Пусть R - некоторое отношение на некотором конечном множестве размера n. Пусть элементы нижней ленты - закодированная таблица отношения R, где [i,j]-й элемент таблицы располагается на  $n \cdot i + j$  элементов справа от #, а на второй ленте лежат n символов 1.

Дополним алфавит  $\Sigma = \{\wedge, \#, 0, 1\}$  до алфавита  $\Sigma = \{\wedge, \#, 0, 1, L, R, X\}$ . Перейдём от начальной конфигурации

#	$\wedge$	$\wedge$	$\wedge$	Λ	$\wedge$	$\wedge$
#	1		1	$\wedge$	$\wedge$	$\wedge$
#	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$		$a_{n,n-1}$	$a_{n,n}$	Λ

## к конфигурации

#	1		1	$\wedge$	$\wedge$	$\wedge$
#	1		1	^	$\wedge$	$\wedge$
#	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$		$a_{n,n-1}$	$a_{n,n}$	$\wedge$

тогда пару чисел  $(i,j):(i,j\in[1,n])$  можно закодировать позицией головки на первой и второй ленте. Будем называть конфигурацию соответствующей позициии [i,j], если головка первой ленты указывает на i-й элемент от #, головка второй ленты указывает на j-й элемент от #, а головка третьей ленты указывает на  $n\cdot i+j$ -й элемент от #.

Следующей позицией по отношению к [i,j] будем называть [i,j+1] если j < n, и [i+1,1] иначе Предыдущей позицией по отношению к [i,j] будем называть [i,j-1] если j > 1, и [i-1,n] иначе Программа:

 $q_0$  - начать работу

 $q_1$  - копировать вторую ленту на первую

$$q_1$$
  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \end{bmatrix} \rightarrow q_1$   $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\alpha \in \{1, 0\}$ 

$$q_1 \begin{array}{|c|c|} \hline \land \\ \land \\ \hline \alpha \end{array} \rightarrow q_{1b} \begin{array}{|c|c|} \hline \land \\ \land \\ \hline \alpha \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline +1 \\ \hline +1 \\ \hline 0 \end{array}$$

 $q_{1b}$  - вернуть головки первой и второй ленты в начало

$$q_{1b}$$
  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$   $\rightarrow q_{1b}$   $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\alpha \in \{1, 0, X\}$ 

 $q_2$  - искать элемент отношения, с каждым шагом переходя к следуюущему элементу таблицы проставить L маркеры, чтобы запомнить текущую позицию в таблице

$$q_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow q_1^1 \begin{bmatrix} L \\ L \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$q_2$$
  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow q_1^0 \begin{bmatrix} L \\ L \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 

$$q_2 \begin{picture}(20,0) \put(0,0){\line(1,0){100}} \put(0,0){\line(1,0)$$

 $q_3$  - перейти с позиции [x,n] на позицию [x+1,1]

 $q_1^1$  - перевести головки первой и второй ленты в начало, в "память" занесено значение 1, c ним и будет сравнено значени симметричной пары

$$q_1^1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow q_1^1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$q_1^1 \begin{picture}(20,0) \put(0,0){\line(1,0){100}} \put(0,0){\line(1,$$

$$q_1^1 \begin{picture}(60,0) \put(0,0){\ovalpha} \put(0,0){\ov$$

 $q_2^1$  - под и над каждым L маркером поставить R маркер, чтобы знать на какой позиции стоит пара, которую нужно проверить, затем дойти до конца первой и второй ленты

$$q_2^1 \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1\\\hline 1\\\hline 1\\\hline \end{array} \rightarrow q_2^1 \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1\\\hline 1\\\hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline +1\\\hline +1\\\hline 0\\\hline \end{array}$$

$$q_2^1 \begin{picture}(20,0) \put(0,0){\line(1,0){100}} \put(0,0){\line(1,$$

$$q_2^1 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \\ \hline L \\ \hline 1 \end{array} \rightarrow q_2^1 \begin{array}{|c|c|} \hline R \\ \hline L \\ \hline 1 \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline +1 \\ \hline +1 \\ \hline 0 \end{array},$$

 $q_3^1$  - вернуть головки первой и второй ленты к L маркерам

$$\begin{array}{c|c} q_3^1 & \overline{\alpha} \\ \overline{\beta} & \rightarrow q_3^1 & \overline{\beta} \\ \hline 1 & 1 & 0 \end{array}, \begin{array}{c} \overline{-1} \\ -1 \\ \overline{0} & \alpha, \beta \in \{1, L, R\} \end{array}$$

$$q_3^1 \begin{array}{|c|c|} \hline L \\ \hline L \\ \hline 1 \end{array} \rightarrow q_5^1 \begin{array}{|c|c|} \hline L \\ \hline L \\ \hline 1 \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{array}, \, \alpha \in \{1, L, R\}$$

 $q_5^1$  - сдвигаться на следующую позицию, пока обе верхние головки не будут на R маркерах

как только дошли до R маркеров пометить нижний элемент символом X чтобы не проверять его ещё раз

$$q_5^1 \begin{array}{|c|c|} \hline R \\ \hline R \\ \hline 0 \end{array} \rightarrow f_0 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline X \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{array},$$

 $q_6^1$  - перейти с позиции [x,n] на позицию [x+1,1]

$$q_{6}^{1} \begin{array}{|c|c|} \hline \alpha \\ \hline \beta \\ \hline \gamma \end{array} \rightarrow q_{6}^{1} \begin{array}{|c|c|} \hline \alpha \\ \hline \beta \\ \hline \gamma \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline +1 \\ \hline -1 \\ \hline 0 \end{array}, \ \alpha, \beta, \gamma \in \{1, 0, L, R, X\}$$

 $q_1^0$  - перевести головки первой и второй ленты в начало, в "память" занесено значение 0, с ним и будет сравнено значени симметричной пары

$$q_1^0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow q_1^0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$q_1^0 \begin{picture}(20,0) \put(0,0){\ovalpha} \put(0,0){\ov$$

 $q_2^0$  - под и над каждым L маркером поставить R маркер, чтобы знать на какой позиции стоит пара, которую нужно проверить, затем дойти до конца первой и второй ленты

$$q_2^0 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \end{array} \rightarrow q_2^0 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline +1 \\ \hline +1 \\ \hline 0 \end{array},$$

$$q_2^0 \begin{picture}(200,0) \put(0,0){\line(1,0){100}} \put(0,0){\line(1$$

$$q_2^0 \begin{picture}(200,0) \put(0,0){\line(1,0){100}} \put(0,0){\line(1$$

$$q_2^0 \begin{picture}(200,0) \put(0,0){\line(1,0){100}} \put(0,0){\line(1$$

 $q_3^0$  - вернуть головки первой и второй ленты к L маркерам

$$q_3^0 \xrightarrow{\beta} 0 \rightarrow q_3^0 \xrightarrow{\beta}, \xrightarrow{-1} 0, \alpha, \beta \in \{1, L, R\}$$

$$q_3^0 \begin{array}{|c|c|c|} \hline L \\ \hline L \\ \hline 0 \end{array} \rightarrow q_5^0 \begin{array}{|c|c|c|} \hline L \\ \hline L \\ \hline 0 \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{array}, \, \alpha \in \{1, L, R\}$$

 $q_5^0$  - сдвигаться на следующую позицию, пока обе верхние головки не будут на R маркерах

$$q_5^0 \begin{array}{|c|c|} \hline \alpha \\ \hline \land \\ \hline \gamma \end{array} \rightarrow q_6^0 \begin{array}{|c|c|} \hline \alpha \\ \hline \land \\ \hline \gamma \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 \\ \hline -1 \\ \hline +1 \end{array}, \ \alpha,\beta,\gamma \in \{1,0,L,R,X\}$$

как только дошли до R маркеров пометить нижний элемент символом X чтобы не проверять его ещё раз

 $q_{6}^{0}$  - перейти с позиции  $\left[ x,n\right]$  на позицию  $\left[ x+1,1\right]$ 

 $q_{ok}$  - вернуться в позицию, обозначенную L маркерами

$$q_{ok}$$
  $\begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{vmatrix} \rightarrow q_{ok}$   $\begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{vmatrix}$ ,  $\begin{vmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{vmatrix}$ ,  $\alpha, \beta, \gamma \in \{1, 0, L, X\}$ , причём если  $\alpha = \beta$ , то  $\alpha \neq L$ 

перейти на следующую позицию и начать проверять новую пару

$$q_{ok}$$
  $\begin{bmatrix} L \\ L \\ \alpha \end{bmatrix}$   $\rightarrow$   $q_2$   $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix}$ ,  $\alpha \in \{1, 0\}$ 

 $q_{ok}^{\prime}$  - перейти с позиции [x,n] на позицию [x-1,1]

$$q'_{ok} \xrightarrow{\alpha} \rightarrow q_{ok} \xrightarrow{\alpha}, \xrightarrow{0} \\ \gamma \xrightarrow{\gamma}, \xrightarrow{0}, \alpha, \beta, \gamma \in \{1, 0, L, X\}$$

 $f_0$  - симметричность опровергнута, вернуть все головки в начало и перейти в состояние 0!  $f_1$  - симметричность подтверждена, вернуть все головки в начало и перейти в состояние 1!