



Physik Engines

Ein Bericht über ein physikalisches Experiment

Ilimea Gall
gallili1@students.zhaw.ch

Dominik Müller
muelldo9@students.zhaw.ch

ZHAW – School of Engineering

Dozent: Kurt Pernstich

Klasse: IT21tb_WIN

Lehrgang: Physik Engines (FS24)

Inhaltsverzeichnis

1. Zusammenfassung.....	2
2. Aufbau des Experiments.....	2
2.1. Harmonische Schwingung.....	2
2.2. Beschleunigung durch Wind	2
2.3. Elastischer Stoss.....	2
3. Physikalische Beschreibung.....	3
3.1. Harmonische Schwingung.....	3
3.2. Beschleunigung durch Wind	3
3.3. Elastischer Stoss.....	4
3.3.1 Feder.....	4
3.3.1 Impulsfluss	5
4. Beschreibung der Implementierung inklusive Screenshots aus Unity.....	6
4.1. Harmonische Schwingung.....	6
4.2. Beschleunigung durch Wind	6
4.3. Elastischer Stoss.....	6
5. Resultate.....	7
5.1. Harmonische Schwingung.....	7
5.2. Beschleunigung durch Wind	7
5.3. Elastischer Stoss.....	8
6. Rückblick und Lehren aus dem Versuch (nach Teil 3)	8
7. Quellenverzeichnis	8
8. Anhang.....	8

1. Zusammenfassung

In diesem Bericht wird ein physikalisches Experiment vorgestellt und mithilfe von theoretischen Herleitungen und Grundlagen erklärt. Das Experiment ist in mehrere Teile unterteilt, um diverse physikalische Themen einzubeziehen und zu behandeln. Darunter fallen eine harmonische Schwingung, eine Beschleunigung durch einen Wind und einen elastischen Stoss. Nach der Erläuterung des durchgeführten Experimentes und der dazugehörigen Theorie, wird die konkrete Implementierung in Unity erläutert.

Schlussendlich werden die Resultate diskutiert und mit der im Bericht hergeleiteten Theorie verglichen.

2. Aufbau des Experiments

Im Folgenden werden die einzelnen Teile des Experimentes vorgestellt.

2.1. Harmonische Schwingung

Die erste Phase des Experimentes simuliert einen harmonischen Oszillator. Dabei liegt ein Würfel mit der Masse 100 [kg] auf einer reibungsfreien Oberfläche und wird durch eine Feder mit einer Federkonstante von 500 [N/m] in eine Schwingung in x-Richtung gebracht. Vor Start des Experimentes wird der Würfel so positioniert, dass die Auslenkung der Feder 2 [m] entspricht. Das Experiment startet, sobald der Würfel losgelassen wird. Die Federkraft zieht den Würfel zurück und die Schwingung ist gestartet. Die Feder wird in der ersten Phase zweimal zusammengestaucht und wieder auseinandergezogen. Sobald die Feder nach der zweiten Stauchung ihre Ruhelage erreicht, wird der Würfel von der Feder gelöst und gelangt somit in die zweite Phase des Experimentes.

2.2. Beschleunigung durch Wind

In der zweiten Phase wird der Würfel aus der harmonischen Schwingung entlassen und es setzt ein Wind ein. Der Wind bläst konstant mit einer Geschwindigkeit von 20 [m/s] aus derselben Richtung, aus welcher der Würfel kommt. Der Würfel erfährt durch die Windkraft eine Beschleunigung und wird dadurch weitergetrieben.

2.3. Elastischer Stoss

Der Würfel trifft anschliessend auf einen zweiten Würfel, welcher ohne Geschwindigkeit auf derselben Oberfläche ruht. Der zweite Würfel ist 200 [kg] schwer und wird im weiteren Verlauf des Berichtes daher schwerer Würfel genannt. Die dritte Phase des Experiments besteht aus dem Zusammenstoss der beiden Würfel, welcher ungefähr eine halbe Sekunde dauern soll. Der schwerere Würfel wird durch den Stoss in Bewegung gesetzt. Nach dem Stoss bewegt er sich in dieselbe Richtung, in welche der leichtere Würfel vor dem Stoss unterwegs war. Die Bewegungsrichtung des leichteren Würfels hingegen wird durch den Zusammenstoss umgedreht.

3. Physikalische Beschreibung

In diesem Kapitel werden die physikalischen Grundlagen der einzelnen Teilexperimente erläutert. Dabei geht es darum, die Basis der Physik, welche in dem Experiment zum Zuge kommt vorzustellen und eine theoretische Voraussage zum Experiment zu machen.

3.1. Harmonische Schwingung

Die physikalischen Grundlagen und Herleitungen des ersten Teils des physikalischen Experimentes wurden bereits in der Vorlesung «PE03 – Kräfte» sehr ausführlich beschrieben. Daher wird hier nur kurz darauf eingegangen.

Wie bereits erläutert wird der harmonische Oszillator durch eine Feder simuliert, welche eine Federkonstante von 500 [N/m] besitzt.

Die Kraft, welche auf den Würfel wirkt, kann mit folgender Formel berechnet werden:

$$F_{Feder} = k_{Feder} * \Delta l$$

Dabei ist k_{Feder} die genannte Federkonstante und Δl entspricht dem Unterschied zwischen Auslenkung der Feder und ihrer Ruhelage: $l - l_0$.

Berechnet man die Kraft, die zum Beginn des Experiments auf den Würfel wirkt, kommt man auf folgendes Resultat:

$$F = k_{Feder} * \Delta l = 500 \left[\frac{N}{m} \right] * 2 [m] = 1000 [N]$$

Berechnet man die Kraft, zum Zeitpunkt des Ruhestandes der Feder, wird diese 0 [N]. Da von einer reibungsfreien Oberfläche ausgegangen wird und auch der Luftwiderstand vernachlässigungsmässig klein ist, wird der Würfel dadurch nicht ausgebremst. Wenn daher die Feder anschliessend zusammengestaucht wird, wird Δl im Betrag gleich gross werden, wie die Auslenkung zu Beginn des Versuchs. Es wird eine Kraft erwartet, die eine harmonische Schwingung widerspiegelt.

3.2. Beschleunigung durch Wind

Der Würfel wird in der zweiten Phase des Experimentes mit einer konstanten Windkraft der Grösse 20 [m/s] angetrieben. Die Windkraft kann mithilfe der Formel des Luftwiderstandes definiert werden:

$$F_L = \frac{1}{2} * c_w * \rho * A * v^2$$

v ist dabei die Strömungsgeschwindigkeit. In unserem Fall ist dies $v_{wind} - v_{würfel}$, wodurch man die Kraft des Windes erhält:

$$F_{wind} = \frac{1}{2} * c_w * \rho * A * (v_{wind} - v_{würfel})^2$$

Da sich die Geschwindigkeit des Würfels ändert und die Kraft des Windes abhängig ist von jener Geschwindigkeit, ist die Kraft nicht konstant.

Somit ist auch die Beschleunigung, welche in der zweiten Phase des Experimentes auf den Würfel wirkt nicht konstant. Diese ist nämlich direkt von der Kraft des Windes abhängig:

$$F = m * a \Leftrightarrow a = \frac{F}{m}$$

3.3. Elastischer Stoss

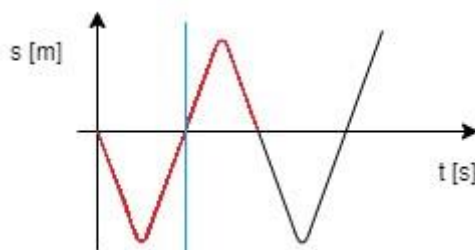
3.3.1 Feder

Wie in der Vorlesung «PE03 – Kräfte» vorgestellt wurde, können elastische Stösse (Stösse, in welchem sich die Körper nach der Verformung wieder in ihre ursprüngliche Form begeben) durch eine Feder simuliert werden.

In der Simulation stauchen zwei Körper, welche aufeinanderprallen, eine Feder zusammen, die zwischen den beiden Körpern liegt. Durch das Zusammendrücken der Feder fliesst Energie in sie hinein, welche sie jedoch direkt wieder loswird, indem sie die beiden Körper mit der bereits unter 3.1 vorgestellten Federkraft auseinanderstösst.

$$F_{Feder} = k_{Feder} * \Delta l$$

Die Auslenkung der Feder kann in einem Diagramm dargestellt werden, wobei s für die Auslenkung der Feder steht und t für die Zeit. Bei t_0 ist die Feder im Ruhezustand und der Stoss beginnt. Die rote Limitierung im Diagramm kennzeichnet das Ende des Stosses.



Der rote Teil der Kurve entspricht einer Periodendauer der Federschwingung und kann durch die Formel einer ungedämpften harmonischen Schwingung folgendermassen berechnet werden:

$$T = 2 * \pi * \sqrt{\frac{m}{k_{Feder}}}$$

Die Federkonstante ist in unserem Experiment noch nicht gegeben, allerdings soll der Stoss eine halbe Sekunde dauern, was der Hälfte der Periodendauer entspricht. k_{Feder} kann mit der folgenden Umrechnung definiert werden:

$$T_{Stoss} = \frac{1}{2} * T = 1/2 * \left(2 * \pi * \sqrt{\frac{m}{k_{Feder}}} \right) \xrightarrow{\text{Umformung}} k_{Feder} = \frac{m}{\left(\frac{T_{Stoss}}{\pi} \right)^2}$$

Setzt man die gegebenen Werte ein, erhält man für k_{Feder} :

$$k_{Feder} = \frac{100 \text{ [kg]}}{\left(\frac{0.5 \text{ [s]}}{\pi} \right)^2} = 3947.842 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \approx 3948 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$$

Dies ist unabhängig von der Startgeschwindigkeit des Würfels und auch unabhängig von der Länge der Feder.

3.3.1 Impulsfluss

Wie im Aufbau des Experiments erläutert, befindet sich der schwerere Würfel vor dem Stoss in Ruhe. Sobald der leichtere Würfel mit ihm zusammenstösst, wirkt eine Kraft auf ihn und es fliesst Impuls. Wie in der Vorlesung «PE05 – Impuls» definiert wurde, gilt nämlich:

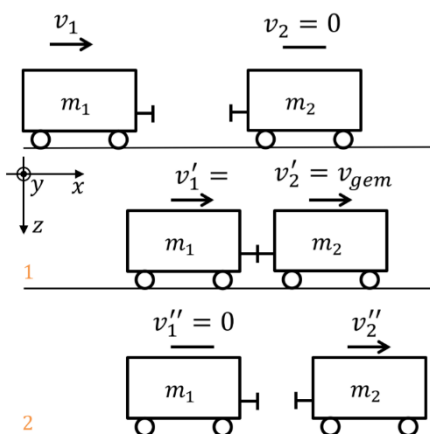
«Eine Kraft in Bezugsrichtung steigert die Geschwindigkeit des Körpers und somit auch dessen Impulsinhalt, daher muss ein Impulsstrom zufließen...»

Die Richtung, in welche der leichtere Würfel sich initial bewegt ist als Bezugsrichtung festgelegt.

Der Impuls ist folgendermassen definiert:

$$p = m * v$$

In der genannten Vorlesung zum Impuls wurde ein elastischer Stoss zwischen zwei gleich schweren Wägen erläutert und dessen Flüssigkeitsbild vorgestellt. Dabei wurde der Stoss in zwei Teile unterteilt. Der erste Abschnitt erfolgt bis die beiden Körper gleich schnell unterwegs sind, der zweite Teil, von der gemeinsamen Geschwindigkeit bis zum kompletten Ablösen der Körper:



In unserem Experiment teilen wir den Stoss ebenfalls in diese beiden Abschnitte auf. Der Unterschied zu der Theorie in der Vorlesung besteht darin, dass bei uns die beiden Körper eine unterschiedliche Masse besitzen und daher auch eine andere Endgeschwindigkeit zustande kommt. Die nebenstehende Abbildung dient daher lediglich zur Darstellung der beiden Abschnitte des Stosses, jedoch gilt bei Schritt 2 nicht, dass $v_1'' = 0$ wird.

Leiten wir uns die Geschwindigkeiten her und zeichnen uns das Flüssigkeitsdiagramm auf, wird dies schnell klar.

Zu Beginn des Stosses ist der Impuls lediglich für den leichteren Würfel zu berechnen, siehe **Abbildung...**

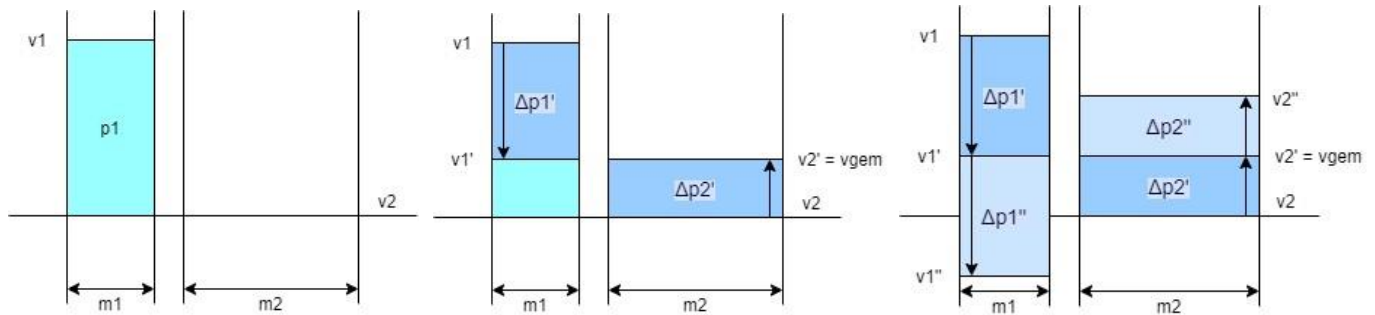
Die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem ersten Teil des Stosses wird wie folgt definiert:

$$v_{gem} = \frac{p_{ges}}{m_{ges}} = \frac{m_1 * v_1 + m_2 * v_2}{m_1 + m_2}$$

Da m_2 doppelt so gross ist als m_1 und $v_2 = 0$ ist, kann dies folgendermassen vereinfacht werden:

$$v_{gem} = \frac{m_1 * v_1 + m_1 * 2 * v_2}{m_1 + m_1 * 2} = \frac{m_1 * (v_1)}{m_1 * (1 + 2)} = \frac{v_1}{3}$$

Im zweiten Teil des Stosses wird noch einmal derselbe Impuls fliessen. Dadurch erhält man schlussendlich das komplette Flüssigkeitsdiagramm:



Im Flüssigkeitsdiagramm sieht man bereits, dass die Geschwindigkeit des leichteren Würfels nach dem Stoss negativ wird, bezogen auf die Bezugsrichtung. Dies bedeutet, dass der leichtere Würfel nach dem Stoss wieder in die gleiche Richtung zurückkehrt, aus welcher er vor dem Stoss gekommen ist.

Da die gemeinsame Geschwindigkeit $\frac{1}{3}$ der ursprünglichen Geschwindigkeit beträgt und diese Differenz zweimal zum tragen kommt, wird die Geschwindigkeit des schwereren Würfels nach dem Stoss $\frac{2}{3} * v_1$ und die des leichteren $-\frac{1}{3} * v_1$ betragen.

4. Beschreibung der Implementierung inklusive Screenshots aus Unity

4.1. Harmonische Schwingung

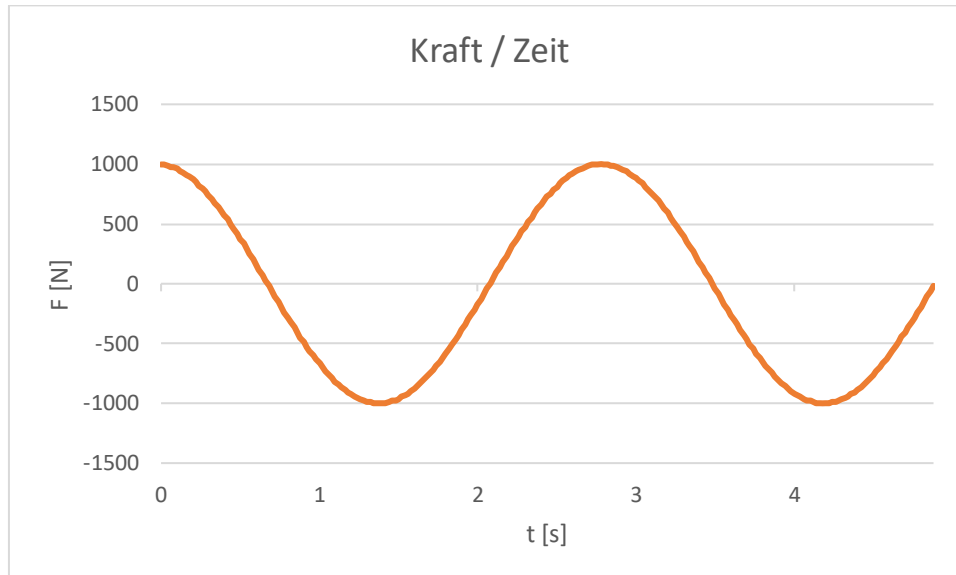
4.2. Beschleunigung durch Wind

4.3. Elastischer Stoss

5. Resultate

5.1. Harmonische Schwingung

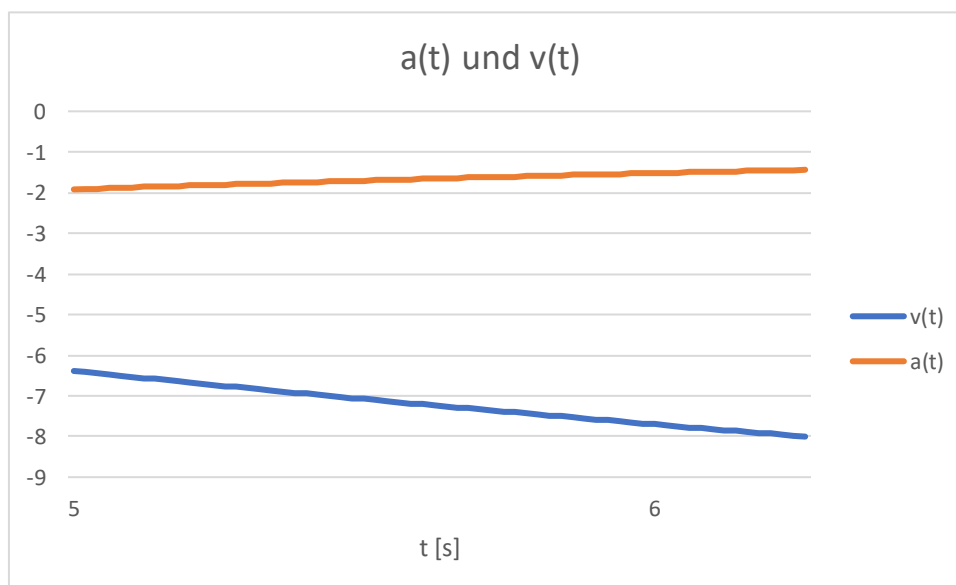
Wenn die Kraft pro Zeit aus dem umgesetzten Programm gezogen wird, erhält man folgendes Diagramm:



Man sieht bei t_0 , dass die in 3.1 berechnete Kraft zum Start des Experimentes korrekt ist. Die Kraft stellt eine Schwingung dar, welche jeweils von 1000 [N] bis -1000 [N] reicht und nicht ausgebremst wird. Die Resultate der ersten Phase des Experimentes stimmen mit den aufgestellten Erwartungen überein.

5.2. Beschleunigung durch Wind

Nach der ersten Phase bewegt sich der Würfel in die negative x-Richtung, seine Geschwindigkeit ist somit ebenfalls negativ. Die Beschleunigung des Würfels, welche ebenfalls in die negative x-Richtung zeigt, ist durch den Luftwiderstand nicht konstant und sieht in unserem Experiment folgendermassen aus:



Wie man in dem Diagramm sehen kann, wird der Betrag der Beschleunigung kleiner, je grösser die Geschwindigkeit des Würfels in die entsprechende Richtung wird. Die Resultate der zweiten Phase des Experimentes entsprechen also den in 3.2 aufgestellten Erwartungen.

5.3. Elastischer Stoss

6. Rückblick und Lehren aus dem Versuch (nach Teil 3)

7. Quellenverzeichnis

8. Anhang

Übernehmen Sie den C#-Code als Anhang in den Bericht. Achten Sie darauf, dass der Code lesbar bleibt (Font ähnlich gross wie Lauftext).

Das Video soll den ganzen Ablauf über alle drei Teile zeigen (Schwingung, Wind, elastischer Stoss, inelastischer Stoss, Rotation).