

$$\begin{aligned}
S_{\text{ВЫХ}} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{ВХ}}(j\omega) K(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \\
S_{\text{ВЫХ}}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{ВХ}}(j\omega) K(\omega_0) e^{j\varphi_s(\omega_0)} e^{j\omega t} d\omega \\
S_{\text{ВЫХ}}(t) &= K(\omega_0) e^{j\varphi(\omega_0)} \frac{1}{2\pi} \int S_{\text{ВХ}}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = K(\omega_0) S_{\text{ВХ}}(t) e^{j\varphi(\omega_0)} \\
S_{\text{ВЫХ}}(t) &= K(j\omega_0) S_{\text{ВХ}}(t)
\end{aligned}$$

3.2 Прохождение широкополосного сигнала через узкополосную цепь

В пределах полосы пропускания цепи амплитудный спектр сигнала изменяется незначительно, поэтому

$$S_{\text{ВХ}}(j\omega) = S_{\text{ВХ}}(j\omega_0) = S_{\text{ВХ}}(\omega_0) e^{j\varphi_s(\omega_0)}$$

$$S_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int S_{\text{ВХ}}(\omega_0) e^{j\varphi_s(\omega_0)} K(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$S_{\text{ВЫХ}} = S(\omega_0) e^{j\varphi_s(\omega_0)} \frac{1}{2\pi} \int K_{\text{ВХ}}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = S(\omega_0) h(t) e^{j\varphi_s(\omega_0)}$$

$$S_{\text{ВЫХ}}(t) = S(j\omega_0) h(t)$$

Вывод.

Реакция узкополосной цепи на широкополосный сигнал определяется только импульсной характеристикой цепи. Входной сигнал, по существу, не влияет на выходной сигнал.

Физически такой вывод следует из рис 1.б. Узкополосная цепь пропускает спектральные составляющие входного сигнала только в пределах своей амплитудной частотной характеристики, которой во временной области соответствует импульсная характеристика.

4. Прохождение амплитудно-модулированного сигнала через избирательную цепь.

Полагаем, что резонансная частота контура усилителя равна частоте несущего колебания сигнала т.е. $\omega_p = \omega_0$

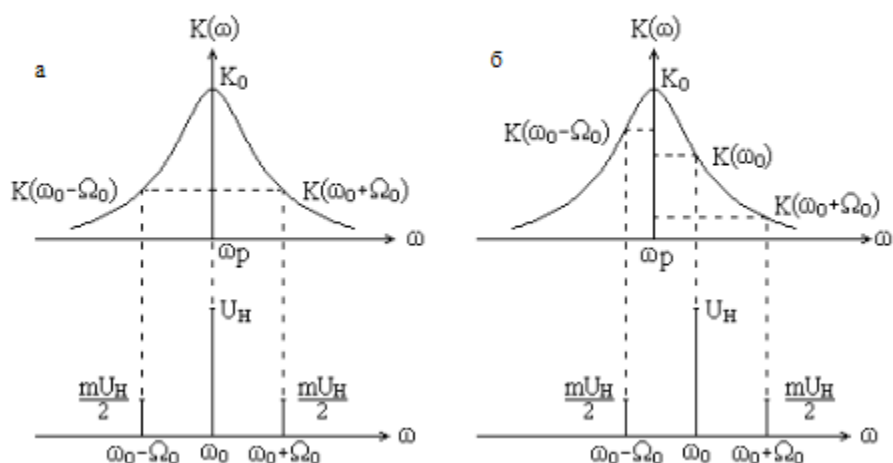


Рис 2 АЧХ усилителя и спектр АМ-сигнала

Частотный коэффициент усиления усилителя

$$K(j\omega) = \frac{K_0}{1 + 2Q_{\text{экб}}\Delta\omega/\omega_p} = \frac{K_0}{1 + j\Delta\omega\tau_y} = -K(\omega)e_{j\psi(\omega)}$$

$$AЧХ K(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + \Delta\omega^2\tau_y^2}} = \frac{K_0}{\sqrt{1 + (\omega - \omega_p)^2\tau_y^2}}$$

Сигнал с тональной амплитудной модуляцией

$$s(t) = U_0[1 + m\cos(\Omega t + \gamma)]\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\begin{aligned}
s(t) &= U_0[1 + m \cos(\omega_0 t + \varphi)] + U_0 m \cos(\Omega t + \gamma) \cos(\omega_0 t + \varphi) \\
&= U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{U_0 m}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi + \gamma] \\
&\quad + \frac{U_0 m}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi - \gamma]
\end{aligned}$$

Спектр выходного сигнала

$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = U_0[1 + m \cos(\Omega t + \gamma)] \cos(\omega_0 t + \varphi) [-K(\omega) e^{i\Psi(\omega)}]$$

Частоты: ω_0 , $\omega_0 + \Omega$, $\omega_0 - \Omega$

Учтем $\omega_0 = \omega_p$

$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = [U_0 K_0 + U_0 m \frac{K_0}{\sqrt{1 + \Omega^2 \tau_y^2}} \cos(\Omega t + \gamma - \Psi_0)] \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Где $K_0 = K(\omega_p)$ $\Psi_0 = \arctg(\Delta \omega \tau_y) = \arctg \Omega \tau_y$

$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = -U_0 K_0 [1 + m_{\text{ВЫХ}} \cos(\Omega_0 t + \gamma - \Psi_0)] \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$m_{\text{ВЫХ}} = \frac{m}{\sqrt{1 + \Omega_0^2 \tau_y^2}}$$

Вывод

Узкополосный сигнал на выходе широкополосной цепи не изменяется по форме. Изменяется только амплитуда сигнала и возможен сдвиг по фазе.

Физически такой вывод следует из рис 1.а. Широкополосная цепь практически без искажения пропускает все спектральные составляющие, пропорционального изменяя их амплитуды и сдвигая на одинаковую величину по фазе.

26. Классификация и основные характеристики радиотехнических цепей

1. Общие сведения о линейных цепях

1. Радиотехническая цепь является линейной, если оператор таков, что цепь удовлетворяет принципу суперпозиции, т.е. условиям аддитивности и однородности:

$$\begin{aligned} T \sum_i x_i &= \sum_i T x_i(t) \\ T[cx_i] &= cT x_i(t) \end{aligned}$$

Функционирование таких цепей описывается линейными дфи. Уравнениями с постоянными коэффициентами

$$\sum_{k=0}^n a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^m b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$

a_k, b_k – постоянные коэффициенты зависящие от схемы и ее параметров.
Линейное преобразование не приводит к обогащению спектра сигнала.

Радиотехническая цепь является нелинейно, если оператор T не обеспечивает выполнение условий аддитивности и однородности
Функционирование таких цепей описывается нелинейными дифференциальными ур-ми, т.е. уравнениями, у которых хотя бы один коэффициент является функцией входного сигнала или его производных.

Нелинейные цепи не удовлетворяют принципу суперпозиции и обогащают спектр сигнала.

3. Радиотехническая цепь является параметрической, если оператор T зависит от параметров цепи, которые изменяются со временем. Функционирование таких цепей описывается дифференциальными уравнениями, у которых хотя бы один коэффициент является функцией времени.

Параметрические цепи могут быть линейными и нелинейными.

Линейные параметрические цепи удовлетворяют условиям, суперпозиции (аддитивности и однородности) и обогащают спектр сигнала.

По характеру временной зависимости выходного сигнала от входного различают инерционные и без инерционные радиотехнические цепи. Радиотехническая цепь, у которой значение выходного сигнала в момент времени зависит не только от значения входного сигнала в этот момент времени, но и от значений в моменты времени, предшествовавшие моменту, называется инерционной цепью. Если значение выходного сигнала в момент полностью определяется значением в тот же момент времени, то такая цепь называется безынерционной.

2 Основные характеристики линейных цепей

2.1 Характеристики в частотной области

В зависимости от характера сигналов в входе и выходе цепи передаточная функция может иметь свойства:

$$K(j\omega) = U_{\text{ВЫХ}}/U_{\text{ВХ}}$$

-коэффициента передачи по напряжению _ формула $Z(j\omega) = U_{\text{ВЫХ}}/I_{\text{ВХ}}$

-комплексного сопротивления _ формула $Y(j\omega) = I_{\text{ВЫХ}}/U_{\text{ВХ}}$

-коэффициенты передачи по току _ формула $K_I(j\omega) = I_{\text{ВЫХ}}/I_{\text{ВХ}}$

Наиболее часто используют первые две характеристики.

Частотный коэффициент передачи как комплексное число можно выразить в показательной форме через модуль и аргумент т.е

$$K(j\omega) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(\omega)e^{j\varphi_{\text{ВЫХ}}(\omega)}}{U_{\text{ВХ}}(\omega)e^{j\varphi_{\text{ВХ}}(\omega)}} = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

где:

$$K(\omega) = U_{\text{ВЫХ}}/U_{\text{ВХ}}$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_{\text{ВЫХ}}(\omega) - \varphi_{\text{ВХ}}(\omega)$$

2.2 Временные характеристики

Основными характеристиками линейных цепей во временной области являются импульсная и переходная характеристики

Импульсная характеристика – это реакция цепи на сигнал, описываемый дельта-функцией.

Переходная характеристика – реакция цепи на сигнал, представляющий собой единичный скачек.

Функциональная связь между характеристиками цепи:

$$K(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega)e^{-j\omega t} d\omega$$

$$h(t) = \frac{dg(t)}{dt}$$

$$g(t) = \int_0^t h(t) dt$$

3 Дифференцирующие и интегрирующие цепи

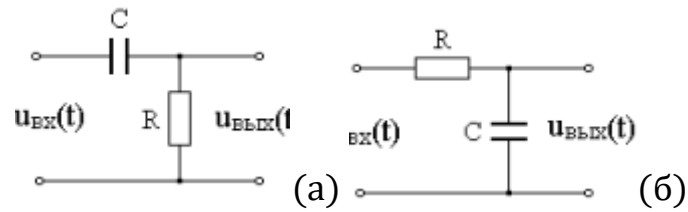


Рис .1 Дифференцирующая (а) и интегрирующая (б) цепи

3.1 Дифференцирующая цепь

Частотный коэффициент передачи

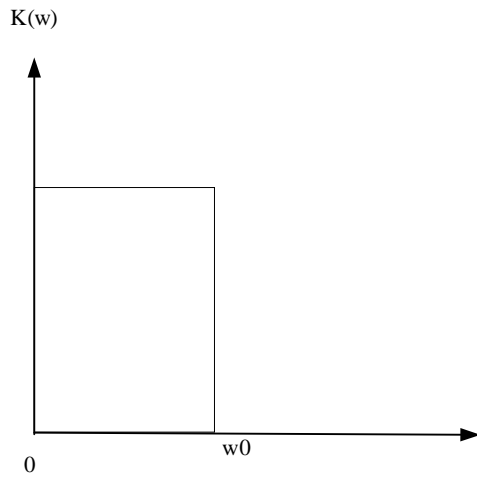
$$K(j\omega) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$

Амплитудно-частотная характеристики

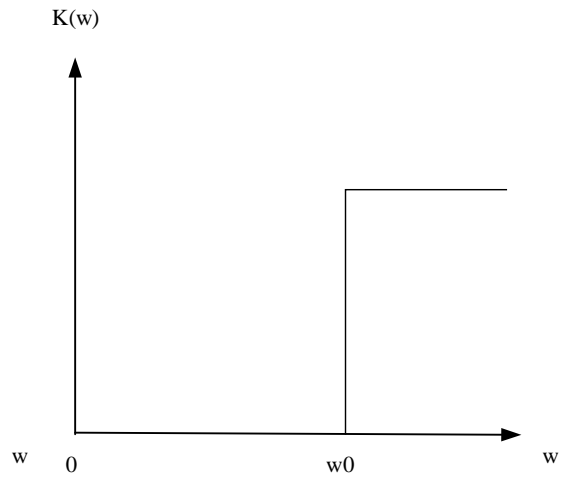
$$K(\omega) = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$$

Фазочастотная характеристика

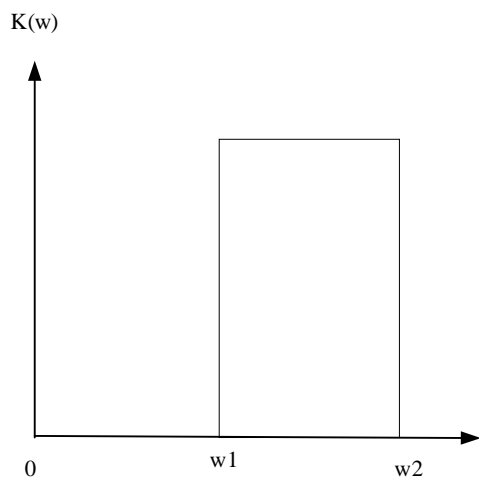
$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg\omega\tau$$



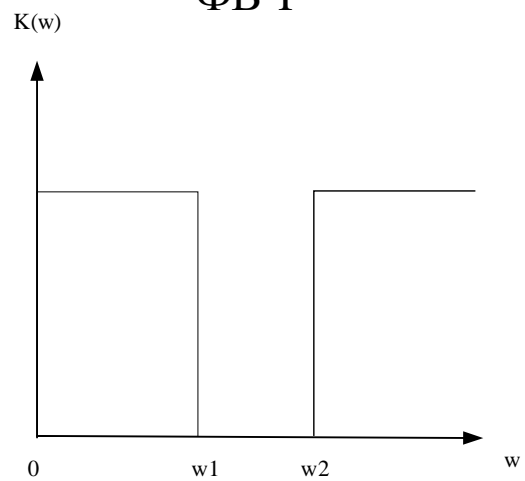
ФНЧ



ФВЧ



Полосовой фильтр



Ржекторный
фильтр

АЧХ фильтров различного типа

3.2 Интегрирующая цепь

Частотный коэффициент передачи

$$K(j\omega) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{1}{1 + j\omega t}$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

Фазочастотная характеристика

$$\varphi(\omega) = -\arctg \omega \tau$$

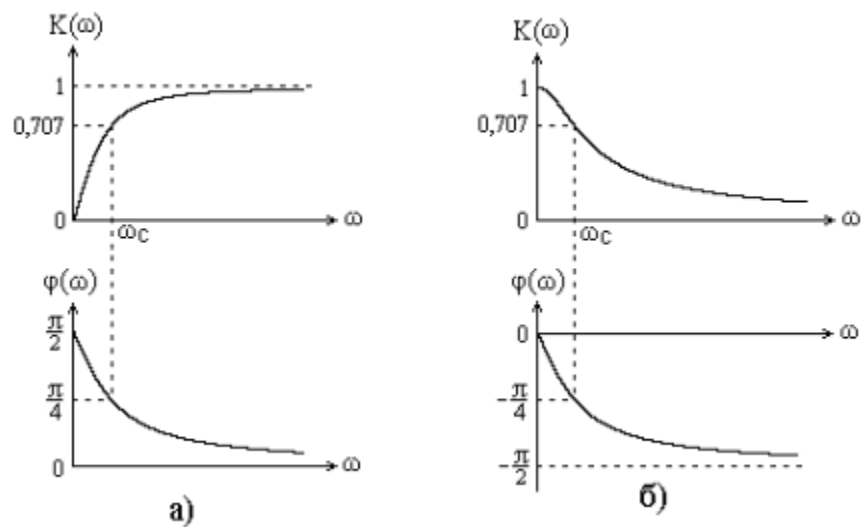


Рис 2 АЧХ и ФЧХ, дифференцирующей (а) и интегрирующей (б) цепей

4 Фильтр нижних частот

Частотный коэффициент передачи

$$Z(j\omega) = \frac{U_{\text{вых}}}{I} = \frac{R(1/j\omega C)}{R + 1/j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC} = \frac{R}{1 + j\omega \tau}$$

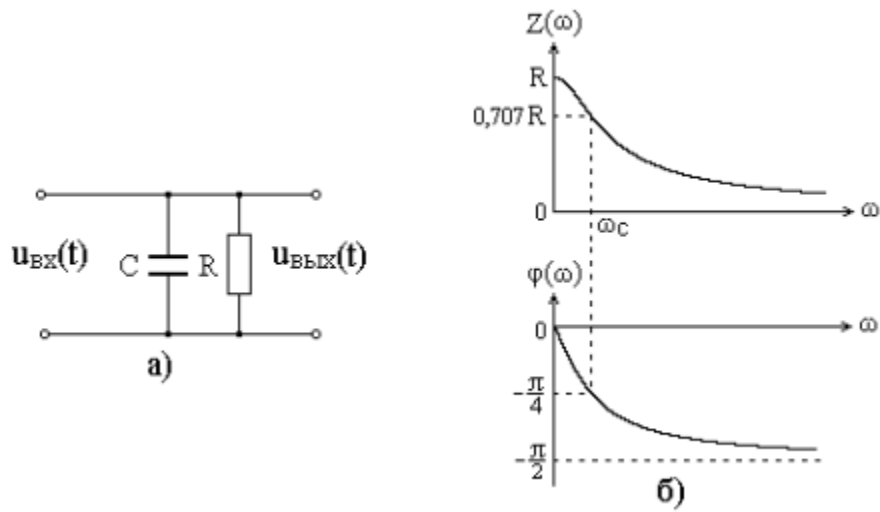
Амлитудно-чатсотная характретиска

$$Z(\omega) = \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

Фазочастотная характеристика

$$\varphi(\omega) = -\arctg \omega \tau$$

...



$$Z(j\omega) = \frac{R}{1+j\omega\tau}; \quad Z(j\omega) = Z(\omega)e^{j\varphi(\omega)};$$

$$Z(\omega) = \frac{R}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}; \quad \varphi(\omega) = -\arctg \omega \tau$$

Рис 3. Фильтр нижних частот АЧХ и ФЧХ

1. Параллельный колебательный контур

Частотный коэффициент передачи

$$Z(j\omega) = \frac{R_0}{1 + jQ \frac{2\Delta\omega}{\omega_p}} = \frac{R_0}{\sqrt{1 + Q^2 \frac{4\Delta\omega^2}{\omega_p^2}}} e^{-j \arctg Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_p}} = Z(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

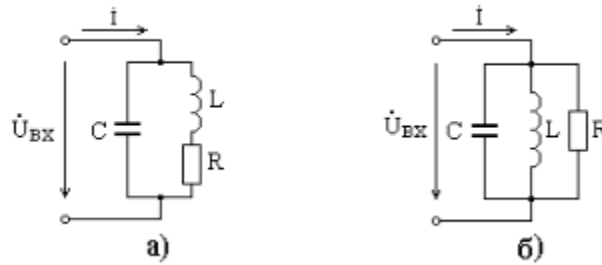


Рис 4 Параллельный колебательный контур с последовательным и параллельным включением сопротивления потерь

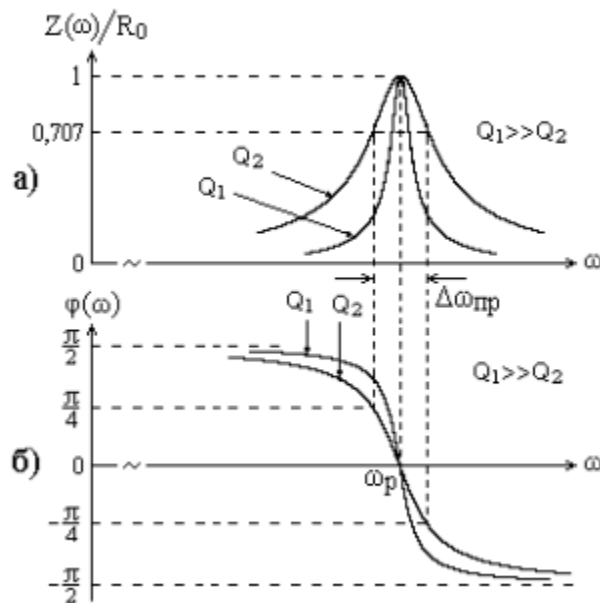


Рис 5 АЧХ (а) и ФЧХ (б) параллельного колебательного контура

2. Усилителя

1.1 Широкополосный усилитель

Частотный коэффициент передачи аperiodического усилителя

$$K(j\omega) = - \frac{SR_{\text{си}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{j\omega\tau_1} + j\omega\tau_2}} = - \frac{K_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{j\omega\tau_1} + j\omega\tau_2}}$$

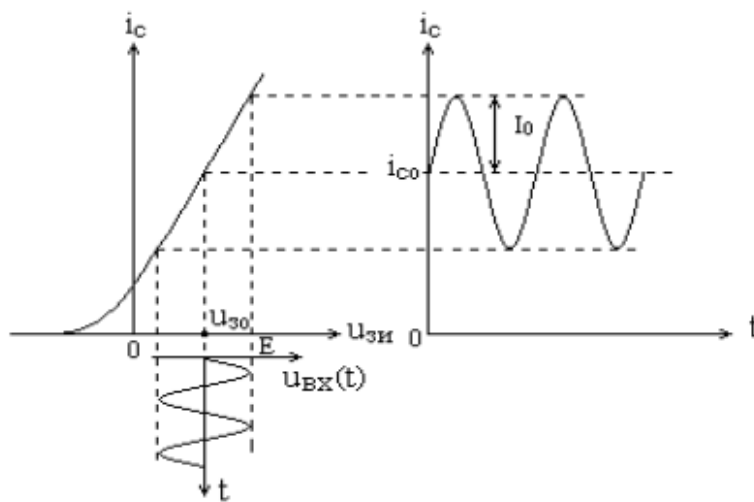


Рис 6 Графическая иллюстрация процесса усиления в линейном режиме

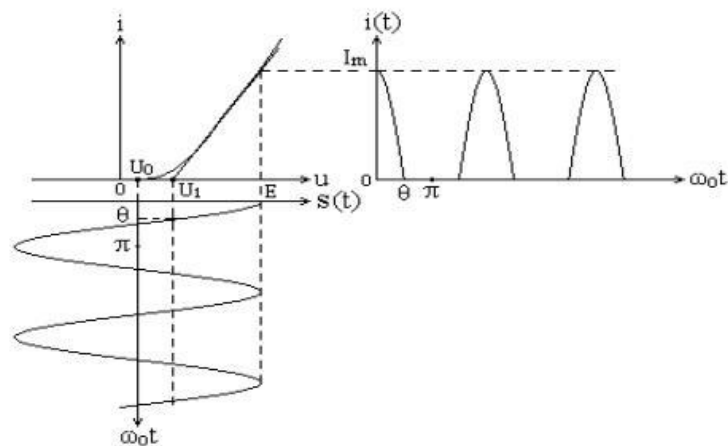


Рис7 Графическая иллюстрация процесса усиления в нелинейном режиме