

Практическое задание № 1. Квантовые измерения

Кубит – это квантовое состояние, задаваемое в двумерном базисе:

$$|\varphi\rangle = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle,$$

где a_0 и a_1 – комплексные коэффициенты, $|a_0|^2 + |a_1|^2 = 1$, а $|0\rangle$ и $|1\rangle$ – базовые векторы. Соответствующее матричное представление кубита как вектора:

$$|\varphi\rangle = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix}.$$

Измерение кубита в стандартном базисе (в соответствии с шестым принципом квантовой механики) состоит в том, что с вероятностью $|a_0|^2$ выбирается состояние $|0\rangle$, с вероятностью $|a_1|^2$ – состояние $|1\rangle$, причем номер выбранного состояния – это классическая информация, извлекаемая из измерения. Нам также понадобится измерять кубиты в повернутом базисе, образованном векторами

$$|0'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad |1'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle).$$

Для получения координат кубита в таком повернутом базисе необходимо исходный вектор умножить на матрицу Адамара (Hadamard):

$$\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix} = H \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix}$$

В результате получаем состояние кубита в новом базисе $|\varphi\rangle = b_0|0'\rangle + b_1|1'\rangle$ и измерение моделируется так же, как это делалось в стандартном базисе.

Аналогично моделируется и измерение квантовых регистров: просто увеличивается количество базовых состояний. Например, состояние регистра из двух кубитов записывается следующим образом:

$$|\psi\rangle = a_0|00\rangle + a_1|01\rangle + a_2|10\rangle + a_3|11\rangle.$$

При измерении состояние i выбирается с вероятностью $|a_i|^2$.

Бывает полезно делать визуализацию состояния кубита. При комплексных коэффициентах состояние кубита можно представить в виде точки на сфере Блоха. Но мы в основном будем иметь дело с действительными коэффициентами (мнимая часть нулевая). В этом случае всё упрощается и состояние кубита можно представить точкой на единичной окружности. Коэффициенты a_0 и a_1 интерпретируются соответственно как косинус и синус некоторого угла α , т.е. кубит задаётся следующим образом:

$$|\varphi\rangle = \cos \alpha |0\rangle + \sin \alpha |1\rangle,$$

ведь для любого α выполняется ограничение $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Поэтому кубит можно изобразить в виде точки с координатами a_0 по оси X и a_1 по оси Y.

Задание. Написать программу, моделирующую измерение кубита в соответствии с шестым принципом квантовой механики. Модель должна формировать классическую информацию и результирующее состояние кубита, получаемые в результате измерения. Необходимо реализовать два измерителя: в стандартном и повернутом базисе. Поворот базиса осуществлять с помощью преобразования Адамара. Достаточно работать только с действительными коэффициентами. Желательно выполнить графическую визуализацию состояния кубита до и после измерения.