

Настоящий блок лекций подготовлен при поддержке «ЦРТ | Группа компаний» и Университета ИТМО





Обработка речевых сигналов Блок 1. Цифровая обработка сигналов

 Цифровой сигнал
 Нейронные сети
 Преобразование Фурье

 Спектр и спектрограмма
 Цифровой фильтр

 Теорема отсчетов
 Частота дискретизации

Владимир Волохов

Научный сотрудник ООО «ЦРТ-инновации», доцент, к.т.н.



## Блок 1. Цифровая обработка сигналов



### О лекторе

- Научный сотрудник ООО «ЦРТ-инновации», доцент, к.т.н.
- Курсы в Университете ИТМО: «Цифровая обработка сигналов»,
   «Распознавание диктора»
- Преподавал в ЯрГУ им. П.Г. Демидова дисциплины, связанные с цифровой обработки сигналов и изображений, инженерной и компьютерной графики, общей теорией связи, теорией информации, техническим зрением и машинным обучением
- Основные научные интересы связаны с голосовой биометрией
- E-mail: volokhov@speechpro.com
- Страничка в сети: volokhov.blogspot.com



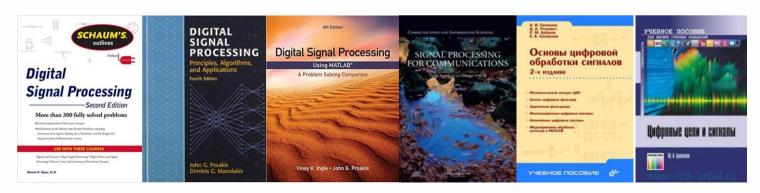
Владимир Волохов

( ) ЦРТ | ГРУППА КОМПАНИЙ

https://www.speechpro.ru/

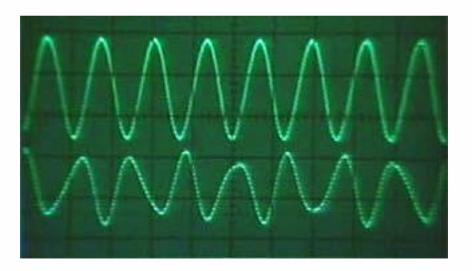
### Какую литературу можно найти?

- Hayes M.H. Schaum's outlines of digital signal processing, 2011
- Proakis J.G., Manolakis D.G. Digital signal processing: principles, algorithms, and applications, 2006
- Ingle V.K., Proakis J.G. Digital signal processing using MATLAB: a problem solving companion, 2016
- Prandoni P., Vetterli M. Signal processing for communications, 2008
- Солонина А.И. и др. Основы цифровой обработки сигналов, 2005
- Брюханов Ю.А. Цифровые цепи и сигналы, 2017



### Немного рекламы!

Онлайн-курс Массачусетского технологического института «Цифровая обработка сигналов»,
 https://ocw.mit.edu/resources/res-6-008-digital-signal-processing-spring-2011



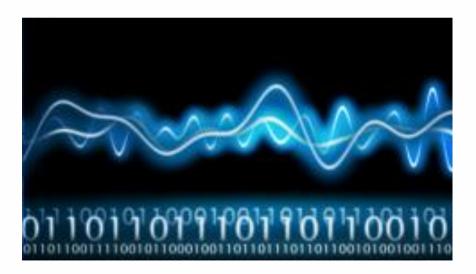
### Немного рекламы!

• Онлайн-курс Массачусетского технологического института «Обработка сигналов дискретного времени», https://www.edx.org/course/discrete-time-signal-processing-4



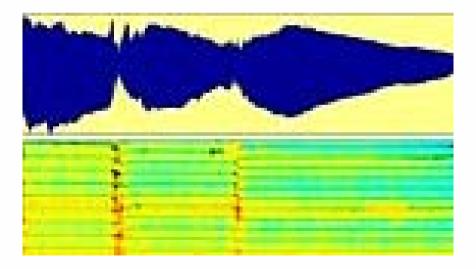
### Немного рекламы!

• Онлайн-курс Федеральной политехнической школы Лозанны «Цифровая обработка сигналов», https://www.coursera.org/specializations/digital-signal-processing



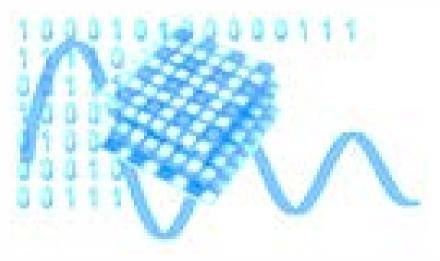


• Онлайн-курс Стэнфордского университета «Обработка аудиосигналов для музыкальных приложений», https://www.coursera.org/learn/audio-signal-processing





• Онлайн-курс МГУ им. М.В. Ломоносова «Основы цифровой обработки сигналов, интегральные преобразования в обработке изображений», http://imaging.cs.msu.su/en/courses/dspcourse



### Много материалов можно найти в сети!

- Много информации по цифровой обработке сигналов можно найти по ключевым словам:
  - цифровая обработка сигналов (digital signal processing)
  - сигналы и системы дискретного времени (discrete-time signals and systems)
  - обработка сигналов дискретного времени (discrete-time signal processing)
  - обработка аудио (audio processing)
  - ...

## Содержание текущего блока лекций

- Часть 1. Основы цифровой обработки сигналов
- Часть 2. Представление сигналов в спектральной области
- Часть 3. Цифровые фильтры
- Часть 4. Цифровая обработка сигналов и машинное обучение

text-snauow. filter: dropshadow(color= color:#777: header #main-navigation ut li -Webkit-box-shadow 600 -moz-box-shadow box-shadow: hackground-color:#F9F9F9 n ut tierrita Часть 1. Основы цифровой ion in the same and the same an обработки сигналов

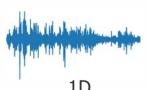
### План лекции

- Что такое сигнал и его обработка?
- Фундаментальные концепции в цифровой обработке сигналов
- Дискретизация по времени и теорема отсчетов, дискретизация по амплитуде
- Хранение, обработка и передача цифровых сигналов
- Сигналы дискретного времени, их примеры и классификация
- Энергия и мощность сигналов дискретного времени
- Разница между «цифровыми» и «аналоговыми» частотами
- Как ваш компьютер воспроизводит звук?
- Цифровая обработка сигналов как LEGO
- Схемы, построенные из блоков цифровой обработки сигналов
- Алгоритм Карплуса—Стронга

### Что такое сигнал?

- Определение сигнала можно дать по-разному!
  - Сигнал функция (математически)
  - Сигнал носитель (теория информации)
  - Сигнал описание эволюции физического явления (цифровая обработка сигналов)

Сигналы могут описываться функциями разной размерности





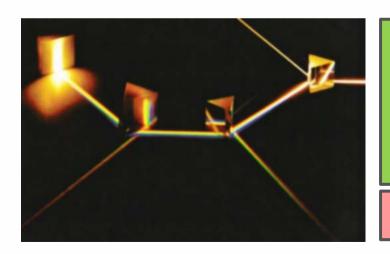
Сигнал, данные и информация – это разные вещи!

Погода, как физическое явление, температура, как сигнал

Звук, как физическое явление, давление воздуха, как сигнал

### Что такое обработка сигнала?

- Обработка сигнала подразумевает под собой его анализ или синтез
  - Анализ заключается в понимании информации, переносимой сигналом
  - Синтез заключается в создании сигнала, содержащего заданную информацию



Экспериментальная установка Цуппироли Л. и Буньона Ф., Лаборатория оптоэлектроники молекулярных материалов, Федеральная политехническая школа Лозанны, Лозанна, Швейцария, демонстрирующая разделение луча белого света на цветовые компоненты (анализ) и обратное соединение этих компонент в луч белого света (синтез)

Fourier and wavelet signal processing [Kovačević J., Goyal V.K., Vetterli M., 2013]

# Фундаментальные концепции в цифровой обработке сигналов

Попробуем описать погоду с использованием температурного сигнала





Измерения выполняются через определенный интервал времени и с конечной точностью!

# Фундаментальные концепции в цифровой обработке сигналов

Попробуем описать погоду с использованием температурного сигнала



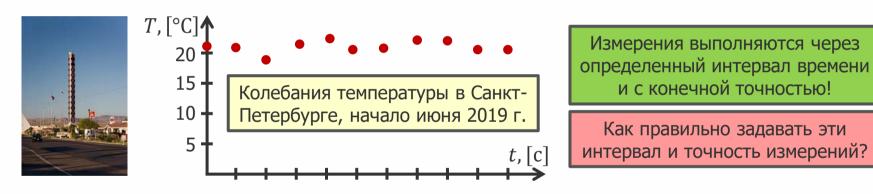


Измерения выполняются через определенный интервал времени и с конечной точностью!

Как правильно задавать эти интервал и точность измерений?

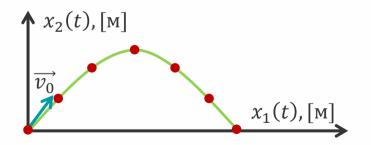
## Фундаментальные концепции в цифровой обработке сигналов

Попробуем описать погоду с использованием температурного сигнала



- Основными концепциями цифровой обработки сигналов (ЦОС) являются:
  - дискретизация по времени, рассматривается как парадигма, система понятий и взглядов, с использованием которой люди размышляют относительно реальности
  - дискретизация по амплитуде, трактуется как проблема точности

- До н.э., древнегреческие философы описывали реальность с использованием чисел
- 17 век, Р. Декарт изобрел координатную плоскость (прообраз всех векторных пространств, которые являются основой цифровой обработки сигналов)
- 17 век, Г. Галилей описал траекторию полёта пушечного ядра в виде параболы

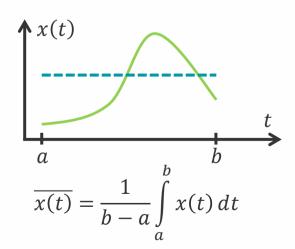


$$\vec{x}(t) = \overrightarrow{v_0}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

А это, кстати, модель, вычисленная на основе данных!

17 век, зарождаются интегральные и дифференциальные исчисления

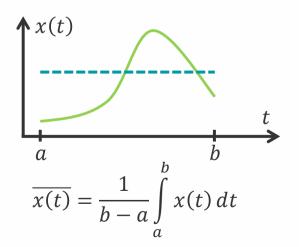
 Интегральные и дифференциальные исчисления, а также доступность моделей реальности, основанных на функциях действительных величин, позволяют говорить о создании обработки сигналов непрерывного времени



 Интегральные и дифференциальные исчисления, а также доступность моделей реальности, основанных на функциях действительных величин, позволяют говорить о создании обработки сигналов непрерывного времени

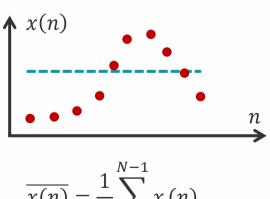


 Интегральные и дифференциальные исчисления, а также доступность моделей реальности, основанных на функциях действительных величин, позволяют говорить о создании обработки сигналов непрерывного времени



В отсутствии исчислений придётся действовать через усреднение по выборке (обработка сигналов дискретного времени)

Что связывает два этих средних? Что является ошибкой вычисления среднего по данным без знания реальной функции, скрывающейся за этими данными?



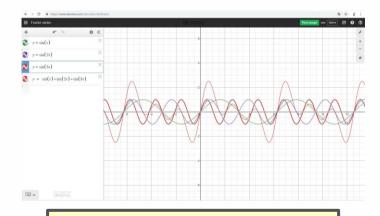
$$\overline{x(n)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)$$



• 19 век, Ж. Фурье ввёл фурье-анализ, показав, как разложить любую функцию в ряд синусоидальных компонент



Основные идеи фурье-анализа были описаны Ж. Фурье в книге «Аналитическая теория тепла»



Изучаем фурье-анализ с помощью онлайн-калькулятора Desmos (https://www.desmos.com/calculator)

• 20 век, теорема отсчётов (теорема Уиттекера-Найквиста-Котельникова-Шеннона)



Э.Т. Уиттекер, 1915, первая доказанная версия теоремы отсчётов



Г. Найквист, 1928, следствие из теоремы отсчетов,  $f_{\pi} \ge 2f_{\text{B}}$ 



В.А. Котельников, 1933, доказательство теоремы отсчётов



К.Э. Шеннон, 1948, «Математическая теория связи», современная формулировка теоремы отсчётов

В разные годы исследованием теоремы отсчётов занимались Дж. М. Уиттекер (1935),
 Г.П. Раабе (1938), Д. Габор (1946), И. Сомейя (1949)

• 20 век, теорема отсчётов (теорема Уиттекера—Найквиста—Котельникова—Шеннона)

#### Ряд Котельникова

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x \left( nT_{\mathrm{A}} \right) rac{\sin\{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}} \}}{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}}}$$
 Критерий Найквиста

Для выполнения теоремы отсчётов требуется, чтобы исходная функция, из которой сформированы отсчеты, не являлась быстро изменяющейся (не содержала много высоких частот)

20 век, теорема отсчётов (теорема Уиттекера—Найквиста—Котельникова—Шеннона)

#### Ряд Котельникова

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x \left( nT_{\mathrm{A}} \right) rac{\sin\{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}} \}}{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}}}$$
 Критерий Найквиста

Для выполнения теоремы отсчётов требуется, чтобы исходная функция, из которой сформированы отсчеты, не являлась быстро изменяющейся (не содержала много высоких частот)

#### Принятые обозначения

 $T_{\rm д}$  — период дискретизации (интервал Найквиста)

 $f_{\scriptscriptstyle 
m I\hspace{-.1em}I}$  – частота дискретизации

 $f_{\rm B}$  — верхняя частота в спектре исходной непрерывной функции (сигнал непрерывного времени), из которой формируются отсчеты / измерения (сигнал дискретного времени)

#### Интуиция

Большое количество отчётов усложняет обработку сигнала; малое количество отсчётов может не передать полную информацию о непрерывной функции. Теорема отсчётов = золотая середина!

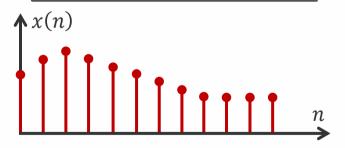
20 век, теорема отсчётов (теорема Уиттекера—Найквиста—Котельникова—Шеннона)

#### Ряд Котельникова

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x \left( nT_{\mathrm{A}} \right) rac{\sin\{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}} \}}{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}}}$$
 Критерий Найквиста

Для выполнения теоремы отсчётов требуется, чтобы исходная функция, из которой сформированы отсчеты, не являлась быстро изменяющейся (не содержала много высоких частот)

Графическая интерпретация теоремы отсчётов



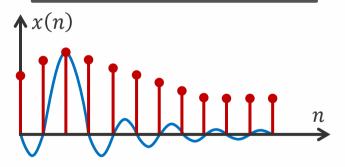
• 20 век, теорема отсчётов (теорема Уиттекера-Найквиста-Котельникова-Шеннона)

#### Ряд Котельникова

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x \left( nT_{\mathrm{A}} \right) rac{\sin\{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}} \}}{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}}}$$
 Критерий Найквиста

Для выполнения теоремы отсчётов требуется, чтобы исходная функция, из которой сформированы отсчеты, не являлась быстро изменяющейся (не содержала много высоких частот)

Графическая интерпретация теоремы отсчётов



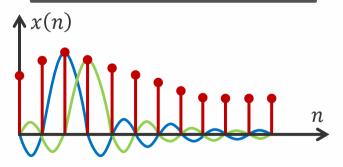
20 век, теорема отсчётов (теорема Уиттекера—Найквиста—Котельникова—Шеннона)

#### Ряд Котельникова

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x \left( nT_{\mathrm{A}} \right) rac{\sin\{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}} \}}{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}}}$$
 Критерий Найквиста

Для выполнения теоремы отсчётов требуется, чтобы исходная функция, из которой сформированы отсчеты, не являлась быстро изменяющейся (не содержала много высоких частот)

Графическая интерпретация теоремы отсчётов



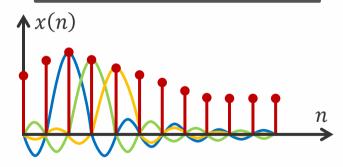
20 век, теорема отсчётов (теорема Уиттекера—Найквиста—Котельникова—Шеннона)

#### Ряд Котельникова

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x \left( nT_{\mathrm{A}} \right) rac{\sin\{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}} \}}{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}}}$$
 Критерий Найквиста

Для выполнения теоремы отсчётов требуется, чтобы исходная функция, из которой сформированы отсчеты, не являлась быстро изменяющейся (не содержала много высоких частот)

Графическая интерпретация теоремы отсчётов

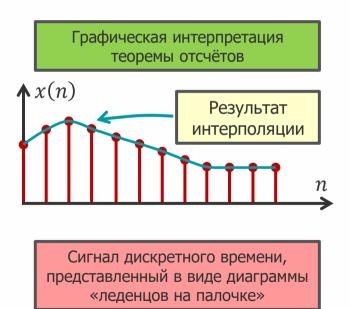


• 20 век, теорема отсчётов (теорема Уиттекера-Найквиста-Котельникова-Шеннона)

#### Ряд Котельникова

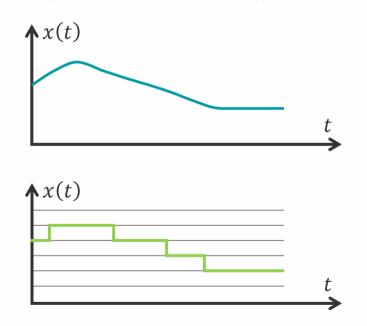
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x \left( nT_{\mathrm{A}} \right) rac{\sin\{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}} \}}{\pi \left( t - nT_{\mathrm{A}} 
ight) / T_{\mathrm{A}}}$$
 Критерий Найквиста

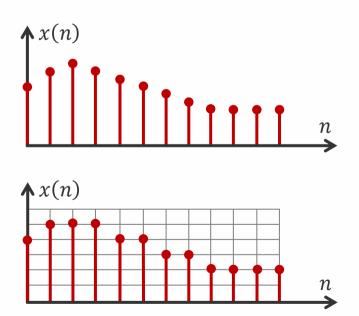
Для выполнения теоремы отсчётов требуется, чтобы исходная функция, из которой сформированы отсчеты, не являлась быстро изменяющейся (не содержала много высоких частот)



### Дискретизация по амплитуде

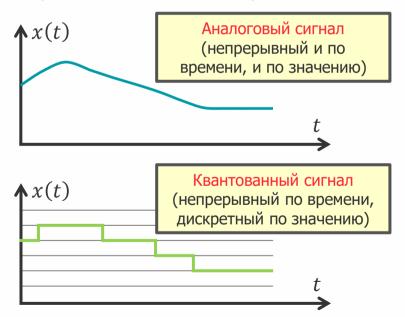
Дискретизация по амплитуде = квантование

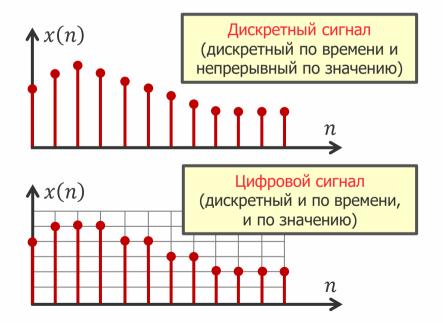




### Дискретизация по амплитуде

Дискретизация по амплитуде = квантование





### Что такое цифровой сигнал?

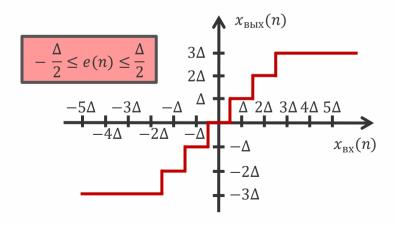
- Свойства цифрового сигнала соответствуют фундаментальным концепциям
  - цифровой обработки сигналов:
  - дискретизация по времени
  - дискретизация по амплитуде

x(n) x(n)

Характеристика квантователя с округлением и насыщением

#### Принятые обозначения

 $\Delta$  — шаг квантования e(n) — ошибка квантования

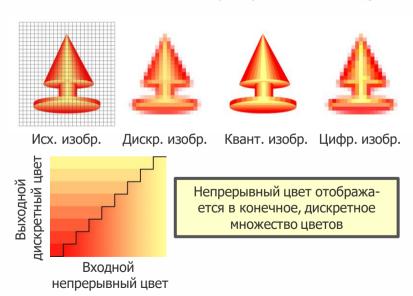




## А что будет с дискретизацией для сигналов большей размерности?

 Базовые вещи остаются аналогичными, но появляются дополнительные вариации на тему (Цифровая обработка многомерных сигналов [Даджион Д., Мерсеро Р., 1988])





### Это нужно запомнить!

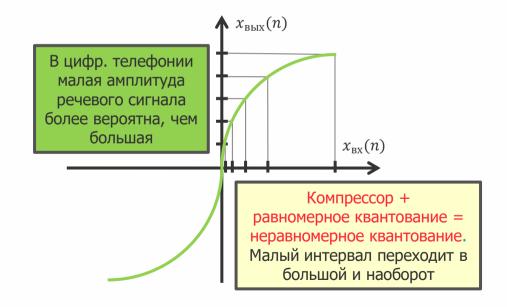
- Когда в свойствах звукового файла вы находите «загадочные цифры» 8000, 11025, 44100, речь идёт о частоте дискретизации в герцах и дискретизации по времени
- Когда в настройках звукового файла вы находите цифры 8 или 16 бит на отсчёт, речь идёт о дискретизации по амплитуде или квантовании
- Дискретизация по времени определяет число измерений, а теорема отсчётов даёт понимание о их «оптимальном» количестве. Дискретизация по амплитуде является проблемой точности представления отдельных измерений
- Цифровой сигнал формируется с использованием аналого-цифрового преобразователя
- Интервал дискретизации в теореме отсчётов является эквидистантным! Хотя в общем интервал между измерениями и шаг квантования могут быть неравномерными

#### Это нужно запомнить!

Пример неравномерного периода дискретизации и шага квантования



Опрокидывающаяся бадья для измерения объема осадков. Измерения происходят с неравномерным интервалом!

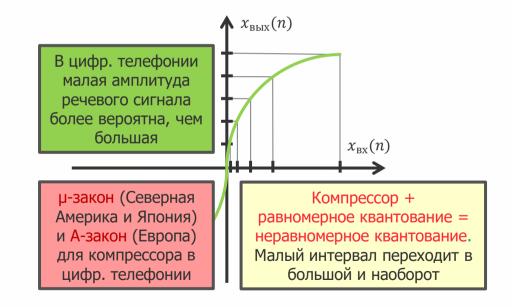


#### Это нужно запомнить!

Пример неравномерного периода дискретизации и шага квантования



Опрокидывающаяся бадья для измерения объема осадков. Измерения происходят с неравномерным интервалом!



### Хранение, обработка и передача цифровых сигналов

**Аналоговое хранение.** Материал эволюционирует вместе с технологией

Аналоговая обработка. Термостат, усилитель, часы и т.п. предназначены для обработки определенного аналогового сигнала

Аналоговая передача. При передаче «многоуровневого» аналогового сигнала через канал связи возможно полностью компенсировать только его ослабление, но не шум. Многократное ретранслирование сигнала может привести к полной потере информации

**Цифровое хранение.** Смена носителей не меняет формат данных {0, 1}

**Цифровая обработка.** Один программный код, реализующий фильтр, может быть использован для обработки данных различной природы

Цифровая передача. Использование только двух уровней при передаче сигнала, а также порогового оператора позволяет восстановить исходный сигнал на фоне шумов так хорошо, как это возможно



 Вероятно, одним из наиболее ранних сигналов дискретного времени являются записи о наводнениях Нила (~ 4500 лет тому назад)





 Вероятно, одним из наиболее ранних сигналов дискретного времени являются записи о наводнениях Нила (~ 4500 лет тому назад)

Сигналы дискретного времени используются в различных областях науки и техники: история, социология, астрономия, экономика, ...



 Вероятно, одним из наиболее ранних сигналов дискретного времени являются записи о наводнениях Нила (~ 4500 лет тому назад)

Сигналы дискретного времени используются в различных областях науки и техники: история, социология, астрономия, экономика, ...

Сигнал дискретного времени – это последовательность комплексных чисел



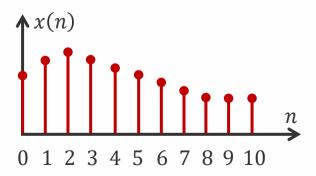
 Вероятно, одним из наиболее ранних сигналов дискретного времени являются записи о наводнениях Нила (∼ 4500 лет тому назад)

Сигналы дискретного времени используются в различных областях науки и техники: история, социология, астрономия, экономика, ...

Сигнал дискретного времени – это последовательность комплексных чисел



Все сигналы дискретного времени могут быть представлены в виде диаграммы «леденцов на палочке»



 Вероятно, одним из наиболее ранних сигналов дискретного времени являются записи о наводнениях Нила (~ 4500 лет тому назад)

Сигналы дискретного времени используются в различных областях науки и техники: история, социология, астрономия, экономика, ...

Сигнал дискретного времени – это последовательность комплексных чисел

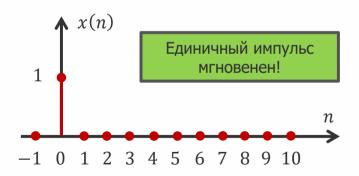


Все сигналы дискретного времени могут быть представлены в виде диаграммы «леденцов на палочке»

В обозначениях на диаграмме n – это безразмерное время. Иногда его делают размерным, измеряя в секундах, за счёт периода дискретизации, заменяя n на  $nT_{\pi}$ , а x(n) на  $x(nT_{\pi})$ 

#### Единичный импульс

$$x(n) = \delta(n) = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$$

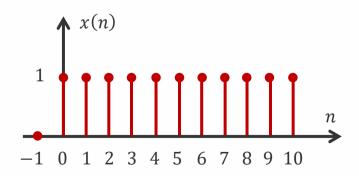


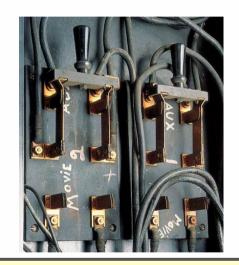




#### Единичный скачок

$$x(n) = u(n) = \begin{cases} 1, n \ge 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$



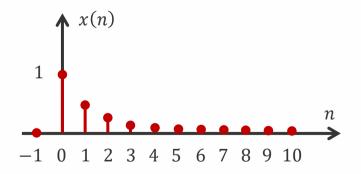


Единичный скачок по своим свойствам очень похож на выключатель!



Показательная последовательность

$$x(n) = |a|^n u(n), |a| < 1$$

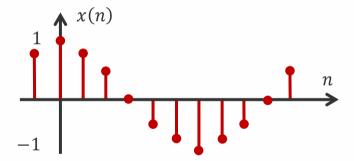




Показательная последовательность напоминает чашку остывающего кофе!

#### Синусоида

$$x(n)=A_0\sin(\widehat{\omega}_0n+\varphi_0)$$
 ,  $\widehat{\omega}_0=\omega_0T_{\rm A}=2\pi f_0T_{\rm A}$  [рад]



- Комплексная экспонента
  - Более простая математика при выводах!

$$x(n) = A_0 e^{j(\widehat{\omega}_0 n + \varphi_0)}$$



Осцилляции есть везде!

### Классификация сигналов дискретного времени

• Сигналы конечной длины. Именно эти сигналы рассматриваются на практике!

$$x(n), n = 0, 1, 2, ..., N - 1$$

- Сигналы бесконечной длины. Мат. абстракция! Хороши для мат. выводов
  - Периодические сигналы. Несут ту же информацию, что и сигналы конечной длины! Естественный мост между сигналами конечной и бесконечной длины

$$\tilde{x}(n) = \tilde{x}(n+kN), \ n, k, N \in Z$$

• Сигналы с конечным носителем. Альтернатива к периодическим сигналам

$$\hat{x}(n) = \begin{cases} x(n), 0 \le n \le N-1 \\ 0, \text{в против. случае} \end{cases}$$



• Энергия сигнала дискретного времени

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

Мощность сигнала дискретного времени

$$P_{x} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N-1} |x(n)|^{2}$$

• Особенности вычисления энергии и мощности для последовательностей конечной и бесконечной длины можно найти в книге Signal processing for communications [Prandoni P., Vetterli M., 2008]



## Разница между «цифровыми» и «аналоговыми» частотами

#### Дискретное время

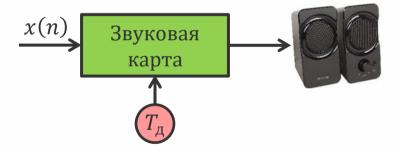
- Величина n не имеет физической размерности, выступая только в роли счётчика
- Периодичность определяется тем, как много отсчётов пройдёт перед повторением определенного шаблона
- Частота является безразмерной величиной

#### «Реальный мир»

- Время t измеряется в секундах
- Периодичность определяется тем, как много секунд пройдет перед повторением определенного шаблона
- Частота измеряется в герцах

#### Как ваш компьютер воспроизводит звук?

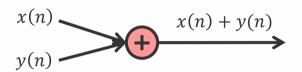
• Каждые  $T_{\rm д}$  секунд на вход звуковой карты поступает отсчёт сигнала дискретного времени. Звуковая карта выполняет обработку (интерполяция) отсчетов и формирует электрический сигнал, подаваемый на вход динамика



- Периодичность в M отсчётов означает физическую периодичность в  $MT_{\pi}$  секунд
- Реальная частота воспроизводимого сигнала составляет  $1/(MT_{_{
  m I}})$  герц

## Цифровая обработка сигналов как LEGO

Сумматор

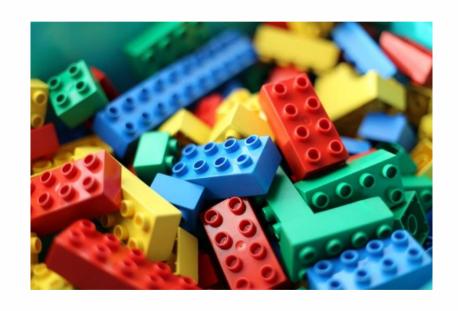


Умножитель

$$x(n)$$
  $\alpha$   $\alpha x(n)$ 

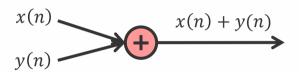
• Задержка

$$x(n)$$
 $z^{-1}$ 
 $x(n-1)$ 



### Цифровая обработка сигналов как LEGO

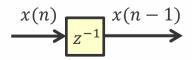
Сумматор



Умножитель

$$x(n)$$
  $\alpha$   $\alpha x(n)$ 

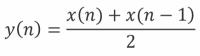
Задержка

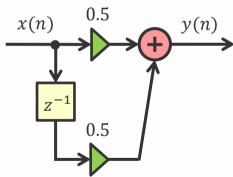




Из LEGO-блоков можно собрать, например, Бугатти, а из блоков цифровой обработки сигналов – цифровые фильтры для обработки сигналов!

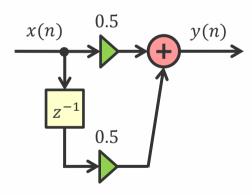


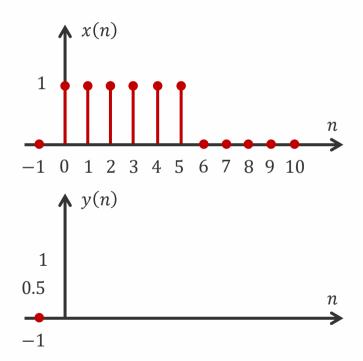






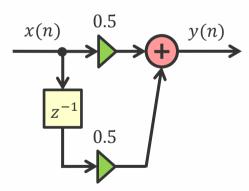
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

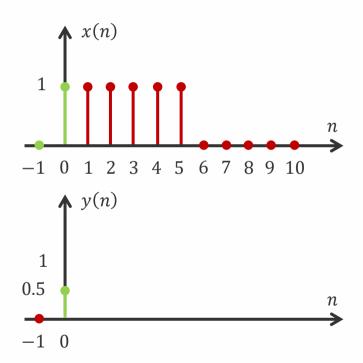




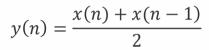


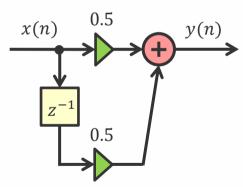
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

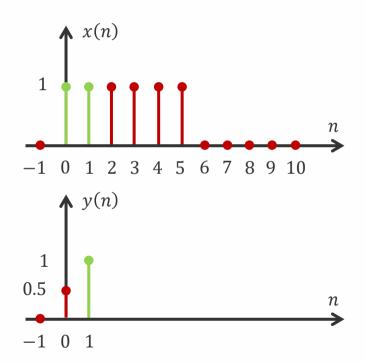






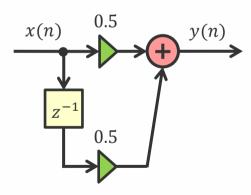


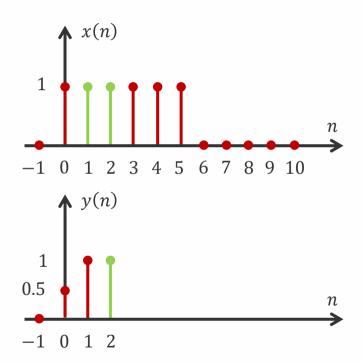






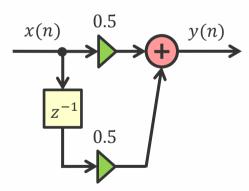
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

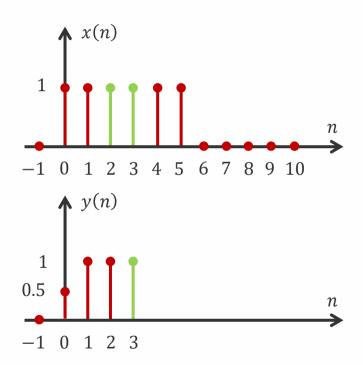






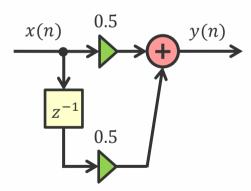
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

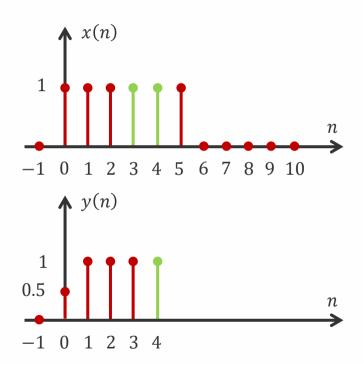






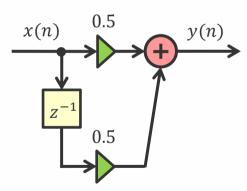
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

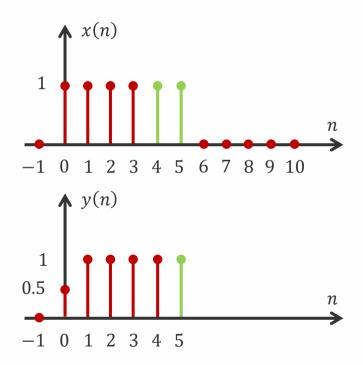






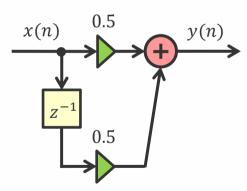
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

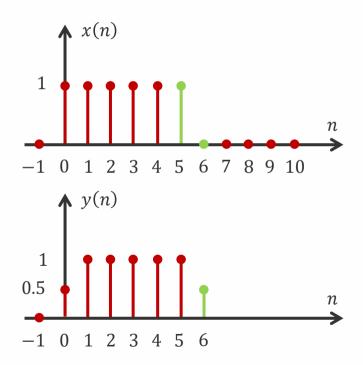






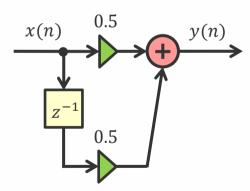
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

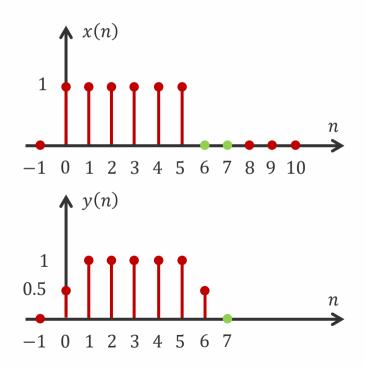






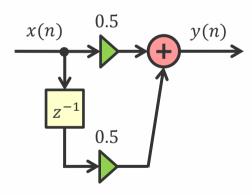
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

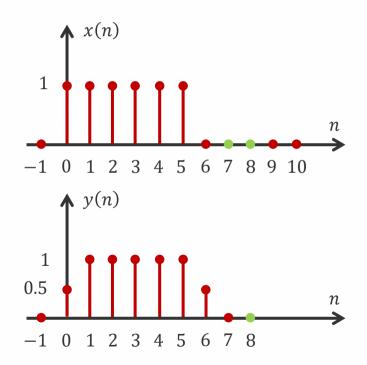






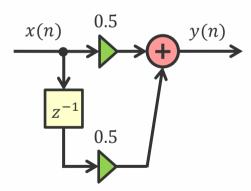
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

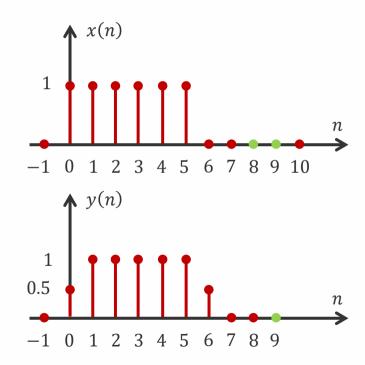




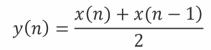


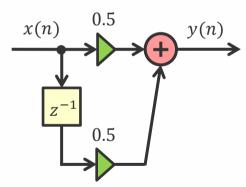
$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

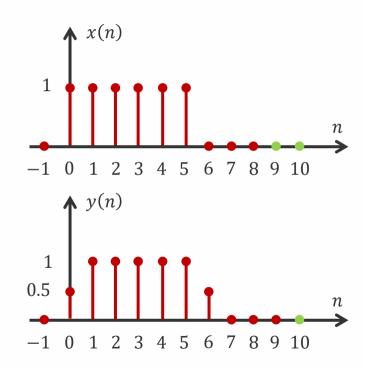








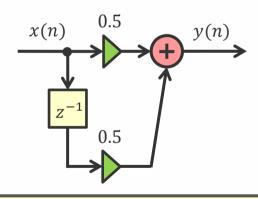




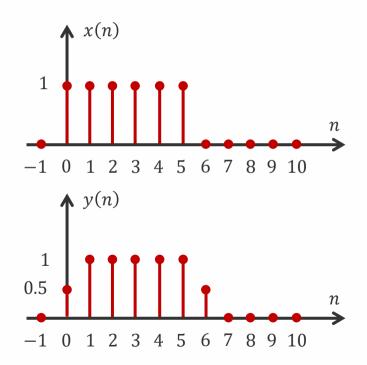


• Арифметическое усреднение

$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$



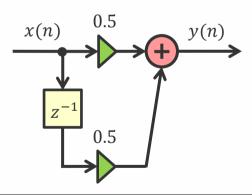
Нерекурсивный КИХ-фильтр первого порядка, нижних частот!





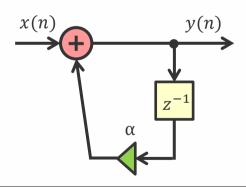
• Арифметическое усреднение

$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$



Нерекурсивный КИХ-фильтр первого порядка • Система «с памятью» (обратной связью)

$$y(n) = x(n) + \alpha y(n-1)$$

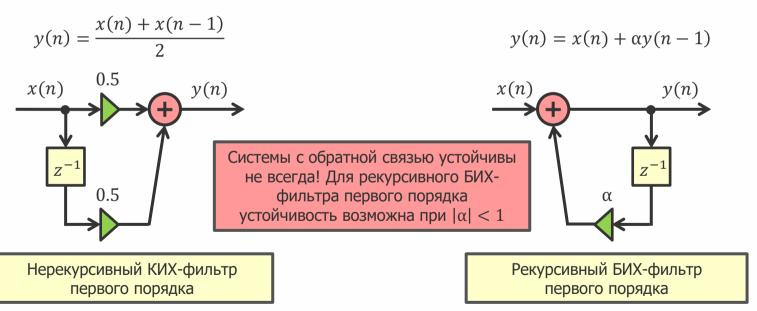


Рекурсивный БИХ-фильтр первого порядка



• Арифметическое усреднение

• Система «с памятью» (обратной связью)





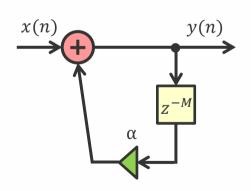
 Между арифметическим усреднением и системой «с памятью» существует естественная связь

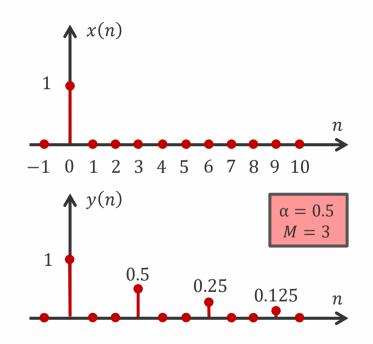
$$y_{M}(n) = y(n) = \frac{x(n) + x(n-1) + \dots + x(n-M+1)}{M}$$
 
$$y_{M}(n) = \frac{1}{M}x(n) + \frac{M-1}{M} \cdot \frac{x(n-1) + \dots + x(n-M+1)}{M-1}$$
 
$$y_{M}(n) = \frac{1}{M}x(n) + \frac{M-1}{M} \cdot y_{M-1}(n-1) = (1-\alpha)x(n) + \alpha y_{M-1}(n-1)$$
 
$$y_{M-1}(n) \approx y_{M}(n), \text{ если } M \text{ большое } (\alpha \approx 1)$$
 
$$y(n) = (1-\alpha)x(n) + \alpha y(n-1)$$



• Рекурсивный фильтр порядка M

$$y(n) = x(n) + \alpha y(n - M)$$

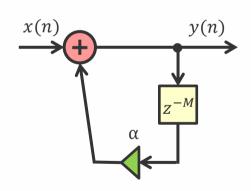


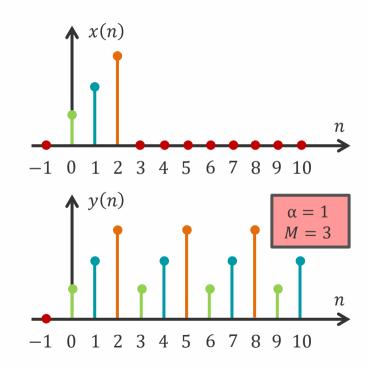




Рекурсивный фильтр порядка М

$$y(n) = x(n) + \alpha y(n - M)$$

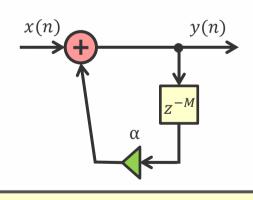




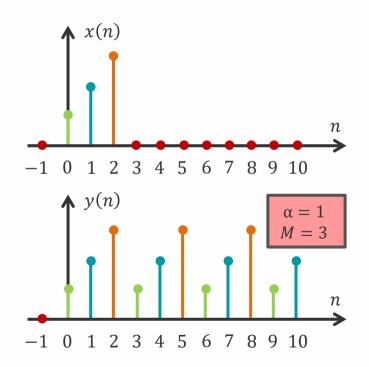


• Рекурсивный фильтр порядка M

$$y(n) = x(n) + \alpha y(n - M)$$



Фильтр для генерации квазипериодического сигнала



### Алгоритма Карплуса-Стронга

- Изобретен А. Стронгом, впервые проанализирован К. Карплусом
- Алгоритм Карплуса-Стронга предложен для имитации звука гитарной струны
- В основе алгоритма лежит рекурсивный фильтр порядка M
  - Параметр M контролирует «частоту» колебания на выходе фильтра (высоту тона)
  - Параметр  $\alpha$  контролирует затухание (спад) колебания на выходе фильтра
  - Входная последовательность, представляющая сигнал с конечным носителем длины M, контролирует окраску звука (тембр) на выходе фильтра
  - Носитель входного сигнала генерируется с использованием последовательности псевдослучайных чисел, распределенных равномерно в интервале от 0 до 1

#### Благодарности

- В лекции использовались материалы следующих книг:
  - Солонина А.И. и др. Основы цифровой обработки сигналов, 2005
  - Prandoni P., Vetterli M. Signal processing for communications, 2008
  - Hayes M.H. Schaum's outlines of digital signal processing, 2011
  - Николенко С., Кадурин А., Архангельская Е. Глубокое обучение, 2018
- В лекции использовались материалы следующих онлайн-курсов:
  - Oppenheim A.V. Digital signal processing (RES.6-008), 1975. Massachusetts Institute of Technology
  - Peters R.A. Image processing (EECE/CS 253), 2007. Vanderbilt University School of Engineering
  - Prandoni P., Vetterli M. Digital signal processing, 2014. Coursera's online course of École polytechnique fédérale de Lausanne
  - Ng A. Convolutional neural networks, 2019. Coursera's online course of Stanford University
  - Ng A. Sequence models, 2019. Coursera's online course of Stanford University
- Отдельное спасибо коллегам по работе, без которых бы эта лекция не состоялась!



#### Группа компаний ЦРТ

#### O HAC

В группу компаний ЦРТ входят компании ЦРТ, ЦРТ-инновации и SpeechPro.

**ЦРТ** – российская компания, разработчик инновационных систем в сфере технологий синтеза и распознавания речи, анализа аудио- и видеоинформации, распознавания лиц, голосовой и мультимодальной биометрии.

ЦРТ-инновации — научно-исследовательская компания, передовой разработчик голосовых и бимодальных биометрических систем. Резидент Фонда «Сколково». Области научно-исследовательской деятельности компании: биометрия по голосу и лицу, распознавание речи, анализ больших данных.

SpeechPro – представительство Группы ЦРТ в Северной Америке с главным офисом в Нью-Йорке. SpeechPro взаимодействует с клиентами и партнерами ЦРТ из США и Канады.

#### КОНТАКТНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

#### Санкт-Петербург

Адрес: 194044, г. Санкт-Петербург, ул. Гельсингфорсская, 3-11, лит. Д Телефон: (+7 812) 325-88-48

Факс: (+7 812) 327-92-97

Эл. почта: stc-spb@speechpro.com

#### Москва

Адрес: Москва, ул. Марксистская, д.3, стр.2,

Бизнес-центр «Таганский» Телефон: +7 (495) 669-74-40 Факс: +7 (495) 669-74-44

Эл. почта: stc-msk@speechpro.com