Fynn Schröder
fschroeder@informatik.uni-hamburg.de

Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabenblatt 2

Parallel zu diesem Aufgabenblatt gibt es auch Programmieraufgaben. Die entsprechende Aufgabenstellungen sind auf Moodle zu finden und dort zu bearbeiten.

Übung 1

______/11 P.

In Algorithmus 1 ist der Pseudocode eines Sortieralgorithmus BubbleSort gezeigt.

Algorithmus 1: BubbleSort($A[1, \dots, n]$)

```
1  s ← 1
2  while s = 1
3      s ← 0
4      for j ← 1 to n − 1
5          if A[j] > A[j + 1]
6              A[j] ↔ A[j + 1]
7              s ← 1
```

(a) Wenden Sie den Algorithmus am Beispiel des Arrays $A = \langle 6, 7, 3, 1, 9, 5, 2 \rangle$ an. Geben Sie dazu den Inhalt des Arrays A sowie die Anzahl der vorgenommenen Vertauschungen v (Zeile 6) nach jedem Durchlauf der äußeren Schleife (Zeilen 2 bis 7) an. (2 Punkte)

(b) Beweisen Sie die Korrektheit von BubbleSort. Bestimmen Sie dazu zunächst eine geeignete Invariante für die innere Schleife (Zeilen 4 bis 7) und nutzen Sie diese dann zur Formulierung einer geeigneten Invariante für die äußere Schleife (Zeilen 2 bis 7). (6 Punkte)

(c) Analysieren Sie die *best-case* und *worst-case* Laufzeit von BubbleSort. (3 Punkte)
Hinweis: Die best-case Laufzeit ist eine untere Schranke, die angibt wie lange ein Algorithmus mindestens für die Verarbeitung einer idealen, d.h. am schnellsten zu bearbeiteten, Eingabe benötigt.

Übung 2

______/10 P.

(a) Bestimmen Sie die Größenordnung der Funktionen wenn möglich mittels Mastertheorem. Falls das Mastertheorem nicht anwendbar sein sollte, begründen Sie dies und verwenden stattdessen die Substitutionsmethode. (4 Punkte)

$$T_1(n) := \begin{cases} 1, & \text{für } n = 1 \\ 4 \cdot T(\lceil n/4 \rceil) + 8n, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$T_2(n) := \begin{cases} 1, & \text{für } n = 0 \\ 2 \cdot T(n-1) + 4, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$T_3(n) := \begin{cases} 1, & \text{für } n = 1 \\ 3 \cdot T(\lfloor n/3 \rfloor) + 2n \log n, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$T_4(n) := \begin{cases} 1, & \text{für } n = 1 \\ 4 \cdot T(\lfloor n/3 \rfloor) + 2n \log n, & \text{sonst} \end{cases}$$

(b) Bestimmen Sie die Größenordnung der Funktionen, indem sie die folgende Rekursionsgleichung mithilfe eines Rekursionsbaums lösen.(2 Punkte):

$$T_5(n) := \begin{cases} 1, & \text{für } n = 1 \\ 9 \cdot T(\lceil n/3 \rceil) + n^2, & \text{sonst} \end{cases}$$

(c) Beweisen Sie die Korrektheit ihrer Lösung von T_5 per Induktion. (4 Punkte)