$\boxed{1}$ $X_1, \ldots, X_n \sim R[a, b]$

Решение:

Плотность равномерного распределения: $f(x) = \frac{1}{b-a}, a \le x \le b$

Составим ф-цию правдоподобия:

$L(x_1, \ldots, x_n; a, b) = f(x_1, a, b) \cdot \ldots f(x_n, a, b) =$

$= \frac{1}{b-a} \cdot I_{\{a \le x_1 \le b\}} \ldots \frac{1}{b-a} \cdot I_{\{a \le x_n \le b\}} =$

$= \frac{1}{(b-a)^n} \cdot I_{\{x_{(1)} \ge a\}} \cdot I_{\{x_{(n)} \le b\}} \to \max\limits_{a,b}$

найдем максимум по a:

ф-ция $\frac{1}{(b-a)^n}$ возрастает по a $\Rightarrow$ максимум достигается в самой правой точке: $a \le x_{(1)}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\hat{a} = x_{(1)}}$

найдем максимум по b:

ф-ция $\frac{1}{(b-a)^n}$ убывает по b $\Rightarrow$ максимум достигается в самой левой точке: $x_{(n)} \le b$ $\Rightarrow$ $\boxed{\hat{b} = x_{(n)}}$

Оценка максимального правдоподобия для a и b:

$$\boxed{\hat{a} = x_{(1)}, \quad \hat{b} = x_{(n)}}$$

$\boxed{2}$ $X_1,\dots,X_n \sim Exp(\lambda)$, $\lambda>0$

Решение:

плотность показательного распределения: $f(x)=\lambda\cdot e^{-\lambda x}, x\geq 0$

Составим ф-цию правдоподобия:

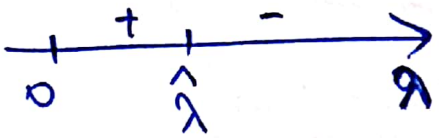
$$L(x_1,..,x_n;\lambda) = f(x_1,\lambda)\cdots f(x_n,\lambda) = \lambda e^{-\lambda x_1}\cdots\lambda e^{-\lambda x_n} =$$

$$= \lambda^n e^{-\lambda\sum x_i} \to \max_{\lambda}$$

найдем максимум логарифма от L:

$$l = \ln L = n\ln\lambda - \lambda\sum x_i \to \max_{\lambda}$$

$$\frac{\partial l}{\partial\lambda} = \frac{n}{\lambda} - \sum x_i = 0 \Rightarrow \boxed{\hat\lambda = \frac{n}{\sum x_i} = \frac{1}{\bar X}}$$ — оценка максимального правдоподобия



$\Rightarrow \hat\lambda$ - точка максимума