Наблюдатели на основе оценивания параметров

Ведяков Алексей Алексеевич[1]

Ноябрь, 2022

[1]Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники, Санкт-Петербург, Россия

Содержание

Наблюдатель на основе оценивания параметров (PEBO)

Наблюдатель на основе оценивания параметров (англ. Parameter Estimation-Based Observers, PEBO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на сведении задачи наблюдения за переменными состояния к задаче оценивания постоянных параметров.

Наблюдатель на основе оценивания параметров

Наблюдатель на основе оценивания параметров (англ. Parameter Estimation-Based Observers, PEBO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на сведении задачи наблюдения за переменными состояния к задаче оценивания постоянных параметров.

Ключевые шаги

1. Представление (части) переменных состояния как суммы известных с точностью до постоянных множителей функций и постоянных параметров

Наблюдатель на основе оценивания параметров

Наблюдатель на основе оценивания параметров (англ. Parameter Estimation-Based Observers, PEBO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на сведении задачи наблюдения за переменными состояния к задаче оценивания постоянных параметров.

Ключевые шаги

1. Представление (части) переменных состояния как суммы известных с точностью до постоянных множителей функций и постоянных параметров
2. Получение линейной регрессии из исходной модели путем преобразований и замены переменных состояния согласно п.1

Наблюдатель на основе оценивания параметров

Наблюдатель на основе оценивания параметров (англ. Parameter Estimation-Based Observers, PEBO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на сведении задачи наблюдения за переменными состояния к задаче оценивания постоянных параметров.

Ключевые шаги

1. Представление (части) переменных состояния как суммы известных с точностью до постоянных множителей функций и постоянных параметров
2. Получение линейной регрессии из исходной модели путем преобразований и замены переменных состояния согласно п.1
3. Оценивание постоянных параметров

Наблюдатель на основе оценивания параметров

Наблюдатель на основе оценивания параметров (англ. Parameter Estimation-Based Observers, PEBO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на сведении задачи наблюдения за переменными состояния к задаче оценивания постоянных параметров.

Ключевые шаги

1. Представление (части) переменных состояния как суммы известных с точностью до постоянных множителей функций и постоянных параметров
2. Получение линейной регрессии из исходной модели путем преобразований и замены переменных состояния согласно п.1
3. Оценивание постоянных параметров
4. Использование оценок постоянных параметров, для формирования оценок неизвестных переменных состояния

Постановка задачи

Рассмотрим нелинейную систему

$$\dot{x}(t) = f_x(x(t), y(t), u(t)), \tag{1}$$

$$\dot{y}(t) = f_y(x(t), y(t), u(t)), \tag{2}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ — неизмеримые и измеримые части вектора состояния соответственно, $u \in \mathbb{R}^m$ — управляющее воздействие.

[1]Для сокращения записи зависимость от времени “(t)” далее будет опущена

Рассмотрим нелинейную систему

$$\dot{x}(t) = f_x(x(t), y(t), u(t)), \tag{1}$$

$$\dot{y}(t) = f_y(x(t), y(t), u(t)), \tag{2}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ — неизмеримые и измеримые части вектора состояния соответственно, $u \in \mathbb{R}^m$ — управляющее воздействие.

Целью является синтез динамической системы вида

$$\dot{\xi}(t) = F(\xi(t), y(t), u(t)), \tag{3}$$

$$\hat{x}(t) = G(\xi(t), y(t), u(t)), \tag{4}$$

здесь $\xi(t) \in \mathbb{R}^{n_\xi}$, такой что $\lim_{t\to\infty} \|x(t) - \hat{x}(t)\| = 0$ для любых допустимых начальных условий и определяемого далее класса входных воздействий $u(t) \in \mathcal{U}$

[1] Для сокращения записи зависимость от времени “(t)” далее будет опущена

Допущения

A0 Все функции являются достаточно гладкими, а управляющее воздействие $u(t)$ такое, что траектории системы ограничены.

Допущения

A0 Все функции являются достаточно гладкими, а управляющее воздействие $u(t)$ такое, что траектории системы ограничены.

A1 Существует три отображения

- $\phi : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_y} \to \mathbb{R}^{n_z}$,
- $\phi^L : \mathbb{R}^{n_z} \times \mathbb{R}^{n_y} \to \mathbb{R}^{n_x}$,
- $h : \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^{m} \to \mathbb{R}^{n_z}$,

такие, что

A1.1 $\phi(\cdot,\cdot)$ обратима слева:

$$\phi^L(\phi(x,y),y) = x, \quad \forall x \in R^{n_x}, y \in R^{n_y} \tag{5}$$

A1.2 Система может быть преобразована к каскадной форме:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} f_x(x,y,u) + \frac{\partial \phi}{\partial y} f_y(x,y,u) = h(x,y) \tag{6}$$

Следствия из допущений

1. Для частичной замены координат $z = \phi(x, y)$ справедливо

$$\dot{z} = h(y, u) \tag{7}$$

1. Для частичной замены координат $z = \phi(x, y)$ справедливо

$$\dot{z} = h(y, u) \tag{7}$$

2. Из **A1.1** следует, что оценка x может быть получена из y и z

$$x = \phi^L(z, y) \tag{8}$$

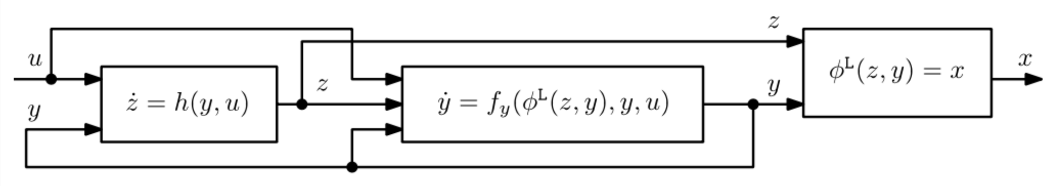


Рис. 1: Диаграмма преобразованной системы

Утверждение 1. Рассмотрим новую переменную состояния

$$\dot{\chi} = h(y, u), \tag{9}$$

где $\chi(0) \in \mathbb{R}^{n_z}$, тогда исходную систему можно представить в виде:

$$\dot{y} = \Phi(\chi, y, u, \theta), \tag{10}$$

$$x = \phi^L(\chi + \theta, y), \tag{11}$$

где $\theta \in \mathbb{R}^{n_z}$ — вектор неизвестных постоянных параметров.

Утверждение 1. Рассмотрим новую переменную состояния

$$\dot{\chi} = h(y, u), \tag{9}$$

где $\chi(0) \in \mathbb{R}^{n_z}$, тогда исходную систему можно представить в виде:

$$\dot{y} = \Phi(\chi, y, u, \theta), \tag{10}$$

$$x = \phi^L(\chi + \theta, y), \tag{11}$$

где $\theta \in \mathbb{R}^{n_z}$ — вектор неизвестных постоянных параметров.

Доказательство. Из первого следствия (7) имеет $\dot{z} = \dot{\chi}$, тогда интегрируя левую и правую часть получим:

$$z(t) = \chi(t) + \theta, \tag{12}$$

где $\theta := z(0) - \chi(0)$.

Утверждение 1

Утверждение 1. Рассмотрим новую переменную состояния

$$\dot{\chi} = h(y, u), +a \tag{9}$$

$E\{v\} \neq 0$

где $\chi(0) \in \mathbb{R}^{n_z}$, тогда исходную систему можно представить в виде:

$$\dot{y} = \Phi(\chi, y, u, \theta), \tag{10}$$

$$x = \phi^L(\chi + \theta, y), \tag{11}$$

где $\theta \in \mathbb{R}^{n_z}$ — вектор неизвестных постоянных параметров.

Доказательство. Из первого следствия (7) имеет $\dot{z} = \dot{\chi}$, тогда интегрируя левую и правую часть получим:

$$z(t) = \chi(t) + \theta, \tag{12}$$

где $\theta := z(0) - \chi(0)$.

Подставляя (12) в (8) получим (11). Подставляя (11) в (2) получим (10):

$$f_y(\phi^L(\chi + \theta, y), y(t), u(t)) =: \Phi(\chi, y, u, \theta) \tag{13}$$

Получение оценки вектора состояния

Из Утверждения 1 получим

$$\hat{x} = \phi^L(\chi + \hat{\theta}, y). \tag{14}$$

Таким образом, задача наблюдения будет решена, если будет получена оценка постоянного параметра θ.

Получение оценки вектора состояния

Из Утверждения 1 получим

$$\hat{x} = \phi^L(\chi + \hat{\theta}, y). \tag{14}$$

Таким образом, задача наблюдения будет решена, если будет получена оценка постоянного параметра θ.

Допущение А2 Существуют отображения

$$H : \mathbb{R}^{n_z} \times \mathbb{R}^{n_\zeta} \times \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^{n_m} \to \mathbb{R}^{n_\zeta}, \qquad N : \mathbb{R}^{n_z} \times \mathbb{R}^{n_\zeta} \times \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^{n_m} \to \mathbb{R}^{n_z}, \tag{15}$$

где $n_\xi > 0$, такие, что алгоритм оценивания параметров

$$\dot{\zeta} = H(\chi, \xi, y, u), \qquad \hat{\theta} = N(\chi, \zeta, y, u), \tag{16}$$

на основе модели и уравнения (10) гарантирует ограниченность ζ и

$$\lim_{t\to\infty} \left|\theta - \hat{\theta}(t)\right| = 0, \tag{17}$$

для любых допустимых начальных условий и соответствующего внешнего воздействия $u(t) \in \mathcal{U}$

Основной результат

Искомый наблюдатель имеет вид

$$\xi := \mathrm{col}(\chi, \zeta), \tag{18}$$

$$F(\xi, y, u) := \begin{bmatrix} h(y, u) \\ H(\chi, \zeta, y, u) \end{bmatrix}, \tag{19}$$

$$G(\xi, y, u) := \phi^L(\chi + N(\chi, \zeta, y, u), y). \tag{20}$$

Основной результат

Искомый наблюдатель имеет вид

$$\xi := \mathrm{col}(\chi, \zeta), \tag{18}$$

$$F(\xi, y, u) := \begin{bmatrix} h(y, u) \\ H(\chi, \zeta, y, u) \end{bmatrix}, \tag{19}$$

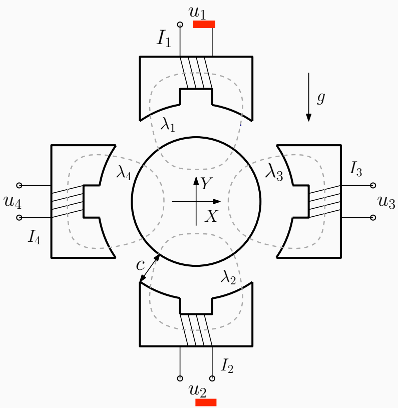
$$G(\xi, y, u) := \phi^L(\chi + N(\chi, \zeta, y, u), y). \tag{20}$$

Замечания

1. Метод может быть применен для систем с неизвестными постоянными параметрами, при выполнении **Допущения А2**
2. Требуется решить уравнение в частных производных (6) из **Допущения А1.2** и найти $\phi(x, y)$ со «свободной» функцией $h(y, u)$, причем должна существовать $\phi^L(\phi(x, y), y)$
3. При наличии смещений в измеряемых сигналов интегрирование $h(y, u)$ может приводить к бесконечно растущей ошибке и требуется использование дополнительных техник

Пример 1. Система магнитной левитации (MagLev)

Система магнитной левитации (MagLev)



Рассмотрим динамическую модель движения в вертикальной плоскости

$$\dot{\lambda}_i = -RI_i + u_i, \quad i = 1, 2 \tag{21}$$

$$m\ddot{Y} = f_1 - f_2 - mg, \tag{22}$$

где $\lambda \in \mathbb{R}^2$, $i \in \mathbb{R}^2$, $u \in \mathbb{R}^2$ — магнитные потоки, силы тока и напряжения обмоток электромагнитов соответственно, $Y \in \mathbb{R}$ — положение левитирующего тела, f_1 и f_2 — силы притяжения первого и второго электромагнитов, R — сопротивление обмоток, m — масса левитирующего тела, c — величина воздушного зазора для нулевого положения.

Целью является построение оценки магнитного потока λ на основе измерений u и i

Допущения

A1 Движения в вертикальной и горизонтальной плоскости могут быть рассмотрены независимо.

Допущения

A1 Движения в вертикальной и горизонтальной плоскости могут быть рассмотрены независимо.

A2 Магнитный поток, положение тела и ток в катушках связаны следующим соотношением

$$I_i = \frac{1}{k}(c + (-1)^i Y)\lambda_i, \tag{23}$$

где k — постоянный параметр.

Допущения

A1 Движения в вертикальной и горизонтальной плоскости могут быть рассмотрены независимо.

A2 Магнитный поток, положение тела и ток в катушках связаны следующим соотношением

$$I_i = \frac{1}{k}(c + (-1)^i Y)\lambda_i, \tag{23}$$

где k — постоянный параметр.

A3 Силы притяжения электромагнитов удовлетворяют следующим условиям

$$f_i = \frac{1}{2k}\lambda_i^2 \tag{24}$$

Получение регрессионной модели

Из (21) получим
$$\lambda_i = \theta_i + \psi_i, \tag{25}$$
где $\psi_i(t) = \int_0^t (-RI_i(\tau) + u_i(\tau))d\tau$, $\theta_i = \lambda_i(0)$.

Из (21) получим
$$\lambda_i = \theta_i + \psi_i, \tag{25}$$

где $\psi_i(t) = \int_0^t (-RI_i(\tau) + u_i(\tau))d\tau$, $\theta_i = \lambda_i(0)$.

Из уравнений
$$I_1 = \frac{1}{k}(c - Y)\lambda_1, \qquad I_2 = \frac{1}{k}(c + Y)\lambda_2, \tag{26}$$

получим
$$I_1\lambda_2 + I_2\lambda_1 = \frac{2c}{k}\lambda_1\lambda_2, \tag{27}$$

Получение регрессионной модели

Из (21) получим
$$\lambda_i = \theta_i + \psi_i, \tag{25}$$
где $\psi_i(t) = \int_0^t (-RI_i(\tau) + u_i(\tau))d\tau$, $\theta_i = \lambda_i(0)$.

Из уравнений
$$I_1 = \frac{1}{k}(c - Y)\lambda_1, \qquad I_2 = \frac{1}{k}(c + Y)\lambda_2, \tag{26}$$
получим
$$I_1\lambda_2 + I_2\lambda_1 = \frac{2c}{k}\lambda_1\lambda_2, \tag{27}$$

Подставляя (25) в (27), получим
$$I_1(\theta_2 + \psi_2) + I_2(\theta_1 + \psi_1) = \frac{2c}{k}(\theta_1 + \psi_1)(\theta_2 + \psi_2). \tag{28}$$

Получение регрессионной модели

Из (21) получим
$$\lambda_i = \theta_i + \psi_i, \tag{25}$$

где $\psi_i(t) = \int_0^t(-RI_i(\tau) + u_i(\tau))d\tau$, $\theta_i = \lambda_i(0)$.

Из уравнений
$$I_1 = \frac{1}{k}(c - Y)\lambda_1, \qquad I_2 = \frac{1}{k}(c + Y)\lambda_2, \tag{26}$$

получим
$$I_1\lambda_2 + I_2\lambda_1 = \frac{2c}{k}\lambda_1\lambda_2, \tag{27}$$

Подставляя (25) в (27), получим
$$I_1(\theta_2 + \psi_2) + I_2(\theta_1 + \psi_1) = \frac{2c}{k}(\theta_1 + \psi_1)(\theta_2 + \psi_2). \tag{28}$$

Полученное уравнение является линейной регрессией
$$\underbrace{-I_1\psi_2 - I_2\psi_1 + \frac{2c}{k}\psi_1\psi_2}_{z_1} = \theta_1\underbrace{\left(I_2 - \frac{2c}{k}\psi_2\right)}_{\xi_1} + \theta_2\underbrace{\left(I_1 - \frac{2c}{k}\psi_1\right)}_{\xi_2} - \frac{2c}{k}\theta_1\theta_2 \tag{29}$$

«Расширение»

Применим к регрессионной модели

$$z = \theta_1\xi_1 + \theta_2\xi_2 + \theta_1\theta_2\xi_3 \tag{30}$$

фильтры $\frac{\nu_j}{p+\nu_j}, j = 1, 2$, и получим два дополнительных регрессионных уравнения, которые вместе с исходным можно записать в матричной форме

$$\mathcal{Z} = \Omega\Theta, \tag{31}$$

где

$$\Omega := \begin{bmatrix} \xi_2 & \xi_1 & -\frac{2c}{k} \\ \xi_2^{f_1} & \xi_1^{f_1} & -(\frac{2c}{k})^{f_1} \\ \xi_2^{f_2} & \xi_1^{f_2} & -(\frac{2c}{k})^{f_2} \end{bmatrix}, \qquad \Theta := \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_1\theta_2 \end{bmatrix}, \tag{32}$$

индексом f_i обозначены фильтрованные сигналы:

$$(\cdot)^{f_j} := \frac{\nu_j}{p+\nu_j}(\cdot), \ j = 1, 2 \tag{33}$$

Умножая регрессионную модель

$$\mathcal{Z} = \Omega\Theta \tag{34}$$

слева на союзную матрицу для Ω, и, используя тот факт что

$$\operatorname{adj}\{\Omega\}\Omega = \det\Omega I_{3\times 3}, \tag{35}$$

получим

$$\mathcal{Y} = \Delta\Theta, \tag{36}$$

где $\mathcal{Y} = \operatorname{adj}\{\Omega\}\mathcal{Z}$, $\Delta = \det\Omega$.

Умножая регрессионную модель

$$\mathcal{Z} = \Omega\Theta \tag{34}$$

слева на союзную матрицу для Ω, и, используя тот факт что

$$\mathrm{adj}\{\Omega\}\Omega = \det\Omega I_{3\times 3}, \tag{35}$$

получим

$$\mathcal{Y} = \Delta\Theta, \tag{36}$$

где $\mathcal{Y} = \mathrm{adj}\{\Omega\}\mathcal{Z}$, $\Delta = \det\Omega$.

Уравнение (36) можно расписать по компонентам

$$\mathcal{Y}_i = \theta_i\Delta, \quad i = 1, 2, \tag{37}$$

$$\mathcal{Y}_3 = \theta_1\theta_2\Delta \tag{38}$$

К скалярным уравнениям (37)–(38) можно применить градиентный метод и получить оценки параметров θ_1 и θ_2

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_\lambda \Delta(\mathcal{Y}_i - \Delta\hat{\theta}_i),\ i = 1, 2, \tag{39}$$

Оценивание

К скалярным уравнениям (37)–(38) можно применить градиентный метод и получить оценки параметров θ_1 и θ_2

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_\lambda \Delta(\mathcal{Y}_i - \Delta\hat{\theta}_i),\ i = 1, 2, \tag{39}$$

После чего можно построить оценку значение магнитного потока

$$\hat{\lambda} = \psi + \hat{\theta}. \tag{40}$$

К скалярным уравнениям (37)–(38) можно применить градиентный метод и получить оценки параметров θ_1 и θ_2

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_\lambda \Delta(\mathcal{Y}_i - \Delta\hat{\theta}_i), \; i = 1, 2, \tag{39}$$

После чего можно построить оценку значение магнитного потока

$$\hat{\lambda} = \psi + \hat{\theta}. \tag{40}$$

Если $\Delta(t) \notin \mathcal{L}_2$, то

$$\lim_{t\to\infty} \left|\lambda(t) - \hat{\lambda}(t)\right| = 0. \tag{41}$$

Результаты моделирования

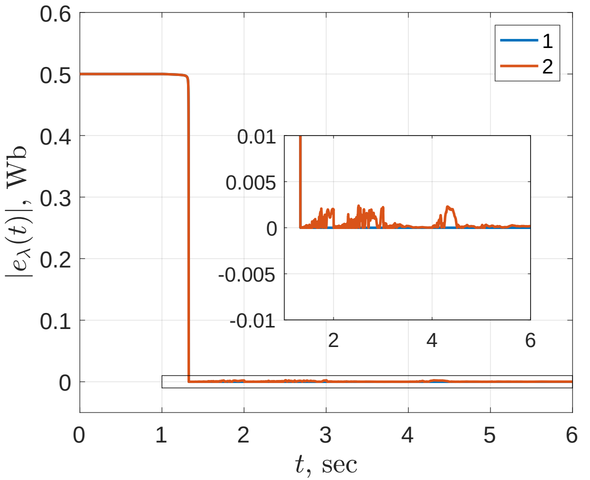
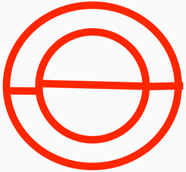


Рис. 2: Ошибка оценивания потока в замкнутой системы: 1 — без помех измерения, 2 — при наличии помех измерения

Пример 2. Синхронный двигатель с постоянными магнитами (СДПМ, PMSM)

Синхронный двигатель с постоянными магнитами (СДПМ, PMSM)

Рассмотрим $\alpha\beta$-модель неявнополюсного СДПМ



$$\dot{\theta} = \omega, \tag{42}$$

$$J\dot{\omega} = n_p i^\top \mathcal{J} \lambda - \tau_L, \tag{43}$$

$$\lambda = Li + \lambda_m \begin{bmatrix} \cos(n_p\theta) \\ \sin(n_p\theta) \end{bmatrix}, \tag{44}$$

$$\dot{\lambda} = u - Ri, \tag{45}$$

где $\theta \in \mathbb{R}$ — угол поворота ротора, $\omega \in \mathbb{R}$ — угловая скорость ротора, $\lambda \in \mathbb{R}^2$ — магнитный поток, $u \in \mathbb{R}^2$ — напряжение на обмотках статора, $u \in \mathbb{R}^2$ — сила тока в обмотках статора, J — момент инерции ротора, $n_p \in \mathbb{N}_+$ — количество пар полюсов, $\lambda_m > 0$ — магнитный поток создаваемый магнитами, $\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ и τ_L — постоянный момент нагрузки.

Целью является получение оценки θ на основе измерений i и u

Преобразование координат

Шаг 1. Рассмотрим преобразование $\phi(\theta)$

$$\chi := \phi(\theta) = \lambda_m \begin{bmatrix} \cos(n_p\theta) \\ \sin(n_p\theta) \end{bmatrix}, \tag{46}$$

и найдем обратное

$$\theta = \phi^L(\chi) = \frac{1}{n_p} \arctan \frac{\chi_2}{\chi_1}. \tag{47}$$

Замена неизвестной переменной

Дифференцируя

$$\lambda = Li + \chi, \tag{48}$$

и подставляя $\dot{\lambda} = -Ri + u$ получим

$$\dot{\chi} = u - Ri + L\frac{d}{dt}i. \tag{49}$$

Замена неизвестной переменной

Дифференцируя

$$\lambda = Li + \chi, \tag{48}$$

и подставляя $\dot{\lambda} = -Ri + u$ получим

$$\dot{\chi} = u - Ri + L\frac{d}{dt}i. \tag{49}$$

Интегрируя (49) получим

$$\chi = m(t) + \eta, \tag{50}$$

где $m(t) = Li + \int_0^t (u(\tau) - Ri(\tau))\mathrm{d}\tau$ может быть рассчитан на основе измеряемых сигналов, η — неизвестный параметр связанный с начальными условиями.

Получение регрессионной модели

Рассмотрим $\chi^\top \chi$:

$$\chi^\top \chi = m^\top(t)m(t) + 2m^\top(t)\eta + \eta^\top \eta. \tag{51}$$

Получение регрессионной модели

Рассмотрим $\chi^\top \chi$:

$$\chi^\top \chi = m^\top(t)m(t) + 2m^\top(t)\eta + \eta^\top \eta. \tag{51}$$

С другой стороны $\chi^\top \chi = \lambda_m^2$. Тогда получим

$$-m^\top(t)m(t) = 2m^\top(t)\eta + C, \tag{52}$$

где $C = \eta^\top \eta - \lambda_m^2$.

Получение регрессионной модели

Рассмотрим $\chi^\top \chi$:

$$\chi^\top \chi = m^\top(t)m(t) + 2m^\top(t)\eta + \eta^\top \eta. \tag{51}$$

С другой стороны $\chi^\top \chi = \lambda_m^2$. Тогда получим

$$-m^\top(t)m(t) = \underline{2m^\top(t)}\eta + C, \tag{52}$$

где $C = \eta^\top \eta - \lambda_m^2$.

Применив дифференцирующий фильтр $W(p) = \frac{\alpha p}{p+\alpha}$ избавимся от постоянного слагаемого и, пренебрегая экспоненциально затухающим слагаемым, получим

$$y(t) = \phi^\top(t)\eta \tag{53}$$

где $y(t) = -\frac{\alpha p}{p+\alpha} m^\top(t)m(t)$, $\phi(t) = 2\frac{\alpha p}{p+\alpha} m(t)$

«Расширение» регрессионной модели

Применим фильтр $W(p) = \frac{\alpha p}{p+\alpha}$ к полученной регрессии (53) для получения еще одного уравнения:

$$y_f(t) = \phi_f^\top(t)\eta, \tag{54}$$

где $y_f(t) = \frac{\alpha p}{p+\alpha} y(t)$, $\phi_f(t) = \frac{\alpha p}{p+\alpha}\phi(t)$.

«Расширение» регрессионной модели

Применим фильтр $W(p) = \frac{\alpha p}{p+\alpha}$ к полученной регрессии (53) для получения еще одного уравнения:

$$y_f(t) = \phi_f^\top(t)\eta, \tag{54}$$

где $y_f(t) = \frac{\alpha p}{p+\alpha} y(t)$, $\phi_f(t) = \frac{\alpha p}{p+\alpha}\phi(t)$.

Запишем полученные уравнения в матричной форме

$$Y(t) = \Phi\eta, \tag{55}$$

где

$$Y(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}, \qquad \Phi(t) = \begin{bmatrix} \phi^\top(t) \\ \phi^\top(t) \end{bmatrix} \tag{56}$$

Применим шаг «смешивания» из DREM к модели (55) и получим набор скалярных уравнений

$$Z(t) = \Delta(t)\eta, \tag{57}$$

где

$$Z(t) := \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \mathrm{adj}\{\Phi(t)\}Y(t), \quad \Delta(t) := \det\{\Phi(t)\} \in \mathbb{R}^1 \tag{58}$$

Оценивание неизвестных параметров и переменных

Оценим неизвестные параметры из полученных скалярных регрессий (57) с помощью градиентного метода:

$$\dot{\hat{\eta}}_i = \gamma_i \Delta(t)(z_i - \Delta(t)\hat{\eta}_i), \quad i = 1, 2 \tag{59}$$

Восстановим значение χ:

$$\hat{\chi}(t) = m(t) + \hat{\eta}. \tag{60}$$

После чего построим оценку угла поворота ротора

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n_p} \arctan \frac{\hat{\chi}_2}{\hat{\chi}_1} \tag{61}$$

Заключение

Заключение

- Метод позволяет синтезировать наблюдатели для систем приводимых к каскадной форме
- При использовании DREM для параметров гарантируется нестрогая монотонная сходимость: отсутствие пиков и колебаний
- Возможно получение оценок параметров и переменных состояния за конечное время