

# Algebra a diskrétna matematika

## Príklady na precvičenie

### 11. týždeň

**Príklad 1:** Určte grupy symetrií pravidelného päťuholníka, šesťuholníka a sedemuholníka a vypíšte rády všetkých ich prvkov.

**Príklad 2:** Dané súčiny prvkov napíšte v najjednoduchšom možnom tvare.

- a)  $r^3 s^4 r^{-1} r^5 s r s$  v grupe  $D_4$
- b)  $s r^9 s^5 r^{-3} r^5 s r s^5 r^4$  v grupe  $D_7$
- c)  $r s r^7 s^{-1} r^4 r^{11} s r^{-2} s^3 r^2$  v grupe  $D_8$

**Príklad 3:** Overte, či sú izomorfné nasledujúce dvojice grúp

- a)  $\mathbb{Z}_8$  a  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ ,
- b)  $\mathbb{Z}_{10}$  a  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5$ ,
- c)  $D_5$  a  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5$ ,

**Príklad 4:** Ukážte, že množina  $\{e, (12), (345), (354), (12)(345), (12)(354)\}$  tvorí grupu vzhľadom na operáciu skladania permutácií. Je táto grupa komutatívna?

**Príklad 5:** Určte, aké rôzne rády prvkov sa vyskytujú v grupe  $S_6$ . K aspoň jednému prvku z každého rádu nájdite jeho inverzný prvok. Aké rády prvkov sú v grupe  $S_7$ ?

**Príklad 6:** K daným prvkom z grupy  $S_9$  nájdite inverzné prvky.

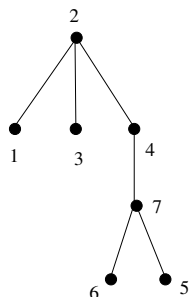
$$a = (13476)(259), \quad b = (2364)(78), \quad c = (134)(2697), \quad d = (145)(26)(79)$$

**Príklad 7:** Pre prvky  $a = (236)(57)$  a  $b = (147)$  z grupy  $S_7$  vypočítajte:

- a)  $ab$
- b)  $(ab)^{-1}$
- c)  $(ab)^{-2}$
- d)  $a^{-1}b^{-1}$
- e)  $b^{-1}a^{-1}$

**Príklad 8:** Pre  $a = (12345678)$  z grupy  $S_8$  vypočítajte mocniny  $a^i$ , pričom  $2 \leq i \leq 10$ .

**Príklad 9:** Ukážte, že grupa  $S_7$  je generovaná všetkými 6 permutáciami tvaru  $(ab)$ , kde  $ab$  je hrana ohodnoteného stromu z obrázku.



**Príklad 10:** Nech  $i, j, k, \ell, m$  sú rôzne prvky v  $S_n$ , kde  $n \geq 5$ . Vypočítajte permutácie

- a)  $(ij)(jk)(kj)$
- b)  $(ij)(jk\ell m)(ij)$

**Príklad 11:** V každom z prípadov ukážte, že grupa  $S_n$  je generovaná danými prvkami.

- a)  $(12), (123 \dots n)$
- b)  $(12), (23), (34), \dots, (n-1 \ n)$
- c)  $(12), (13), (14), \dots, (1n)$