

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет  
Факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації  
Кафедра системного аналізу та інформаційних технологій

Звіт  
Про виконання лабораторної роботи № 1-3  
З дисципліни «Фізика»  
Тема: «Вивчення центрального удару куль»

Виконав:  
студент групи СА-22б  
Дудар А.М.  
Перевірів: доц.  
Книш Б.К.

Вінниця 2023

## Лабораторна робота № 1 -3

### Вивчення центрального удару куль

#### л.1. §§ 16, 17, 24, 25

Мета роботи: експериментальне вивчення застосування законів збереження енергії та імпульсу до центрального удару куль.

Прилади і матеріали: установка для дослідження зіткнення тіл; штангенциркуль; лінійка; терези з комплектом важків.

#### Теоретичні відомості

Центральним називається такий удар куль, при якому вектори швидкості руху куль у момент їх зіткнення лежать на прямій, що сполучає центри куль. Проміжок часу, протягом якого відбувається удар, здебільшого дуже малий і складає від  $10^{-4}$  с до  $10^{-6}$  с. При ударі на площинах контакту тіл виникають сили, що одержали назву ударних або миттєвих. Змінюються вони під час удару в широких межах і досягають значень, при яких середня величина тиску (напруги) на площинах контакту досягають значення  $10^9$  і навіть  $10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>.

Дія ударних сил викликає значні зміни швидкостей всіх точок тіла протягом удару. Наслідком удару можуть бути також залишкові деформації, звукові коливання, нагрівання тіл та ін., а при швидкостях зіткнення, які переважають критичні значення, - руйнування тіл в місці удару. Критичні швидкості, наприклад, для міді складають біля 15 м/с, а для високоякісної сталі - 150 м/с і більше.

Процес удару тіл поділяється на дві фази. Перша - починається з моменту дотикання тіл і продовжується до кінця їх зближення. При цьому частина кінетичної енергії тіл перетворюється в потенціальну енергію деформації.

Під час другої фази відбувається зворотній перехід потенціальної енергії пружної деформації в кінетичну енергію тіл. При цьому тіла починають розходитись одне від одного і під кінець другої фази вони рухаються в різних напрямках відносно загального центра мас.

Якщо після удару тіла повністю відновлюють свою форму і розміри, а механічна енергія набуває попереднього початкового значення, то удар називають абсолютно пружним.

Якщо ж удар закінчується на першій фазі і тіла після удару рухаються як одне ціле, то удар називається абсолютно непружним. Механічна енергія при цьому не зберігається, частина її перетворюється у внутрішню енергію тіл.

При ударі реальних тіл присутні обидві фази, але повного повернення форми тіл, що стикаються, не відбувається, що приводить до зменшення механічної енергії через втрати на залишкову деформацію ; нагрівання тіл та

інше.

Повний опис процесів для двох або більшої кількості тіл, що стикаються, можливий лише в межах динамічних законів, які детально змальовують всі зміни системи з часом. Але може виявитись, що для даної системи тіл рівняння, які випливають з законів динаміки, дуже складні або відсутні відомості про деякі величини, що входять у ці рівняння.

У цьому випадку певні висновки про поведінку системи можна зробити, використовуючи закони збереження.

Найважливішими законами збереження, що дійсні для будь-яких ізольованих систем, тобто, таких систем, на тіла яких не діють зовнішні сили, є закони збереження енергії, імпульсу, моменту імпульсу та електричного заряду.

Зокрема, закон збереження імпульсу формулюється так: імпульс ізольованої системи тіл залишається сталим

$$\sum_{i=1}^n m_i v_i = const. \quad (1)$$

Згадаємо, що імпульс системи визначається як геометрична сума імпульсів окремих тіл, що складають дану систему, а імпульс тіла - це вектор, рівний добутку маси тіла на його швидкість:

$$\vec{P} = m\vec{v}. \quad (2)$$

Імпульс системи тіл може бути визначений також добутком сумарної маси тіл системи  $\sum m_i$  на швидкість центра мас цієї системи  $v_c$ .

Центр мас (центр інерції) - це геометрична точка, що характеризує розподіл маси в тілі чи в механічній системі. Радіус-вектор центра мас визначається співвідношенням:

$$R_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i R_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad (3)$$

де  $m_i$  – маса;

$R_i$  – радіус-вектор  $i$ -того тіла.

Під час руху механічної системи її центр мас рухається так, як рухалась би матеріальна точка, що має масу, рівну масі системи і яка знаходиться під дією всіх зовнішніх сил, прикладених до системи. З останнього визначення та з закону збереження імпульсу випливає, що центр мас ізольованої системи або знаходиться в стані спокою, або рухається з сталою швидкістю.

---

До числа найважливіших відноситься закон збереження енергії, але в ньому мова йде про повну енергію системи, яка складається з енергії всіх видів руху матеріальних тіл. Для механічної енергії, що рівна сумі кінетичної та потенціальної енергії, також може бути сформульований закон збереження, але він не являється загальним, а відноситься до числа законів, які справджуються тільки для обмеженого класу систем і явищ. Механічна енергія зберігається при умові дії між тілами системи тільки консервативних сил. Консервативними називають такі сили, робота яких не залежить від форми шляху. До числа консервативних відносяться гравітаційні, пружні, електростатичні та деякі інші сили. Закон збереження механічної енергії має таке формулювання: повна механічна енергія ізольованої системи тіл, між якими діють тільки консервативні сили, залишається сталою.

Кажучи про закони збереження, слід відмітити, що особливо важливу роль ці закони відіграють в теорії елементарних частинок, де крім уже відомих відкрито багато специфічних законів збереження: баріонного заряду, лептонного заряду та інші. Значення законів збереження в теорії елементарних частинок визначається тим, що вони дозволяють легко знаходити правила відбору для реакцій між елементарними частинками, тобто встановлювати, які реакції в природі можливі, а які заборонені.

Згідно з сучасним уявленням закони збереження тісно пов'язані з властивостями симетрії фізичних систем. Теорема Нетер стверджує, що наявність у системі симетрії призводить до того, що для цієї системи існує фізична величина, яка зберігається. Ця теорема є особливо важливою, бо вона дозволяє на основі експериментально виявлених законів збереження робити висновки про фундаментальні властивості світу, в якому ми живемо. Так, наприклад, збереження енергії, імпульсу та моменту імпульсу зв'язані відповідно з однорідністю часу, однорідністю простору та ізотропністю простору.

Тому перевірка законів збереження являється одночасно перевіркою відповідних властивостей симетрії простору і часу.

Застосуємо закони збереження для вивчення центрального удару двох куль.

Для прямого центрального удару двох куль їх швидкості до удару (якщо система ізольована, то також і після удару) направлені вздовж прямої, що проходить через центри куль.

Розглянемо спочатку випадок, коли кулі, які створюють ізольовану систему, здійснюють абсолютно пружний удар. У цьому випадку виконуються закони збереження імпульсу та механічної енергії. Згідно з законом збереження імпульсу, імпульс двох куль до удару повинен бути рівним імпульсу цих же куль після удару:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{U}_1 + m_2\vec{U}_2. \quad (4)$$

Оскільки швидкості направлені вздовж однієї прямої, геометричну суму можна замінити сумою алгебраїчною:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2. \quad (5)$$

Вважаючи, що кулі взаємодіють тільки під час удару та враховуючи ізолюваність системи, робимо висновок, що повна механічна енергія обох куль до і після удару дорівнює сумі їх кінетичних енергій в відповідні моменти часу. Тому відповідно до закону збереження енергії можемо записати:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}. \quad (6)$$

Рівняння (5) та (6) зведемо до виду:

$$m_1 (v_1 - U_1) = m_2 (U_2 - v_2), \quad (7)$$

$$m_1 (v_1^2 - U_1^2) = m_2 (U_2^2 - v_2^2). \quad (8)$$

Поділивши (8) на (7), одержуємо:

$$v_1 + U_1 = U_2 + v_2. \quad (9)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (7) та (9), знаходимо вирази для швидкості куль після удару:

$$U_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, \quad (10)$$

$$U_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}. \quad (11)$$

Якщо маси куль однакові, то:

$$m_1 = m_2 = m. \quad (12)$$

Підставивши (12) в (10) та (11), одержуємо:

$$U_1 = v_1; \quad U_2 = v_2, \quad (13)$$

Тобто кулі обмінюються швидкостями.

Знаючи масу та швидкості куль до і після удару, можна визначити

середню силу удару куль. Для цього застосуємо другий закон Ньютона, наприклад, до другої кулі:

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta(m_2 v_2)}{\tau} = \frac{m_2(U_2 - v_2)}{\tau}, \quad (14)$$

де  $\tau$  – час, протягом якого відбувався удар.

Якщо до удару друга куля була нерухома, то  $v_2 = 0$  (15)  
підставляючи (12), (13), та (15) в (14), маємо:

$$\langle F \rangle = \frac{m v_1}{\tau}. \quad (16)$$

У випадку абсолютно непружного удару двох куль виконується лише закон збереження імпульсу, на основі якого запишемо:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) U, \quad (17)$$

де  $U$  – швидкість обох куль після удару.

Звідки знаходимо

$$U = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (18)$$

Втрату кінетичної енергії при абсолютно непружному ударі знайдемо як різницю кінетичних енергій обох куль до та після удару:

$$\Delta W = W_1 + W_2 - W_{1+2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) U^2}{2}. \quad (19)$$

Підставивши (18) в (19) прийдемо до такого виразу:

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2. \quad (20)$$

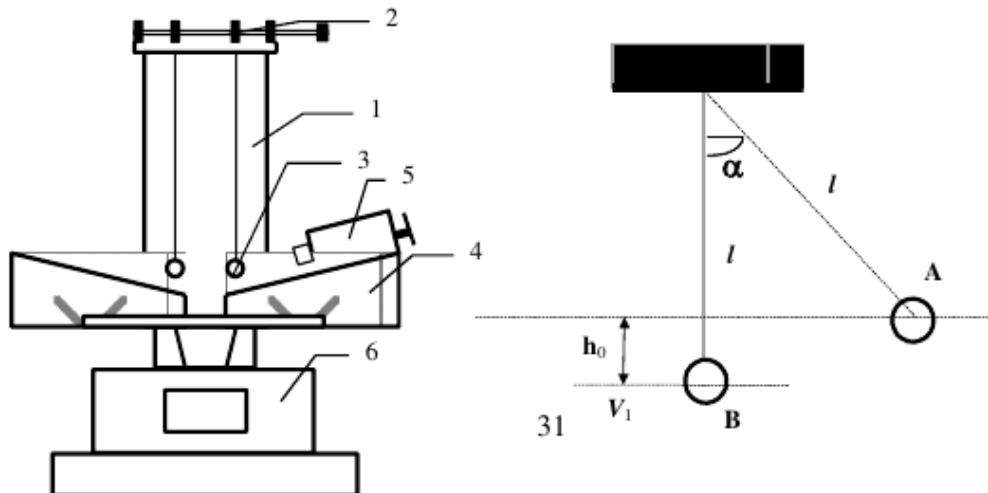




Рис. 1

Рис. 2

У цій роботі для вимірювання початкових і кінцевих швидкостей куль, а також часу удару використовується прилад, який складається з штатива 1 (див. рис.1), на якому з допомогою спеціального пристрою 2 прикріплені підвіси з кулями 3, двох кутомірних шкал 4, електромагніту 5 та секундоміра 6. Для вивчення пружного удару використовуються сталі кулі, а при вивченні непружного удару - пластилінові. Електромагніт служить для утримання першої кулі в відхиленому на кут  $\alpha_1$  положенні. Друга куля до початку вимірювань нерухома в положенні рівноваги.

Швидкість першої кулі безпосередньо перед ударом можна вирахувати, знаючи довжину підвісу та початковий кут відхилення кулі (Див.рис. 2 ). Оскільки з положення А в положення В куля рухається тільки під дією гравітаційних сил, справджується закон збереження енергії, на основі якого можна записати:

$$mg\Delta h = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \quad (21)$$

При цьому вважається, що в положенні В потенціальна енергія дорівнює нулю. З рисунка 2. видно, що:

$$\Delta h = h_1 - h_2. \quad (22)$$

З рівнянь (21) та (22) знаходимо:

$$v = \sqrt{2g\Delta h}. \quad (23)$$

За цією ж формулою визначаються швидкості куль після удару.

Час удару вимірюється електронним мілісекундоміром.

При виконанні лабораторної роботи необхідно мати на увазі, що використаний в ній метод вивчення законів збереження та спосіб вимірювання фізичних величин мають певні похибки, які безумовно впливають на кінцевий результат.

Дійсно, ми вважали систему куль ізольованою і не враховували сил тертя з боку кронштейна та повітря. Ми також вважали сталі кулі абсолютно пружними, а пластилінові – абсолютно непружними, що є ідеалізацією і не відповідає властивостям реальних тіл. Крім цього неминучі похибки при вимірюванні довжини підвісу та кутових відхилень куль, тому виконання законів збереження слід чекати в рамках цих похибок.

## Порядок виконання роботи

### А. Пружний удар куль.

1. Повертаючи корбочку 7, встановити таку віддаль між стержнями, щоб кулі дотикались одна до одної.
2. Встановити кутоміри так, щоб леза підвісів в положенні рівноваги показували на шкалах нулі. Шкали закріпити гайками.
3. Ввімкнути секундомір в мережу; натиснути клавішу "Сеть" мілісекундо-

міра; відпустити клавішу пуск "Старт". Праву кулю відхилити в бік електромагніту і блокувати в цьому положенні.

4. Записати значення кута  $\alpha_1$ ; натиснути клавішу "Сброс"; натиснути клавішу пуск "Старт".
5. Після зіткнення куль визначити значення кутів  $\alpha_1'$  і  $\alpha_2'$ , а також записати час зіткнення.
6. Дослід повторити не менше 10 разів та визначити середні значення кутів і часу за формулами:

$$\alpha_1' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{1i}; \quad \alpha_2' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{2i}; \quad \tau = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i.$$

7. Виміряти висоту піднімання кулі за допомогою лінійки відповідно до рис.2.
8. На аналітичних терезах визначити масу кулі з точністю  $\pm 0,12$ г. При відсутності терезів масу розрахувати за формулою  $m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$ , де  $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .
9. Всі дані вимірювань занести в таблицю:

Таблиця 1

№ дослідів	$\alpha_1$ , град	$\alpha_1'$ , град	$\alpha_2'$ , град	$\Delta h$ , м	$m$ , кг	$\tau$ , с

#### В. Непружний удар куль.

1. Замінити на приладі сталі кулі пластиліновими.
2. Виконати пункти 1- 4 завдання А.
3. Після зіткнення куль визначити кут  $\alpha_2''$ .
4. Дослід повторити не менше 10 разів та визначити середнє значення кута за формулою:

$$\alpha_2'' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{2i}''.$$

5. Виконати пункти 7 - 9 завдання А.

Таблиця 2.

№ дослідів	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2''$ , град	$m$ , кг	$l$ , м

#### **Обробка результатів експерименту та їх аналіз**

- А.1. За формулою (23), використовуючи дані таблиці 1, вирахувати



- швидкості куль до удару  $v_1$  та  $v_2$ , а також після удару  $U_1$  та  $U_2$ .
2. За формулами (5) та (6) перевірити справедливості законів збереження. Виконати аналіз результатів експерименту.
  3. За формулою (16) знайти середню силу удару. Оцінити її величину.
  4. Знайти абсолютну та відносну похибки.
- В.1. За формулою (23), використовуючи дані таблиці 2, вирахувати швидкості куль до удару  $v_1$  та  $v_2$ , а також після удару  $U$ .
2. За формулою (17) перевірити справедливості закону збереження імпульсу.
  3. За формулою (19) знайти втрати механічної енергії.
  4. Виконати аналіз одержаних результатів та вирахувати абсолютну і відносну похибки експерименту.

### Контрольні запитання

1. Імпульс тіла. Закон збереження імпульсу. Центр мас системи.
2. Удар. Абсолютно пружний та абсолютно непружний удари.
3. Енергія. Види енергії в механіці. Закон збереження енергії. Чи завжди він справджується?
4. Перерахуйте джерела похибок при виконанні даної роботи.

№ досліду	$\alpha_1$ , град	$\alpha_1'$ , град	$\alpha_2'$ , град	$\Delta h$ , м	$m$ , г	$\tau$ , мкс
1	15	2,5	12	0,003	169	23
2	15	2,0	13,0	0,007	169	18
3	15	2,0	13,0	0,007	169	19
4	15	2,0	13,0	0,007	169	46
5	15	2,5	12	0,003	169	64
6	15	2,5	12	0,003	169	29
7	15	2,5	12	0,003	169	43
8	15	2,0	13,0	0,007	169	40
9	15	2,0	13,0	0,007	169	65
10	15	2,0	13,0	0,007	169	45

1. Розглянемо кулі.

Швидкість першої кулі:

$$v_1 = v = \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{2g\Delta h_c} = \sqrt{2 * 9.81 * 0,0054} = 0,3255 \text{ м/с}$$

Друга куля на початок експерименту нерухома, тому  $v_2 = 0$ .

За умовою завдання лабораторної роботи  $m_1 = m_2 = m = 169 \text{ г} = 0,169 \text{ кг}$

Знайдемо  $U_1$

$$U_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_2 + m_1} = \frac{2 * 0,169 * 0 + 0 * 0,3255}{0,169 + 0,169} = \frac{0}{0,338} = 0 \text{ м/с}$$

Знайдемо  $U_2$

$$U_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 * 0,169 * 0,3255 + 0 * 0}{0,169 + 0,169} = \frac{0,338 * 0,3255}{0,338} = 0,3255 \text{ м/с}$$

2. Тепер перевіримо справедливість законів збереження з допомогою формул (5) та (6)

$$m_1 * v_1 + m_2v_2 = m_1U_1m_2U_2 = 0,169 * 0,3255 + 0,169 * 0 = 0,169 * 0 + 0,169 * 0,3255 = 0,05501 = 0,05501$$

$$\begin{aligned} \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} &= \frac{m_1U_1^2}{2} + \frac{m_2U_2^2}{2} = \frac{0,169 * 0,3255^2}{2} + \frac{0,169 * 0^2}{2} = \frac{0,169 * 0^2}{2} + \frac{0,169 * 0,3255^2}{2} = \\ \frac{0,01791}{2} + \frac{0}{2} &= \frac{0}{2} + \frac{0,01791}{2} = \frac{0,01791}{2} = \frac{0,01791}{2} \end{aligned}$$

Таким чином можна переконатися що закони збереження — справедливі

3. Спочатку знайдемо

$$\tau_c = (23 + 18 + 19 + 46 + 64 + 29 + 43 + 40 + 65 + 45)/10 = 39,2 \text{ мкс} = 3,92 * 10^{-5}$$

Тепер знайдемо середню силу удару

$$\langle F \rangle = \frac{mv_1}{\tau} = \frac{0,169 * 0,3255}{3,92 * 10^{-5}} = 140 \text{ Н}$$

4. Розрахуємо похибку

$$\begin{aligned} \Delta\tau_1 &= |\tau_1 - \tau_c| = |23 - 39,2| = 16,2 \text{ мкс} = 1,62 * 10^{-5} \text{ с} \\ \Delta\tau_2 &= |\tau_2 - \tau_c| = |18 - 39,2| = 21,2 \text{ мкс} = 2,12 * 10^{-5} \text{ с} \\ \Delta\tau_3 &= |\tau_3 - \tau_c| = |19 - 39,2| = 20,2 \text{ мкс} = 2,02 * 10^{-5} \text{ с} \\ \Delta\tau_4 &= |\tau_4 - \tau_c| = |46 - 39,2| = 6,80 \text{ мкс} = 0,68 * 10^{-5} \text{ с} \\ \Delta\tau_5 &= |\tau_5 - \tau_c| = |64 - 39,2| = 24,8 \text{ мкс} = 2,48 * 10^{-5} \text{ с} \\ \Delta\tau_6 &= |\tau_6 - \tau_c| = |29 - 39,2| = 10,2 \text{ мкс} = 1,02 * 10^{-5} \text{ с} \\ \Delta\tau_7 &= |\tau_7 - \tau_c| = |43 - 39,2| = 3,80 \text{ мкс} = 0,38 * 10^{-5} \text{ с} \\ \Delta\tau_8 &= |\tau_8 - \tau_c| = |40 - 39,2| = 0,80 \text{ мкс} = 0,08 * 10^{-5} \text{ с} \\ \Delta\tau_9 &= |\tau_9 - \tau_c| = |65 - 39,2| = 25,8 \text{ мкс} = 2,58 * 10^{-5} \text{ с} \\ \Delta\tau_{10} &= |\tau_{10} - \tau_c| = |45 - 39,2| = 5,8 \text{ мкс} = 0,58 * 10^{-5} \text{ с} \end{aligned}$$

$$\Delta\tau_c = \frac{\Delta\tau_1 + \Delta\tau_2 + \Delta\tau_3 + \Delta\tau_4 + \Delta\tau_5 + \Delta\tau_6 + \Delta\tau_7 + \Delta\tau_8 + \Delta\tau_9 + \Delta\tau_{10}}{10} =$$

$$= \frac{16.2 + 21.2 + 20.2 + 6.8 + 24.8 + 10.2 + 3.8 + 0.8 + 25.8 + 5.8}{10} = 13,56 \text{ мкс} = 1,356 * 10^{-5} \text{ с}$$

$$\% \tau_c = \frac{\Delta \tau_c}{\tau_c} * 100\% = \frac{1,356 * 10^{-5}}{3,92 * 10^{-5}} * 100\% = 34,6\%$$

**Висновок:** Я навчився експериментально перевіряти та застосовувати закони збереження енергії та імпульсу до центрального удару куль.