Современные проблемы информатики

Квантовые вычисления

Практическое занятие № 4. Квантовый параллелизм

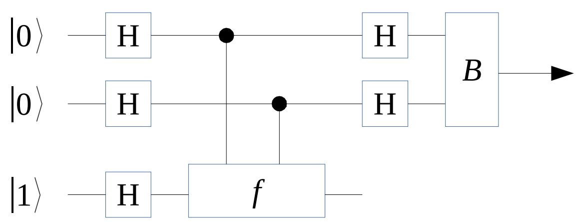
На предыдущем практическом занятии была построена модель для квантового вычисления булевой функции от двух переменных $f(x_1, x_2)$. Для получения эффекта квантового параллелизма необходимо задать входные переменные в виде $(1/\sqrt{2})(|0\rangle+|1\rangle)$. Тогда в квантовом регистре, образованном кубитами $|x_1\rangle$, $|x_2\rangle$ и значением функции $|f\rangle$, возникнет суперпозиция значений функции во всех точках. Например, для функции «И» мы получим такое состояние:

$$\frac{1}{2}\left(|000\rangle+|010\rangle+|100\rangle+|111\rangle\right),$$

что соответствует векторному представлению

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^T.$$

За счет квантового параллелизма с помощью одного квантового вычисления может быть решена задача Дойча–Ёжи: для неизвестной (реализованной в виде черного ящика) булевой функции определить, является ли данная функция константой (т. е. принимает одинаковые значения на всех наборах входных переменных) или сбалансированной (т. е. имеет равное количество нулевых и единичных значений). Решение задачи Дойча–Ёжи для булевой функции от двух переменных производится следующей квантовой схемой:



На схеме показаны блоки H – преобразование Адамара, *f* – преобразование, реализующее булеву функцию, *B* – измеритель в стандартном (вычислительном) базисе. Авторы метода показали, что если функция константная, то с вероятностью 1 регистр оказывается в состоянии $|00\rangle$ (результат измерения – 0). Если же функция сбалансирована, то такое состояние невозможно (результат измерения – 1, 2, 3).

Задание

1. Смоделировать эффект квантового параллелизма для произвольной булевой функции от двух переменных. Вывести состояние квантового регистра в скобочной нотации.

2. Смоделировать решение задачи Дойча–Ёжи для булевой функции от двух переменных. Экспериментально проверить, как работает схема, если функция не является ни константной, ни сбалансированной.