

1 Основные понятия

Определение 1.1:

Сигнатура - множество имён операций с указанием их местности.

$$(f^{(2)}, g^{(3)}, h^{(0)}), (+^{(2)}, \cdot^{(3)})$$

$h^{(0)}$ - символ константы, V - имена переменных

Определение 1.2:

Терм - выражение, составленное из символов сигнатуры и переменных

1. $x \in V$, x - терм
2. c - символ константы, c - терм
3. если t_1, \dots, t_n - термы и f - символ n -местной операции, то $f(t_1, \dots, t_n)$ - терм

Пример 1.1:

Примеры термов: $-(x)$, $-(0)$, $+(x, y)$, $2 + 3 + a$

Определение 1.3:

Замкнутый терм - терм, не содержащий переменных

Определение 1.4:

Универсальная алгебра - пусть Σ - сигнатура, тогда *универсальная алгебра* сигнатуры Σ - это пара вида (A, I) , где A - произвольное непустое множество, а I - некоторое отображение, которое для всякого $p^{(m)} \in \Sigma$, $I(p^{(m)})$ - n -местной операции на множестве

Пример 1.2:

Пример универсальной алгебры: пусть $\Sigma = (+^{(2)}, \cdot^{(2)}, -^{(1)}, 0^{(0)}, 1^{(0)})$, тогда

$$\begin{aligned} R = (\mathbb{R}, I) : I(+) &- \text{сложение} \\ I(\cdot) &- \text{умножение} \\ I(-) &- \text{вычитание} \\ I(0) &- 0 \\ I(1) &- 1 \end{aligned}$$

Определение 1.5:

\mathbb{R} называется **основным множеством** или носителем алгебры, а I - интерпретацией или интерпретирующей функцией

Определение 1.6:

Состояние - функция, приписывающая переменной некоторый элемент носителя $\sigma : V \rightarrow A$

Пример 1.3:

Пример состояний: $\sigma = \{(x, 3), (y, -8)\}, \sigma(x) = 3$

Определение 1.7:

Значение терма на состоянии - значение того выражения, в котором переменные заменены их значениями

1. t - переменная, $\sigma(t)$ - по определению состояния
2. t - символ константы, $I(t) = \sigma(t_1) = v_1$
3. если t_1, \dots, t_n - термы и $\sigma(t_1) = v_1, \dots, \sigma(t_n) = v_n$, то $\sigma(t) = I(f)(v_1, \dots, v_n)$