

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет
Факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації
Кафедра системного аналізу та інформаційних технологій

Звіт
Про виконання лабораторної роботи № 2-2
З дисципліни «Фізика»
Тема: «Вимірювання ємності конденсаторів»

Виконав:
студент групи СА-226
Дудар А.М.
Перевірив: доц.
Книш Б.П.

Вінниця 2023

Лабораторна робота 2-2

Вимірювання ємності конденсаторів

л.1. §§ 26, 27.2. §§ 5.1, 5.2, 5.3

Мета роботи: набути навиків вимірювання ємності конденсаторів з допомогою місткової схеми; перевірити закони сполучення конденсаторів.

Прилади і обладнання: комплект досліджуваних конденсаторів; магазин еталонних конденсаторів; осцилограф; реохорд; з'єднувальні провідники.

Теоретичні відомості

При наданні провіднику електричного заряду його потенціал по відношенню до Землі (умовна поверхня нульового потенціалу) підвищується. Однак відношення заряду Q до потенціалу U для даного провідника залишається постійним і називається його електричною ємністю C :

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (1)$$

При $Q = 1 \text{ Кл}$, $U = 1 \text{ В}$ знаходимо одиницю електричної ємності провідника:

$$[C] = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = 1 \Phi.$$

Ця одиниця називається фарадом (Φ). Фарад дорівнює електричній ємності ізолюваного провідника, якщо надання йому заряду в 1 Кл підвищує його потенціал на 1 В.

Електроємність залежить від геометричних розмірів і форми провідника, положення навколо нього інших провідників, електричних властивостей навколишнього середовища. Електроємність не залежить від матеріалу провідника і його агрегатного стану, наявності пустот і величини заряду.

Електроємність відокремленого провідника завжди мала. Збільшення електроємності за рахунок збільшення розмірів провідника не завжди виправдовує себе.

Наприклад, щоб одержати електроємність 1 мкФ, слід взяти сферичний провідник радіусом 9 км. В електро- і радіотехніці, де приходиться користуватись великими ємностями, застосовують систему провідників — конденсатори. Робота конденсаторів базується на зменшенні потенціалу зарядженого провідника під впливом іншого провідника.

Візьмемо наелектризований провідник A , заряд якого $+q$ і внесемо в його поле інший провідник B , який в результаті явища електричної індукції електризується (рис. I). Поле наведених різнойменних зарядів послаблює наведене поле заряду $+q$, тому потенціал поля A падає, а електроємність

зростає.

Індуковані заряди однакового знаку можна нейтралізувати, якщо заземлити провідник *B*. Щоб зовнішні тіла не впливали на ємність конденсатора, обкладкам надають таку форму і так розміщують їх одну відносно іншої, щоб поле, створене нагромадженими зарядами цілком було сконцентроване всередині конденсатора. Цій умові задовольняють, перш за все, поля, які створюються зарядженими площинами, коаксіальними циліндрами та концентричними сферами.

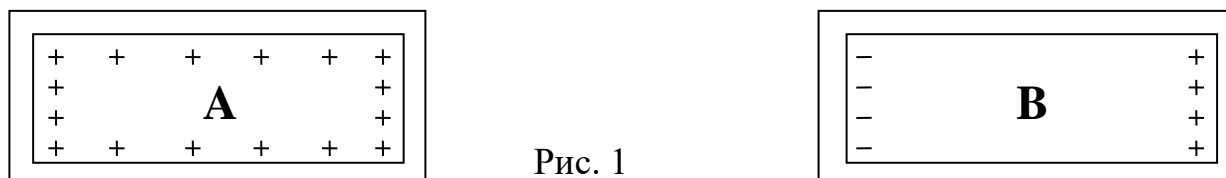


Рис. 1

Розглянемо деякі типи конденсаторів. Залежно від форми обкладок конденсатори бувають плоскі, циліндричні, сферичні.

1) плоский конденсатор являє собою систему двох металевих, паралельних пластин (розділених діелектриком), розташованих на близькій відстані *d* одна від одної і однаково наелектризованих різнойменними зарядами. Знайдемо ємність такого конденсатора.

Якщо лінійні розміри пластин великі порівняно з відстанню між ними, то можна знехтувати крайовим ефектом і вважати електричне поле між пластинами однорідним:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S}, \quad (2)$$

інакше напруженість цього поля можна виразити через градієнт потенціалу

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}. \quad (3)$$

З цих рівнянь дістаємо

$$-d\varphi = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S} dx.$$

Про інтегруємо це рівняння:

$$-\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S} \int_0^d dx; \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{qd}{\epsilon \epsilon_0 S},$$

звідки

$$q = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} (\varphi_1 - \varphi_2); \quad C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}.$$

Ця формула є наближеною, бо ми знехтували крайовим ефектом.

З'ясуємо вплив діелектрика на ємність конденсатора. Оскільки φ_1 -

$\varphi_2 = Ed$, то формулу $q = C(\varphi_1 - \varphi_2)$ можна записати так:

$$C = \frac{q}{Ed}.$$

Під впливом поля E діелектрик поляризується і на його поверхнях pojawiaються поляризаційні заряди $\pm\sigma$. Вектор \vec{E}_p направлений протилежно до вектора \vec{E} , а зменшення напруженості приводить до збільшення ємності (рис.2).

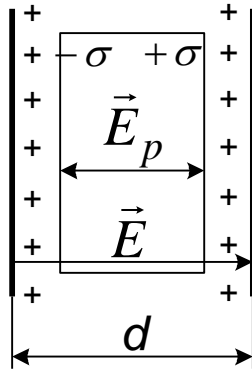


Рис. 2

2) циліндричний конденсатор являє собою систему двох порожнистих металевих коаксіальних (із спільною віссю) циліндрів, встановлених один в одного, простір між якими заповнений діелектриком (рис. 3).

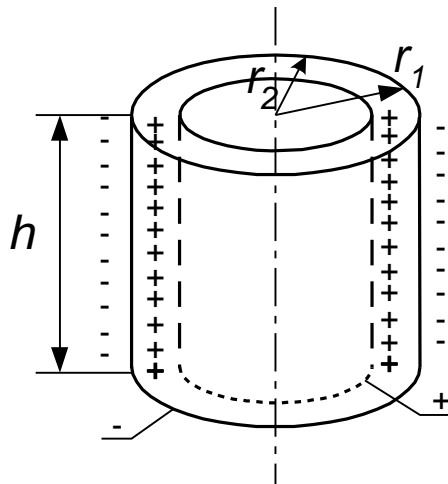


Рис. 3

Якщо висота циліндрів велика порівняно з їх радіусами ($h \gg r_1$ і r_2), то можна знехтувати крайовим ефектом і використати формулу напруженості електричного поля для нескінченно довгого зарядженого циліндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 h},$$

де $\tau = \frac{q}{h}$ — лінійна густина заряду. Напруженість можна виразити через градієнт потенціалу

$$E = \frac{d\varphi}{dr}.$$

З цих рівнянь дістанемо

$$-d\varphi = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 h} \cdot \frac{dr}{r}.$$

Проінтегруємо цей вираз

$$-\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \epsilon h} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r},$$

Одержимо

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \quad (5)$$

Якщо зазор між обкладками конденсатора малий, тоді $\ln \frac{r_1}{r_2}$ можна розкласти в ряд і обмежитися тільки членами першого порядку:

$$\ln \frac{r_1}{r_2} = \ln \frac{r_1 + d}{r_1} \approx \frac{d}{r_1}$$

тепер

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 r_1 \cdot h}{d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

де $S = 2\pi r_1 h$ — бічна поверхня внутрішнього циліндра. Отже, електроємність циліндричного конденсатора можна обчислити за формулою ємності плоского конденсатора;

3) сферичний конденсатор складається з двох концентричних сферичних обкладок, простір між якими заповнений діелектриком (рис. 4).

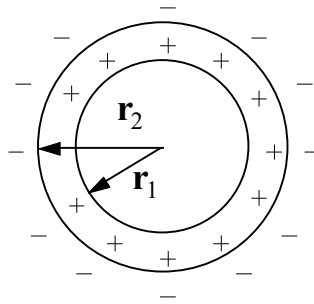


Рис. 4

Електричне поле в ньому строго радіальне. Тому сферичні конденсатори використовують в точних лабораторних дослідженнях. Потенціали обкладок такого конденсатора виражаються такими співвідношеннями:

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2}.$$

Звідки

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q(r_2 - r_1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1 \cdot r_2},$$

або

$$q = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Звідки дістаємо

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}$$

(6)

Якщо $r_2 \gg r_1$, тоді внутрішню обкладку можна розглядати як відокремлену кулю і формула (6) набуде такого вигляду:

$$C_1 \approx 4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1 < C$$

Як бачимо, електроємність конденсатора більша від електроємності відокремленого провідника. Якщо зазор між обкладками дуже малий порівняно з їх радіусами, то ємність сферичного конденсатора можна визначати за формулою плоского конденсатора, справді, при $r_2 - r_1 = d \ll r_1$, $r_2 \approx r_1 = r$ формула (5) набуває вигляду:

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}{d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}.$$

Кожний конденсатор характеризується, крім ємності, пробивною або робочою напругою. Тому для одержання необхідної ємності при заданій робочій напрузі, необхідно конденсатори з'єднувати в батареї — паралельно, послідовно або змішано.

При паралельному з'єднанні (рис.5) одна із обкладок кожного

конденсатора має потенціал φ_1 , а друга φ_2 . Відповідно на кожній із двох систем обкладок нагромаджується сумарний заряд

$$q = \sum_{i=1}^n q_i = \sum_{i=1}^n C_i(\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2) \sum_{i=1}^n C_i$$

Ємність батареї одержимо, якщо розділимо сумарний заряд на прикладену до неї напругу.

В результаті:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (7)$$

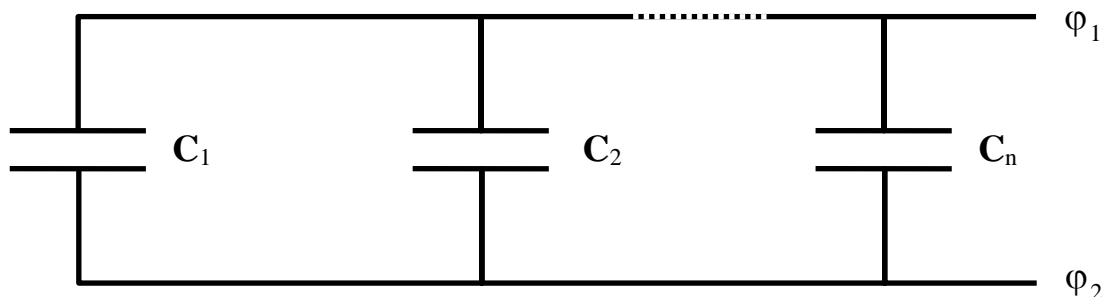


Рис. 5

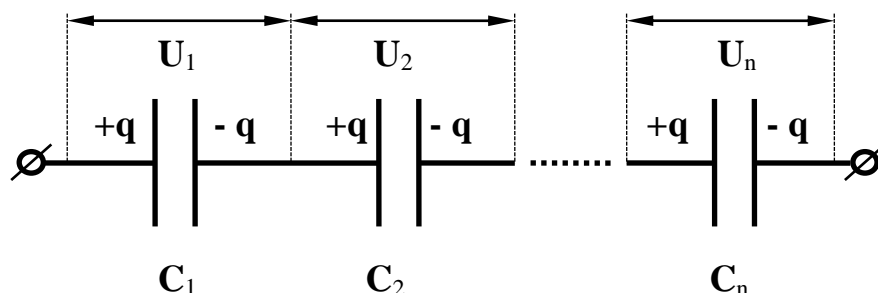


Рис. 6

Збільшення ємності при паралельному з'єднанні конденсаторів пояснюється тим, що збільшується робоча поверхня обкладок. Однак пробивне значення напруги батареї не перевищує пробивної напруги одного конденсатора.

При послідовному з'єднанні (рис. 6) обкладки окремих конденсаторів мають заряди, чисельно рівні, але протилежні по знаку. Тому напруга на i -му конденсаторі:

$$U_i = \frac{q}{C_i}.$$

Тоді загальна напруга батареї

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Звідки

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (8)$$

При послідовному з'єднанні конденсаторів додаються величини, обернені їх ємностям, при цьому напруга на кожному конденсаторі зменшується. Якщо потрібно збільшити електроємність батареї, то, сполучають паралельно окремі групи послідовно з'єднаних конденсаторів (змішане з'єднання).

Широке поширення в лабораторній практиці при вимірюванні ємності конденсаторів одержали слідуєчі методи:

а) періодична зарядка і розрядка. Досліджуваний конденсатор C (рис.7) заряджається через випрямляч до U . Автоматично діючий перемикач від'єднує одну із обкладок від джерела напруги і замикає обкладки конденсатора на мікроамперметр. При цьому конденсатор розряджається. Цикл зарядка-розрядка повторюється з частотою роботи перемикача $f = 50$ Гц.

Середній заряд, який протікає через мікроамперметр за час t ,

$$I_0 t = QN,$$

де I_0 – середня величина струму, що фіксується мікроамперметром;

Q – заряд конденсатора;

N – число розрядів за час t .

$$\text{Інакше } C = \frac{I_0 t}{UN} = \frac{I_0}{Uf} \quad (f = \frac{N}{t} - \text{частота перемикання}).$$

б) балістичного гальванометра. Балістичним гальванометром називають такий гальванометр, в якому момент інерції рухомої частини (котушки) спеціально збільшений. Кут відхилення котушки такого гальванометра

пропорційний
величині
заряду, який
проходить
через
гальванометр:

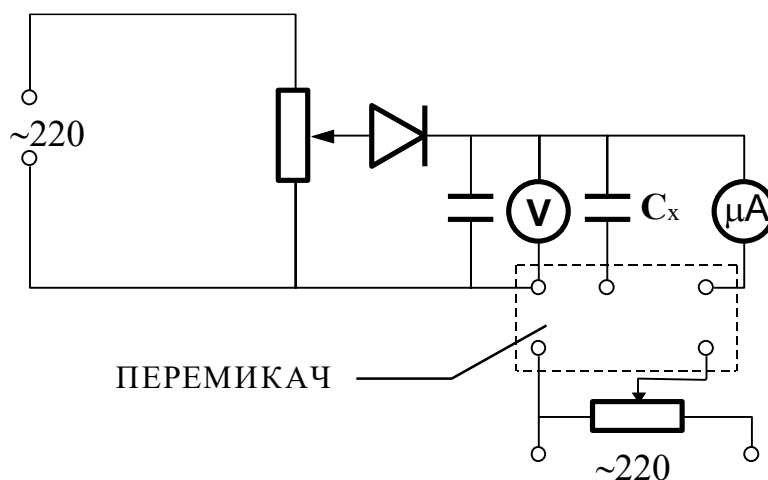


Рис. 7

$$Q = \beta \cdot \varphi,$$

де β – балістична постійна гальванометра, яка чисельно рівна величині заряду, необхідному для повороту рамки гальванометра на 1 одиницю кута.

Ємність конденсатора, зарядженого до відомої різниці потенціалів U , можна визначити, розряджаючи його на гальванометр:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\beta \varphi}{U}.$$

Принципіальна схема установки подана на рис. 8:

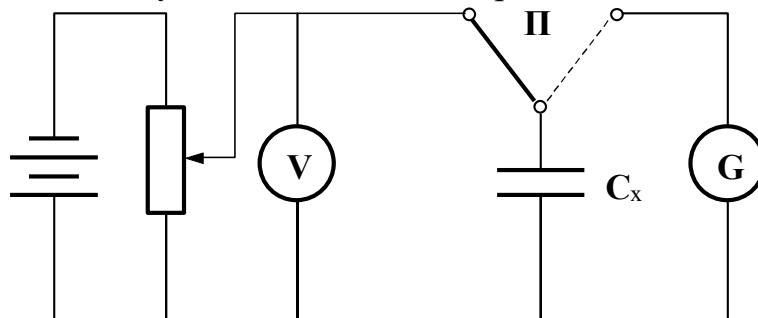


Рис. 8

в) куметра, принцип дії якого базується на тому, що вимірювана ємність входить до складу коливального контура з малим затуханням. Ємність конденсатора можна визначити, якщо добитися резонансу в контурі, ємнісний опір якого $\frac{1}{\omega C}$ дорівнює індуктивному опору ωL ($\frac{1}{\omega C} = \omega L$). Резонансу можна добитися, змінюючи або індуктивність L , або частоту змінного струму ω .

Якщо паралельно вимірювальному конденсатору C_x (рис.9) підключити проградуйований конденсатор C змінної ємності, то добившись резонансу $\frac{1}{\omega C} = \omega L$ і $\omega L = \frac{1}{\omega(C_x + C_2)}$ (C_1 і C_2 – ємності, взяті із шкали проградуйованого конденсатора), одержують: $C_x = C_1 - C_2$. Резонанс можна зафіксувати з допомогою покажчика лампового вольтметра (ЛВ).

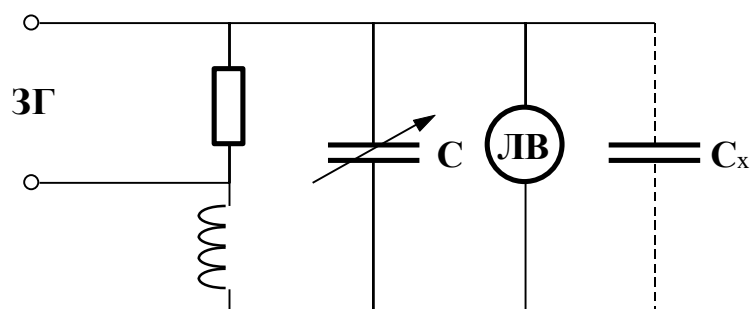


Рис. 9

г) містковий, який знайшов найбільш широке застосування. Найбільш зручна схема містка, яка називається містком Сотті, зображена на рис. 10:

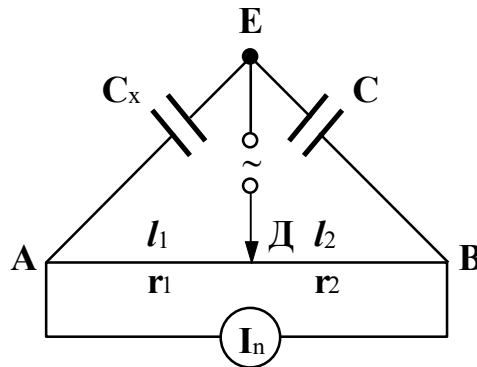


Рис. 10

За допомогою повзунка реохорда можна добитися такого положення, при якому струм, що проходить через індикатор нуля, буде відсутній ($\varphi_a = \varphi_b$)

Умова рівноваги містка виводиться таким чином: За час dt по вітці ДАЕ пройде величина заряду:

$$dq = I_1 dt, I_1 = \frac{\varphi_D - \varphi_a}{r_1}.$$

Із визначення ємності конденсатора слідує, що

$$dq = C_x (\varphi_A - \varphi_E)$$

Тому,

$$\frac{\varphi_D - \varphi_A}{r_1} dt = C (\varphi_A - \varphi_E)$$

Для вітки ДЕВ по аналогії:

$$\frac{\varphi_D - \varphi_B}{r_2} dt = C (\varphi_B - \varphi_E)$$

Враховуючи, що $\varphi_a = \varphi_b$, знаходимо

$$C_x = C \frac{r_2}{r_1}$$

або враховуючи, що r_1 і r_2 – опори плечей реохорда, вони в свою чергу пропорційні l_1 і l_2 , то

$$C_x = C \frac{l_2}{l_1}. \quad (9)$$

При роботі з містком слід мати на увазі, що одержане рівняння справедливе для ідеальної схеми. В реальній схемі завжди є паразитні ємності і індуктивності, які тут не враховуються.

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему, подану на рис. 10. У ролі індикатора нуля можна використати будь-який, наявний в лабораторії осцилограф.
2. Ввімкнути в мережу 220 В осцилограф і низьковольтний трансформатор, який постачає струм в коло.
3. За допомогою повзунка D добитися відношення $\frac{I_2}{I_1}$, при якому довжина світлової лінії на екрані осцилографа буде найменшою. При цьому слід пам'ятати, що найбільш вигідно працювати в режимі, коли опори плеч мало відрізняються один від одного.
4. Провести вимірювання ємностей всіх наявних конденсаторів C_1, C_2, \dots, C_x .
5. З'єднати конденсатори паралельно і виміряти сумарну їх ємність.
6. З'єднати конденсатори послідовно і виміряти сумарну їх ємність.
7. Скласти таблицю, в яку занести всі виміряні і розраховані величини .

Обробка результатів вимірювання і їх аналіз

1. За формулою (9) розрахувати ємності всіх досліджуваних конденсаторів, а також паралельного і послідовного їх сполучення.
2. Перевірити закони сполучення конденсаторів теоретичними розрахунками і зробити необхідні висновки.
3. Провести розрахунки похибок вимірювань.

Контрольні запитання

1. Що таке електроємність провідника та від чого вона залежить?
2. Як одержати формули ємностей плоского, циліндричного і сферичного конденсаторів?
3. Як розраховують ємність батареї паралельно чи послідовно з'єднаних конденсаторів?
4. Якими методами міряють ємність конденсаторів?
5. Як працює місток Сотті?

1.1. Знайдемо значення $C_{1x}, C_{2x}, C_{3x}, C_{4x}, C_{5x}$.

$$C_{1x} = \frac{l_2}{l_1} C = \frac{230}{90} 10 = 25.56 \text{ мкф}$$

$$C_{2x} = \frac{l_2}{l_1} C = \frac{196}{124} 10 = 15.80 \text{ мкф}$$

$$C_{3x} = \frac{l_2}{l_1} C = \frac{84}{236} 10 = 3.56 \text{ мкф}$$

$$C_{4x} = \frac{l_2}{l_1} C = \frac{145}{135} 10 = 8.29 \text{ мкф}$$

$$C_{5x} = \frac{l_2}{l_1} C = \frac{93}{227} 10 = 4.10 \text{ мкф}$$

$$C_{\text{послідовне}} = 25,56 + 15,80 + 3,56 + 8,29 + 4,10 = 57,31 \text{ мкф}$$

$$1 / C_{\text{паралельне}} = \frac{1}{25,56} + \frac{1}{15,80} + \frac{1}{3,56} + \frac{1}{8,29} + \frac{1}{4,10} = 0.0160746 \text{ мкф}$$

$$C_{\text{паралельне}} = 62,2 \text{ мкф}$$

1.2. Внесемо отримані результати до таблиці

$l_1, ^\circ$	$l_2, ^\circ$	C, мкф	C_{1x} , мкф	C_{2x} , мкф	C_{3x} , мкф	C_{4x} , мкф	C_{5x} , мкф
90	230	10	25.56	—	—	—	—
124	196	10	—	15.80	—	—	—
236	84	10	—	—	3.56	—	—
175	145	10	—	—	—	8.29	—
227	93	10	—	—	—	—	4.10

2. Перевіримо закони сполучення теоретичними розрахунками

$$C_{12} = \frac{l_2}{l_1} C = \frac{256}{64} * 10 = 40 \text{ мкф}$$

	C_1 мкф	C_2 мкф	$l_1, ^\circ$	$l_2, ^\circ$	C, мкф	$C_{1,2}$ послідовне, мкф
Експериментально	—		64	256	10	40,00
Теоретично	25.56	15.8	—			41,36

$$C_{12 \text{ паралельне}} = \frac{1}{25,56} + \frac{1}{15,8} = 0,1029 = 9,71 \text{ мкф}$$

$$C_{12} = \frac{l_2}{l_1} C = \frac{111}{109} * 10 = 10,18 \text{ мкф}$$

	C ₁ мкф	C ₂ мкф	l ₁ , °	l ₂ , °	C, мкф	C _{1,2 паралельне} , мкф
Експериментально	—		109	111	10	10,18
Теоретично	25.56	15.8	—			9,71

3. Знайдемо похибки

$$C_c = \frac{C_{1x} + C_{2x} + C_{3x} + C_{4x} + C_{5x}}{5} = \frac{25.56 + 15.80 + 3.56 + 8.29 + 4.10}{5} = 11.462$$

$$\Delta C_{1x} = |C_{1x} - C_c| = |11.462 - 25.56| = 14,098 \text{ мкф}$$

$$\Delta C_{2x} = |C_{2x} - C_c| = |11.462 - 15.80| = 4,338 \text{ мкф}$$

$$\Delta C_{3x} = |C_{3x} - C_c| = |11.462 - 3.56| = 7,902 \text{ мкф}$$

$$\Delta C_{4x} = |C_{4x} - C_c| = |11.462 - 8.29| = 3,172 \text{ мкф}$$

$$\Delta C_{5x} = |C_{5x} - C_c| = |11.462 - 4.10| = 7,362 \text{ мкф}$$

$$\Delta C_c = \frac{14.098 + 4.338 + 7.902 + 3.172 + 7.362}{5} = 7,3744$$

$$\%C = \frac{\Delta C}{C_c} * 100 = \frac{7.3744}{11.462} * 100 = 64.4\%$$

Висновок: Я набув навиків вимірювання ємності конденсаторів з допомогою місткової схеми та перевінив закони сполучення конденсаторів