

D/3

1. Известно, что генеральная совокупность распределена нормально со средним квадратичным отклонением, равным 16. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания μ с надежностью 0,95, если выборочная средняя $M=80$, а объем выборки $n=256$

$$(1-\alpha)=0,95 \Rightarrow \alpha=0,05 \quad \sigma=16, \quad \bar{x}=80, n=256$$

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ - доверительный интервал}$$

$$80 \pm z_{2,5\%} \frac{16}{\sqrt{256}} = 80 \pm 1,96 \cdot \frac{16}{16} = 80 \pm 1,96 \rightarrow (78,04; 81,96)$$

$$P(78,04 < \mu < 81,96) = 0,95$$

2. В результате 10 независимых измерений некоторой величины X , выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные: 6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1. Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение величины X при помощи доверительного интервала, покрывающего это значение с доверительной вероятностью 0.95.

$$(1-\alpha)=0,95 \Rightarrow \alpha=0,05$$

$$\sigma \text{ - неизвестно} \Rightarrow \bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \text{ где } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\bar{x} = \frac{6.9+6.1+6.2+6.8+7.5+6.3+6.4+6.9+6.7+6.1}{10} = 6,59$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - 6,59)^2}{9}} = \sqrt{\frac{1,829}{9}} \approx 0,451$$

$$t_{2,5\%} (df = n-1 = 9) = 2,262$$

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6,59 \pm 2,262 \frac{0,451}{\sqrt{10}} \rightarrow (6,267; 6,913)$$

3. Рост девочек 175, 167, 154, 174, 178, 148, 160, 167, 169, 170. Рост матерей 178, 165, 165, 173, 168, 155, 160, 164, 178, 175. Используйте эти данные построить 95% доверительный интервал для разности средних роста девочек и матерей

$$\Delta \pm t_{\alpha/2} \times S_{\Delta}, \quad \Delta = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{\frac{D_1}{n_1} + \frac{D_2}{n_2}}, \quad D = \frac{1}{2} (D_1 + D_2), \quad D_1 \text{ и } D_2 \text{ - дисперсии}$$

$$D_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

См. формулы предыдущих расчетов

$$\text{Ответ } (-10,068; 6,268)$$