

# Skúška z MA I pre rok 2021/2022

## Skupina A

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $4^{1,98}$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 - 1) \arcsin(x)$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x+2)[\ln(x+2) - \ln(x+1)] + \lim_{x \rightarrow 0} \cos(3x)^{\frac{1}{x^2}}$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = \frac{x-3}{(x-2)(x+1)}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+1)^n} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int e^x \arctan(e^x) dx.$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x) \sin(x)}{\sin^2(x) - 5 \sin(x) + 6} dx$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 - 2x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = x.$$

# Skupina B

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $(1,98)^3$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 - 1) \arccos(x)$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} + \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{2 \ln(x)} - \frac{1}{x^2 - 1} \right)$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = \frac{x - 2}{(x + 2)(x - 1)}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^{1+2n}} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int e^x \arcsin(e^x) dx.$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x) \sin(x)}{\sin^2(x) - \sin(x) - 12} dx$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 - 3x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = x.$$

# Skupina C

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $\arcsin(-0.02)$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 - 2) \cos(2x)$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x}}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \cos(3x)^{\frac{1}{x^2}}$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = \frac{x + 2}{(x - 2)(x + 1)}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)!} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 4}$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 - 6x + 10) \, dx$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{\sin^2(x) - 7 \sin(x) + 10} \, dx$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 + 3x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = -x.$$

# Skupina D

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $\sin\left(\frac{9\pi}{10}\right)$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 - 1)e^{2x}$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x+2)[\ln(x+2) - \ln(x+1)] + \lim_{x \rightarrow 0} \cos(3x)^{\frac{1}{x^2}}$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = \frac{3}{x^2 - 9}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (\arctan(n+1))^n \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 - 6x + 10) \, dx.$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x) \sin(x)}{\sin^2(x) - 6 \sin(x) + 8} \, dx$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 + 3x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = 6 + 2x.$$

# Skupina E

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $\cos\left(\frac{11\pi}{10}\right)$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1)$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2)[\ln(x + 2) - \ln(x + 1)] + \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x)$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = \frac{x - 3}{(x - 2)(x + 1)}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n-1} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 - 4x + 8) \, dx.$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x) \sin(x)}{\sin^2(x) - 5 \sin(x) + 6} \, dx$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 - 3x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = 6 - 2x.$$

# Skupina F

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $\arccos(-0,04)$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 - 1) \sin(2x)$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} - \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = \frac{x-2}{(x+2)(x-1)}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 2} \qquad \text{b) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 + x - 6) \, dx$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_{\ln\left(\frac{\pi}{4}\right)}^{\ln\left(\frac{\pi}{2}\right)} e^{2x} \sin(e^x) \, dx$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 - 4x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = 4 - x.$$

# Skupina G

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $\tan\left(\frac{9\pi}{10}\right)$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 - 1) \arccos(x)$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sqrt{x+1} - 1} + \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{2 \ln(x)} - \frac{1}{x^2 - 1} \right)$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = \frac{3}{x^2 - 9}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} (\arctan(n+1))^n$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 - x - 12) \, dx.$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_{\ln\left(\frac{\pi}{4}\right)}^{\ln\left(\frac{\pi}{2}\right)} e^{2x} \cos(e^x) \, dx$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 + 4x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = -x.$$

# Skupina H

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $\cotg\left(\frac{9\pi}{20}\right)$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 - 1) \arcsin(x)$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 3)[\ln(x + 2) - \ln(x + 1)] + \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = \frac{x - 3}{(x - 2)(x + 1)}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n! 2^n} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{4^n}$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int e^{2x} \cos(e^x) dx$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_2^4 \ln(x^2 + 3x - 4) dx.$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 + 4x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = x + 4.$$



# Skupina I

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $\cos\left(\frac{9\pi}{20}\right)$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1)$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{\sqrt{x+1} - 1} + \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{2 \ln(x)} - \frac{1}{x^2 - 1} \right)$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = x - \frac{x}{x+1}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+1)^n} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int e^{2x} \sin(e^x) dx$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_6^7 \ln(x^2 - 7x + 10) dx.$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 + 4x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = -x.$$

# Skupina J

**Príklad č.1 (5 bodov):** Pomocou diferenciálu približne odhadnite hodnotu:  $\arccos(-0.06)$ .

**Príklad č.2 (12 bodov):** Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = (x^2 - 2)e^{3x}$$

v bode  $x_0 = 0$ . Vypočítané hodnoty stačí dosadiť do vzťahu pre Taylorov polynóm, ďalej už výraz nie je potrebné upravovať.

**Príklad č.3 (8 bodov):** Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x+2)[\ln(x+2) - \ln(x+1)] + \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

**Príklad č.4 (18 bodov):** Vyšetrite priebeh funkcie  $f(x)$ , ak

$$f(x) = \frac{x+2}{(x-2)(x+1)}$$

**Príklad č.5 (8 bodov):** Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)!} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+4}$$

**Príklad č.6 (10 bodov):** Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int e^x \arcsin(e^x) dx$$

**Príklad č.7 (12 bodov):** Vypočítajte určitý integrál

$$\int_5^7 \ln(x^2 - 6x + 8) dx.$$

**Príklad č.8 (12 bodov):** Vypočítajte obsah elementárnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií:

$$f(x) = x^2 - 3x, \quad g(x) = \frac{x^2}{2}, \quad h(x) = 6 - 2x.$$