МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Тульский государственный университет»

Кафедра вычислительной техники

Численные методы и программирование.

Лабораторная работа №2

Вычисление абсолютных и относительных погрешностей приближенного решения задач.

Выполнил

Студент гр. 220621

Итяксов Илья Алексеевич

Проверила

к.т.н., доц. Баранова Е.М.

Тула 2024 г.

**Лабораторная работа №2**

**Вычисление абсолютных и относительных погрешностей приближенного решения задач.**

**Цель работы:**

Изучить основные принципы вычисления погрешностей.

**Ход работы:**

**ЗАДАНИЕ**

С применением методов структурного программирования (без применения библиотек) выполнить следующие задания:

а) вычислить значение выражения и определить абсолютную и

относительную погрешность результата. Вести систематический

пооперационный учет погрешностей;

б) определить, какое из вычислений, получаемых при нахождении

значения выражения, точнее всех иных проведенных вычислений;

в) определить верные значащие цифры в строгом и широком смысле

для значений промежуточных вычислений и конечного значения выражения;

г) результаты промежуточных вычислений округлить до 4-х значащих

чисел и определить абсолютную и относительную погрешности (округлить

до сотых долей единиц) полученных приближений (цифры верны в широком

и строгом смысле).

Реализовать вычисления и программное решение при различных

степенях точности (при округлении до различного знака после запятой).

Выражение и значения аргументов брать в соответствии с вариантом. (Рисунок 1)

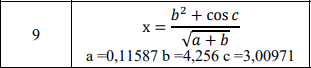


Рисунок 1 – Вариант задания

а)Вычислил значение выражения и определил абсолютную и

относительную погрешность результата. Ввел систематический

пооперационный учет погрешностей.

б) Определил, какое из вычислений, получаемых при нахождении

значения выражения, точнее всех иных проведенных вычислений.

в) Определил верные значащие цифры в строгом и широком смысле

для значений промежуточных вычислений и конечного значения выражения.

г) Результаты промежуточных вычислений округлил до 4-х значащих

чисел и определил абсолютную и относительную погрешности полученных приближений.

Для начала я решил задачу аналитическим способом. Решение отобразил в таблице. (Таблица 1)

Таблица 1 – Аналитическое решение задачи

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Действие | Вычисляемое выражение | Подстановка в выражение значений | Результат вычислений |
| 1 |  |  | 18,113 |
| 2 | Вычислим абсолютную погрешность возведения в квадрат |  | 0,000536≈0,0005 |
| 3 | Вычислим относительную погрешность возведения в квадрат |  | 0,00276%≈0,003% |
| 4 |  |  | 0,998 |
| 5 | Вычислим абсолютную погрешность косинуса |  | 0,000620651≈0,0006 |
| 6 | Вычислим относительную погрешность косинуса |  | 0,06% |
| 7 |  |  | 19,1122 |
| 8 | Вычислим относительную погрешность сложения квадрата и косинуса |  | 0,063% |
| 9 |  |  | 2,0909 |
| 10 | Вычислим абсолютную погрешность для корня |  | 0,000001719≈0,000002 |
| 11 | Вычислим относительную погрешность для корня |  | 0,00009565251115%≈0,00001% |
| 12 | Вычислим значение функции x |  | 9,140628885 |
| 13 | Вычислим относительную погрешность всего выражения |  | 0,06301% |
| 14 | Вычислим абсолютную погрешность всего выражения  ∆х = |х̅| ∙ 𝛿х |  | 0,00575951026 |

Написал код программы:

#include <iostream>

#include <cmath>

using namespace std;

int main(){

setlocale(LC\_ALL, "Russian");

double a = 0.11587, b = 4.256, c = 3.00971;

double b\_2 = round(pow(b, 2)\*1000)/1000;

double b\_2\_Abs = abs(b\_2 - (pow(b,2)));

double b\_2\_Rel = b\_2\_Abs / pow(b, 2) \* 100;

double cos\_c = round(-cos(c) \* 1000) / 1000;

double cos\_c\_Abs = abs(cos\_c + cos(c));

double cos\_c\_Rel = cos\_c\_Abs / -cos(c) \* 100;

double numerator = round((pow(b, 2) - cos(c)) \* 1000) / 1000;

double numerator\_Rel = b\_2\_Rel + cos\_c\_Rel;

double Sqrt = round(sqrt(a + b)\*1000)/1000;

double Sqrt\_Abs = abs(Sqrt - sqrt(a + b));

double Sqrt\_Rel = Sqrt\_Abs / sqrt(a + b) \* 100;

double x = (pow(b, 2) + cos(c)) / sqrt(a + b);

double x\_Rel = numerator\_Rel + Sqrt\_Rel;

double x\_Abs = x \* x\_Rel / 100;

cout << "1.Возведение b в квадрат: " << b\_2 << endl;

cout << "2.Абсолютная погрешность возведения b в квадрат: " << b\_2\_Abs << endl;

cout << "3.Относительная погрешность возведения b в квадрат: " << b\_2\_Rel << "%" << endl << endl;

cout << "4.Подсчет косинуса от c: " << cos\_c << endl;

cout << "5.Абсолютная погрешность косинуса c: " << cos\_c\_Abs << endl;

cout << "6.Относительная погрешность косинуса c: " << cos\_c\_Rel << "%" << endl << endl;

cout << "7.Подсчет числителя: " << numerator << endl;

cout << "8.Относительная погрешность числителя: " << numerator\_Rel << "%" << endl << endl;

cout << "9.Подсчет корня суммы a + b: " << Sqrt << endl;

cout << "10.Абсолютная погрешность корня: " << Sqrt\_Abs << endl;

cout << "11.Относительная погрешность корня: " << Sqrt\_Rel << "%" << endl << endl;

cout << "12.Подсчет всего выражения: " << x << endl;

cout << "13.Относительная погрешность всего выражения: " << x\_Rel << "%" << endl;

cout << "14.Абсолютная погрешность всего выражения: " << x\_Abs << endl << endl;

cout << "Ответ: " << x << "(+-" << x\_Abs << "), дельта = " << x\_Rel << "%";

}

Нарисовал блок-схему программы. (Рисунок 2)

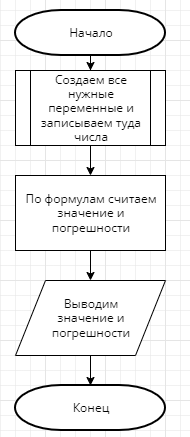


Рисунок 2 – Блок-схема программы

Проверил результат работы программы. Значения немного различаются, это связано с тем, что c++ в математических операциях сам округляет некоторые вычисления. (Рисунок 3)

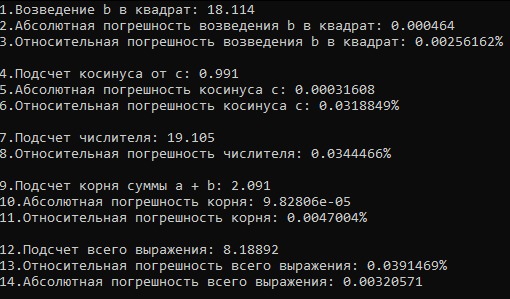


Рисунок 3 – Работа программы

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое абсолютная погрешность? Что такое относительная

погрешность?

Абсолютной погрешностью числа х называется величина х̅, удовлетворяющая неравенству: |х − х̅| ≤ ∆х.

Относительной погрешностью называется отношение абсолютной погрешности к абсолютному значению приближенной величины.

2. Что такое значащие цифры числа? Как их определить?

Значащими цифрами числа называются все цифры в его записи, начиная с первой ненулевой цифры, расположенной слева.

3. Что такое верные и сомнительные значащие цифры числа?

Значащая цифра называется верной, если половина единицы ее разряда превосходит абсолютную погрешность. В противном случае цифры числа называются сомнительными

4. Как определить верные значащие цифры числа в строгом смысле? В

широком смысле?

Значащая цифра называется верной в строгом смысле (или верной), если абсолютная погрешность числа не превосходит половины единицы разряда, соответствующего этой цифре. Значащая цифра числа называется верной в широком смысле, если ее абсолютная погрешность не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра.

5. Что такое границы абсолютной и относительной погрешностей?

Границей абсолютной (относительной) погрешности приближения называется такое положительное число больше которого абсолютная (относительная) погрешность быть не может.

6. Что такое погрешность округленного числа и погрешность

округления? Как их определить?

Погрешность округленного числа равна сумме погрешности исходного числа и погрешности округления

7. Как определить, какое из равенств точнее? Что такое

систематический пооперационный учет погрешностей вычислений?

Чтобы определить какое из равенств точнее надо вычислить предельные относительные погрешности, точнее то равенство, у которого погрешность меньше.

Систематический пооперационный учет погрешностей вычислений - это методология анализа и учета погрешностей, которые могут возникать в процессе выполнения различных операций и вычислений.

8. Чему равна абсолютная и относительная погрешности суммы чисел?

Разности чисел?

При сложении чисел абсолютная погрешность суммы равна сумме абсолютных погрешностей. При сложении чисел относительная погрешность суммы определяется отношением. При вычитании чисел их абсолютные погрешности складываются. Относительная погрешность разности чисел определяется как отношение суммы относительных погрешностей на приближенные значения величины к разности приближенных значений величин.

9. Чему равна абсолютная и относительная погрешности произведения

чисел? Частного чисел?

При умножении чисел друг на друга их относительные погрешности складываются или погрешность произведения чисел равна сумме погрешностей этих чисел. Абсолютная погрешность произведения чисел определяется соотношением: ∆𝑥𝑦= ∆𝑦𝑥̅+ ∆𝑥 𝑦̅. При делении чисел друг на друга их относительные погрешности складываются или относительная погрешность честного чисел равна сумме их относительных погрешностей. Абсолютная погрешность частного чисел определяется из соотношения: ∆𝑥/ 𝑦 = (∆𝑥𝑦̅+∆𝑦𝑥̅ ) / 𝑦̅ 2 .

10. Чему равна абсолютная и относительная погрешности операции

возведения в степень? Извлечения квадратного корня?

При возведении в степень приближенного числа относительная погрешность умножается на показатель степени. При извлечении корня из приближенного числа относительная погрешность делится на степень корня. Абсолютные погрешности операций возведения в степень и извлечения корня определяются по формулам связи:

∆(х 𝑛) = |х𝑛 |𝛿(𝑥 𝑛) = |х𝑛 |𝑛𝛿(𝑥)

∆(√𝑥 𝑛 ) = |√𝑥 𝑛 |𝛿(√𝑥 𝑛 ) = |х𝑛 | 𝛿(𝑥) 𝑛 .

**Вывод:**

Изучил основные принципы вычисления погрешностей.