

Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)

Факультет информационных технологий и прикладной  
математики

Кафедра вычислительной математики и программирования

Лабораторная работа №1 по курсу «Криптография»

Студент: И. Д. Черненко  
Преподаватель: А. В. Борисов  
Группа: М8О-306Б-18  
Дата:  
Оценка:  
Подпись:

Москва, 2021

## Лабораторная работа №1

**Задача:** Разложить каждое из чисел  $n_1$  и  $n_2$  на нетривиальные сомножители.

6)  $n_1=108762353292448487441247663685513658893167646930627178946128889967643172154127$ ,  
 $n_2=1611765569148804856242867384258680719850010286298191204635154152942043219729044752688$   
6147483136114545465725205417369977940016871273001825655775233013745768986374654630793295  
4424777478728351215498316173711656264574423456572770974636411400558323154796702302541456  
94131224473280404169708453094322175307224333415061668790581352676527375610862399155982339  
31006566824074208096468336520404693863268533117447729991162579236036416014409092228354404  
809885779998800076550137

# 1 Метод решения

Изначально была написана реализация р-алгоритма Полларда, но из-за медленной скорости работы было использовано готовое решение `msieve[1]`, из которого была использована реализация общего метода решета числового поля. Для факторизации второго числа данный инструмент уже не подошел и я так и не смог дойти до ответа таким путем, поэтому методом перебора различных вариантов решения подобной задачи было решено найти НОД между моим числом и числами из остальных вариантов. Была использована библиотека `math` из `Python`.

## 2 Характеристики ПК

```
zebr@DESKTOP-T2MUUB0:~$ sudo lshw
[sudo] password for zebr:
desktop-t2muub0
  description: Computer
  width: 64 bits
  capabilities: smp
*-core
  description: Motherboard
  physical id: 0
*-memory
  description: System memory
  physical id: 0
  size: 15GiB
*-cpu
  product: Intel(R) Core(TM) i7-3770K CPU @ 3.50GHz
  vendor: Intel Corp.
  physical id: 1
  bus info: cpu@0
  capacity: 3501MHz
  width: 64 bits
```

## 3 Факторизация 1-ого числа

```
zebr@DESKTOP-T2MUUB0:~$Math/ msieve/ msieve -v 108762353292448487441247663685513658893
```

Msieve v. 1.54 (SVN 1038)

Fri Feb 26 21:00:34 2021

random seeds: 5f8afe67 95704422

factoring 1087623532924484874412476636855136588931676469306271789461288899676431721541  
(78 digits)

searching for 15-digit factors

commencing quadratic sieve (78-digit input)

using multiplier of 23

using generic 32kb sieve core

sieve interval: 12 blocks of size 32768

processing polynomials in batches of 17

using a sieve bound of 921203 (36471 primes)

using large prime bound of 92120300 (26 bits)

using trial factoring cutoff of 26 bits

polynomial 'A' values have 10 factors

restarting with 19770 full and 189095 partial relations

36852 relations (19770 full + 17082 combined from 189095 partial), need 36567  
sieving complete, commencing postprocessing  
begin with 208865 relations  
reduce to 51799 relations in 2 passes  
attempting to read 51799 relations  
recovered 51799 relations  
recovered 39348 polynomials  
attempting to build 36852 cycles  
found 36852 cycles in 1 passes  
distribution of cycle lengths:  
length 1 : 19770  
length 2 : 17082  
largest cycle: 2 relations  
matrix is 36471 x 36852 (5.3 MB) with weight 1104534 (29.97/col)  
sparse part has weight 1104534 (29.97/col)  
filtering completed in 3 passes  
matrix is 24834 x 24893 (3.9 MB) with weight 830943 (33.38/col)  
sparse part has weight 830943 (33.38/col)  
saving the first 48 matrix rows for later  
matrix includes 64 packed rows  
matrix is 24786 x 24893 (2.4 MB) with weight 575039 (23.10/col)  
sparse part has weight 370786 (14.90/col)  
commencing Lanczos iteration  
memory use: 3.6 MB  
lanczos halted after 393 iterations (dim = 24784)  
recovered 17 nontrivial dependencies  
p39 factor: 260951289862485772644727258162652873363  
p39 factor: 416791782672403295662841737728685758229  
elapsed time 00:00:07

## 4 Факторизация 2-ого числа

```
1 | from math import gcd
2 |
3 | n2 =
   | 1611765569148804856242867384258680719850010286298191204635154152942043219729044752688614748313611
4 |
5 | ns = list()
```

6 ns.append  
(284994967805859272853477327862245466978346919806585432133556769959269315271111)

7 ns.append  
(134212447269268081486469603983165720134193017053749088894818590919340492696122353647947404066646)

8

9 ns.append  
(352358118079150493187099355141629527101749106167997255509619020528333722352217)

10 ns.append  
(169512848540208376377324702550860778129688385180093459660532447790298998967239009844131423368703)

11

12 ns.append  
(119760639583941053725652803731328419697649739176243841021915621242807618608591)

13 ns.append  
(191624208718068015686171299450972805253515909112884480565867902529671655940443466481172561918665)

14

15 ns.append  
(344845228130159226488163571070417679235025139015802019152516926202711846660141)

16 ns.append  
(159875654421086081200268325250466663128403853515497934091096482467392357863922639791813442919273)

17

18 ns.append  
(160769357899975610828199539114109518167531134514190990785144666932076614717841)

19 ns.append  
(125017149737222798202655599967517010894791895137836734347092348310415859721663206658630092156681)

20

21 ns.append  
(274114822339589629024026495441557479713813228028980117869052278950681241194819)

22 ns.append  
(159875654421086081200268325250466663128403853515497934091096482467392357863922639791813442919273)

23

24 ns.append  
(108762353292448487441247663685513658893167646930627178946128889967643172154127)

25 ns.append  
(268887320029090028117214498253204095765884136483366193842361283776500643966781)

26

27 ns.append  
(141774678697875076503878344320169483769305800714713500792858319214425694670422365904947589804271)

28 ns.append  
(123248268911937923199906141216645363665087045422689358104089185316148911496103)

29

30 ns.append  
(158968690785896053229304195025980740908911607577490592481192836972930851627507291449244730388234)

```

31 ns.append
    (284994967805859272853477327862245466978346919806585432133556769959269315271111)
32
33 ns.append
    (144705635774304031878986296122750910474479908149467861238329198698492351931644628770804907791822
34 ns.append
    (472379552736871494058143239162622860896965275113543450580272489891667080207763)
35
36 ns.append
    (126248550402016873100084225758153795732832649752247840500246535964887535681028029224454761807072
37 ns.append
    (361996727456784871855604181056605672088622666207578160811291060873997151708887)
38
39 ns.append
    (191624208718068015686171299450972805253515909112884480565867902529671655940443466481172561918665
40 ns.append
    (313230894596513941163065516500542159481861849753982064716706926040955753912601)
41
42 ns.append
    (196034400067344801010996612379825913878831222300011028544413898468704368209191843772656487365265
43 ns.append
    (374456902508739435218273258671224457341348406488533188195528827819627513233269)
44
45 ns.append
    (168843226853565253697616154422540493335291734846688074164655523608094046836939053377756690137486
46 ns.append
    (61121970174911146319545193754425119520875945215282784640177276523929376501913)
47
48 ns.append
    (166981202821111487603574159347402180221234004474088470134427127019583208585679731493672560996991
49 ns.append
    (383456614884902466726252731294544234658015390619372835826246625499154384118189)
50
51 ns.append
    (141690844477193411432723606433569517503385556872451472327609090923890224945076116311617929837009
52 ns.append
    (242587413455689311805941697582103544343444025737930609728129303011307601823551)
53
54 ns.append
    (151093858430251474606868768035913871208482686953174983381615253610702995669437822866501448480999

```

```

55 ns.append
    (181552877565998943910618543225528579935321447209736978912489118450818545230489)
56
57 ns.append
    (150334999063135051279428968431307824504008023479374928828438810281152931865133418631450924765400)
58 ns.append
    (319373613270896663765954115654922624879359841665992852658124487372881123570003)
59
60 ns.append
    (154062250949081794905352464916598198236271013859014568010836766059230094210745557212887498531331)
61 ns.append
    (374456902508739435218273258671224457341348406488533188195528827819627513233269)
62
63 ns.append
    (162657059238403440123105985940845525481005091143114558077381732038544567859777669506831279614525)
64
65 for n in ns:
66     tmp = gcd(n2, n)
67     if tmp > 1:
68         print("factor1: ", tmp)
69         print("factor2: ", '%.0f' % (n2 / tmp))
70         break

```

Результат:

```

factor1:  163397696065821074680902655996825570159706795236045906521559460962578519078
8561057256489685565690727114066165297231829395018127947226623668148836316196400727929
2058185071950349333064642775523089637311981469057198581127811557725160954236258017514
8578313739080898244696381665260084479643389434792645421908712913
factor2:  986406545475121984616867352713876213077101742105242959537427249917500252748
2210596174648387419880628453282971116194905653753945702097018977536037164679168

```

Process finished with exit code 0

## 5 Выводы

Выполнив 1-ю лабораторную работу по курсу «Криптография», я понял, что факторизация больших целых чисел является сложной вычислительной задачей, что объясняет её использование в криптографии в качестве основы для некоторых алгоритмов шифрования. К сожалению, самостоятельно реализовать решение данной задачи я не смог, но покопавшись в исходном коде применяемого готового решения



стало понятно, что на данном этапе реализовать данный алгоритм эффективно я не смогу.

## Список литературы

- [1] *Факторизация\_целых\_чисел* — *Википедия*.  
URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Факторизация\\_целых\\_чисел](https://ru.wikipedia.org/wiki/Факторизация_целых_чисел) (дата обращения: 25.02.2021).
- [2] *msieve*  
URL: <https://github.com/radii/msieve> (дата обращения: 25.02.2021).