Адаптивные наблюдатели на основе DREM

Ведяков Алексей Алексеевич[1]

Ноябрь, 2022

[1]Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники, Санкт-Петербург, Россия

Содержание

Адаптивные наблюдатели на основе DREM (DREMBAO)

Адаптивные наблюдатели на основе DREM

Адаптивные наблюдатели на основе DREM (англ. DREM-Based Adaptive Observers, DREMBAO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на получение регрессионной модели, где неизвестными являются как постоянные параметры, так и неизмеряемые элементы вектора состояния.

Адаптивные наблюдатели на основе DREM (англ. DREM-Based Adaptive Observers, DREMBAO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на получение регрессионной модели, где неизвестными являются как постоянные параметры, так и неизмеряемые элементы вектора состояния.

Адаптивные наблюдатели на основе DREM (англ. DREM-Based Adaptive Observers, DREMBAO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на получение регрессионной модели, где неизвестными являются как постоянные параметры, так и неизмеряемые элементы вектора состояния.

Шаг 1. Получение α-параметризованной регрессионной модели относительно неизвестных параметров и неизмеряемых элементов вектора состояния

Адаптивные наблюдатели на основе DREM (англ. DREM-Based Adaptive Observers, DREMBAO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на получение регрессионной модели, где неизвестными являются как постоянные параметры, так и неизмеряемые элементы вектора состояния.

Шаг 1. Получение α-параметризованной регрессионной модели относительно неизвестных параметров и неизмеряемых элементов вектора состояния

Шаг 2. «Расширение»: формирования набора регрессионных моделей из исходной путем задания различных значений α

Адаптивные наблюдатели на основе DREM (англ. DREM-Based Adaptive Observers, DREMBAO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на получение регрессионной модели, где неизвестными являются как постоянные параметры, так и неизмеряемые элементы вектора состояния.

Шаг 1. Получение α-параметризованной регрессионной модели относительно неизвестных параметров и неизмеряемых элементов вектора состояния

Шаг 2. «Расширение»: формирования набора регрессионных моделей из исходной путем задания различных значений α

Шаг 3. Применение «смешивания» из DREM для формирования набора скалярных регрессионных уравнений

Адаптивные наблюдатели на основе DREM (англ. DREM-Based Adaptive Observers, DREMBAO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на получение регрессионной модели, где неизвестными являются как постоянные параметры, так и неизмеряемые элементы вектора состояния.

Шаг 1. Получение α-параметризованной регрессионной модели относительно неизвестных параметров и неизмеряемых элементов вектора состояния

Шаг 2. «Расширение»: формирования набора регрессионных моделей из исходной путем задания различных значений α

Шаг 3. Применение «смешивания» из DREM для формирования набора скалярных регрессионных уравнений

Шаг 4. Оценивание неизвестных параметров с помощью градиентного метода из соответствующих скалярных регрессий

Адаптивные наблюдатели на основе DREM (англ. DREM-Based Adaptive Observers, DREMBAO) — метод синтеза наблюдателей для нелинейных систем, основанный на получение регрессионной модели, где неизвестными являются как постоянные параметры, так и неизмеряемые элементы вектора состояния.

Шаг 1. Получение α-параметризованной регрессионной модели относительно неизвестных параметров и неизмеряемых элементов вектора состояния

Шаг 2. «Расширение»: формирования набора регрессионных моделей из исходной путем задания различных значений α

Шаг 3. Применение «смешивания» из DREM для формирования набора скалярных регрессионных уравнений

Шаг 4. Оценивание неизвестных параметров с помощью градиентного метода из соответствующих скалярных регрессий

Шаг 5. Синтез наблюдателя неизмеряемых состояний с использованием полученных скалярных уравнений и оценок параметров

Постановка задачи

Рассмотрим нелинейную систему

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), \theta_\rho),$$
$$y(t) = h(x(t))$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ — сигнал управления, $y(t) \in \mathbb{R}^s$ — измеримые выходные сигналы и $\theta_\rho \in \mathbb{R}^\rho$ — вектор неизвестных постоянных параметров.

Постановка задачи

Рассмотрим нелинейную систему

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), \theta_\rho),\\
y(t) &= h(x(t))
\end{aligned}
$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ — сигнал управления, $y(t) \in \mathbb{R}^s$ — измеримые выходные сигналы и $\theta_\rho \in \mathbb{R}^\rho$ — вектор неизвестных постоянных параметров.

Целью является синтез динамической системы вида

$$
\begin{aligned}
\dot{\zeta}(t) &= F_\zeta(y(t), \zeta(t), u(t), \hat{\theta}_\rho(t)),\\
\dot{\hat{\theta}}_\rho(t) &= F_\theta(y(t), \zeta(t), u(t), \hat{\theta}_\rho(t)),\\
\hat{x}(t) &= G(y(t), \zeta(t), u(t), \hat{\theta}_\rho(t)),
\end{aligned}
$$

здесь $\zeta(t) \in \mathbb{R}^{n_\zeta}$ и $\hat{\theta}_\rho(t) \in \mathbb{R}^\rho$, такой что

$$
\lim_{t\to\infty} \|x(t) - \hat{x}(t)\| = 0, \quad \lim_{t\to\infty} \left\|\theta_\rho(t) - \hat{\theta}_\rho(t)\right\| = 0.
$$

Допущения

A0 Все функции являются достаточно гладкими, а управляющее воздействие $u(t)$ такое, что траектории системы ограничены.

[1] Для сокращения записи зависимость от времени “(t)” далее будет опущена

Допущения

A0 Все функции являются достаточно гладкими, а управляющее воздействие $u(t)$ такое, что траектории системы ограничены.

A1 Существует (возможно частичное) преобразование координат $\chi = \phi(x)$, $\chi \in \mathbb{R}^q$, $q \leq n$, такое, что динамика χ зависит только от измеримых входного u и выходного y сигналов, зависимость от неизвестных параметров θ_ρ линейная

$$\underline{\dot{\chi}} = H(y, u)\theta_\rho + \omega(y, u).$$

[1]Для сокращения записи зависимость от времени “(t)” далее будет опущена

Допущения

- **A0** Все функции являются достаточно гладкими, а управляющее воздействие $u(t)$ такое, что траектории системы ограничены.
- **A1** Существует (возможно частичное) преобразование координат $\chi = \phi(x)$, $\chi \in \mathbb{R}^q$, $q \leq n$, такое, что динамика χ зависит только от измеримых входного u и выходного y сигналов, зависимость от неизвестных параметров θ_ρ линейная

$$\dot{\chi} = H(y, u)\theta_\rho + \omega(y, u).$$

- **A2** Преобразование $\phi(x)$ — *инъективно*.

[1]Для сокращения записи зависимость от времени "(t)" далее будет опущена

Допущения

A0 Все функции являются достаточно гладкими, а управляющее воздействие $u(t)$ такое, что траектории системы ограничены.

A1 Существует (возможно частичное) преобразование координат $\chi = \phi(x)$, $\chi \in \mathbb{R}^q$, $q \leq n$, такое, что динамика χ зависит только от измеримых входного u и выходного y сигналов, зависимость от неизвестных параметров θ_ρ линейная

$$\underline{\dot{\chi} = H(y,u)\theta_\rho + \omega(y,u).}$$

A2 Преобразование $\phi(x)$ — *инъективно*.

A3 Система удовлетворяет некоторому алгебраическому уравнению

$$\varphi^\top(y,u)\begin{bmatrix}\theta_l \\ \phi(x)\end{bmatrix} = c(y,u),$$

где $\theta_l \in \mathbb{R}^l$ — вектор неизвестных постоянных параметров

[1] Для сокращения записи зависимость от времени "(t)" далее будет опущена

Шаги синтеза DREMBAO наблюдателя

Шаг 1. Определить преобразование координат $\chi = \phi(x)$

$$\dot{\chi} = \underline{H(t)}\theta_p + \underline{\omega(t)} \tag{1}$$

[2] Для упрощения записи будем использовать следующую нотацию $(\cdot)(\underline{u, y})$: $(\cdot)(t) := (\cdot)(u(t), y(t))$

Шаги синтеза DREMBAO наблюдателя

Шаг 1. Определить преобразование координат $\chi = \phi(x)$

$$\dot{\chi} = H(t)\theta_p + \omega(t)$$

Шаг 2. Получить линейно-регрессионное ограничение из (1), используя α-параметризованную фильтрацию

$$\varphi^\top(t, \underline{\alpha}) \begin{bmatrix} \theta_l \\ \phi(x) \end{bmatrix} = c(t, \underline{\alpha})$$

[2]Для упрощения записи будем использовать следующую нотацию $(\cdot)(u, y)$: $(\cdot)(t) := (\cdot)(u(t), y(t))$

Шаги синтеза DREMBAO наблюдателя

Шаг 1. Определить преобразование координат $\chi = \phi(x)$

$$\dot{\chi} = H(t)\theta_p + \omega(t)$$

Шаг 2. Получить линейно-регрессионное ограничение из (1), используя α-параметризованную фильтрацию

$$\varphi^\top(t,\alpha)\begin{bmatrix}\theta_l \\ \phi(x)\end{bmatrix} = c(t,\alpha)$$

Шаг 3. Используя $N = \rho + l + q$ различных значений α из (2), получить N регрессий, после чего применить шаг «смешивания» из DREM для получения N скалярных регрессионных уравнений

[2] Для упрощения записи будем использовать следующую нотацию $(\cdot)(u, y)$: $(\cdot)(t) := (\cdot)(u(t), y(t))$

Шаги синтеза DREMBAO наблюдателя

Шаг 1. Определить преобразование координат $\chi = \phi(x)$

$$\dot{\chi} = H(t)\theta_p + \omega(t)$$

Шаг 2. Получить линейно-регрессионное ограничение из (1), используя α-параметризованную фильтрацию

$$\varphi^\top(t,\alpha)\begin{bmatrix}\theta_l\\ \phi(x)\end{bmatrix} = c(t,\alpha)$$

Шаг 3. Используя $N = \rho + l + q$ различных значений α из (2), получить N регрессий, после чего применить шаг «смешивания» из DREM для получения N скалярных регрессионных уравнений

Шаг 4. Оценить параметры из $\rho + l$ регрессионных моделей

[2] Для упрощения записи будем использовать следующую нотацию $(\cdot)(u,y)$: $(\cdot)(t) := (\cdot)(u(t),y(t))$

Шаги синтеза DREMBAO наблюдателя

Шаг 1. Определить преобразование координат $\chi = \phi(x)$

$$\dot{\chi} = H(t)\theta_p + \omega(t)$$

Шаг 2. Получить линейно-регрессионное ограничение из (1), используя α-параметризованную фильтрацию

$$\varphi^\top(t,\alpha)\begin{bmatrix}\theta_l \\ \phi(x)\end{bmatrix} = c(t,\alpha)$$

Шаг 3. Используя $N = \rho + l + q$ различных значений α из (2), получить N регрессий, после чего применить шаг «смешивания» из DREM для получения N скалярных регрессионных уравнений

Шаг 4. Оценить параметры из $\rho + l$ регрессионных моделей

Шаг 5. Синтезировать градиентный наблюдатель для χ, используя скалярные регрессии относящиеся к χ, после чего получить оценку x

[2]Для упрощения записи будем использовать следующую нотацию $(\cdot)(u,y)$: $(\cdot)(t) := (\cdot)(u(t),y(t))$

Лемма о перестановках (Swapping Lemma) Рассмотрим дифференцируемые сигналы $x : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и $y : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и устойчивую передаточную функцию $W(s)$

$$W(s) = C^\top (sI - A)^{-1} B + d.$$

Лемма о перестановках (Swapping Lemma) Рассмотрим дифференцируемые сигналы $x : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и $y : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и устойчивую передаточную функцию $W(s)$

$$W(s) = C^\top (sI - A)^{-1} B + d.$$

W(s)[ax]=aW(s)[x]

Тогда справедливо

$$W(s)x^\top y = x^\top W(s) y + W_c(s) \left(\left(W_b(s) y^\top \right) \dot{x} \right),$$

где $W_c(s) = -C^\top (sI - A)^{-1}$, $W_b(s) = (sI - A)^{-1} B$

Лемма о перестановках (Swapping Lemma) Рассмотрим дифференцируемые сигналы $x : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и $y : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и устойчивую передаточную функцию $W(s)$

$$W(s) = C^\top (sI - A)^{-1} B + d.$$

Тогда справедливо

$$W(s) x^\top y = x^\top W(s) y + W_c(s) \left(\left(W_b(s) y^\top \right) \dot{x} \right),$$

где $W_c(s) = -C^\top (sI - A)^{-1}$, $W_b(s) = (sI - A)^{-1} B$

Пример $x(t), y(t) \in \mathbb{R}$, $W(p) = \frac{\alpha}{p+\alpha}$, $p = d/dt$.

Для $W(p)$ матрицы A, B, C, d:

Лемма о перестановках (Swapping Lemma) Рассмотрим дифференцируемые сигналы $x : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и $y : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и устойчивую передаточную функцию $W(s)$

$$W(s) = C^\top (sI - A)^{-1} B + d.$$

Тогда справедливо

$$\underline{W(s) x^\top y = x^\top W(s) y + W_c(s) \left(\left(W_b(s) y^\top \right) \dot{x} \right)},$$

где $W_c(s) = -C^\top (sI - A)^{-1}$, $W_b(s) = (sI - A)^{-1} B$

Пример $x(t), y(t) \in \mathbb{R}$, $W(p) = \frac{\alpha}{p + \alpha}$, $p = d/dt$.

Для $W(p)$ матрицы A, B, C, d:

$$A = \alpha, \quad B = \alpha, \quad C = 1, \quad d = 0$$

Лемма о перестановках (Swapping Lemma) Рассмотрим дифференцируемые сигналы $x:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}^n$ и $y:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}^n$ и устойчивую передаточную функцию $W(s)$

$$W(s) = C^\top(sI - A)^{-1}B + d.$$

Тогда справедливо

$$W(s)x^\top y = x^\top W(s)y + W_c(s)\left(\left(W_b(s)y^\top\right)\dot{x}\right),$$

где $W_c(s) = -C^\top(sI - A)^{-1}$, $W_b(s) = (sI - A)^{-1}B$

Пример $x(t), y(t) \in \mathbb{R}$, $W(p) = \frac{\alpha}{p+\alpha}$, $p = d/dt$.

Для $W(p)$ матрицы A, B, C, d:

$$A = \alpha, \quad B = \alpha, \quad C = 1, \quad d = 0$$

Тогда $W_b = \frac{\alpha}{p+\alpha}$, $W_c = -\frac{1}{p+\alpha}$ и

Лемма о перестановках (Swapping Lemma) Рассмотрим дифференцируемые сигналы $x : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и $y : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ и устойчивую передаточную функцию $W(s)$

$$W(s) = C^\top (sI - A)^{-1} B + d.$$

Тогда справедливо

$$W(s)x^\top y = x^\top W(s) y + W_c(s) \left(\left(W_b(s) y^\top \right) \dot{x} \right),$$

где $W_c(s) = -C^\top (sI - A)^{-1}$, $W_b(s) = (sI - A)^{-1} B$

Пример $x(t), y(t) \in \mathbb{R}$, $W(p) = \frac{\alpha}{p+\alpha}$, $p = d/dt$.

Для $W(p)$ матрицы A, B, C, d:

$$A = \alpha, \quad B = \alpha, \quad C = 1, \quad d = 0$$

Тогда $W_b = \frac{\alpha}{p+\alpha}$, $W_c = -\frac{1}{p+\alpha}$ и

$$\frac{\alpha}{p+\alpha} xy = x \frac{\alpha}{p+\alpha} y - \frac{1}{p+\alpha} \left(\dot{x} \frac{\alpha}{p+\alpha} y \right)$$

Пример 1. Синхронный двигатель с постоянными магнитами (СДПМ, PMSM)

Пример 1. Синхронный двигатель с постоянными магнитами (СДПМ, PMSM)

Рассмотрим $\alpha\beta$-модель неявнополюсного СДПМ

$$
\begin{aligned}
\dot{\theta} &= \omega, \\
J\dot{\omega} &= n_p i^\top \mathcal{J} \lambda - \tau_L, \\
\lambda &= Li + \lambda_m \begin{bmatrix} \cos(n_p\theta) \\ \sin(n_p\theta) \end{bmatrix}, \\
\dot{\lambda} &= u - Ri,
\end{aligned}
$$

где $\theta \in \mathbb{D}$ — угол поворота ротора, $\omega \in \mathbb{R}$ — угловая скорость ротора, $\lambda \in \mathbb{R}^2$ — магнитный поток, $u \in \mathbb{R}^2$ — напряжение на обмотках статора, $u \in \mathbb{R}^2$ — сила тока в обмотках статора, J — момент инерции ротора, $n_p \in \mathbb{N}_+$ — количество пар полюсов, $\lambda_m > 0$ — магнитный поток создаваемый магнитами, $\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ и τ_L — постоянный момент нагрузки.

Целью является получение оценки θ на основе измерений i и u.

Пример 1. Преобразование координат

Шаг 1. Рассмотрим преобразование $\phi(\theta)$

$$\chi := \phi(\theta) = \lambda_m \begin{bmatrix} \cos(n_p\theta) \\ \sin(n_p\theta) \end{bmatrix},$$

и найдем обратное

$$\theta = \phi^L(\chi) = \frac{1}{n_p} \arctan \frac{\chi_2}{\chi_1}.$$

Пример 1. Получение параметризованных моделей

Шаг 2. Используя фильтры $W(p) = \frac{\alpha}{p+\alpha}$, $p = \frac{d}{dt}$, получим линейные по $\chi(t)$ ограничения

$$c(t,\alpha) = \varphi^\top(t,\alpha)\chi(t),$$

где $\varphi(t,\alpha)$ и $c(t,\alpha)$ может быть рассчитан из измеряемых сигналов

$$\varphi(t,\alpha) = v_f(t,\alpha) - Rv_f(t,\alpha) - L\hat{\dot{i}}_f(t,\alpha),$$

$$c(t,\alpha) = \varsigma_f(t,\alpha) - \frac{L}{\alpha}\varphi^\top(t,\alpha)\hat{\dot{i}}_f(t,\alpha) - \frac{L^2}{2\alpha}|\hat{\dot{i}}_f(t,\alpha)|^2,$$

и

$$\varsigma(t) := \frac{1}{\alpha}[v(t) - Ri(t)]^\top\varphi(t,\alpha) + \frac{L}{\alpha^2}\left[\dot{v}_f(t,\alpha) + \left(\frac{\alpha L}{2} - R\right)\hat{\dot{i}}_f(t,\alpha)\right]^\top \hat{\dot{i}}_f(t,\alpha),$$

$$\hat{\dot{i}}_f(t,\alpha) = \frac{\alpha p}{p+\alpha} i$$

Пример 1. Применение «смешивания»

Шаг 3. Применим шаг «смешивания» из DREM

$$C(t) = \Phi(t)\chi(t),$$

где

$$C(t) := \begin{bmatrix} c(t,\alpha_1) \\ c(t,\alpha_2) \end{bmatrix}, \;\; \Phi(t) := \begin{bmatrix} \varphi^\top(t,\alpha_1) \\ \varphi^\top(t,\alpha_2) \end{bmatrix},$$

и получим набор скалярных уравнений

$$Y_\chi(t) = \Delta(t)\chi(t), \tag{1}$$

$$Y_\chi(t) := \operatorname{adj}\{\Phi(t)\}C(t), \quad \Delta(t) := \det\{\Phi(t)\} \in \mathbb{R}^1$$

Шаг 4. Пропускается, так как все параметры известны

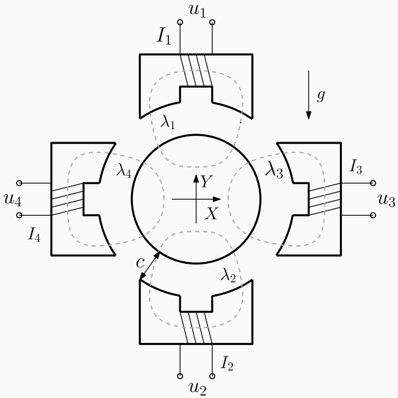
Шаг 4. Пропускается, так как все параметры известны

Шаг 5. Синтезируем градиентный наблюдатель на основе полученного скалярного уравнения и модели системы (1)

$$\dot{\varkappa} = v - Ri + \gamma_\chi \Delta \left[Y_\chi - (\varkappa - Li)\,\Delta \right],$$
$$\hat{\chi} = \varkappa - Li,$$
$$\hat{\theta} = \frac{1}{n_p} \arctan \frac{\hat{\chi}_2}{\hat{\chi}_1},$$

где $\gamma_\chi > 0$ — настроечный коэффициент

Пример 2. Система магнитной левитации (MagLev)



Рассмотрим нормализованную модель системы магнитной левитации с двумя степенями свободы для $i = 3, 4$

$$\dot{\lambda} = u - Ri,$$
$$\lambda = \begin{bmatrix} \frac{k}{c-z} & 0 \\ 0 & \frac{k}{c-z} \end{bmatrix} i,$$

где $\lambda \in \mathbb{R}^2$, $i \in \mathbb{R}^2$, $u \in \mathbb{R}^2$ — магнитные потоки, силы тока и напряжения обмоток электромагнитов соответственно, $x \in \mathbb{R}$ — положение левитирующего тела.

k — положительный неизвестный параметр; c и R — известные положительные параметры.

Целью является построение оценки x на основе измерений u и i

Пример 2. Преобразование координат

Шаг 1. Рассмотрим преобразование $\phi(x)$

$$\chi := \phi(x) = \begin{bmatrix} \dfrac{i_1}{c - x} \\ \dfrac{i_2}{c + x} \end{bmatrix},$$

и найдем обратное

$$\cancel{\theta} = \phi^L(\chi) = \frac{1}{2}\left(\frac{i_2}{\chi_2} - \frac{i_1}{\chi 1}\right) \tag{2}$$

Пример 2. Получение линейной регрессии

Шаг 2. Используем фильтры $W(p) = \frac{\alpha}{p+\alpha}$ для получений линейного по $\chi(t)$ и θ_p ограничения

$$c(t,\alpha) = \varphi^\top(t,\alpha)\begin{bmatrix} k \\ \chi_e \end{bmatrix},$$

где $\varphi(t,\alpha)$ и $c(t,\alpha)$ могут быть рассчитаны из измеряемых сигналов:

$$\varphi(t,\alpha) = \begin{bmatrix} \frac{2c}{\alpha}\left(R\varsigma_f(t,\alpha) - \varrho_f(t,\alpha)\right) \\ 2cQ\left(u_f(t,\alpha) - Ri_f(t,\alpha)\right) \\ Q\dot{\hat{i}}_f(t,\alpha) \end{bmatrix}, \quad c(t,\alpha) = \varsigma_f(t,\alpha),$$

и $\chi_e^\top = \left[\chi, -k\chi\right]$, $Q := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$\varsigma(t) := (u - Ri)^\top Qi_f(t,\alpha), \quad \varrho(t) := (u - Ri)^\top Qi_f(t,\alpha),$$

[3]Обозначим $(\cdot)_f = \frac{\alpha}{p+\alpha}(\cdot)$.

Пример 2. Применение «смешивания»

Шаг 3. Применим «смешивание» из DREM

$$C(t) = \Phi(t)\begin{bmatrix} k \\ \chi_e \end{bmatrix},$$

где

$$C(t) := \begin{bmatrix} c(t, \alpha_1) \\ c(t, \alpha_2) \\ \vdots \\ c(t, \alpha_5) \end{bmatrix}, \quad \Phi(t) := \begin{bmatrix} \varphi^\top(t, \alpha_1) \\ \varphi^\top(t, \alpha_2) \\ \vdots \\ \varphi^\top(t, \alpha_5) \end{bmatrix}$$

и получим скалярные регрессионные модели

$$Y(t) = \Delta(t)\begin{bmatrix} k \\ \chi_e \end{bmatrix},$$

$$Y(t) := \mathrm{adj}\{\Phi(t)\}C(t), \quad \Delta(t) := \det\{\Phi(t)\} \in \mathbb{R}^1.$$

Шаг 4. Оценим k из $Y_1(t) = \Delta(t)k$ с помощью градиентного метода

$$\dot{\hat{k}} = \gamma_k \Delta(t) \left(Y_1(t) - \Delta(t)\hat{k}(t) \right),$$

где $\gamma_k > 0$ — настроечный коэффициент.

Пример 2. Оценивание параметров

Шаг 4. Оценим k из $Y_1(t) = \Delta(t)k$ с помощью градиентного метода

$$\dot{\hat{k}} = \gamma_k \Delta(t)\left(Y_1(t) - \Delta(t)\hat{k}(t)\right),$$

где $\gamma_k > 0$ — настроечный коэффициент.

Шаг 5. Синтезируем наблюдатель на основе модели системы и уравнения $Y_{23}(t) = \Delta(t)\chi(t)$:

$$\dot{\hat{\chi}} = (u - Ri)\hat{k} + \gamma_\chi \Delta\left(Y_{23}(t) - \Delta\hat{\chi}\right),$$

где $\gamma_\chi > 0$ — настроечный коэффициент, $Y_{23}(t) = \begin{bmatrix} Y_2(t) \\ Y_3(t) \end{bmatrix}$.

После чего оценим x, применив обратное преобразование (2) к $\hat{\chi}$.

Пример 3. Асинхронный двигатель

Пример 3. Асинхронный двигатель

Рассмотрим динамическую модель асинхронного двигателя управляемого напряжением в неподвижной системе координат

$$\begin{aligned}\dot{\lambda} &= -\left(\underline{\frac{R_r}{L_r} I_2 - n_p \mathcal{J}\omega}\right)\lambda + R_r\beta i,\\ \underline{L_s\sigma\frac{di}{dt}} &= -(R_s + R_r\beta^2)i + \beta\left(\frac{R_r}{L_r} I_2 - n_p \mathcal{J}\omega\right)\lambda + v,\\ J\dot{\omega} &= -n_p\beta\lambda^\top\mathcal{J}i - T_L,\end{aligned} \tag{3}$$

где $\lambda, i, v \in \mathbb{R}^2$ — магнитный поток ротора, сила тока в обмотках статора и управляющее напряжение соответственно, $\omega \in \mathbb{R}$ — угловая скорость ротора, $L_s, R_r, L_r, R_s, n_p, \sigma$ — индуктивность статора, сопротивление ротора, индуктивность ротора, количество пар полюсов и коэффициент рассеяния соответственно, $\beta := \frac{M}{L_r}$, где M — взаимная индуктивность, $\mathcal{J} := \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, J — момент инерции ротора, T_L — момент нагрузки.

Параметры $\underline{L_s, R_s \text{ и } \sigma}$ считаются известными, $\underline{R_r}$ и $\underline{T_L}$ считаются *неизвестными*.

Цель: построение наблюдателя для λ и ω на основе измерений u и i.

Шаг 1. Рассмотрим преобразование $\phi(\lambda)$

$$\xi = \|\lambda\|^2 \,.$$

Шаг 1. Рассмотрим преобразование $\phi(\lambda)$

$$\xi = \|\lambda\|^2 .$$

Шаг 2. Найдем линейные ограничения

$$c(t,\alpha) = R_r \varphi_a(t,\alpha) + R_r \lambda^\top \varphi_b^\alpha(t,\alpha) + \lambda^\top \varphi_c(t,\alpha) - \frac{2R_r}{L_r}|\lambda|^2 + \epsilon(t),$$

где $c(t,\alpha)$, $\varphi_a(t,\alpha)$, $\varphi_b(t,\alpha)$, $\varphi_c(t,\alpha)$ — могут быть рассчитаны на основе измерений, $\epsilon(t)$ — экспоненциально затухающее слагаемое.

В матричной форме

$$c(t,\alpha) = \phi^\top(t)\theta,$$

где

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_a(t,\alpha) & \varphi_b(t,\alpha) & \varphi_c(t,\alpha) & 1 \end{bmatrix}^\top,$$

$$\theta = \begin{bmatrix} R_r & \lambda & R_r\lambda & -\frac{2R_r}{L_r}|\lambda|^2 \end{bmatrix}^\top .$$

Пример 3.1. Оценивание сопротивления и магнитного потока

Шаг 1. Рассмотрим преобразование $\phi(\lambda)$

$$\xi = \|\lambda\|^2 .$$

Шаг 2. Найдем линейные ограничения

$$c(t,\alpha) = R_r\,\varphi_a(t,\alpha) + R_r\lambda^\top\varphi_b^\alpha(t,\alpha) + \lambda^\top\varphi_c(t,\alpha) - \frac{2R_r}{L_r}|\lambda|^2 + \epsilon(t),$$

где $c(t,\alpha)$, $\varphi_a(t,\alpha)$, $\varphi_b(t,\alpha)$, $\varphi_c(t,\alpha)$ — могут быть рассчитаны на основе измерений, $\epsilon(t)$ — экспоненциально затухающее слагаемое.

В матричной форме

$$c(t,\alpha) = \phi^\top(t)\theta,$$

где

$$\phi(t) = \begin{bmatrix}\varphi_a(t,\alpha) & \varphi_b(t,\alpha) & \varphi_c(t,\alpha) & 1\end{bmatrix}^\top,$$

$$\theta = \begin{bmatrix}R_r & \lambda & R_r\lambda & -\tfrac{2R_r}{L_r}|\lambda|^2\end{bmatrix}^\top.$$

Шаг 3. Применим «смешивание» из DREM.

Пример 3.1. Оценивание сопротивления и магнитного потока

Шаг 4. Оценим R_r из $\zeta_1(t) = \Delta_\Phi R_r$ с помощью градиентного метода:

$$\dot{\hat{R}}_r(t) = \gamma_r \Delta_\Phi(t) \left[\zeta_1(t) - \hat{R}_r \Delta_\Phi(t)\right],$$

где $\gamma_r > 0$ — настроечный коэффициент.

Пример 3.1. Оценивание сопротивления и магнитного потока

Шаг 4. Оценим R_r из $\zeta_1(t) = \Delta_\Phi R_r$ с помощью градиентного метода:

$$\dot{\hat{R}}_r(t) = \gamma_r \Delta_\Phi(t) \left[\zeta_1(t) - \hat{R}_r \Delta_\Phi(t) \right],$$

где $\gamma_r > 0$ — настроечный коэффициент.

Шаг 5. Синтезируем наблюдатель, используя модель системы и уравнение $\zeta_{23}(t) = \Delta_\Phi(t)\lambda(t)$:

$$\hat{\lambda} = -\frac{\sigma L_s}{\beta} i + \chi,$$

$$\dot{\chi} = \frac{1}{\beta} v - \frac{R_s}{\beta} i + \gamma_\lambda \Delta_\Phi(t)(\zeta_{23}(t) - \hat{\lambda}\Delta_\Phi(t)),$$

где $\gamma_\lambda > 0$ — настроечный коэффициент.

Пример 3.2. Оценивание скорости и момента нагрузки

Шаг 1. Преобразование не требуется: $f(x) = x$.

Пример 3.2. Оценивание скорости и момента нагрузки

Шаг 1. Преобразование не требуется: $f(x) = x$.

Шаг 2. Найдем линейные ограничения

$$z(t) = T_L q_1(t) + \omega q_2(t),$$

где

$$z(t) = \frac{a}{p+a} c_1(t) + \frac{ap}{p+a}\lambda(t) + \frac{1}{p+a}\left(m_1(t)\frac{a}{p+a}d(t)\right),$$

$$q_1(t) = \frac{1}{J}\frac{1}{p+a}\left[\frac{a}{p+a}d(t)\right], \qquad q_2(t) = \frac{a}{p+a}d(t),$$

$$m_1(t) = -\frac{n_p \beta \lambda^\top \mathcal{J} i}{J}, \qquad c_1(t) = \frac{R_r}{L_r}\lambda - R_r \beta i,$$

$$d(t) = n_p \mathcal{J} \lambda, \qquad a > 0.$$

Пример 3.2. Оценивание скорости и момента нагрузки

Шаг 1. Преобразование не требуется: $f(x) = x$.

Шаг 2. Найдем линейные ограничения

$$z(t) = T_L q_1(t) + \omega q_2(t),$$

где

$$z(t) = \frac{a}{p+a} c_1(t) + \frac{ap}{p+a}\lambda(t) + \frac{1}{p+a}\left(m_1(t) \frac{a}{p+a} d(t) \right),$$

$$q_1(t) = \frac{1}{J}\frac{1}{p+a}\left[\frac{a}{p+a}d(t)\right], \qquad q_2(t) = \frac{a}{p+a}d(t),$$

$$m_1(t) = -\frac{n_p \beta \lambda^\top \mathcal{J} i}{J}, \qquad c_1(t) = \frac{R_r}{L_r}\lambda - R_r \beta i,$$

$$d(t) = n_p \mathcal{J} \lambda, \qquad a > 0.$$

Шаг 3. Применим «смешивание» из DREM.

Пример 3.2. Оценивание скорости и момента нагрузки

Шаг 4. Оценим T_L из $Z_1(t) = \Delta_q(t) T_L$ с помощью градиентного метода:

$$\dot{\hat{T}}_L(t) = \gamma_L \hat{\Delta}_q(t) \left[\hat{Z}_1(t) - \hat{\Delta}_q(t) \hat{T}_L\right],$$

где $\gamma_L > 0$ — настроечный коэффициент.

Шаг 4. Оценим T_L из $Z_1(t) = \Delta_q(t) T_L$ с помощью градиентного метода:

$$\dot{\hat{T}}_L(t) = \gamma_L \hat{\Delta}_q(t) \left[\hat{Z}_1(t) - \hat{\Delta}_q(t) \hat{T}_L \right],$$

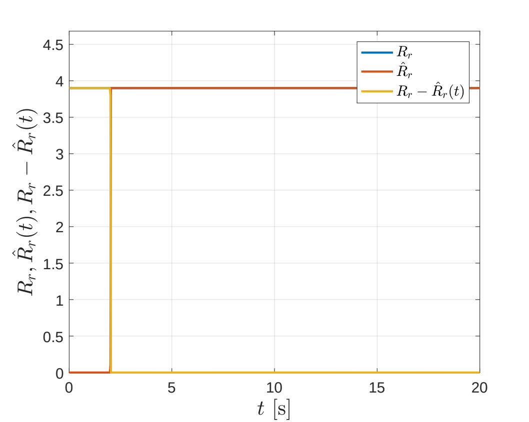
где $\gamma_L > 0$ — настроечный коэффициент.

Шаг 5. Синтезируем наблюдатель, используя модель системы (3) и уравнение $Z_2(t) = \Delta_q(t)\omega(t)$:

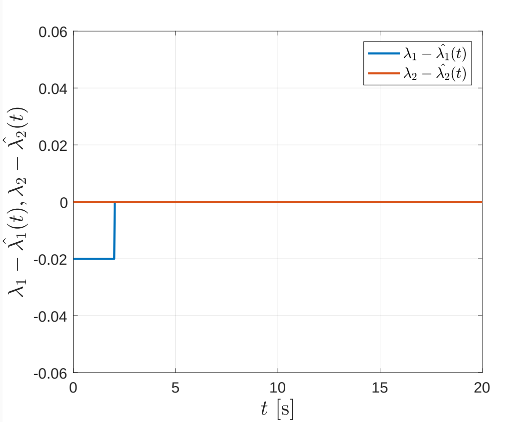
$$\dot{\hat{\omega}}(t) = -\frac{1}{J}\hat{T}_L(t) + \hat{m}_1(t) + \gamma_\omega \hat{\Delta}_q(t) \left[\hat{Z}_2(t) - \hat{\Delta}_q(t)\hat{\omega}(t) \right],$$

где $\gamma_\omega > 0$ — настроечный коэффициент.

Пример 3. Результаты моделирования

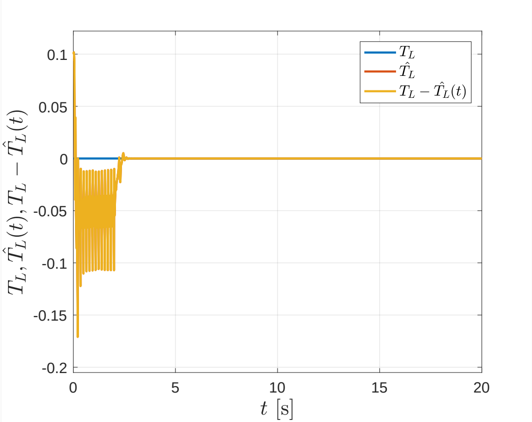


R_r, его оценка, и ошибка

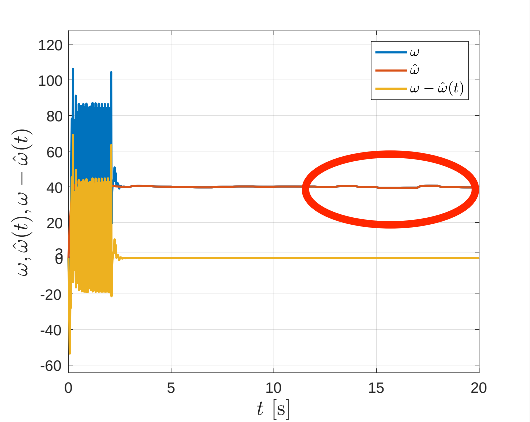


Ошибка оценивания потока

Пример 3. Результаты моделирования



T_L, его оценка, и ошибка



ω, её оценка, и ошибка

Заключение

Заключение

- Метод позволяет синтезировать наблюдатели для систем приводимых к каскадной форме (1)
- Благодаря свойствам DREM для параметров гарантируется нестрогая монотонная сходимость: отсутствие пиков и колебаний
- Асимптотическая сходимость ошибок оценивания к нулю гарантируется при $\Delta(t) \notin \mathcal{L}_2$
- Возможно получение оценок параметров и переменных состояния за конечное время