

Пример 1:  
Решить методом искусственного базиса:

$Z = -2x_1 - 6x_2 + 5x_3 - x_4 - 4x_5 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 9x_5 = 3 \\ x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 5x_5 = 6 \\ x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ x_i \geq 0, i = \overline{1,5} \end{cases}$$

Решение:

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -4 & 2 & -5 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & -5 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

М-задача:

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 9x_5 = 3 \\ x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 5x_5 + x_6 = 6 \\ x_2 - x_3 + x_4 - x_5 + x_7 = 1 \\ x_i \geq 0, i = \overline{1,7} \end{cases} \quad \left( \begin{array}{cccccc|cc} 1 & -4 & 2 & -5 & 9 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & -5 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \hat{Z} &= -2x_1 - 6x_2 + 5x_3 - x_4 - 4x_5 - M(x_6 + x_7) \rightarrow \max \\ \hat{Z} &= -2(3 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 9x_5) - 6x_2 + 5x_3 - x_4 - 4x_5 - \\ &\quad - M(6 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 + 1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5) = \\ &= -6 - 8x_2 + 4x_3 - 10x_4 + 18x_5 - 6x_2 + 5x_3 - x_4 - 4x_5 - \\ &\quad - M(7 - 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5) = -6 - 14x_2 + 9x_3 - 11x_4 + 14x_5 - \\ &\quad + M(-7 + 2x_2 - 4x_3 + 5x_4 - 6x_5) \rightarrow \max \end{aligned}$$

б.н	1	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	с.о
$x_1$	3	1	-4	2	-5	9	0	0	-
$x_6$	6	0	1	-3	4	-5	1	0	3/2
$x_7$	1	0	1	-1	①	-1	0	1	1 ← $\hat{Z} = -6 - 7M$
$Z$	-6	0	14	-9	11	-14	0	0	$X^1 = (3; 0; 0; 0; 0)$
M	-7	0	-2	4	-5	6	0	0	

б.н	1	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	с.о
$x_1$	8	1	1	-3	0	4	0		-
$x_6$	2	0	-3	①	0	-1	1		2 ← $\hat{Z} = -17 - 2M$
$x_4$	1	0	1	-1	1	-1	0	1	-
$Z$	-17	0	3	2	0	-3	0		$X^2 = (8; 0; 0; 1; 0)$
M	-2	0	3	-1	0	1	0		

б.н	1	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	с.о
$x_1$	14	1	-8	0	0	①		14
$x_3$	2	0	-3	1	0	-1		-
$x_4$	3	0	-2	0	1	-2		-
$Z$	-21	0	9	0	0	-1		$Z = -21$
M	0	0	0	0	0	0		$X^3 = (14; 0; 2; 3; 0)$

б.н	1	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	с.о
$x_5$	14	1	-8	0	0	1	14
$x_3$	16			1	0	0	16
$x_4$	31			0	1	0	31
$Z$	-7	1	1	0	0	0	-7

$Z_{\max} = Z(0; 0; 16; 31; 14) = -7$

Пример 2:  
Решить методом искусственного базиса:

$Z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_4 = 2 \\ x_i \geq 0, i = \overline{1,4} \end{cases} \quad \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

М-задача

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_4 + x_5 = 2 \\ x_i \geq 0, i = \overline{1,5} \end{cases} \quad \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\hat{Z} = x_1 + x_2 - Mx_5 \rightarrow \max$$

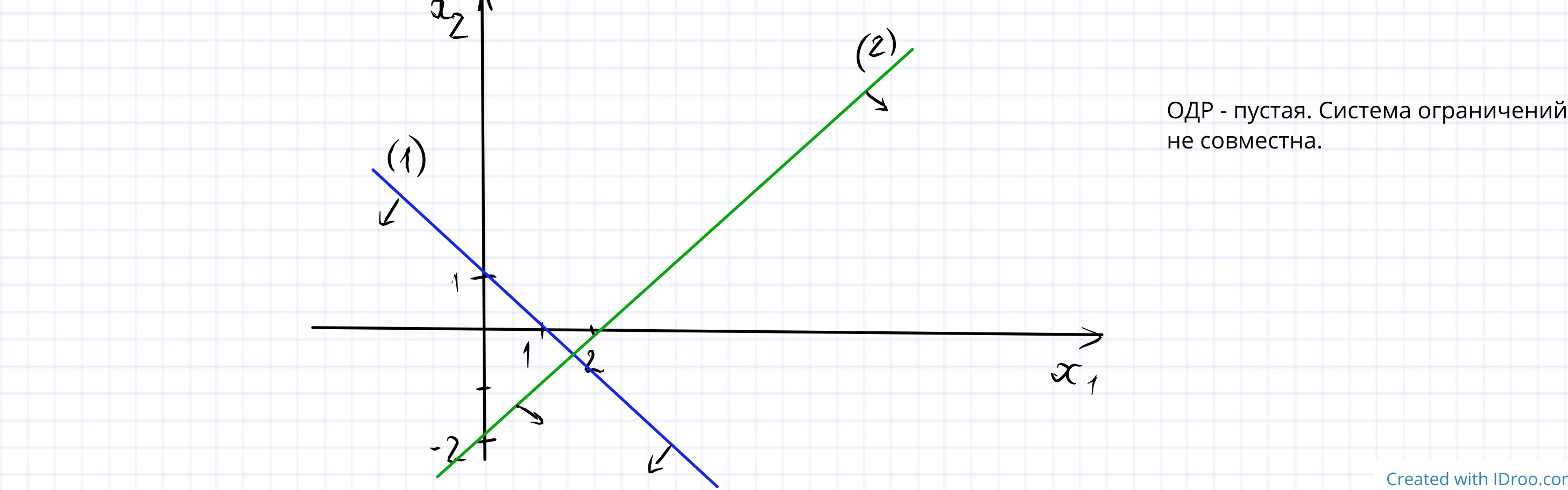
б.н	1	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	с.о
$x_3$	1	①	1	1	0	0	1 ← $\hat{Z} = -2M$
$x_5$	2	1	-1	0	-1	1	2 $X^1 = (0; 0; 1; 0)$
$Z$	0	-1	-1	0	0	0	
M	-2	-1	1	0	1	0	

б.н	1	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	с.о
$x_1$	1	1	1	1	0	0	
$x_5$	1	0	-2	-1	-1	1	
$Z$	1	0	0	1	0	0	$\hat{Z} = 1 - M$
M	-1	0	1	1	1	0	$X^2 = (1; 0; 0; 0)$

М-задача имеет оптимальное решение  
 $\hat{Z}_{\max} = 1 - M$

Не все искусственные переменные выведены из базиса. Следовательно, исходная задача не имеет решения.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (1) \quad \begin{array}{c|c|c} x_1 & 0 & 1 \\ x_2 & 1 & 0 \end{array} \quad (2) \quad \begin{array}{c|c|c} x_1 & 0 & 2 \\ x_2 & -2 & 0 \end{array}$$



ОДР - пустая. Система ограничений не совместна.