

УДК 681.5+007

Алгоритмы стабилизации для автоматического управления траекторным движением квадрокоптера

Гэн К.^{1,*}, Чулин Н. А.¹

[*jsgengke@126.com](mailto:jsgengke@126.com)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В данной работе предлагается алгоритм стабилизации полета квадрокоптера и исследуется возможность использования этого алгоритма для траекторного управления. Построена математическая модель квадрокоптера, проверена правильность модели сравнительным моделированием в программных системах Matlab Simulink и Универсальный Механизм. Представлена разработка контроллера, который позволяет стабилизировать высоту, угловое положение и управлять траекторией полета квадрокоптера. Результаты моделирования показывают удовлетворительную стабильность полета квадрокоптера и отслеживания заданных траекторий, что подтверждает правильность и обоснованность алгоритма управления.

Ключевые слова: квадрокоптер, ПИД-регулятор, метод бэкстеппинга, математическая модель, моделирование, стабилизация полета, режим слежения

Введение

Квадрокоптер представляет собой беспилотный летательный аппарат (БПЛА), имеющий четыре двигателя с воздушными винтами (пропеллерами), создающими тягу. Оси винтов и углы лопастей зафиксированы и регулируются лишь скорости вращения, что существенно упрощает конструкцию. Вертикальное перемещение осуществляется синхронным изменением скоростей вращения всех винтов, для горизонтального перемещения нужно наклонять квадрокоптер, что достигается соответствующим изменением скоростей вращения разных винтов, создающих необходимые для наклона моменты. Противоположное направление вращения пар винтов обеспечивает компенсацию моментов сопротивления. В настоящее время подобные аппараты используются достаточно широко и разнообразно, но это использование ограничено, в основном, режимами «ручного» дистанционного управления с пульта оператора.

Актуальной является задача разработки системы управления, позволяющая осуществлять автономный полёт квадрокоптера по заданному маршруту. В публикациях по данному вопросу задача рассматривается как сочетание задач управления угловым

положением и траекторным движением. Обсуждаются и предлагаются различные подходы, в частности использование линейных квадратичных регуляторов, успешно решающих задачи стабилизации при зависании, но не работающих при существенных нелинейностях и перекрёстных связях [1], использование скользящего режима управления, простого и надёжного, но требующего адаптации логики переключений к режимам полёта [2]. В работе [3] предложен алгоритм отслеживания траектории квадрокоптера на основе ПД регулятора и метода «бэкстеппинг» с корректирующим фильтром. В работах [4,5] предлагается нелинейный контроллер на основе нейронной сети, а в [6] - алгоритм «реального времени» планирования траектории и предотвращения столкновений. В работе [7] рассматривается адаптивный алгоритм отслеживания положения для вертикального взлёта и посадки при ограниченных внешних возмущениях. В настоящей работе не предлагаются какие-либо новые способы, а исследуются возможности использования для решения задачи автономного полёта квадрокоптера по заданному маршруту наиболее простых алгоритмов стабилизации, построенных на традиционных принципах, в частности – с использованием ПИД-регуляторов и метода на основе функций Ляпунова, известного в литературе как «бэкстеппинг» [8,9,10].

1. Математическая модель квадрокоптера [11,12,13]

При моделировании полёта квадрокоптера, дальность и продолжительность которого весьма ограничены, можно пренебречь движением Земли, то есть считать земные системы координат инерциальными. На начальных этапах разработки можно также считать несущую часть аппарата твёрдым телом, а ветер учитывать только как внешнее возмущение.

На рисунке 1 показаны взаимное положение связанной ($OXYZ$) и нормальной земной ($O_0X_gY_gZ_g$) систем координат в режиме зависания и действующие на квадрокоптер силы и моменты.

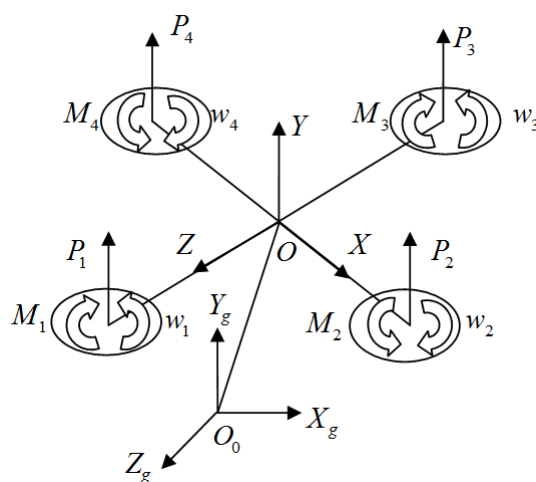


Рис. 1 Квадрокоптер в режиме зависания.

На рисунке P_i ($i = 1,2,3,4$) - сила тяги i -го винта, M_i ($i = 1,2,3,4$) - момент от сопротивления i -го винта, w_i ($i = 1,2,3,4$) - скорость вращения i -го винта..

Сила тяги в связанной системе координат:

$$\begin{cases} P_b = [P_x, P_y, P_z]^T = [0, P, 0]^T \\ P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \sum_{i=1}^4 c_{Pi} w_i^2 \\ c_{Pi} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_a \cdot S_i \cdot r_i^2 \end{cases} \quad (1)$$

Где P - суммарная тяга, c_{Pi} - коэффициент силы тяги, ρ -плотность воздуха, c_a - коэффициент подъемной силы, S_i - площадь ометаемой лопастями i -го винта поверхности, r_i - радиус i -го винта.

Сила тяги в нормальной земной системе координат:

$$P_g = [P_{x_g}, P_{y_g}, P_{z_g}]^T = R \cdot P_b \quad (2)$$

где:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & -\cos \gamma \cos \psi \sin \vartheta + \sin \gamma \sin \psi & \sin \gamma \cos \psi \sin \vartheta + \cos \gamma \sin \psi \\ \sin \vartheta & \cos \gamma \cos \vartheta & -\sin \gamma \cos \vartheta \\ -\cos \vartheta \sin \psi & \cos \gamma \sin \psi \sin \vartheta + \sin \gamma \cos \psi & -\sin \gamma \sin \psi \sin \vartheta + \cos \gamma \cos \psi \end{bmatrix}$$

- матрица перехода; ψ, ϑ, γ - углы рыскания, тангажа, крена.

Сила сопротивления воздуха и сила тяжести:

$$\begin{cases} f = [-f_x, -f_y, -f_z]^T \\ G = [0, -mg, 0]^T \end{cases} \quad (3)$$

где m - масса квадрокоптера; g - ускорение силы тяжести.

Уравнения динамики движения центра масс в нормальной земной системы координат:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{[P(-\cos \gamma \cos \psi \sin \vartheta + \sin \gamma \sin \psi) - f_x]}{m} \\ \ddot{y} = \frac{[P(\cos \gamma \cos \vartheta) - f_y - mg]}{m} \\ \ddot{z} = \frac{(P \cos \gamma \sin \psi \sin \vartheta + \sin \gamma \cos \psi - f_z)}{m} \end{cases} \quad (4)$$

С учетом симметрии аппарата и считая, что центр масс расположен в начале координат связанной системы, уравнения динамики углового движения в связанной системе координат можно записать в виде

$$\begin{cases} \dot{w}_x = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} w_y w_z + \frac{M_{R_x}}{I_x} \\ \dot{w}_y = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} w_x w_z + \frac{M_{R_y}}{I_y} \\ \dot{w}_z = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} w_x w_y + \frac{M_{R_z}}{I_z} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} M_{R_x} = M_{qx} + M_{mx} + M_{px} \\ M_{R_y} = M_{qy} \\ M_{R_z} = M_{qz} + M_{mz} + M_{pz} \end{cases} \quad (6)$$

где w_x, w_y, w_z - проекции вектора угловой скорости аппарата на связанную систему координат; $M_{R_x}, M_{R_y}, M_{R_z}$ - проекции результирующего момента; I_x, I_y, I_z - осевые моменты инерции аппарата; M_{qx}, M_{qy}, M_{qz} - моменты, создаваемые винтами, M_{mx}, M_{mz} и M_{px}, M_{pz} - гироскопические моменты двигателей и винтов. Если пренебречь инерционностью винтов при изменении угловых скоростей их вращения, то указанные моменты можно выразить следующим образом:

$$\begin{cases} M_{qx} = (P_3 - P_1) \cdot l \\ M_{qy} = M_2 + M_4 - M_1 - M_3 \\ M_{qz} = (P_2 - P_4) \cdot l \\ M_i = m_{P_i} w_i^2 \\ m_{P_i} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_a \cdot S_i \cdot r_i^2 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} M_{mx} = I_m \cdot w_z \cdot (w_1 + w_3 - w_2 - w_4) \\ M_{mz} = I_m \cdot w_x \cdot (w_2 + w_4 - w_1 - w_3) \\ M_{px} = I_p \cdot w_z \cdot (w_1 + w_3 - w_2 - w_4) \\ M_{pz} = I_p \cdot w_x \cdot (w_2 + w_4 - w_1 - w_3) \end{cases} \quad (8)$$

где l - расстояние от центра масс до оси винта, I_m и I_p - моменты инерции ротора и винта; m_{P_i} - коэффициент момента.

Изменения углов Эйлера определяются через проекции угловой скорости кинематическими уравнениями Эйлера:

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = w_x \cdot \cos \vartheta - w_y \cdot \sin \vartheta \\ \dot{\psi} = (w_x \cdot \sin \vartheta + w_y \cdot \cos \vartheta) / \cos \gamma \\ \dot{\vartheta} = w_z + \sin \vartheta \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot w_x + \cos \vartheta \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot w_y \end{cases} \quad (9)$$

Для математического моделирования использованы программные среды Matlab Simulink и Universal Mechanism [14]. В Matlab Simulink удобно моделировать динамику, интегрируя уравнения движения, Universal Mechanism позволяет по параметрам

конструкции определить инерционные характеристики. Совместное использование этих пакетов не только упрощает реализацию модели, но и позволяет получать параллельные результаты, сравнение которых может служить подтверждением их правильности.

Модель в Matlab Simulink (см. рис.2) состоит из четырех блоков: входные напряжения, ограничители напряжений, модель двигателей с винтами, модель квадрокоптера.

Входными сигналами модели являются управляющие напряжения на двигатели: $u = (u_1, u_2, u_3, u_4)$, выходными - координаты полета (x, y, z) и углы $(\gamma, \psi, \vartheta)$.

Управляющие напряжения на двигатели подаются через распределитель сигналов и ограничители напряжений. Для выбранного двигателя X2212 KV980 [15] с линейной зависимостью скорости от управляющего напряжения $w_i = 102,6 \cdot u_i$ в рабочем диапазоне скоростей входные напряжения ограничены значениями от 0 до 11,1 В.

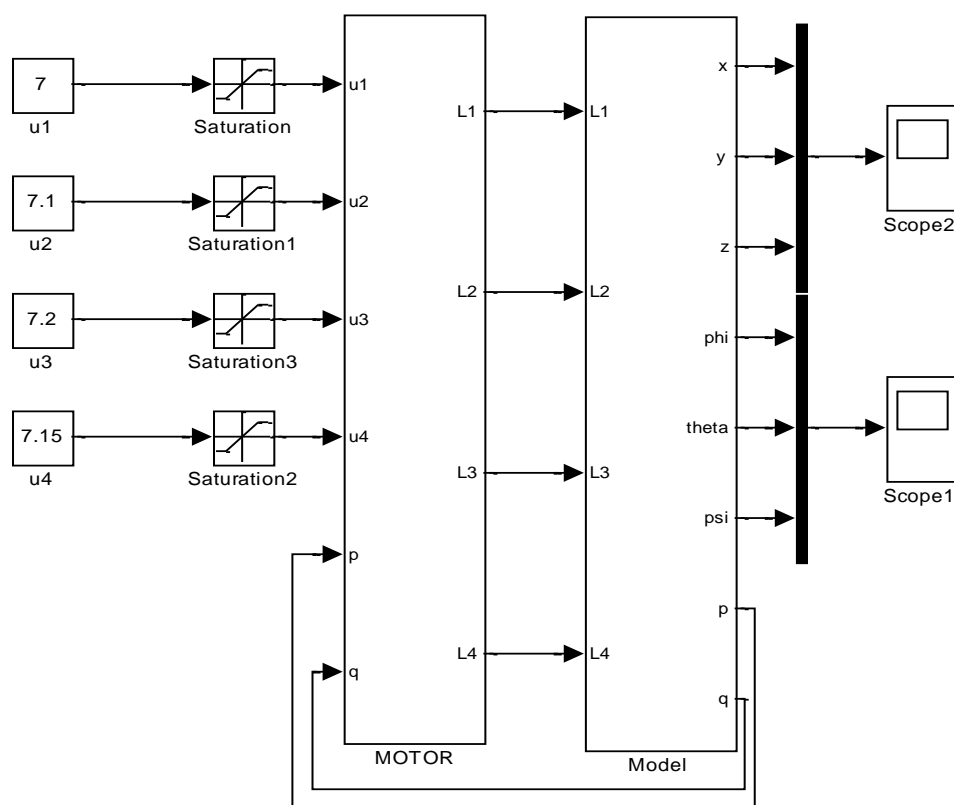


Рис.2 Математическая модель квадрокоптера в Matlab Simulink

В пакете Universal Mechanism (Универсальный Механизм) квадрокоптер представлен как твердое тело крестообразной формы с четырьмя двигателями и четырьмя винтами (Рис. 3), имеющее 6 степеней свободы. Инерционные характеристики такие же, как при задании в пакете Matlab (Рис. 4).

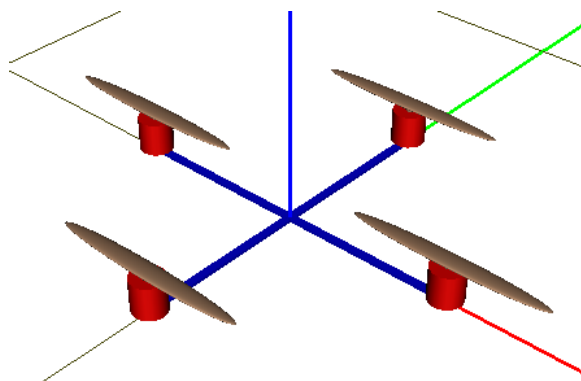


Рис. 3 Структура квадрокоптера в пакете Universal Mechanism

Inertia parameters			
Mass	1.017		
Inertia tensor			
0.002352			
	0.0047		
		0.002352	
Added mass matrix		(none)	
Coordinates of center of mass			
0	0	0.01	

Рис. 4 Инерционные характеристики модели

В программе Universal Mechanism (UM) нельзя воспроизвести воздействие воздушной среды и работу пропеллеров, создающих подъемную силу. Поэтому вращение пропеллеров заменяется силами тяги (P_1, P_2, P_3, P_4), действующих на концах перекладин. Эти силы всегда перпендикулярны плоскости платформы квадрокоптера. Значение сил берется из блока, созданного в программе Matlab (Рис.5). Оттуда же берутся действующие на квадрокоптер моменты M_m, M_p, M_q (Рис.6).

Name P1	
Comments/Text attribute C	
Body1	Body2
Base0	frame
Reference frame	
Reduction point : frame	
0.209	0
Type of description	
<input checked="" type="radio"/> Expression <input type="radio"/> File	
Force	
P1	
Moment	
T = 10 dT = 0.01	

Рис. 5 Задание подъемной силы

Name moment	
Comments/Text attribute C	
Body1	Body2
Base0	frame
Reference frame	
Reduction point : frame	
0	0
Type of description	
<input checked="" type="radio"/> Expression <input type="radio"/> File	
Force	
Moment	
Mmx+Mpx	
Mmz+Mpz	
T = 10 dT = 0.01	

Рис.6 Задание суммарных моментов

Схема подключения и передачи сигналов во время моделирования между моделями в Matlab и UM показана на рисунке 7.

Видно, что без регулятора система неустойчива, но результаты моделирования в Universal Mechanism почти совпадают с результатами моделирования в Matlab, что является признаком правильности математической модели.

2 Алгоритмы стабилизации и отслеживания заданных траекторий

Задачу траекторного управления полётом квадрокоптера можно рассмотреть как последовательность задач перелёта в очередную заданную точку маршрута или движения по заданным участкам типовых траекторий (например — по прямой или дуге окружности). В этом случае система автоматического управления может быть построена как система с обратной связью, осуществляющая отслеживание заданного маршрута. При этом можно выделить канал управления высотой и канал управления движением в горизонтальной плоскости. Стабилизация и управление в вертикальном направлении обеспечивается изменением суммарной величины тяги. Горизонтальное перемещение аппарата происходит под действием горизонтальной проекции суммарного вектора тяги, отклонённого от вертикали. В рассматриваемом варианте отклонение вектора тяги происходит за счёт изменения углов тангажа и крена при фиксированном положении угла рыскания. Изменение углового положения достигается путем дифференцированного управления скоростями вращения винтов, дающего соответствующие различия их сил тяги и моментов. Подсистему, обеспечивающую необходимые значения угловых параметров и высоты за счёт изменения тяги винтов, можно назвать системой ориентации и стабилизации, а подсистему, осуществляющую отслеживание заданных траекторий — системой траекторного управления. Нужно отметить, что рассматриваемый вариант не является самым эффективным, но в нём наиболее наглядно реализуется разделение управления по каналам.

Структура системы управления показана на рис. 9, где цифрами обозначены: 1 - заданная траектория; 2 - корректирующие устройства (КУ) подсистемы траекторного управления; 3 - преобразователь координат; 4 - регулятор подсистемы ориентации и стабилизации; 5 - распределитель сигналов; 6 - ограничитель напряжения; 7 - модель винтомоторной группы; 8 - модель квадрокоптера.

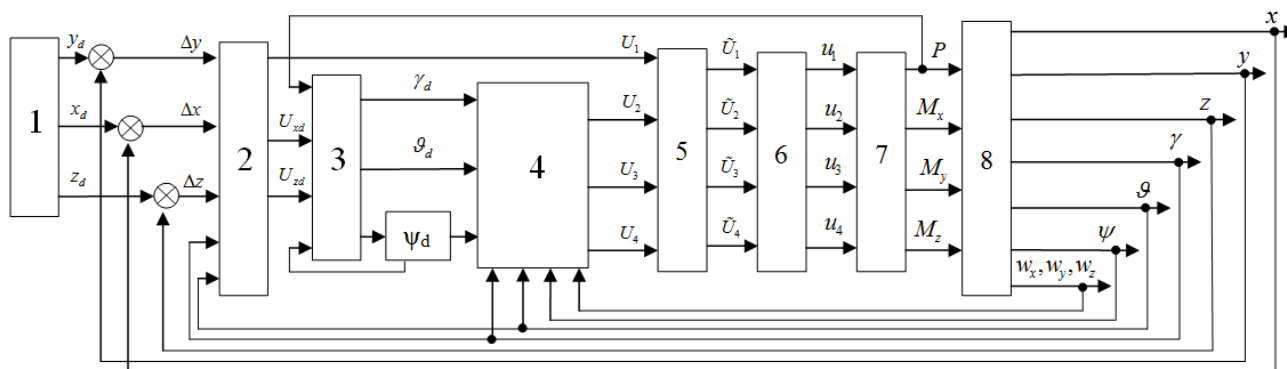


Рис. 9 Схема системы управления квадрокоптера

Алгоритмы работы подсистем стабилизации и траекторного управления предлагается рассчитывать одним из известных методов, причём предпочтительнее выбирать те, которые при сравнимом качестве являются наиболее простыми. Поэтому для каждой из подсистем произведен расчёт корректирующих устройств в виде ПИД-регуляторов и методом, известным в литературе под названием «бэкстеппинг» (англ. backstepping) , после чего путём сравнения результатов выбран наиболее подходящий регулятор для каждой из подсистем.

Чтобы избежать повторов в изложении, расчёт регуляторов для каждой из подсистем показан на примере одного из методов: «бэкстеппинг» – для алгоритма стабилизации углового положения; ПИД-регуляторы – для алгоритма отслеживания траекторий.

2.1 Алгоритмы стабилизации углового положения

Входами подсистемы ориентации и стабилизации углового положения являются задаваемые подсистемой траекторного управления сигналы γ_d , ψ_d , ν_d , а выходами – параметры углового движения объекта. Управляющий алгоритм этой подсистемы (блок 4 на рис. 9) должен формировать управляющие сигналы U_2 , U_3 , U_4 , обеспечивающие создание необходимых моментов M_{Rx} , M_{Ry} , M_{Rz} , при условии, что суммарная тяга винтов будет соответствовать необходимой для вертикального движения. Если пренебречь динамикой и ограничениями двигателей, гироскопическими моментами и аэродинамическими моментами несущей части аппарата, то сигналы U_2 , U_3 , U_4 должны быть с точностью до коэффициента равными моментам M_{Rx} , M_{Ry} , M_{Rz} . Поэтому моделью объекта для алгоритма стабилизации являются уравнения (5) и (6) при $M_{Rx} = U_2$, $M_{Ry} = U_3$, $M_{Rz} = U_4$.

Суть метода «бэкстеппинг» состоит в представлении сложной системы в виде цепочки вложенных подсистем, для каждой из которых формируются вспомогательные управляющие сигналы и составляются зависящие от этих сигналов функции Ляпунова. Выполнение критериев устойчивости по Ляпунову при последовательном выборе этих сигналов для каждой подсистемы обеспечивает устойчивость системы в целом. Процедура имеет характер пошагового обхода интеграторов обратными связями, откуда – название «integrator backstepping», или кратко - бэкстеппинг (англ. backstepping). В определённых частных случаях процедура становится регулярной и достаточно простой. Для углового движения летательного аппарата такой случай возможен при малых углах тангажа и крена, когда производные углов γ , ψ и ν можно считать равными соответствующим угловым скоростям. Тогда уравнения углового движения (5,6) можно приближённо представить в виде трёх подсистем

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = \begin{cases} \dot{\gamma} = w_x \\ \dot{w}_x = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} w_y w_z + \frac{M_{R_x}}{I_x} \end{cases} \\ S_2 = \begin{cases} \dot{\psi} = w_y \\ \dot{w}_y = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} w_x w_z + \frac{M_{R_y}}{I_y} \end{cases} \\ S_3 = \begin{cases} \dot{\vartheta} = w_z \\ \dot{w}_z = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} w_x w_y + \frac{M_{R_z}}{I_z} \end{cases} \end{array} \right. \quad (10)$$

Следуя приведённому в алгоритму, введём для подсистемы S_1 вспомогательный управляющий сигнал $z_1 = \gamma_d - \gamma$ и соответствующую функцию Ляпунова $V_1(z_1) = z_1^2 / 2$, производная которой $\dot{V}_1(z_1) = z_1 \dot{z}_1 = z_1(\dot{\gamma}_d - w_x)$.

Второй вспомогательный управляющий сигнал сформируем в виде $z_2 = w_x - \dot{\gamma}_d - k_1 z_1$ с соответствующей функцией Ляпунова $V_2(z_1, z_2) = (z_1^2 + z_2^2) / 2$, производная которой $\dot{V}_2(z_1, z_2) = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 = z_1(\dot{\gamma}_d - w_x) + z_2(\dot{w}_x - \ddot{\gamma}_d - k_1 \dot{z}_1)$.

Принимая для системы стабилизации $\dot{\gamma}_d = 0, \ddot{\gamma}_d = 0$, получаем

$$\dot{V}_2(z_1, z_2) = z_2 \dot{w}_x + (k_1^2 - 1) z_1 z_2 - k_1 z_1^2 + k_1 z_2^2.$$

Чтобы подсистема была устойчива, то есть, чтобы $\dot{V}_2(z_1, z_2) \leq 0$, причём $\dot{V}_2(z_1, z_2) = 0$ только когда $z_1 = 0, z_2 = 0$, примем

$$\dot{V}_2(z_1, z_2) = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2, k_1 > 0, k_2 > 0 \quad (11)$$

Тогда управляющий сигнал будет иметь вид:

$$\begin{aligned} U_2 &= -I_x \left[\frac{I_y - I_x}{I_x} w_y w_z - \dot{w}_x \right] = -I_x \left[\frac{I_y - I_x}{I_x} w_y w_z + (k_1^2 - 1) z_1 + (k_1 + k_2) z_2 \right] \\ &= -I_x \cdot \left[\frac{I_y - I_x}{I_x} w_y \cdot w_z + (k_1 \cdot k_2 - 1) \cdot \gamma_d + (k_1 \cdot k_2 + 1) \cdot \gamma + (k_1 + k_2) \cdot w_x \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Функция Ляпунова $V_3(z_1) = V_2(z_1, z_2) = [z_1^2 + (w_x - \dot{\gamma}_d - k_1 z_1)^2] / 2 \geq 0$, а её производная $\dot{V}_3(z_1) = \dot{V}_2(z_1, z_2) = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 = -k_1 z_1^2 - k_2 (w_x - \dot{\gamma}_d - k_1 z_1)^2 \leq 0$, то есть замкнутая подсистема — устойчива.

Аналогичным образом можно получить другие управляющие сигналы:

$$U_3 = -I_y \cdot \left[\frac{I_x - I_y}{I_x} w_y \cdot w_z + (k_3 \cdot k_4 - 1) \cdot \psi_d + (k_3 \cdot k_4 + 1) \cdot \psi + (k_3 + k_4) \cdot w_y \right] \quad (13)$$

$$U_4 = -I_z \cdot \left[\frac{I_y - I_x}{I_x} w_y \cdot w_z + (k_5 \cdot k_6 - 1) \cdot \vartheta_d + (k_5 \cdot k_6 + 1) \cdot \vartheta + (k_5 + k_6) \cdot w_z \right] \quad (14)$$

где $k_3 > 0, k_4 > 0, k_5 > 0, k_6 > 0$.

Выбором значений коэффициентов $k_1 - k_6$ можно добиться нужного качества переходных процессов. Значения этих коэффициентов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значения коэффициентов регулятора «бэкстеппинг»

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
20	3	21	2,5	35	25

В таблице 2 приведены значения коэффициентов ПИД-регуляторов, выбранные методом Циглера – Николса [12] для этой же подсистемы.

Таблица 2. Значения коэффициентов ПИД-регуляторов

	K_p	K_i	K_d
γ	2,5	5,2	10
ψ	5,1	10	10
ϑ	5,1	0,12	20

2.2 Алгоритмы траекторного управления

Проекции горизонтальной силы без учёта сопротивления несущей части аппарата согласно уравнениям динамики (4) имеют вид:

$$U_x = P(-\cos \gamma \cos \psi \sin \vartheta + \sin \gamma \sin \psi), U_z = P(\cos \gamma \sin \psi \sin \vartheta + \sin \gamma \cos \psi) \quad (15)$$

откуда можно определить углы крена и тангажа, при которых создаются требуемые воздействия при известной суммарной тяге P :

$$\gamma_d = \arcsin \frac{U_{zd} \cos \psi_d + U_{xd} \sin \psi_d}{P}; \quad \vartheta_d = \arccos \frac{U_{zd} \sin \psi_d - U_{xd} \cos \psi_d}{P} \quad (16)$$

Необходимо обратить внимание, что такой подход к траекторному управлению предъявляет очень высокие требования к быстродействию и точности подсистемы ориентации и стабилизации, что вызывает необходимость в более глубоком исследовании, выходящем за рамки настоящей статьи. Здесь будем считать результат удовлетворительным, если он подтверждается моделированием.

Управляющие воздействия U_{xd} и U_{zd} , а также $U_{yd} = U_l$ для канала управления высотой, можно получить, рассматривая подсистему траекторного управления как систему регулирования, отслеживающую требуемые координаты центра масс, в частности – как выходные сигналы ПИД-регулятора по отклонениям координат центра масс от требуемых:

$$U_{xd} = K_{px}(x_d - x) + K_{ix} \int (x_d - x) dt + K_{dx}(\dot{x}_d - \dot{x})$$

$$U_{yd} = \frac{m}{\cos \gamma \cos \vartheta} K_{py}(y_d - y) + K_{iy} \int (y_d - y) dt + K_{dy}(\dot{y}_d - \dot{y}) + mg$$

$$U_{zd} = K_{pz}(z_d - z) + K_{iz} \int (z_d - z) dt + K_{dz}(\dot{z}_d - \dot{z})$$

Значения коэффициентов регуляторов по соответствующим переменным, выбранные методом Циглера – Николса [16], приведены в таблице 3:

Таблица 3. Значения коэффициентов ПИД-регуляторов

	K_p	K_i	K_d
x	8,2	0,015	7,8
y	25	10	30
z	5,1	0,012	4,95

В таблице 4 приведены значения коэффициентов для этой же подсистемы, рассчитанные методом «бэкстеппинг».

Таблица 4. Значения коэффициентов регулятора «бэкстеппинг»

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
1,5	0,2	20	10	1,5	0,5

Окончательный выбор типа регулятора для каждой подсистемы проводится по результатам моделирования.

3 Результаты моделирования

Работоспособность алгоритма проверялась моделированием реакций на ступенчатые воздействия и полёта по заданным траекториям. Схема моделирования в среде Matlab Simulink показана на рис. 10, а реакции модели на ступенчатое воздействие – на рис. 11 и рис. 12. На рис. 13 показаны результаты моделирования при отслеживании траектории состоящей из участков: АВ - взлет; ВС - равномерное прямолинейное движение; CD - равномерное ускоренное прямолинейное движение; DE - равномерное движение вокруг точки (5,10,15) по горизонтальному кругу радиусом 5 м; EF - равномерное прямолинейное движение; FG - равномерное движение вокруг точки (-5,10,10) по горизонтальному кругу радиусом 10 м.; GH - посадка. Результаты в целом удовлетворительны, хотя видны возможности улучшения: устранение перерегулирования по высоте и ускорение процессов.

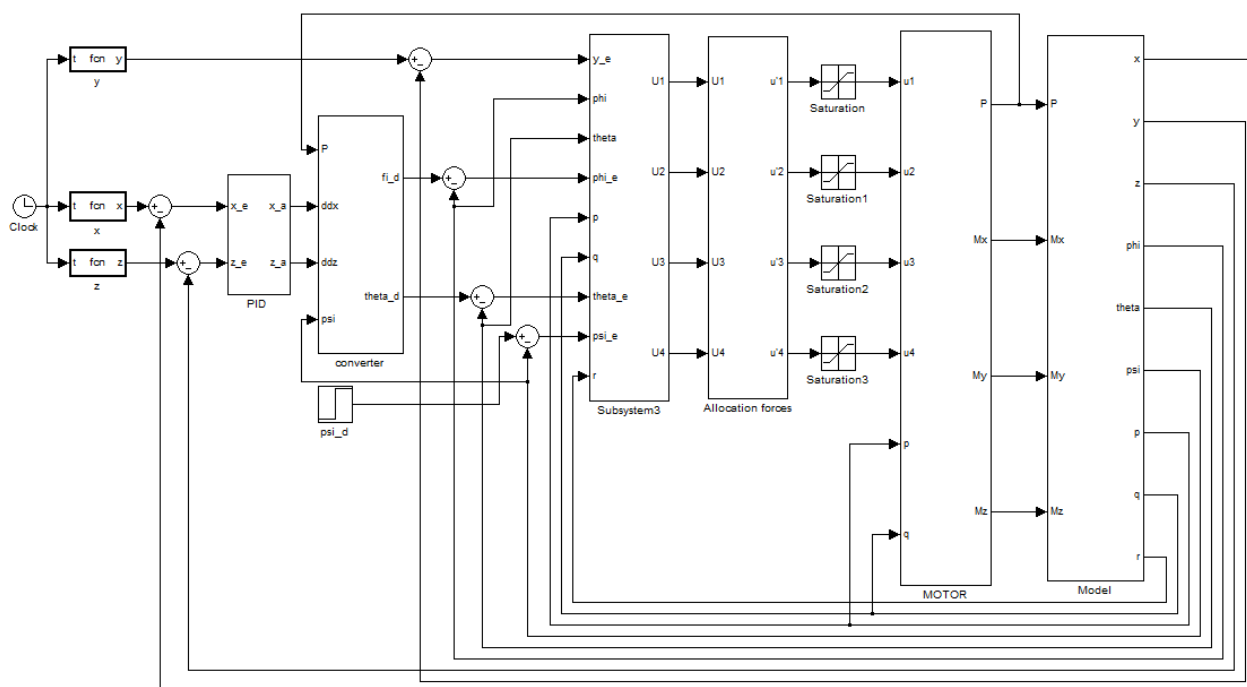


Рис. 10 Схема моделирования системы управления

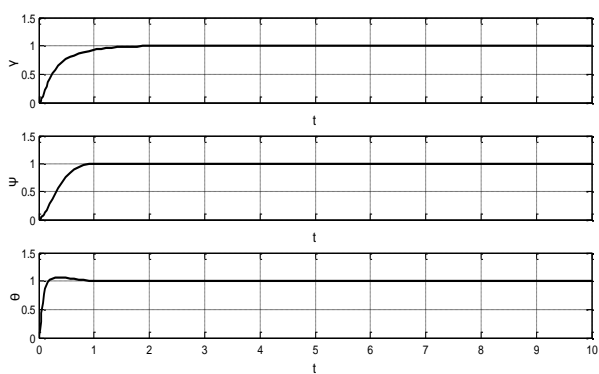


Рис. 11 Реакции на ступенчатое воздействие (γ, ψ, θ)

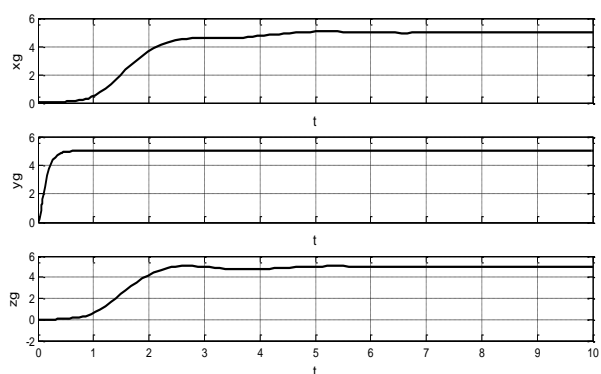


Рис. 12 Реакции на ступенчатое воздействие (z_g, x_g, y_g)

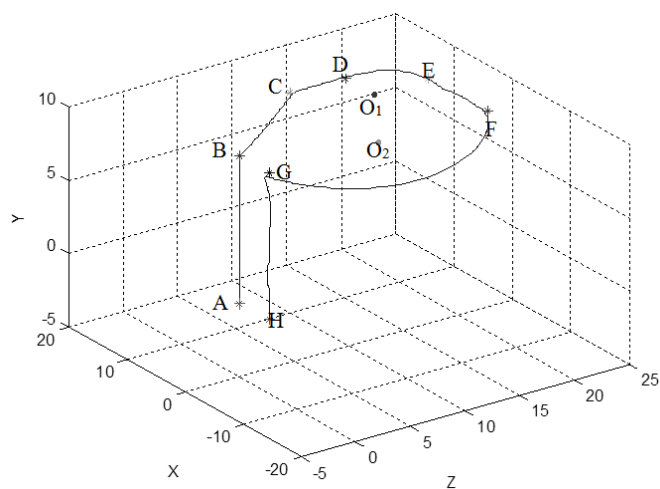


Рис. 13 Отслеживание траектории

На рис. 14 и рис. 15 показаны изменения координат z, x, y

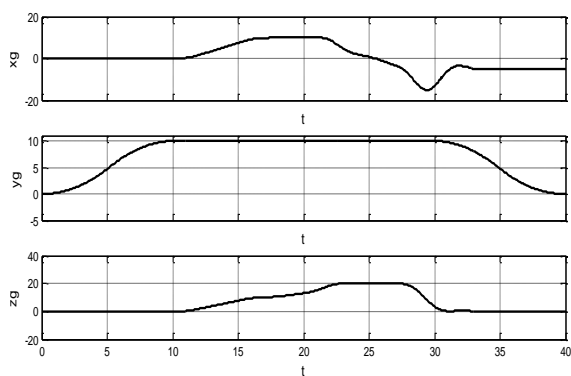


Рис. 14 Изменения координат (x_g, y_g, z_g) ПИД-регулятора

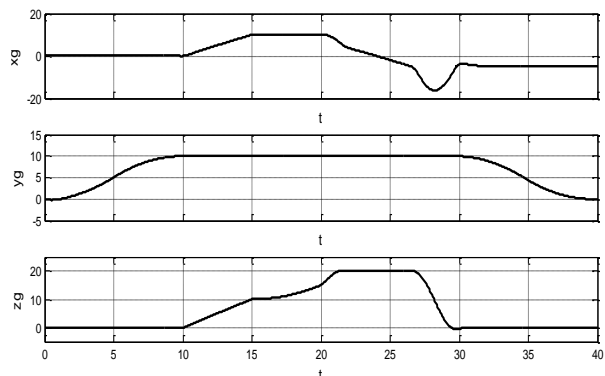


Рис. 15 Изменения координат (x_g, y_g, z_g) регулятора бэкстеппинга

Результаты моделирования показывают, что изменения координат центра масс квадрокоптера для двух регуляторов почти одинаковые, но ПИД-регулятор имеет более простую структуру и меньше сигналов обратной связи. Поэтому для управления траекторией полета квадрокоптера выбраны ПИД-регуляторы.

На рис. 16 и рис. 17 показаны изменения углового положения(γ, ψ, ϑ):

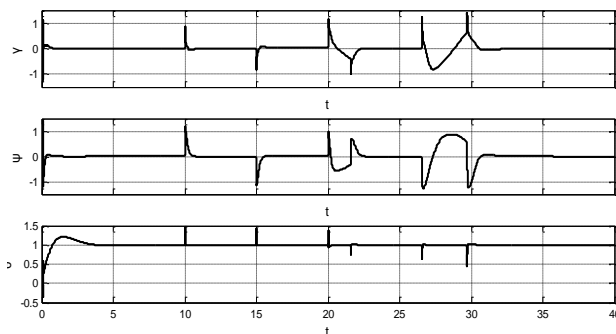


Рис. 16 Изменения углового положения(γ, ψ, ϑ) для ПИД-регулятора

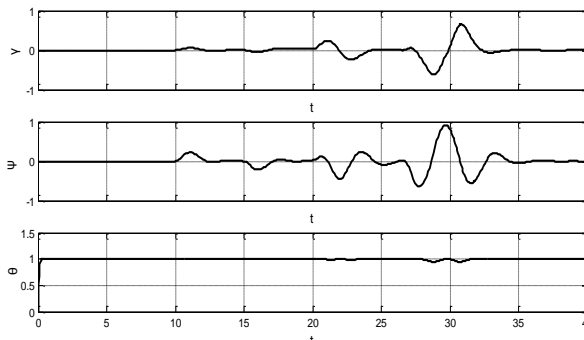


Рис. 17 Изменения углового положения(γ, ψ, ϑ) для регулятора бэкстеппинг

Результаты моделирования показывают, что диапазон изменения углового положения регулятора бэкстеппинг заметно меньше, чем соответствующий диапазон для ПИД-регулятора, и кривая более гладкая. Поэтому для управления угловым положением полета квадрокоптера выбраны регуляторы «бэкстеппинг».

Заключение

Разработана и проверена математическая модель квадрокоптера как объекта управления. Представлена разработка простого алгоритма управления, который позволяет стабилизировать высоту, угловое положение и координаты полета квадрокоптера и отслеживать заданную траекторию. Результаты моделирования показывают работоспособность алгоритма и возможность его реализации.

Список литературы

1. Santos O., Romero H., Salazar S, Lozano R. Real-time Stabilization of a Quadrotor UAV: Nonlinear Optimal and Suboptimal Control // Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2013. Vol. 70, iss. 1-4. P. 79-91. DOI: [10.1007/s10846-012-9711-8](https://doi.org/10.1007/s10846-012-9711-8)
2. Li T., Zhang Y., Gordon B.W. Passive and active nonlinear fault tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on the sliding mode control technique // Journal of Systems and Control Engineering. 2013. Vol. 227. P. 12-23. DOI: [10.1177/0959651812455293](https://doi.org/10.1177/0959651812455293)
3. Gong X., Bai Y., Peng C., Zhao C., Tian Y. Trajectory tracking control of a quad-rotor UAV based on command filtered backstepping // 2012 Third International Conference on Intelli-

- gent Control and Information Processing (ICICIP). IEEE Publ., 2012. P. 179-184. DOI: [10.1109/ICICIP.2012.6391413](https://doi.org/10.1109/ICICIP.2012.6391413)
4. Dierks T, Jagannathan S. Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks // IEEE Transactions on Neural Networks. 2010. Vol. 21, no. 1. P. 50-66. DOI: [10.1109/TNN.2009.2034145](https://doi.org/10.1109/TNN.2009.2034145)
 5. Xian B., Diao C., Zhao B., Zhang Y. Nonlinear robust output feedback tracking control of a quadrotor UAV using quaternion representation // Nonlinear Dynamics. 2015. Vol. 79, iss. 4. P. 2735-2752. DOI: [10.1007/s11071-014-1843-x](https://doi.org/10.1007/s11071-014-1843-x)
 6. Yi Z., Xiuxia Y., Hewei Z., Weiwei Z. Tracking control for UAV trajectory // 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC). IEEE Publ., 2014. P. 1889-1894. DOI: [10.1109/CGNCC.2014.7007469](https://doi.org/10.1109/CGNCC.2014.7007469)
 7. Roberts A., Tayebi A. Adaptive Position Tracking of VTOL UAVs // IEEE Transactions on Robotics. 2011. Vol. 27, no. 1. P. 129-142. DOI: [10.1109/TRO.2010.2092870](https://doi.org/10.1109/TRO.2010.2092870)
 8. Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. Nonlinear and adaptive control design. New York: John Wiley & Sons, 1995. 563 p.
 9. Bouabdallah S, Siegwart R. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor // ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE Publ., 2005. P. 2247-2252. DOI: [10.1109/ROBOT.2005.1570447](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2005.1570447)
 10. Голубев А.Е. Отслеживание программного изменения угла атаки для продольной динамики ракеты класса «воздух-воздух» с помощью метода обхода интегратора // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 11. С. 401-414. DOI: [10.7463/1113.0622518](https://doi.org/10.7463/1113.0622518)
 11. Bouabdallah S., Siegwart R. Towards Intelligent Miniature Flying Robots // Field and Service Robotics. 2006. Vol. 25. P. 429-440. DOI: [10.1007/978-3-540-33453-8_36](https://doi.org/10.1007/978-3-540-33453-8_36)
 12. Курс теоретической механики / под ред. К.С. Колесникова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 736 с.
 13. Гурьянов А.Е. Моделирование управления квадрокоптером // Инженерный вестник. 2014. № 8. С. 522-534. Режим доступа: <http://engbul.bmstu.ru/doc/723331.html> (дата обращения 01.04.2015.).
 14. Программный комплекс «Универсальный механизм». 2013. Режим доступа: http://www.universalmechanism.com/download/70/rus/gs_um.pdf (дата обращения 01.04.2015).
 15. Бесколлекторный мотор. Режим доступа: <http://bkso.baidu.com/view/344829.htm> (дата обращения 01.04.2015).
 16. Шляйхер М. Техника автоматического регулирования для практиков. М.: JUMO GmbH, 2006. 124 с.

Stabilization Algorithms for Automatic Control of the Trajectory Movement of Quadcopter

Gen KeKe^{1,*}, Chulin N.A.¹

[*jsgengke@126.com](mailto:jsgengke@126.com)

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: quadcopter, PID control, method of backstepping, mathematical model, simulation, flight stabilization, tracking mode

The article considers an automatic quadcopter routing task. The quadcopter is an unmanned aerial vehicle (UAV), which has four engines. Currently, such already widely used vehicles are controlled, mainly, from the operator's control panel. A relevant task is to develop a quadcopter control system that enables an autonomous flight. The aim of this paper is to study the possibility for solving this problem using an algorithm of the stabilization and trajectory control.

A mathematical model of the quadcopter is the fairly complicated non-linear system, which can be obtained by using the Matlab Simulink and Universal Mechanism software systems simultaneously. Comparison of the simulation results in two software packages, i.e. Matlab wherein the nonlinear system of equations is modeled and UM wherein the flight path and other parameters are calculated according to transmitted forces and moments may prove correctness of the model used.

Synthesis of controllers for the orientation and stabilization subsystem and trajectory control subsystem, is performed on traditional principles, in particular using the PID controllers and method based on Lyapunov functions known in the literature as "backstepping." The most appropriate controls are selected by comparing the simulation results. Responses to the stepped impacts and to tracking the given paths have been simulated. It has been found that the flight path of a quadcopter almost coincides with designated routing, changes of coordinates for the quadcopter mass center of two controllers under comparison are almost the same, but a deviation range of the angular position for the controller backstepping is much smaller than that of for the PID controller.

References

1. Santos O., Romero H., Salazar S, Lozano R. Real-time Stabilization of a Quadrotor UAV: Nonlinear Optimal and Suboptimal Control. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2013, vol. 70, iss. 1-4, pp. 79-91. DOI: [10.1007/s10846-012-9711-8](https://doi.org/10.1007/s10846-012-9711-8)

2. Li T., Zhang Y., Gordon B.W. Passive and active nonlinear fault tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on the sliding mode control technique. *Journal of Systems and Control Engineering*, 2013, vol. 227, pp. 12-23. DOI: [10.1177/0959651812455293](https://doi.org/10.1177/0959651812455293)
3. Gong X., Bai Y., Peng C., Zhao C., Tian Y. Trajectory tracking control of a quad-rotor UAV based on command filtered backstepping. *2012 Third International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)*. IEEE Publ., 2012, pp. 179-184. DOI: [10.1109/ICICIP.2012.6391413](https://doi.org/10.1109/ICICIP.2012.6391413)
4. Dierks T, Jagannathan S. Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, vol. 21, no. 1, pp. 50-66. DOI: [10.1109/TNN.2009.2034145](https://doi.org/10.1109/TNN.2009.2034145)
5. Xian B., Diao C., Zhao B., Zhang Y. Nonlinear robust output feedback tracking control of a quadrotor UAV using quaternion representation. *Nonlinear Dynamics*, 2015, vol. 79, iss. 4, pp. 2735-2752. DOI: [10.1007/s11071-014-1843-x](https://doi.org/10.1007/s11071-014-1843-x)
6. Yi Z., Xiuxia Y., Hewei Z., Weiwei Z. Tracking control for UAV trajectory. *2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC)*. IEEE Publ., 2014, pp. 1889-1894. DOI: [10.1109/CGNCC.2014.7007469](https://doi.org/10.1109/CGNCC.2014.7007469)
7. Roberts A., Tayebi A. Adaptive Position Tracking of VTOL UAVs. *IEEE Transactions on Robotics*, 2011, vol. 27, no. 1, pp. 129-142. DOI: [10.1109/TRO.2010.2092870](https://doi.org/10.1109/TRO.2010.2092870)
8. Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. *Nonlinear and adaptive control design*. New York, John Wiley and Sons, 1995. 563 p.
9. Bouabdallah S, Siegwart R. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor. ICRA 2005. *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE Publ., 2005, pp. 2247-2252. DOI: [10.1109/ROBOT.2005.1570447](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2005.1570447)
10. Golubev A.E. Tracking a process of scheduled change in the angle of attack for longitudinal dynamics of an air-to-air missile with the use of an integrator back-stepping method. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 11, pp. 401-414. DOI: [10.7463/1113.0622518](https://doi.org/10.7463/1113.0622518) (in Russian).
11. Bouabdallah S., Siegwart R. Towards Intelligent Miniature Flying Robots. *Field and Service Robotics*, 2006, vol. 25, pp. 429-440. DOI: [10.1007/978-3-540-33453-8_36](https://doi.org/10.1007/978-3-540-33453-8_36)
12. Kolesnikov K.S., ed. *Kurs teoreticheskoi mekhaniki* [Course of theoretical mechanics]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2000. 736 p. (in Russian).
13. Gur'yanov A.E. Modeling of control over quadcopters. *Inzhenernyi vestnik MGTU im. N.E. Bauman = Engineering Herald of the Bauman MSTU*, 2014, no. 8, pp. 522-534. Available at: <http://engbul.bmstu.ru/doc/723331.html> , accessed 01.04.2015. (in Russian).
14. Programmnyi kompleks “Universal'nyi mekhanizm” [Software “Universal Mechanism”]. 2013. Available at: http://www.universalmechanism.com/download/70/rus/gs_um.pdf , accessed 01.04.2015. (in Russian).

15. Brushless motor. Available at: <http://bkso.baidu.com/view/344829.htm> , accessed 01.04.2015.
16. Shlyaikher M. *Tekhnika avtomaticheskogo regulirovaniya dlya praktikov* [Automatic control engineering for practitioners]. Moscow, JUMO GmbH Publ., 2006. 124 p. (in Russian).