

Дана сигнатура

$$\Sigma = \langle E^{(4)}, S^{(2)}; 5^{(0)}, 3^{(0)}, 2^{(0)} \rangle,$$

множество

$$A = \{\text{номера группы}\} \cup \{\text{номера студенческих билетов}\} \cup \{\text{имена преподавателей}\} \cup \{\text{коды предметов}\} \cup \{\text{оценки}\}$$

и алгебраическая система $\mathcal{A} = (\Sigma, A)$, где

E_A	студенческий билет	номер предмета	имя преподавателя	оценка

S_A	студенческий билет	номер группы

и $5_A, 3_A, 2_A$ - оценки.

1. Преподаватель ставит хотя бы по одной 5 в каждой группе.

$$(\forall group)(\forall ID) \left(S(ID, group) \rightarrow (\exists ID)(\exists subject)(\exists grade) \left(S(ID, group) \wedge E(ID, subject, x, grade) \wedge grade \approx 5 \right) \right)$$

2. В каждой группе больше 1 но меньше 4 отличников.

$$\begin{aligned}
& (\forall group)(\forall ID) \left(S(ID, group) \rightarrow (\exists A1)(\exists A2) \left(A1 \not\approx A2 \wedge \right. \right. \\
& \quad (\exists subject)(\exists teacher) \left(E(A1, subject, teacher, 5) \right) \wedge (\exists subject)(\exists teacher) \left(E(A2, subject, teacher, 5) \right) \wedge \\
& \quad (\forall ID) \left(S(ID, group) \wedge (\exists subject)(\exists teacher) \left(E(ID, subject, teacher, 5) \right) \rightarrow \right. \\
& \quad \quad \left. \left. (ID \approx A1 \vee ID \approx A2) \right) \right) \Bigg) \\
& \quad \vee \\
& (\forall group)(\forall ID) \left(S(ID, group) \rightarrow (\exists A1)(\exists A2)(\exists A3) \left((A1 \not\approx A2) \wedge (A1 \not\approx A3) \wedge (A2 \not\approx A3) \wedge \right. \right. \\
& \quad (\exists subject)(\exists teacher) \left(E(A1, subject, teacher, 5) \right) \wedge (\exists subject)(\exists teacher) \left(E(A2, subject, teacher, 5) \right) \wedge \\
& \quad \quad (\exists subject)(\exists teacher) \left(E(A3, subject, teacher, 5) \right) \wedge \\
& \quad \quad \left. \left. (\forall ID) \left(S(ID, group) \rightarrow (ID \approx A1 \vee ID \approx A2 \vee ID \approx A3) \right) \right) \right) \Bigg)
\end{aligned}$$

3. Есть ровно 1 группа, в которой есть хотя бы 2 кандидата на отчисление. $F_s = 1$, если $\sigma(id)$ - студент на отчисление, $F_s = 0$

иначе.

$$\begin{aligned}
& (\exists group)(\exists ID) \left((S(ID, group) \wedge (\exists F1)(\exists F2) \left(S(F1, group) \wedge S(F1, group) \wedge (F1 \not\approx F2) \wedge (\exists id)(id \approx F1 \wedge F_s) \wedge (\exists id)(id \approx F2 \wedge F_s) \right)) \wedge \right. \\
& \quad \neg \left((\exists group2)(\exists ID) \left(S(ID, group) \wedge group \not\approx group2 \wedge (\exists F1)(\exists F2) \left(S(F1, group2) \wedge S(F1, group2) \wedge (F1 \not\approx F2) \wedge \right. \right. \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. \left. \left. (\exists id)(id \approx F1 \wedge F_s) \wedge (\exists id)(id \approx F2 \wedge F_s) \right) \right) \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

4. Нет групп, в которых не было бы хорошистов

$$\begin{aligned}
& (\forall group)(\forall ID)(S(ID, group) \rightarrow (\exists ID)(S(ID, group) \wedge (\exists subject)(\exists teacher)(\exists grade)(E(ID, subject, teacher, grade) \wedge \\
& \qquad \qquad \qquad grade \not\approx 2 \wedge grade \not\approx 3 \wedge grade \not\approx 5)))
\end{aligned}$$