	баллы	Входит в норму
Домашняя работа	0-2	+
Работа у доски	0-2	
Диктант	0-3	+
Контрольная работа	0-10	+
РГР, задача	0-3	+
Лабораторная работа	0-5	
Доказательства теорем	0-10	
Присутствие на практике	1	+

Отлично:

1)Посещение не менее 75%

2)Балл не менее 85% от нормы

3) Контрольные работы не менее 7 баллов за каждую

4)Сумма баллов за контрольные сроки не менее 3

Хорошо:

1)Посещение не менее 70%

2)Балл не менее 70% от нормы

3) Контрольные работы не менее 6 баллов за каждую

4) За контрольные сроки нет нулей

Остальные сдают экзамен в виде теста. Для получения оценки удовлетворительно требуется набрать

$(1-S/N)*100\%$ правильных ответов

Глава 1. Элементы теории множеств

1.1 Множества и их спецификация

1.1.1 Элементы и множества

A, B, C   x, y, z   {a, b, c}

$x \in A \quad x \notin A$

Множество, элементами которого являются другие множества, обычно называется *семейством*, или *классом* множеств. $\mathcal{B}$

1.1.2 Способы задания множеств

1. Перечислением элементов множества
2. Указанием свойств элементов множества, или заданием т.н. *характеристического предиката*: D = {x | P(x)}

3. Порождающей процедурой: E = {y | y:=f(x)}.

1.2 Операции над множествами.

1.2.1 Сравнение множеств.

$B \subseteq C \Leftrightarrow \forall x \in B \Rightarrow \forall x \in C \qquad \nsubseteq$

$B \subset C \Leftrightarrow B \subseteq C$ и $B \neq C$

$\varnothing \subseteq A \;\; \forall A$

$A = B \qquad A \neq B$

Множества A и B равны $\Leftrightarrow B \subseteq A$ и $A \subseteq B$

Для числовых множеств: $P \subset N \subset Z \subset R$

Совокупность всех подмножеств множества *M* называется *булеаном* и обозначается $\mathscr{P}(M)$

1.2.2 *Операции над множествами. Диаграммы Венна*

-Объединение (или сумма)

-Пересечение (или произведение)

-Разность

-Симметрическая разность

-Дополнение

1) *Объединение* (*сумма*)
$A \cup B = \{x \mid x \in A$ или $x \in B\}$.

2) *Пересечение* (*произведением*) множеств $A \cap B = \{x \mid x \in A$ и $x \in B\}$.

Если $A \cap B = \varnothing$, то A и B *непересекающимися*.

3) *Разность*

$A \setminus B = \{x \mid x \in A$ и $x \notin B\}$

4) *Симметрическая разность*
$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B) =$

$\{x \mid (x \in A$ и $x \notin B)$ или $(x \in B$ и $x \notin A)\}$.

5) *Дополнение*
$\bar{A} = U \setminus A = \{x \mid x \notin A\}$.

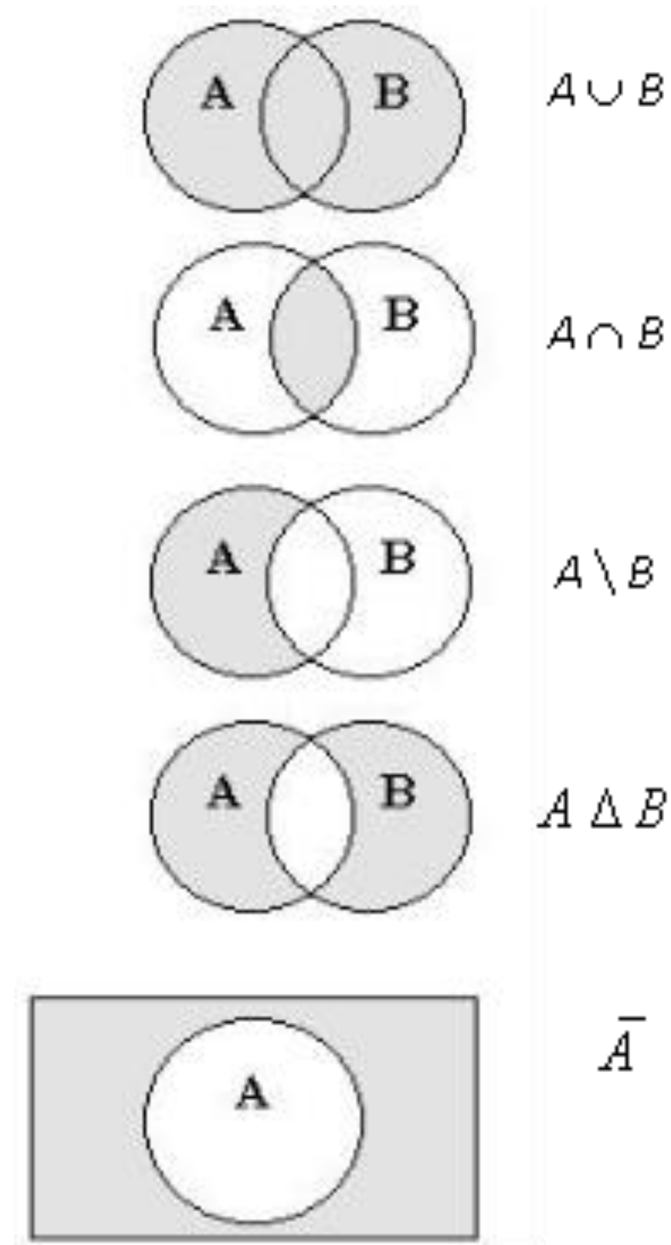

Рис. 1.1 Диаграммы Венна

Операции объединения и пересечения допускают обобщение для большего количества множеств (в том числе и бесконечного)

$$\bigcup_{i=1}^{k} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k$$

$\bigcup_{i\in I} E_i$

1.2.3 Разбиения и покрытия

- Пусть $\mathscr{E}$={E_i} для $i\in \mathcal{I}$ – некоторое семейство непустых подмножеств множества M, $E_i \subseteq M$. Тогда семейство $\mathscr{E}$ называется *покрытием* множества M, если каждый элемент множества M принадлежит хотя бы одному из E_i:
$M \subseteq \cup E_i \Leftrightarrow \forall x \in M \ \exists\, i \in \mathcal{I} \mid x \in E_i$.
- Семейство $\mathscr{E}$ называется *дизъюнктным*, если элементы этого семейства попарно не пересекаются, т.е. каждый элемент множества M принадлежит не более чем одному из множеств E_i: $\forall i,j \in \mathcal{I}$, $i\neq j \Rightarrow E_i \cap E_j = \varnothing$.
- Дизъюнктное покрытие $\mathscr{E}$ называется *разбиением* множества M.

1.2.4 Свойства операций над множествами

Пусть задан универсум U. Тогда $\forall A, B, C \subset U$ выполняются свойства:

Идемпотентность $A \cup A = A, \quad A \cap A = A$

Коммутативность $A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A$

Ассоциативность

- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Дистрибутивность

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Операции с пустым множеством

- $A \cup \varnothing = A$
- $A \cap \varnothing = \varnothing$

Операции с универсальным множеством

- $A \cup U = U$
- $A \cap U = A$

Свойства дополнения

$A \cup \overline{A} = U$ $\qquad$ $A \cap \overline{A} = \varnothing$ $\qquad$ $\overline{\overline{A}} = A$

Поглощение

- $(A \cap B) \cup A = A$
- $(A \cup B) \cap A = A$

Двойственность (законы де Моргана)

$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ $\qquad$ $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Выражение для разности

$A \setminus B = A \cap \overline{B}$

Принцип двойственности.

Принцип двойственности состоит в том, что из любого равенства, относящегося к системе подмножеств фиксированного множества U, автоматически может быть получено другое, двойственное, равенство, путем замены всех рассматриваемых множеств их дополнениями, объединений множеств – пересечениями, пересечений множеств – объединениями.

1.3 Отношения на множествах

1.3.1 Прямое произведение множеств

$\{1,2\}=\{2,1\}$

$(1,2)\neq(2,1)$

$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A,\ y\in B\}$

$(1,2,1)\neq(2,1,1)$

$A\times B\times C=\{(x,y,z)\mid x\in A,\ y\in B,\ z\in C\}$

Прямым (или *декартовым*) *произведением* множеств $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называется множество всех упорядоченных наборов $(x_1, x_2, \ldots x_n)$ таких, что $x_i\in A_i$ при $\forall i = 1, 2, \ldots, n$.

$A_1\times A_2\times\ldots\times A_n=\{(x_1, x_2, \ldots x_n)\mid x_i\in A_i\ \forall i = 1, 2, \ldots, n\}$

$A_1\times A_2\times\ldots\times A_n\times\varnothing=\varnothing$