1 Гомоморфизмы, гомоморфные образы, конгруэнтности, фактор-алгебры

Определение 1.1 (Гомоморфизм)**.** Отображение $f\colon G_1 \to G_2$ называется гомоморфизмом групп $(G_1, *)$, $(G_2, \times)$, если оно одну групповую операцию переводит в другую: $f(a * b) = f(a) \times f(b)$, $a, b \in G_1$.

Определение 1.2 (Мономорфизм)**.** Инъективный (разнозначный) гомоморфизм

Пример 1.3 (Пример на мономорфизм)**.**

Определение 1.4 (Эпиморфизм)**.** сюръективный гомоморфизм

Пример 1.5 (Пример на Эпиморфизм)**.**

Определение 1.6 (Изоморфизм)**.** взаимно однозначный (биективный) гомоморфизм

Пример 1.7 (Пример на Изоморфизм)**.**

Определение 1.8 (Эндоморфизм)**.** гомоморфизм в само множество

Пример 1.9 (Пример на Эндоморфизм)**.**

Определение 1.10 (Автоморфизм)**.** взаимно однозначный гомоморфизм в само множество

Пример 1.11 (Пример на Автоморфизм)**.**

Определение 1.12 (Гомоморфный образ)**.** Образ гомоморфизма

Пример 1.13 (Пример на гомоморфный образ)**.**

Определение 1.14 (Конгруэнтность)**.** Отношение эквивалентности (рефликсивность, симметричность, транзитивность), сохраняющееся при основных операциях, то есть

$$a_1 \equiv a_2,\, b_1 \equiv b_2 \Rightarrow a_1 \cdot b_1 \equiv a_2 \cdot b_2$$

Определение 1.15 (Фактор-алгебра)**.** Множество классов эквивалентности по отношению к конгруэнтности

Определение 1.16 (Ядро гомоморфизма)**.** Ядро гомоморфизма $h : A \to B$ - это множество $\operatorname{Ker} h = \{a \in A : h(a) = 0\}$