

Пример 2
Найти оптимальное решение транспортной задачи.

поставщики	потребители				запасы	u_i
	B1	B2	B3	B4		
A1	30	1	2	4	3	30,0
A2	5	2	3	2	6	27,2,0
A3	4	3	7	5	6	30,26,30
A4	0	32	0	0	0	32,0
потребности	34,4,0	37,35,0	25,0	23,0	119	
v_j	1	5	4	4		

Составим начальный план (фиктивные клетки заполняются в последнюю очередь. Порядок заполнения таблицы: A1B1, A2B3, A2B2, A3B1, A3B4, A3B2, A4B2.

$$m+n-1 = 4+4-1 = 7$$
$$Z = 30 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 7 + 23 \cdot 6 + 32 \cdot 0 = 30 + 6 + 10 + 2 + 12 + 21 + 138 = 257$$
$$S_{ij} = C_{ij} - (u_i + v_j)$$

Решение не оптимально. будем заполнять A1B2
 $\min(30, 3) = 3$

поставщики	потребители				запасы	u_i
	B1	B2	B3	B4		
A1	27	3	4	3	3	30
A2	5	2	3	2	6	27
A3	7	3	7	5	6	30
A4	0	32	0	0	0	32
потребности	34	37	25	23	119	
v_j	1	2	1	4		

$$Z = 27 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2 + 7 \cdot 3 + 23 \cdot 6 = 27 + 6 + 6 + 10 + 2 + 21 + 138 = 248$$
$$\min(27, 32, 23) = 23$$

поставщики	потребители				запасы	u_i
	B1	B2	B3	B4		
A1	4	2	4	3	3	30
A2	5	2	3	2	6	27
A3	3	7	5	6	6	30
A4	0	32	0	0	0	32
потребности	34	37	25	23	119	
v_j	1	2	1	2		

$$Z = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2 + 30 \cdot 3 = 4 + 12 + 6 + 10 + 2 + 90 = 202$$

План оптимален. B2 недополучит 9 единиц груза, а B4 - 23 единицы груза.

Пример 3
Найти оптимальное решение транспортной задачи при дополнительных ограничениях: нет возможности перевозить груз от A1 к B2 и B4, от A2 к B3 необходимо перевезти 100 единиц груза.

поставщики	потребители					запасы	u_i
	B1	B2	B3	B4	B5		
A1	7	1	8	2	1	140,0	0
A2	4	3	5	6	6	360,260,180,60,0	3
A3	5	2	3	2	8	180,50,0	2
потребности	90,0	120,70,0	230,130,0	180,40,0	60,0	680	
v_j	1	0	1	2	3		

$$Z = 140 \cdot 2 + 90 \cdot 4 + 70 \cdot 3 + 40 \cdot 5 + 60 \cdot 6 + 50 \cdot 2 + 130 \cdot 3 + 100 \cdot 1 = 280 + 360 + 210 + 200 + 360 + 100 + 390 + 100 = 2000$$

Решение не оптимально.

$$\min(40, 50) = 40$$

поставщики	потребители					запасы	u_i
	B1	B2	B3	B4	B5		
A1	7	1	8	2	1	140	0
A2	4	3	5	6	6	360	1
A3	5	2	3	2	8	180	0
потребности	90	120	230	180	60	680	
v_j	3	2	3	2	5		

$$Z = 140 \cdot 2 + 90 \cdot 4 + 110 \cdot 3 + 60 \cdot 6 + 10 \cdot 2 + 30 \cdot 3 + 40 \cdot 2 + 110 \cdot 1 = 1920$$

Решение оптимально

Пример 4
Найти оптимальное решение транспортной задачи при дополнительных ограничениях: от A1 к B1 должно быть перевезено не менее 50 единиц груза; от A3 к B5 должно быть перевезено не менее 60 единиц груза; от A2 к B4 должно быть перевезено не более 40 единиц груза.

поставщики	потребители					запасы
	B1	B2	B3	B4	B5	
A1	5	3	2	4	8	160
A2	7	6	5	3	1	90
A3	8	9	4	5	2	140
потребности	90	60	80	70	90	390

Уменьшим запасы A1 и потребности B1 на 50, уменьшим запасы A3 и потребности B5 на 60. Столбец B4 разобьем на 2. Не забудем, что после решения измененной задачи, должны добавить перевозки от A1 к B1 в кол-ве 50 единиц и от A3 к B5 в кол-ве 60 единиц.

поставщики	потребители						запасы	u_i
	B1	B2	B3	B41	B5	B42		
A1	5	3	2	4	8	4	110,30,0	0
A2	7	6	5	3	1	1	90,60,20,0	3
A3	8	9	4	5	2	5	80,50,10,0	6
потребности	40,0	60,30,10,0	80,0	40,0	30,0	30,0	390	
v_j	2	3	2	0	-2	-1		

$$m+n-1 = 3+6-1 = 8$$

$$Z = 30 \cdot 3 + 80 \cdot 2 + 20 \cdot 6 + 40 \cdot 3 + 30 \cdot 1 + 40 \cdot 8 + 10 \cdot 9 + 30 \cdot 5 = 1080$$

План не оптимален

$$\min(-4, -1, -2) = -4$$

$$\min(10, 80) = 10$$

поставщики	потребители						запасы	u_i
	B1	B2	B3	B41	B5	B42		
A1	5	3	2	4	8	4	110	0
A2	7	6	5	3	1	1	90	3
A3	8	9	4	5	2	5	80	2
потребности	40	60	80	40	30	30	390	
v_j	6	3	2	0	-2	3		

$$Z = 1040$$

Решение не оптимально

$$\min(-1, -2) = -2$$

$$\min(70, 20, 40) = 20$$

поставщики	потребители						запасы	u_i
	B1	B2	B3	B41	B5	B42		
A1	5	3	2	4	8	4	110	0
A2	7	6	5	3	1	1	90	1
A3	8	9	4	5	2	5	80	2
потребности	40	60	80	40	30	30	390	
v_j	6	3	2	2	0	3		

$$Z = 1000$$

Решение не оптимально

$$\min(20, 50) = 20$$

поставщики	потребители						запасы	u_i
	B1	B2	B3	B41	B5	B42		
A1	5	3	2	4	8	4	110	0
A2	7	6	5	3	1	1	90	2
A3	8	9	4	5	2	5	80	2
потребности	40	60	80	40	30	30	390	
v_j	5	3	2	1	-1	3		

$$Z = 980$$

Решение оптимально. Теперь следует добавить то, что убрали в самом начале (в следующей таблице выделено красным) и объединить столбцы B41 и B42.

поставщики	потребители					запасы	u_i
	B1	B2	B3	B4	B5		
A1	70	60	30	3	9	160	0
A2	20	6	5	40	30	90	2
A3	8	9	4	90	2	140	2
потребности	90	60	80	130	30	390	
v_j	5	3	2	1	-1		

$$Z_{\min} = 1350$$