

## Занятие 7 (практическое)

### Двойственные задачи

Составить задачу, двойственную данной.

$$\begin{array}{ll}
 1. \quad \begin{cases} Z = 2x_1 + 10x_2 - 2x_3 \rightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 3 \\ x_i \geq 0, i=1,2,3 \end{cases} & 2. \quad \begin{cases} Z = 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 \rightarrow \max \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 8 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 3. \quad \begin{cases} Z = 7x_1 + 6x_2 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \min \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 12 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 10 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_4 = 7 \\ x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases} & 4. \quad \begin{cases} Z = x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_3 = 5 \\ x_i \geq 0, i=1,2,3 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 5. \quad \begin{cases} Z = 3x_1 - 7x_2 - 4x_3 \rightarrow \min \\ -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \leq 12 \\ -4x_1 - 4x_2 - 3x_3 \leq 24 \\ 5x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 14 \\ x_i \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases} & 6. \quad \begin{cases} Z = x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 \rightarrow \max \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 9 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 1 \\ x_i \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}
 \end{array}$$

Решив графически задачу, двойственную к исходной, найти решение исходной задачи по теореме равновесия.

$$\begin{array}{ll}
 7. \quad \begin{cases} Z = 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 2x_4 - 3x_5 \rightarrow \max \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 7 \\ x_1 - 2x_3 + x_4 + 2x_5 \geq 8 \\ x_i \geq 0, i=1, \dots, 5 \end{cases} & 8. \quad \begin{cases} Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 5x_4 - 3x_5 \rightarrow \min \\ 2x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 \geq 2 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 \leq -2 \\ x_i \geq 0, i=1, \dots, 5 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 9. \quad \begin{cases} Z = 6x_1 - 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 \rightarrow \min \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 \geq -3 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 \leq -13 \\ x_i \geq 0, i=1, \dots, 4 \end{cases} & 10. \quad \begin{cases} Z = -5x_1 + 9x_2 - 10x_3 + 4x_4 + 4x_5 \rightarrow \max \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \leq -1 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 \leq 2 \\ x_i \geq 0, i=1, \dots, 5 \end{cases}
 \end{array}$$

### Ответы:

7.  $Z_{\max} = Z(2; 0; 0; 0; 3) = 3$

8.  $Z_{\min} = Z(3; 1; 0; 0; 0) = 14$

9.  $Z_{\max} = Z(5; 0; 4; 0) = 14$

10.  $Z_{\min} = Z(4; 3; 0; 0; 0) = 7$