où la rigueur dans la méthodologie et dans l'analyse des résultats est primordiale. Les indications de notre encadrant ont été d'une aide majeure dans ce sens, car les présentations de stratégie de ce type à de potentiels investisseurs demandent une démarche bien précise. Il est en effet nécessaire d'y allier l'intuition macroéconomique exposée au début de l'étude et une complexification croissante dans l'élaboration de stratégie d'investissement. Nous remercions encore une fois notre encadrant pour ses précieux conseils.

VI Annexe

VI.1 Figures

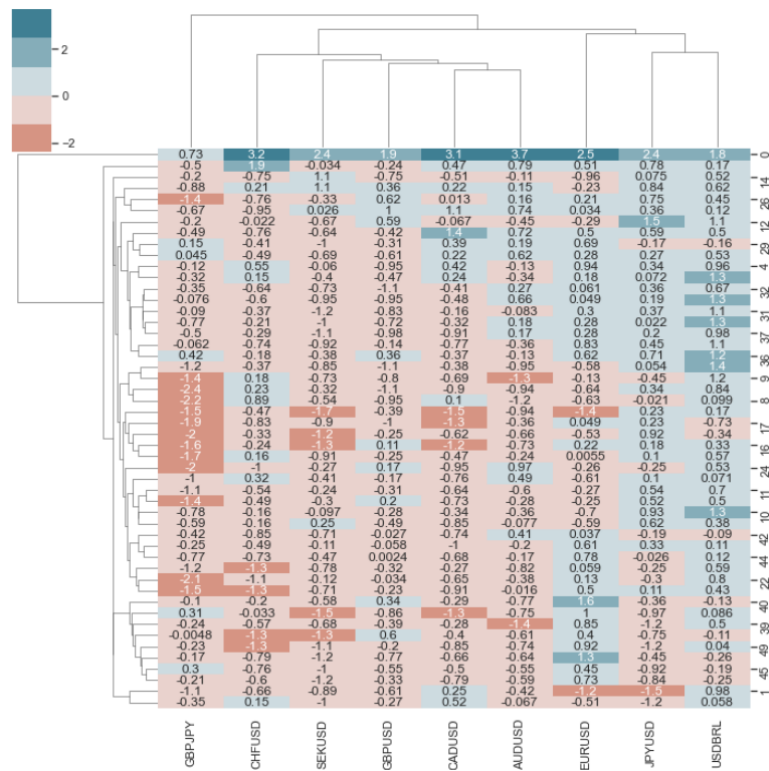


Figure (11) Lien entre les *lags* et les paires

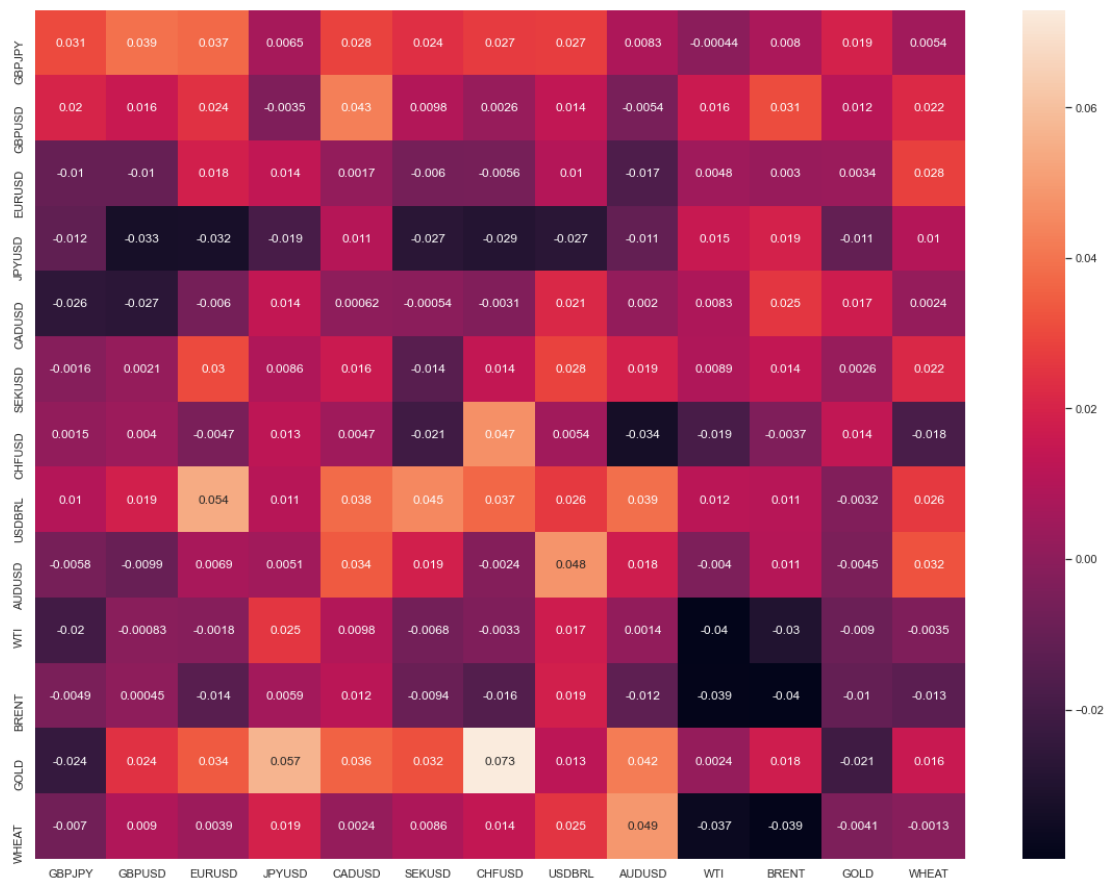


Figure (12) Corrélations entre les contrats futures avec un lag d'une journée

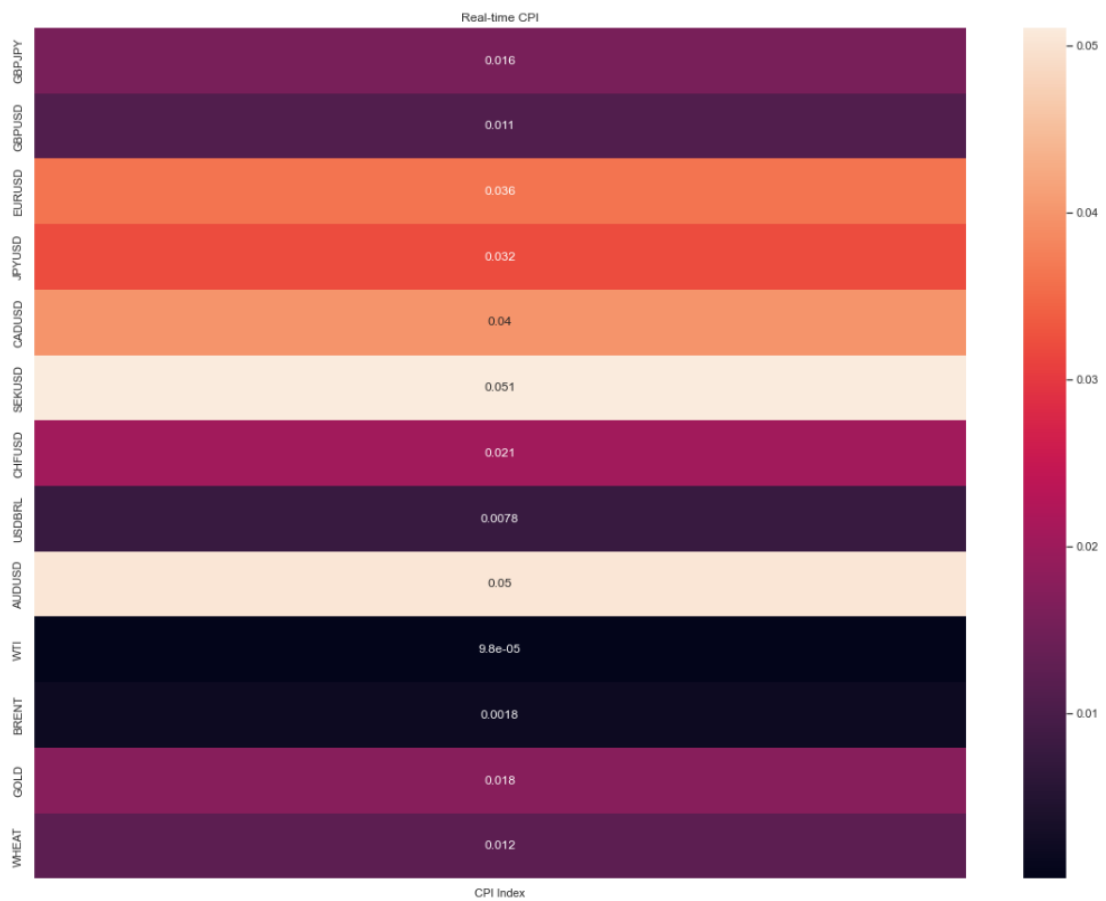


Figure (13) Corrélations entre les contrats futures et le CPI