

1. 下列模式能否与类型为 `int list` 的 `L` 匹配成功？如果匹配不成功，指出该模式的类型？（假设 `x` 为 `int` 类型）

`x::L` 非空 `list`

成功，标准的非空列表模式

`_::_` 非空 `list`

成功，同样是空列表模式

`x::(y::L)`

成功，匹配至少含两个元素的列表

`(x::y)::L`

不成功，`x::y` 匹配第一个元素，其本身是一个列表，而不是 `int`，也就是说它是 `int list list`

`[x, y]`

不一定成功，其只能匹配恰包含两个元素的列表、

2. 试写出与下列表述相对应的模式。如果没有模式与其对应，试说明原因。

list of length 3

`[x, y, z]`

lists of length 2 or 3

没有对应模式，SML 中的一个模式只能描述一种结构，不能同时描述两种或多种不同的结构

Non-empty lists of pairs

`(x, y) :: L`

Pairs with both components being non-empty lists

`(x::xs, y::ys)`

3. 分析下述程序段（左边括号内为标注的行号）：

```
(1)   val x : int = 3
(2)   val temp : int = x + 1
(3)   fun assemble (x : int, y : real) : int =
(4)       let val g : real = let val x : int = 2
(5)           val m : real = 6.2 * (real x)
(6)           val x : int = 9001
(7)           val y : real = m * y
(8)       in y - m
(9)   end
(10)   in
(11)   x + (trunc g)
```

(12) end

(13)

(14) val z = assemble (x, 3.0)

试问：第 4 行中的 x、第 5 行中的 m 和第 6 行中的 x 的声明绑定的类型和值分别为什么？第 14 行表达式 assemble(x, 3.0)计算的结果是什么？

第 4 行的 x: 类型为 int, 值为 2。它是一个新的局部变量，作用域仅限于内层的 let 块。

第 5 行的 m: 类型为 real, 值为 12.4。它通过 6.2 乘以第 4 行的 x 计算得出。

第 6 行的 x: 类型为 int, 值为 9001。这个变量遮蔽了第 4 行的 x

assemble(x, 3.0)=27,外部 x=3, 等价于调用 assemble(3,3.0),函数的局部作用域中,
 $y=m*y=12.4*3, g=y-m=12.4*3-12.4=24.8$,函数返回值 $x+(trunc\ g)=3+24=27$

4. 编写函数实现下列功能：

(1) zip: string list * int list -> (string * int) list

其功能是提取第一个 string list 中的第 i 个元素和第二个 int list 中的第 i 个元素组成结果 list 中的第 i 个二元组。如果两个 list 的长度不同，则结果的长度为两个参数 list 长度的最小值。

(2) unzip: (string * int) list -> string list * int list

其功能是执行 zip 函数的反向操作，将二元组 list 中的元素分解成两个 list，第一个 list 中的元素为参数中二元组的第一个元素的 list，第二个 list 中的元素为参数中二元组的第二个元素的 list。

对所有元素 L1: string list 和 L2: int list, unzip(zip (L1, L2)) = (L1, L2)是否成立？如果成立，试证明之；否则说明原因。

```
(*** Begin ***)
(* zip : string list * int list -> (string * int) list *)
fun zip ([], _) = []
  | zip (_, []) = []
  | zip (s::ss, i::ii) = (s, i) :: zip(ss, ii);

(* unzip : (string * int) list -> string list * int list *)
fun unzip ([]) = ([], [])
  | unzip ((s, i)::xs) =
    let
      val (ss, ii) = unzip(xs)
    in
      (s::ss, i::ii)
    end;
(***) End (***)
```

只有当 L1 和 L2 长度相等时成立，当长度不等时，较长的部分会被截断，当 unzip 时，也只能得到剩下的一部分，之前截断的超出部分会被丢弃

5. 指出下列代码的错误:

```
(* pi: real *)
```

```
val pi : real = 3.14159;
```

```
(* fact: int -> int *)
```

```
fun fact (0 : int) : int = 1
```

```
  | fact n = n * (fact (n - 1));
```

```
(* f : int -> int *)
```

```
fun f (3 : int) : int = 9
```

```
  f_ = 4;缺少管道符|
```

```
(* circ : real -> real *)
```

```
fun circ (r : real) : real = 2 * pi * r 不同类型不能直接相乘, 应为 2.0
```

```
(* semicirc : real -> real *)
```

```
fun semicirc : real = pie * r  pie 未定义, 应为 pi
```

```
(* area : real -> real *)
```

```
fun area (r : int) : real = pi * r * r  r 类型应为 real 而不是 int
```

6. 分析下面菲波拉契函数的执行性能

```
fun fib n = if n<=2 then 1 else fib(n-1) + fib(n-2);
```

朴素递归, 每次产生两个子调用, 大量数据被重复计算, 时间复杂度为指数级

```
fun fibber (0: int) : int * int = (1, 1)
```

```
  | fibber (n: int) : int * int =
```

```
    let val (x: int, y: int) = fibber (n-1)
```

```
    in (y, x + y)
```

```
    End
```

尾递归, 避免了冗余计算, 通过元组 (x,y)存储一对斐波拉契数, 每次递归更新元组, 时间复杂度 $O(n)$

借助: 对所有非负整数 k ,

$$\text{fib}(2k) = \text{fib}(k)(2\text{fib}(k+1) - \text{fib}(k))$$
$$\text{fib}(2k+1) = \text{fib}(k+1)^2 + \text{fib}(k)^2$$

利用以上数学性质和分治思想, 递归计算 $F(n/2)$ 和 $F(n/2+1)$,每次递归问题规模减半, 时间复杂度为 $O(\log n)$, 达到对数级别