

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСПЫТАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ХИМИЧЕСКОГО РЕАКТОРА С ВОДЯНОЙ РУБАШКОЙ

Бутузов Д.В.

Научный руководитель: Тутов И.А.

Томский политехнический университет

e-mail: [qwaswedo@gmail.com](mailto:qwaswedo@gmail.com)

### Введение

В настоящее время многие процессы, протекающие в реальных объектах, невозможно непосредственно исследовать, или же вовсе это исследование требует много времени и средств. В этом случае на помощь приходит модель, выступающая как своеобразный инструмент познания, с помощью которого исследователь изучает интересующий его объект.

В этой статье говорится о методе получения математической модели испытательной установки химического реактора с целью дальнейшего синтеза каскадного регулятора.

### Описание системы

Для получения математической модели объекта [1] рассмотрим еще раз условную конструкцию химического реактора (рис. 1).

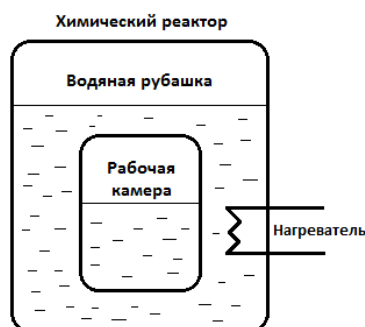


Рис. 1. Конструкция химического реактора

Химический реактор состоит из рабочей камеры и водяной рубашки, заполненных водой и обладающих тонкими стенками (далее в модели пренебрегается их влиянием), через которые происходит обмен энергией.

Вследствие чего принимается, что в системе имеется всего два накопителя энергии: вода в рабочей камере реактора и вода в водяной рубашке. Следовательно, в силу конструкции химического реактора обмен энергией происходит согласно уравнению (1), представляющему из себя закон сохранения энергии:

$$Q_n = Q_p - Q_{cp} - Q_{p.k.}, \quad (1)$$

где:

$Q_n$  - количество теплоты, переданное нагревателем;

$Q_p$  - количество теплоты, переданное воде в рубашке;

$Q_{cp}$  - количество теплоты, переданное окружающему среде;

$Q_{p.k.}$  - количество теплоты, переданное воде в рабочей камере химического реактора.

В свою очередь нагреватель представляет из себя 4 последовательных сборки из 6 соединенных параллельно резисторов номиналом 2 Вт 51 Ом. Питается нагреватель от сетевого напряжения 220 В, следовательно, рассеиваемая в среде мощность равна:

$$P = Q_n = \frac{U^2}{R_{\text{экв}}} = \frac{U^2}{R_6 \cdot 4} = \frac{U^2 \cdot 6}{R \cdot 4} = \frac{220^2 \cdot 6}{51 \cdot 4} = 1423,5 \text{ Вт}, \quad (2)$$

где  $R_6$  - сопротивление одной сборки из 6 резисторов.

Далее используется формула для расчета количества теплоты, переданного телу при изменении его температуры на величину  $dT$  (3):

$$dQ = mcdT, \quad (3)$$

откуда:

$$Qdt = mcdT, \quad (4)$$

где:

$Q$  - количество теплоты, переданное телу за единицу времени;

$m$  - масса нагреваемого тела;

$c$  - удельная теплоемкость нагреваемого тела;

$dT$  - температура, на которую нагрелось тело;

$dt$  - время, за которое тело получало энергию.

Из формулы (4) получим, что вода в рубашке нагревается на величину  $dT$  равную:

$$dT = (Q_p dt) / (m_p c), \quad (5)$$

где:

$Q_p$  - количество теплоты, получаемое водой в рубашке от нагревателя в единицу времени;

$m_p$  - масса воды в рубашке;

$c$  - удельная теплоемкость воды, равная 4200 кДж/(кг·°C).

Получая энергию от нагревателя, вода в рубашке нагревается, и ее температура растет, следовательно, ее мгновенную температуру можно рассчитать по формуле (6):

$$T_p(t) = T_{p0} + \frac{1}{m_p c} \cdot \int_0^t Q_p dt, \quad (6)$$

где:

$T_{p0}$  - начальная температура воды в рубашке.

Далее используется закон Ньютона-Рихмана (7) и (8) [2] для расчета количества теплоты, переданного окружающему воздуху и воде в рабочей камере реактора через стенки на границе раздела сред:

$$Q_{cp} = k_1(T_p - T_{cp}), \quad (7)$$

$$Q_{p.k.} = k_2(T_p - T_{p.k.}), \quad (8)$$

где:

$T_p, T_{cp}, T_{p.k.}$  - температура воды в рубашке, окружающей среды и воды в рабочей камере реактора, соответственно;

$k_1$ - коэффициент теплопередачи стенок между водяной рубашкой и окружающей средой;

$k_2$ - коэффициент теплопередачи стенок между  
водяной рубашкой и рабочей камерой реактора.

И снова используются формулы (5) и (6) для того, чтобы получить мгновенную температуру воды в рабочей камере (9):

$$T_{p.k.}(t) = T_{p.k.0} + \frac{1}{m_{p.k.c}} \cdot \int_0^t Q_{p.k.} dt, \quad (9)$$

где:

$Q_{\text{р.к.}}$  - количество теплоты, получаемое водой в рабочей камере за единицу времени;

 $m_{p.k.}$  - масса воды в рабочей камере;

с- удельная теплоемкость воды, равная 4200 кДж/(кг·°C);

$T_{p.k.0}$ - начальная температура воды в рабочей камере.

Нагреватель – это инерционный объект и ему свойственна задержка, так как он не сразу нагревается до максимального значения. Такое поведение объекта описывается апериодическим звеном первого порядка:

$$W(s) = \frac{k}{(Ts + 1)}, \quad (10)$$

где:

$k$  – коэффициент усиления (найденная мощность нагревателя);

$T$  – постоянная времени.

В ходе специально проведенного эксперимента было установлено, что постоянная времени апериодического звена  $T = 4,3$  с, отсюда передаточная функция нагревателя равна:

$$W(s) = 1423,5/(4,3s + 1). \quad (11)$$

Тогда математическая модель примет вид, изображенный на рисунке 2.

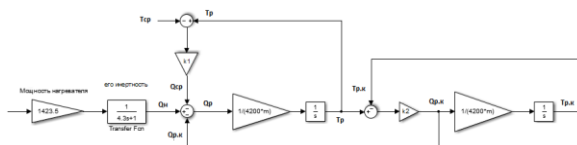


Рис. 2. Математическая модель объекта

После получения математической модели объекта стояла задача оценки неизвестных параметров: коэффициентов теплопередачи стенок  $k_1$  и  $k_2$  (массы  $m_{p.k.}$  и  $m_p$  были получены путем непосредственного измерения их объемов).

Для того чтобы получить эти параметры, используется специальный инструмент MATLAB & Simulink – Parameter Estimation Toolbox. Данный инструмент позволяет определить неизвестные параметры системы по экспериментальным наборам данных [3].

В итоге были подобраны коэффициенты теплопередачи  $k_1 = 1,2$  и  $k_2 = 5,9$ . Оценка параметров инструментом Parameter Estimation представлены на рисунке 3.

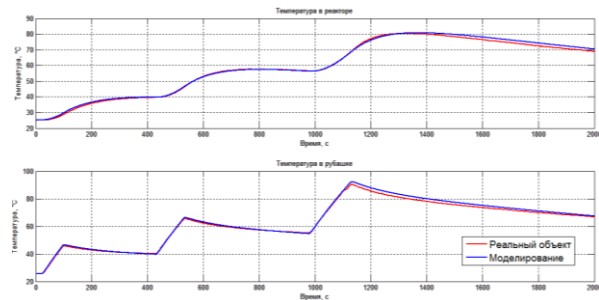


Рис. 3. Оценка коэффициентов теплоотдачи

Теперь необходимо проверить адекватность полученной модели на других тестовых наборах данных, полученных при влиянии другой серии управляющих воздействий (рис. 4).

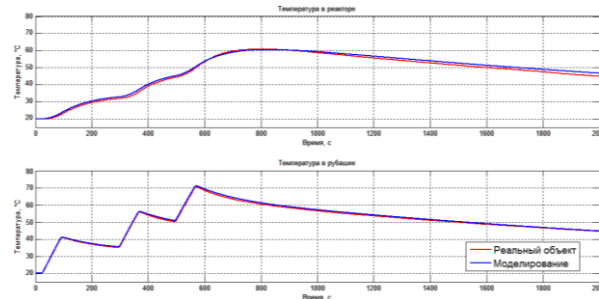


Рис. 4. Проверка модели на адекватность

Как видно из рисунков 2 и 3 отклонения значений не превышают 2 градусов Цельсия и находятся в пределах погрешности средств измерений ( $\pm 2^\circ\text{C}$ ).

## Заключение

Полученная модель с практически пригодной точностью описывает объект управления, следовательно, ее можно использовать для дальнейших исследований, в частности проверки качеств настроек регуляторов и их проверки при синтезе систем управления.

## Список литературы

1. Бутузов Д.В., Тутов И.А. Разработка испытательного стенда нагревательной установки с водяной рубашкой. // Научн.-практ. конф. «Молодежь и современные информационные технологии» (9-13 ноября 2015г, г. Томск). - Томск, 2016. - С.223-224.
2. Мазо А.Б. Основы теории и методы расчета теплопередачи. – Казань, 2013. – С.21.
3. Оценка параметров модели на основе эксперимента. [Электронный ресурс]. – URL: <http://matlab.ru/blog/control-algorithms/> (Дата обращения 16.10.2016 г.)