THE BRIDGE

Isolation Forest

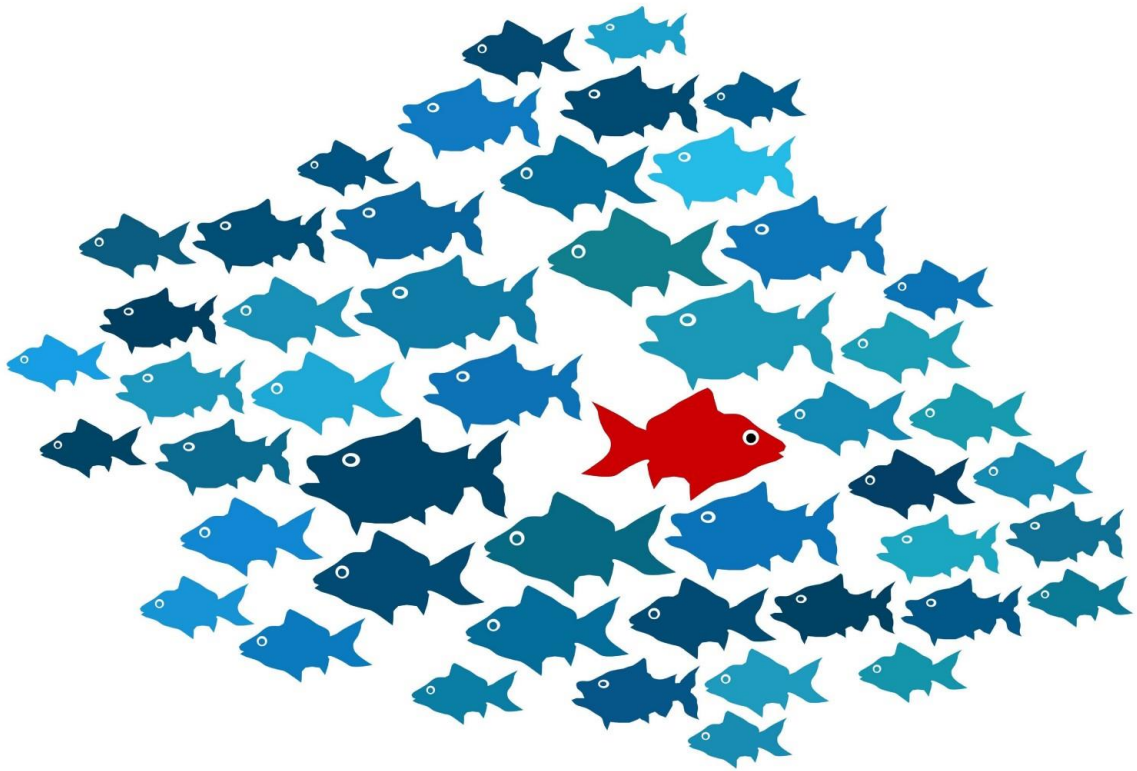
Introducción

$$
\begin{aligned}
\mathrm{i}G^{\mu\nu}(p) = \frac{1}{1-J_2}\Bigg\{ & \frac{\bar{m}+\not{p}}{\bar{m}^2-p^2}(\mathcal{P}^{3/2})^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2}\left[\frac{2\bar{m}-2\sqrt{p^2}+A_+}{-\bar{m}^2+X_+} + \frac{2\bar{m}+2\sqrt{p^2}+A_-}{-\bar{m}^2+X_-}\right](\mathcal{P}_{11}^{1/2})^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2\sqrt{p^2}}\left[-\frac{2\bar{m}-2\sqrt{p^2}+A_+}{-\bar{m}^2+X_+} + \frac{2\bar{m}+2\sqrt{p^2}+A_-}{-\bar{m}^2+X_-}\right]\not{p}(\mathcal{P}_{11}^{1/2})^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2}\left[\frac{3\frac{J_3-\sqrt{p^2}J_4}{1-J_2}}{-\bar{m}^2+X_+} + \frac{3\frac{J_3+\sqrt{p^2}J_4}{1-J_2}}{-\bar{m}^2+X_-}\right](\mathcal{P}_{22}^{1/2})^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2\sqrt{p^2}}\left[\frac{3\frac{J_3-\sqrt{p^2}J_4}{1-J_2}}{-\bar{m}^2+X_+} - \frac{3\frac{J_3+\sqrt{p^2}J_4}{1-J_2}}{-\bar{m}^2+X_-}\right]\not{p}(\mathcal{P}_{22}^{1/2})^{\mu\nu} \\
& + \frac{\sqrt{3}}{2}\left[\frac{\bar{m}-\left(\frac{J_1+\sqrt{3}J_7}{1-J_2}\right)}{-\bar{m}^2+X_+} - \frac{\bar{m}-\left(\frac{J_1-\sqrt{3}J_7}{1-J_2}\right)}{-\bar{m}^2+X_-}\right]\left[(\mathcal{P}_{21}^{1/2})^{\mu\nu}+(\mathcal{P}_{12}^{1/2})^{\mu\nu}\right] \\
& - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{p^2}}\left[\frac{\bar{m}-\left(\frac{J_1+\sqrt{3}J_7}{1-J_2}\right)}{-\bar{m}^2+X_+} + \frac{\bar{m}-\left(\frac{J_1-\sqrt{3}J_7}{1-J_2}\right)}{-\bar{m}^2+X_-}\right]\not{p}\left[(\mathcal{P}_{21}^{1/2})^{\mu\nu}-(\mathcal{P}_{12}^{1/2})^{\mu\nu}\right]\Bigg\},
\end{aligned}
\tag{11}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{H} &= \sum_{n=1}^{N}\frac{\hat{p}_n^2}{2m_n} + V(x_1, x_2, \cdots x_N) \\
&= -\frac{\hbar^2}{2}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{m_n}\frac{\partial^2}{\partial x_n^2} + V(x_1, x_2, \cdots x_N)
\end{aligned}
$$

Introducción

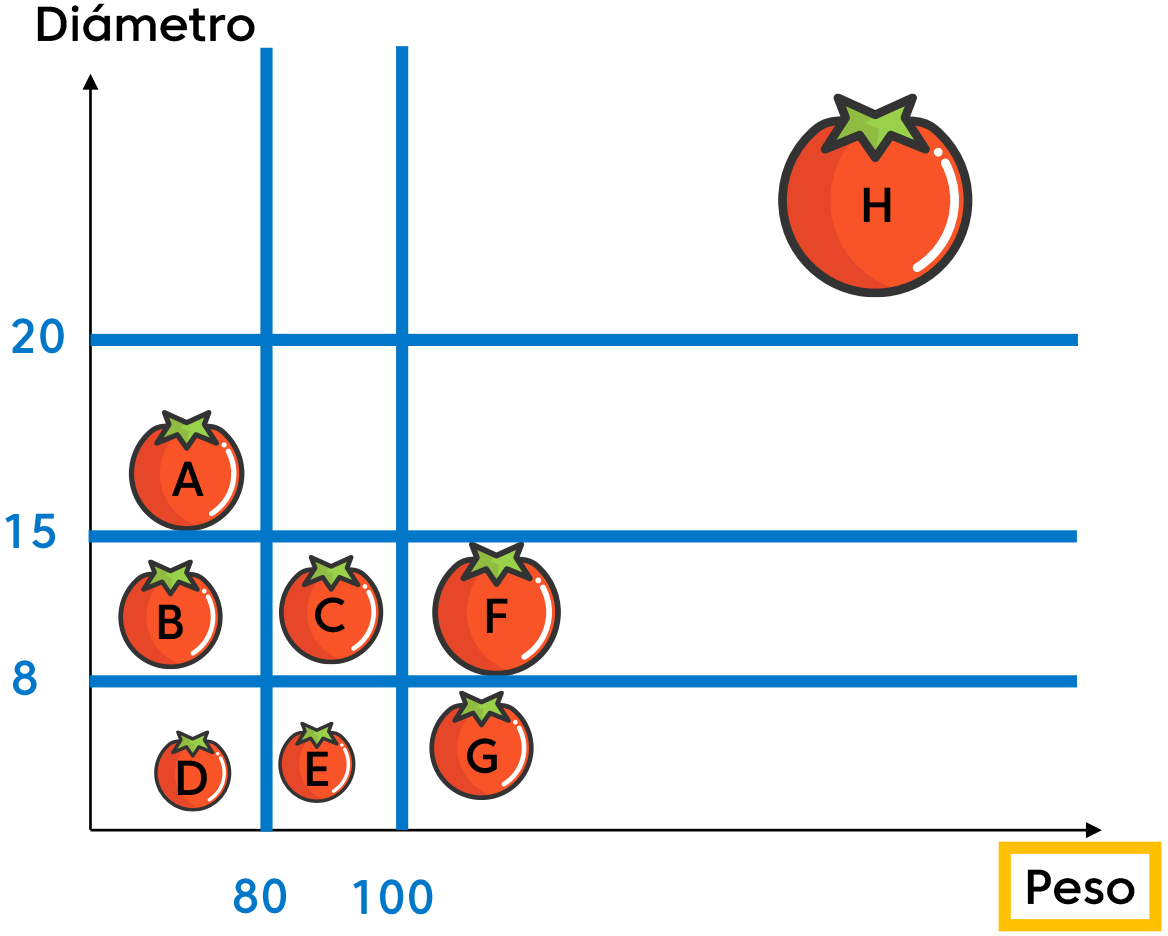
- Algoritmo de detección de anomalías
- Basado en árboles de decisión binarios
- Eficiente y rápido

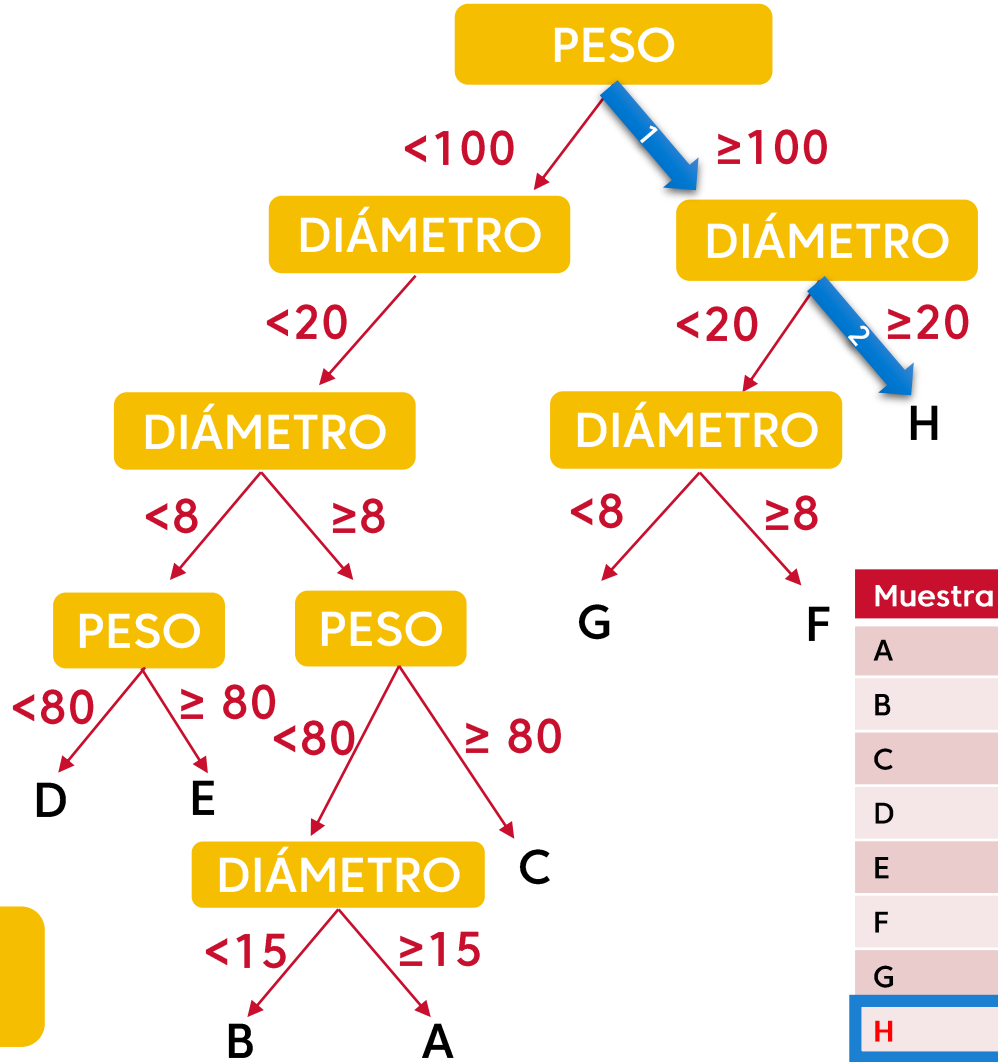


Isolation Forest

Funcionamiento

1. Selecciona un atributo aleatoriamente
2. Elige un valor aleatorio entre el máximo y el mínimo
3. Repetimos hasta **aislar** todas las muestras



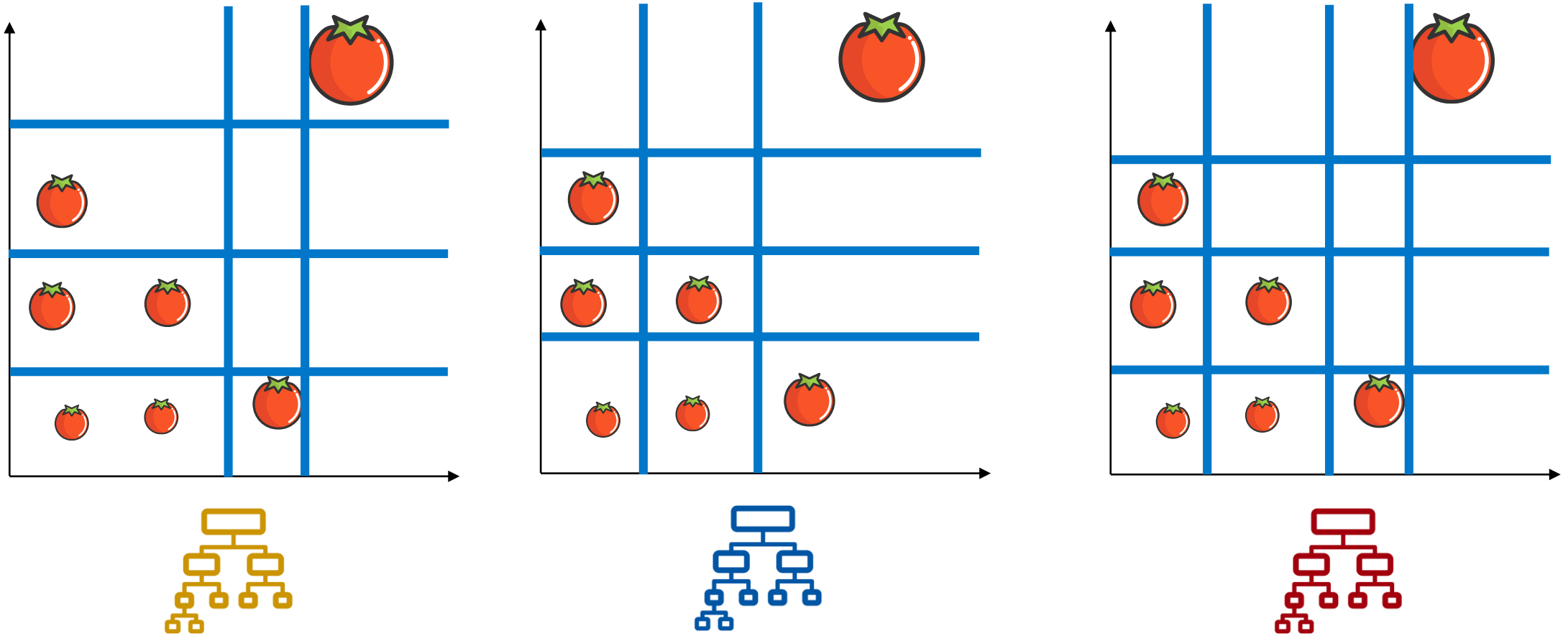


Muestra	Long.
A	5
B	5
C	4
D	4
E	4
F	3
G	3
H	2

⇒Las anomalías se aíslan más cerca de la raíz del árbol

Funcionamiento

- El algoritmo crea múltiples árboles y calcula la media de las longitudes a cada punto



Funcionamiento

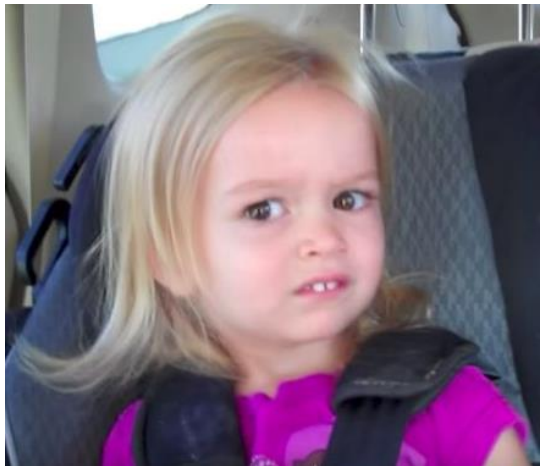
- Por último, determina un score para cada punto x:

$$s(x,n) = 2^{-\frac{E[h(x)]}{c(n)}}$$

donde:

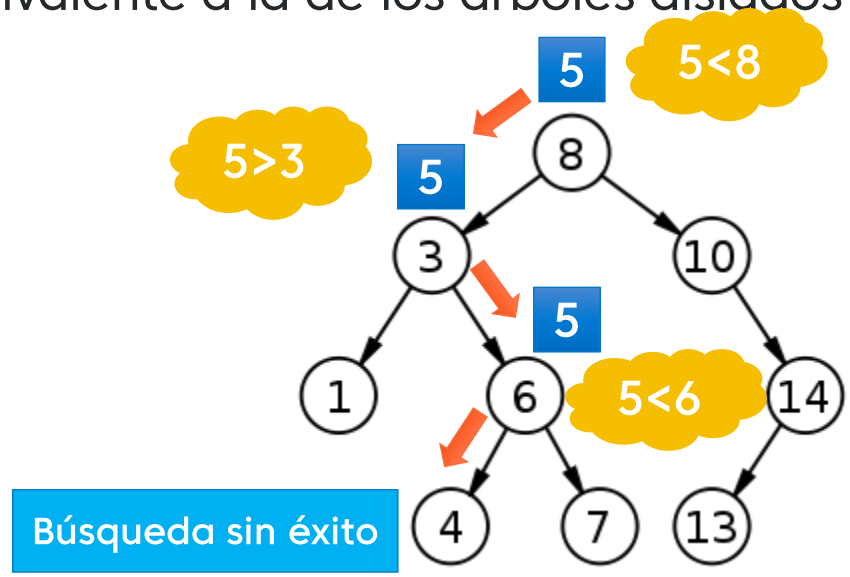
- $E[h(x)]$ es la media de las longitudes de los caminos a cada nodo en todos los árboles
- $c(n)$ es la longitud media de las búsquedas sin éxito en los árboles binarios de búsqueda:

$$c(n) = 2(\ln(n-1) + 0.577) - (\frac{2(n-1)}{n})$$



Inciso: Árboles binarios de búsqueda (BST)

- Tipo particular de árbol binario usado en informática que permite búsquedas eficientes
- Su estructura es equivalente a la de los árboles aislados



- Búsqueda sin éxito: por ejemplo, el elemento 5
- Matemáticamente, es posible determinar la longitud media de las búsquedas sin éxito en función del número de elementos

Funcionamiento

- Por último, determina un score para cada punto x:

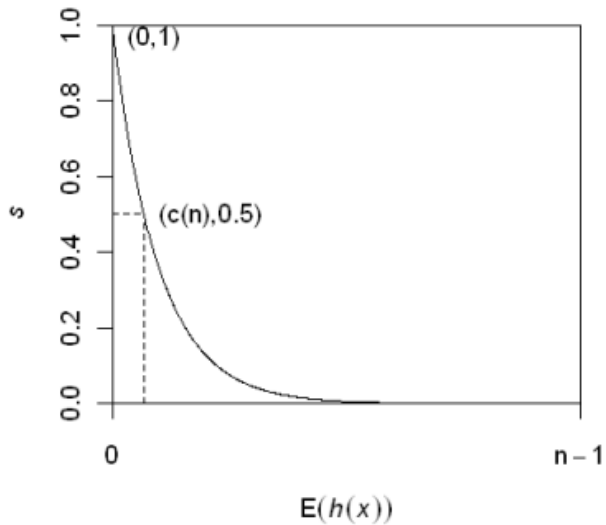
$$s(x,n) = 2^{-\frac{E[h(x)]}{c(n)}}$$

donde:

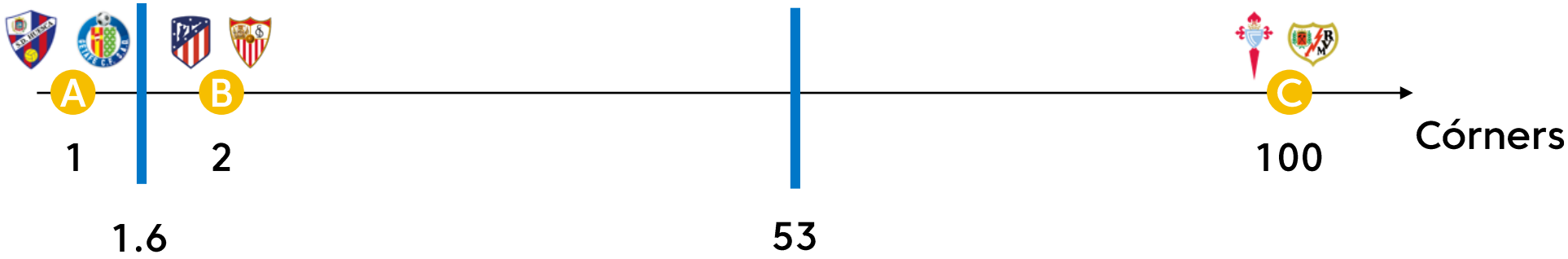
- $E[h(x)]$ es la media de las longitudes de los caminos a cada nodo
- $c(n)$ es la longitud media de las búsquedas sin éxito en los árboles binarios de búsqueda:

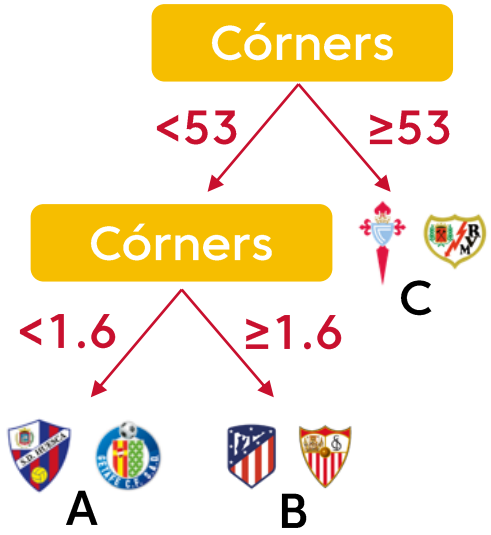
$$c(n) = 2(\ln(n-1) + 0.577) - (\frac{2(n-1)}{n})$$

- $s \longrightarrow 1 \Longrightarrow$ **Anomalías**
- $s \leq 0.5 \Longrightarrow$ **Normal**



Ejemplo





Score: $s(x,3) = 2^{-\frac{E[h(x)]}{c(3)}}$

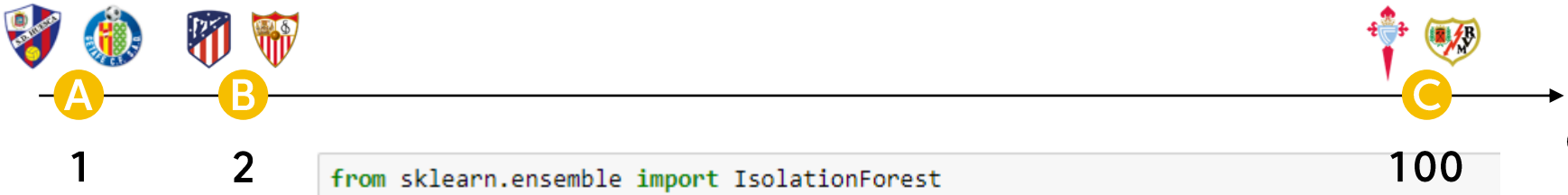
Longitudes de los *paths*:

$$\begin{cases} h(A) = 2 \\ h(B) = 2 \\ h(C) = 1 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{s(A) = 2^{-2/1.2} = 0.31}$$
$$\boldsymbol{s(B) = 2^{-2/1.2} = 0.31}$$
$$\boldsymbol{s(C) = 2^{-1/1.2} = 0.56}$$

$$c(3) = 2(\ln(3-1) + 0.577) - \left(\frac{2(3-1)}{3}\right) = 1.2$$

Ejemplo (en Python)



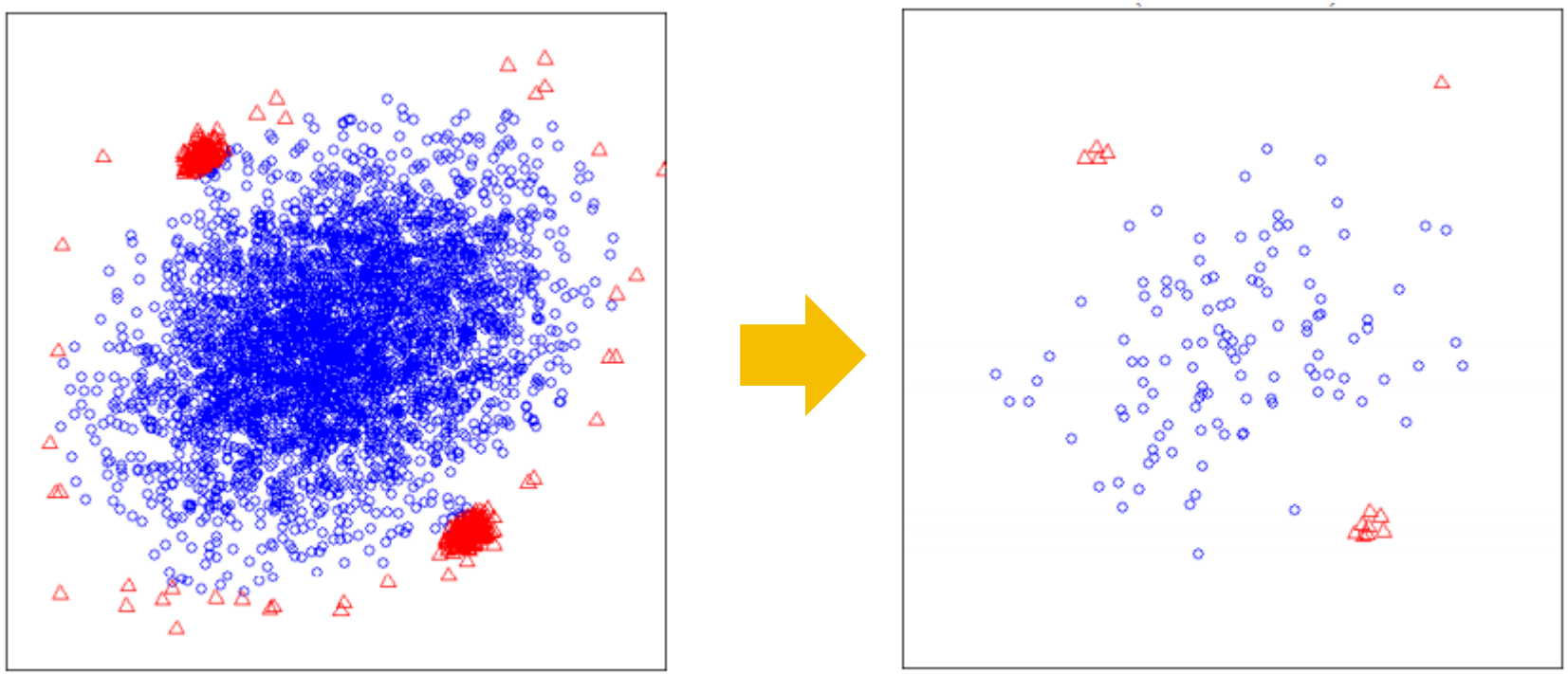

```python
from sklearn.ensemble import IsolationForest
import pandas as pd

df = pd.DataFrame({'q':[1,2,100],'Id':['A','B','C']})

X = df[['q']]

x = IsolationForest(random_state=12345,contamination='auto',
                    n_estimators=100, behaviour="new").fit(X)

iso_predictions = x.predict(X)
iso_score = x.score_samples(X)

sk_predictions = pd.DataFrame({
    "Id": df.Id,
    "Anomalía": list(map(lambda x: 1*(x == -1), iso_predictions)),
    "Score": -iso_score
})

display(sk_predictions.sort_values('Score',ascending=False).reset_index(drop=True))
```

	Id	Anomalía	Score
0	C	1	0.563219
1	A	0	0.317216
2	B	0	0.317216

$$s(A) = 2^{-2/1.2} = 0.31$$
$$s(B) = 2^{-2/1.2} = 0.31$$
$$s(C) = 2^{-1/1.2} = 0.56$$

Submuestreo

- El algoritmo tiene dos parámetros: el número de árboles y el tamaño del submuestreo
- El submuestreo alivia los efectos del *swamping* (puntos anómalos próximos a los normales) y el *masking* (puntos anómalos muy concentrados)



(a) Original sample
(4096 instances)

(b) Sub-sample
(128 instances)

Detector de amaños

AMAÑOS

La jueza lleva a juicio a los 37 jugadores del Levante-Zaragoza

Template de Powerpoint

Detector de amaños

- El algoritmo se utilizó en el caso del posible amaño del Levante-Zaragoza (2010-2011)
- Utilizando las siguientes variables:
  - Tiros a favor
  - Tiros en contra
  - Paradas portero propio
  - Paradas portero rival
  - Córners
  - Córners en contra

Partido	Anomalía	Score
Levante vs Real Zaragoza	1	0.621102
Levante vs Real Madrid	0	0.578562
Levante vs Getafe	0	0.516863
Levante vs Racing de Santander	0	0.509431
Levante vs Sporting de Gijón	0	0.507827
Levante vs Málaga	0	0.495437
Levante vs Almería	0	0.489195
Levante vs Osasuna	0	0.487978
Levante vs Deportivo de La Coruña	0	0.482814
Levante vs Mallorca	0	0.474890
Levante vs Atlético de Madrid	0	0.474801
Levante vs Athletic Club	0	0.468627
Levante vs Sevilla	0	0.461898
Levante vs Barcelona	0	0.456357
Levante vs Espanyol	0	0.456129
Levante vs Hércules	0	0.443379
Levante vs Valencia CF	0	0.440604
Levante vs Villarreal	0	0.424657
Levante vs Real Sociedad	0	0.414185

Partido	Anomalía	Score
Levante vs Real Zaragoza	1	0.660592
Barcelona vs Real Zaragoza	0	0.650594
Sevilla vs Real Zaragoza	0	0.551930
Villarreal vs Real Zaragoza	0	0.498179
Getafe vs Real Zaragoza	0	0.497299
Osasuna vs Real Zaragoza	0	0.494502
Deportivo de La Coruña vs Real Zaragoza	0	0.489958
Almería vs Real Zaragoza	0	0.483145
Athletic Club vs Real Zaragoza	0	0.465174
Real Madrid vs Real Zaragoza	0	0.464799
Racing de Santander vs Real Zaragoza	0	0.461462
Mallorca vs Real Zaragoza	0	0.456427
Real Sociedad vs Real Zaragoza	0	0.454862
Atlético de Madrid vs Real Zaragoza	0	0.448973
Hércules vs Real Zaragoza	0	0.443293
Málaga vs Real Zaragoza	0	0.438020
Sporting de Gijón vs Real Zaragoza	0	0.435795
Valencia CF vs Real Zaragoza	0	0.425035
Espanyol vs Real Zaragoza	0	0.414364