

Сырье	Запасы	Расход на единицу продукции	
		P1	P2
S1	20	3	2
S2	16	4	1
S3	30	0	3
S4	40	4	0
прибыль от ед. продукции (у.е.)		10	6

x1 - кол-во выпущенной продукции P1;  
 x2 - кол-во выпущенной продукции P2.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ 4x_1 + x_2 \leq 16 \\ 3x_2 \leq 30 \\ 4x_1 \leq 40 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$Z = 10x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3y_1 + 4y_2 + 4y_4 \geq 10 \\ 2y_1 + y_2 + 3y_3 \geq 6 \\ y_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

$$W = 20y_1 + 16y_2 + 30y_3 + 40y_4 \rightarrow \min$$

Пример 1

$$Z = 5x_1 + 4x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 9 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{matrix} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq -9 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

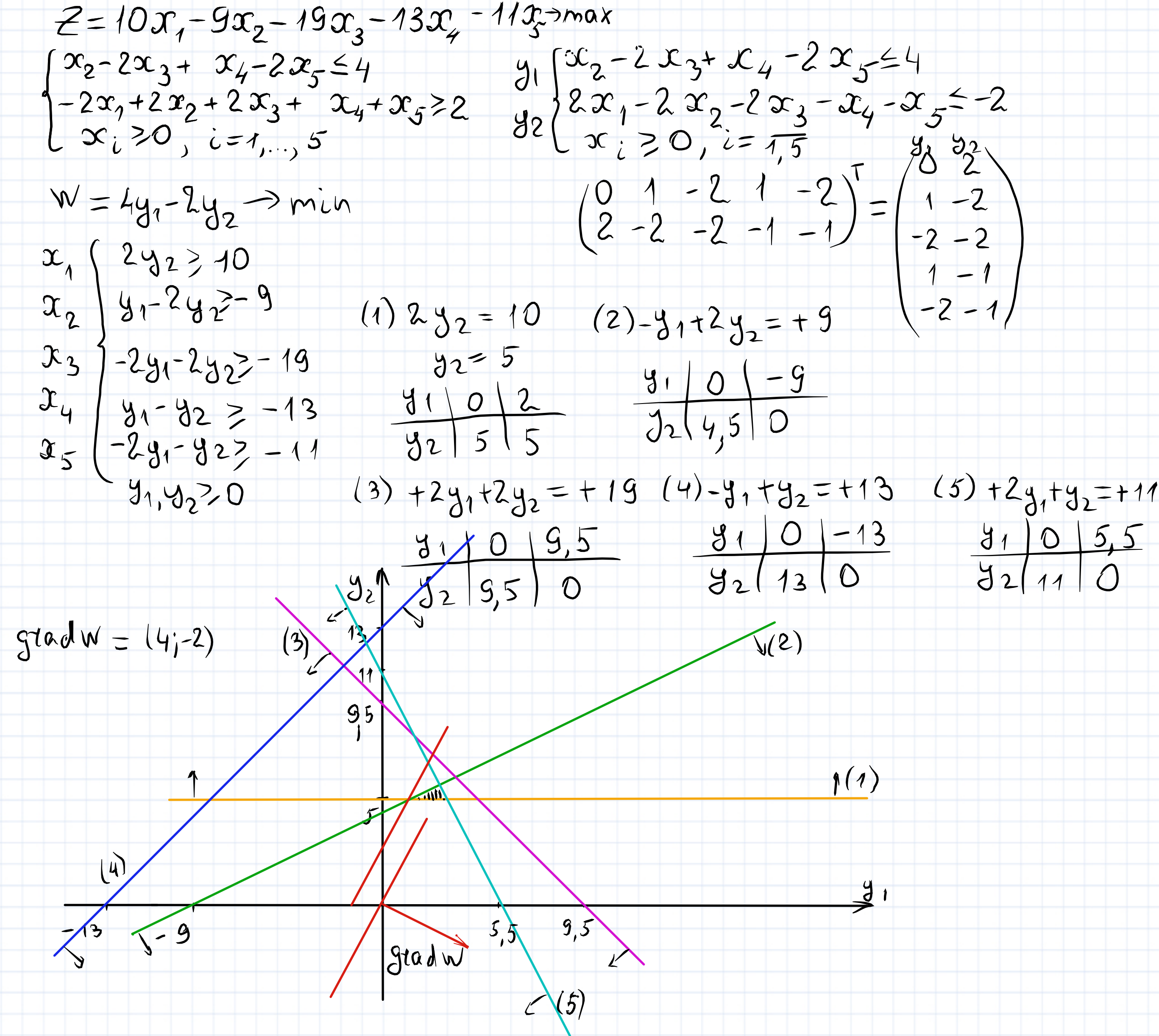
$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$x_1 \begin{cases} y_1 - 2y_2 + 3y_3 \geq 5 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 4 \\ y_1 - 3y_2 + 2y_3 \geq 6 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$W = 6y_1 - 9y_2 + 11y_3 \rightarrow \min$$

Двойственная задача

Пример 2



min: (1) и (2)

$$\begin{cases} y_2 = 5 \\ -y_1 + 2y_2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_2 = 5 \\ y_1 = 1 \end{cases}$$

$$W_{\min} = W(1; 5) = 4 \cdot 1 - 2 \cdot 5 = -6$$

Теорема равновесия

$$\begin{cases} y_1(4 - (x_2 - 2x_3 + x_4 - 2x_5)) = 0 \\ y_2(-2 - (2x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5)) = 0 \\ x_1(2y_2 - 10) = 0 \\ x_2(y_1 - 2y_2 + 9) = 0 \\ x_3(-2y_1 - 2y_2 + 19) = 0 \\ x_4(y_1 - y_2 + 13) = 0 \\ x_5(-2y_1 - y_2 + 11) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot 0 = 0 \\ x_2 \cdot 0 = 0 \\ x_3 \cdot 4 = 0 \Rightarrow x_3 = 0 \\ x_4 \cdot 9 = 0 \Rightarrow x_4 = 0 \\ x_5 \cdot 4 = 0 \Rightarrow x_5 = 0 \end{cases}$$

подставим y1=1, y2=5

$$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + x_4 - 2x_5 = 4 \\ 2x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = -2 \\ x_3 = x_4 = x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 4 \\ 2x_1 - 2x_2 = -2 \\ x_3 = x_4 = x_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 4 \\ x_1 = 3 \\ x_3 = x_4 = x_5 = 0 \end{cases}$$

$$Z_{\max} = Z(3; 4; 0; 0; 0) = 10 \cdot 3 - 9 \cdot 4 = -6 = W_{\min}$$