

## Fakultät für Mathematik Institut für Algebra und Geometrie

Wintersemester 2022/23 Prof. Dr. Alexander Lytchak

# Lineare Algebra 1

Übungsblatt 3



Die Abgabe ist bis zum 21.11.2022 um 12 Uhr möglich.

Bitte beachten Sie die Vorgaben zur Abgabe auf Merkblatt 1 im Ilias.

#### Aufgabe 1 (1+3+2 Punkte)

Wir setzen

$$\pi := \left( \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 3 \end{array} \right) \in S_5.$$

- a) Bestimmen Sie das inverse Element  $\pi^{-1}$  von  $\pi$ .
- b) Stellen Sie  $\pi$  als Verkettung von Transpositionen dar.
- c) Bestimmen Sie die Fehlstandszahl  $F(\pi)$  von  $\pi$ .

#### Aufgabe 2 (6+2 Punkte)

Wir setzen  $G := \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  und definieren eine Verknüpfung \* auf G durch:

$$g_1 * g_2 := g_1 g_2 + g_1 + g_2$$
,  $\forall g_1, g_2 \in G$ .

- a) Zeigen Sie, dass (G,\*) eine abelsche Gruppe ist.
- b) Lösen Sie in der Gruppe (G, \*) die Gleichung:

$$g * (1 * g) = 3.$$

### Aufgabe 3 (4+2 Punkte)

Wir setzen  $G := \{A, B, C, D\}$ . Weiter sei \* eine Verknüpfung auf G, sodass (G, \*) eine Gruppe ist.

a) Vervollständigen Sie die folgende Verknüpfungstafel von (G,\*) und begründen Sie für jedes von Ihnen befüllte Kästchen Ihre Wahl:

*	A	В	C	D
A		С		
В			Α	
С			D	
D	A			

b) Bestimmen Sie das neutrale Element von (G,\*) und für jedes  $g \in G$  das inverse Element  $g^{-1}$ . Begründen Sie dabei jeweils Ihre Wahl.