

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №4**  
**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**  
**Тема: Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта**

Студент гр. 8383

\_\_\_\_\_

Федоров И.А

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2020

### Цель работы.

Ознакомиться с алгоритмом Кнута-Морриса-Пратта для поиска подстроки в строке и реализовать его.

### Задание.

Реализуйте алгоритм КМП и с его помощью для заданных шаблона  $P$  ( $|P| \leq 15000$ ) и текста  $T$  ( $|T| \leq 5000000$ ) найдите все вхождение  $P$  в  $T$ .

Вход:

Первая строка -  $P$ .

Вторая строка -  $T$ .

Выход:

индексы начал вхождений  $P$  в  $T$ , разделенных запятой, если  $P$  не входит в  $T$ , то вывести -1.

Sample Input:

ab

abab

Sample output:

0,2

Вариант 1: Подготовка к распараллеливанию: работа по поиску разделяется на  $k$  равных частей, пригодных для обработки  $k$  потоками (при этом длина образца гораздо меньше длины строки поиска).

Заданы две строки  $A$  ( $|A| \leq 5000000$ ) и  $B$  ( $|B| \leq 5000000$ ). Определить, является ли  $A$  циклическим сдвигом  $B$  (это значит, что  $A$  и  $B$  имеют одинаковую длину и  $A$  состоит из суффикса  $B$ , склеенного с префиксом  $B$ ). Например, defabc является циклическим сдвигом abcdef.

Вход:

Первая строка -  $A$ .

Вторая строка -  $B$ .

Выход:

Если  $A$  является циклическим сдвигом  $B$ , индекс начала строки  $B$  в  $A$ , иначе вывести -1. Если возможно несколько сдвигов, вывести первый индекс.

Sample Input:

defabc

abcdef

Sample output:

3

### Описание алгоритма.

Алгоритм считывает две строки: образец и текст для поиска. После этого "строится" (физически новая строка не строится в целях экономии памяти, для этого используется структура, описанная ниже) строка вида  $S = P\#T$ , где  $\#$  - символ-разделитель, текст  $T$  и образец  $P$  (по условию сказано, что символы строк принадлежат латинскому алфавиту, поэтому можно взять любой другой в качестве разделителя). Для полученной строки рассчитывается префикс-функция. Префикс-функция для  $i$ -го символа возвращает значение, равное максимальной длине совпадающих префикса и суффикса подстроки, которая заканчивается  $i$ -м символом. Благодаря символу-разделителю выполняется условие  $\forall i: p[i] \leq |P|$ , где  $p[i]$  - значение префикс-функции для символа  $i$ , т.к. благодаря разделителю префиксом будет образец.

После того, как префикс-функция была построена, вызывается функция, которая обходит строку за заданное число "потоков", которое введено. Каждый поток обрабатывает свою часть строки. Если значение префикс функции текущего символа равна длине образца, то это означает, что алгоритм нашел вхождение. Индекс вхождения (смещение в строке для поиска) равен текущему индексу за вычетом двух длин образца. Если ни одного вхождение не было найдено, то выводится -1.

Сложность по времени алгоритма будет  $O(P+T)$ , т.к. вычисление префикс-функции для "склеенной" строки  $P\#T$  выполняется за линейное время (то есть за  $O(P+T)$ ), а поиск вхождений образца в строке в цикле выполняется также за линейное время  $O(P+T)$ , поэтому общая сложность будет  $O(P+T+P+T)=O(P+T)$ .

Сложность алгоритма по памяти будет  $O(P+T)$ , т.к. префикс-функция считается для "склеенной" строки  $P\#T$ .

#### Определение циклического сдвига.

В начале алгоритма считываются две строки одинаковой длины  $A$  и  $B$ , если длины не совпадают, то алгоритм сразу завершает работу и выводит -1, т.к. в таком случае  $A$  не является циклическим сдвигом. Затем с помощью той же функции вычисляется префикс-функция для строки  $B$ . После этого строка  $A$  удваивается, чтобы найти индекс строки  $B$  в строке  $A$  (если является циклическим сдвигом). После алгоритм заводит два индекса, которые указывают на символы в удвоенной строке  $A$  и строке  $B$ , после чего алгоритм проходит и сравнивает символы. Если произошло очередное совпадения, то индексы увеличиваются, если происходит несовпадение, то с помощью вектора префикс-функций для  $B$  осуществляется "сдвиг" образа (не на 1, как в "наивном" алгоритме, т.к. по префикс-функции можно определить, что часть символов уже совпала). Когда индекс указывающий на символ в образе  $B$  равен длине этого образа, это значит, что вхождение найдено. Т.к.  $A$  - это удвоенная строка, то мы определили что исходная строка  $A$  является циклическим сдвигом  $B$  и алгоритм завершает работу. В противном случае выводится -1.

Сложность по времени будет  $O(2|A|+|B|)=O(3|A|)=O(|A|+|B|)$ , т.к. для заполнения префикс-функции нужно  $|B|$  операций, а при поиске цикл проходит за линейное время по удвоенной строке  $A$ .

Сложность по памяти будет  $O(|B| + |A|)$ , т.к. в этом случае алгоритм строит префикс-функцию для строки  $B$  и на ее хранение требуется  $|B|$  памяти, а удвоение строки требует дополнительно  $|A|$  памяти.

### Описание функций и структур данных

```
struct Splice{
    std::string text;
    std::string sample;
    char separator = '#';
    int length();
    char operator[](const int index);
};
```

Для первого алгоритма "склеенная" строка вида  $S=P\#T$  в целях экономии памяти хранится в структуре `Splice`. Она хранит в себе строку для поиска, строку-образец, а также символ разделитель. Метод `length()` возвращает сумму длин текста и образца вместе с разделителем. Оператор индексации возвращает символ в соответствие с переданным индексом. Т.к. "склеенная" строка имеет вид  $P\#T$ , то в случае если индекс меньше длины образца, то возвращается символ из образца, иначе возвращается из строки содержащей текст.

- `void prefixFunction(Splice& splice, std::vector<int>& prefix);`

Функция `prefixFunction()` вычисляет префикс-функцию для каждого символа переданной строки `splice` и сохраняет значения в векторе `prefix`.

- `bool findEntry(std::string& text, std::string& sample, std::vector<int>& prefix, int flow_count = 1);`

Функция `findEntry()` получает на вход текст, образец, вектор префикс-функции, число переданных потоков и вычисляет индексы вхождений образца.

- `void printInterInfo(Splice& splice, std::vector<int> vect, int n);`

Функция `printInterInfo()` выводит промежуточные данные - состояние префикс-функции для текущей части строки (часть строки передается через `n`).

### Тестирование.

Таблица 1 - Тестирование поиска подстроки.

Входные данные	Результат
ab abab 1	Индексы: 0,2
abc abhabcabdhhdababfdhababcfhdh 4	Индексы: 3, 21
bt ahgjfnbdfbdfdbbdfbdf 3	Вхождение нет: -1
a ababfaabfaaabaafhaaa 5	Индексы: 0,2,5,6,9,10,11,13,14,17,18,19
abfhdfhfd dsfd 1	Length error
asdf asdf 1	Индексы: 0.

Таблица 2 - Тестирование поиска циклического сдвига.

Входные данные	Результат
defabc abcdef	Является сдвигом, позиция: 3

aaaaaaaaaaaaa aaaaaaaaaaaaa	Является сдвигом, позиция:0
aaa aaaa	Не является: -1
abcdefg defgabc	Является сдвигом, позиция: 3
aghfdsdf afdsfggf	Не является: -1

Пример работы программы с выводом промежуточных данных рис. 1-4:

```
abc
abcabfd fjkafabfdabcsfcbababfd
3
Начало расчета префикс-функции

Состояние префикс-функции для строки:
a b
0 0

Состояние префикс-функции для строки:
a b c
0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
a b c #
0 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a
0 0 0 0 1

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b
0 0 0 0 1 2

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c
0 0 0 0 1 2 3

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a
0 0 0 0 1 2 3 1

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b
0 0 0 0 1 2 3 1 2

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0
```

Рисунок 1 - Вывод результата



```

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d f j k a f a b f d a b c s f
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0 0 0 0 1 0 1 2 0 0 1 2 3 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d f j k a f a b f d a b c s f c
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0 0 0 0 1 0 1 2 0 0 1 2 3 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d f j k a f a b f d a b c s f c b
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0 0 0 0 1 0 1 2 0 0 1 2 3 0 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d f j k a f a b f d a b c s f c b a
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0 0 0 0 1 0 1 2 0 0 1 2 3 0 0 0 0 1

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d f j k a f a b f d a b c s f c b a b
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0 0 0 0 1 0 1 2 0 0 1 2 3 0 0 0 0 1 2

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d f j k a f a b f d a b c s f c b a b a
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0 0 0 0 1 0 1 2 0 0 1 2 3 0 0 0 0 1 2 1

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d f j k a f a b f d a b c s f c b a b a b
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0 0 0 0 1 0 1 2 0 0 1 2 3 0 0 0 0 1 2 1 2

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d f j k a f a b f d a b c s f c b a b a b f
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0 0 0 0 1 0 1 2 0 0 1 2 3 0 0 0 0 1 2 1 2 0

Состояние префикс-функции для строки:
a b c # a b c a b f d f j k a f a b f d a b c s f c b a b a b f d
0 0 0 0 1 2 3 1 2 0 0 0 0 0 1 0 1 2 0 0 1 2 3 0 0 0 0 1 2 1 2 0 0
Поток 1 (begin = 4) (end = 13)
Найдено вхождение с индекса: 0
Поток 2 (begin = 13) (end = 22)
Поток 3 (begin = 22) (end = 31)
Найдено вхождение с индекса: 16
Число вхождений: 2
Индексы: 0,16

```

Рисунок 2 - Вывод результата

```
bt
ahgjfnbdfbdfdbbdfbtbdf
2
Начало расчета префикс-функции

Состояние префикс-функции для строки:
b t
0 0

Состояние префикс-функции для строки:
b t #
0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a
0 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a h
0 0 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a h g
0 0 0 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a h g j
0 0 0 0 0 0 0
```

Рисунок 3 - Случай без вхождений

```

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a h g j f n b d f b f d b b
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a h g j f n b d f b f d b b d
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a h g j f n b d f b f d b b d f
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a h g j f n b d f b f d b b d f t
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a h g j f n b d f b f d b b d f t b d
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0

Состояние префикс-функции для строки:
b t # a h g j f n b d f b f d b b d f t b d f
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0
Поток 1 (begin = 3) (end = 13)
Поток 2 (begin = 13) (end = 23)
Вхождений нет: -1

```

Рисунок 4 - Случай без вхождений

Пример ошибочного ввода данных рис. 5:

```

abfhdfhfdz
ac
1
Length error

```

Рисунок 5 - Образ больше текста.

Пример поиска циклического сдвига рис. 6:

```
abcdefg
defgabc
Начало расчета префикс-функции

Состояние префикс-функции для строки:
d e
0 0

Состояние префикс-функции для строки:
d e f
0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
d e f g
0 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
d e f g a
0 0 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
d e f g a b
0 0 0 0 0 0

Состояние префикс-функции для строки:
d e f g a b c
0 0 0 0 0 0 0
Является сдвигом, позиция: 3
```

Рисунок 6 - Поиск сдвига.

### **Выводы.**

В ходе работы был разобран и реализован алгоритм Кнута-Морриса-Пратта для поиска вхождений подстроки в строку.

## Приложение

### Код первой программы (поиск подстроки)

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <vector>
#include <map>
#include <cmath>

bool INTER = true;

//перегружены оператор вывода вектора в поток
std::ostream &operator<<(std::ostream& stream, std::vector<int>& vect){
    stream << vect[0];
    for (int i = 1; i < vect.size(); i++){
        stream << "," << vect[i];
    }
}

//структура для хранения строки вида: S = P # T
struct Splice{
    std::string text;           //текст
    std::string sample;        //шаблон
    char separator = '#';      //разделитель
    int length()
    {
        return text.length()+sample.length()+1;
    }

    char operator[](const int index)           //оператор индексации
    {
        if (index < sample.length())
            return sample[index];
        else if (index == sample.length())
            return separator;
        else if (index > sample.length())
            return text[index-sample.length()-1];
    }
};

void printInterInfo(Splice& splice, std::vector<int> vect, int n){
    std::cout << "\nСостояние префикс-функции для строки: " << std::endl;
    for (int i = 0; i <= n; i++)
        std::cout << splice[i] << " ";
    std::cout << std::endl;
    for (int i = 0; i <= n; i++)
        std::cout << vect[i] << " ";
    std::cout << std::endl;
```

```

}

// функция для построения вектора префикс функции для
// "склеенной" строки S = P # T

void prefixFunction(Splice& splice, std::vector<int>& prefix){
    prefix[0] = 0; //всегда 0
    std::cout << "Начало расчета префикс-функции" << std::endl;
    int n = 1;

    for (int i = 1; i < splice.length(); i++)
    {
        // поиск какой префикс-суффикс можно расширить
        int k = prefix[i-1]; // длина предыдущего префикса
        while (k > 0 && splice[i] != splice[k]) // этот нельзя
расширить,
        k = prefix[k-1]; // берем длину меньшего
префикс

        if (splice[i] == splice[k])
            k++; // расширяем найденный префикс-
суффикс
        prefix[i] = k;
    }

    //функция поиска числа и индексов вхождений шаблона
    // в заданный текст

    bool findEntry(std::string& text, std::string& sample, std::vector<int>&
prefix, int flow_count = 1){
        int begin, end;
        bool find = false;
        std::vector<int> result;

        //раздел поиска по "потокам"
        for (int j = 0; j < flow_count; j++){
            begin = std::ceil(text.length()/flow_count)*j + sample.length() +
1; //начальная позиция для текущего потока
            end = std::ceil(text.length()/flow_count)*(j+1) + sample.length()
+ 1; //конечная позиция для текущего потока
            if (end > sample.length() + text.length() + 1)
                end = sample.length() + text.length() + 1;

            std::cout << "Поток " << j+1 << " (begin = " << begin << ") (end
= " << end << ")" << std::endl;
            for (int i = begin; i < end; i++){
                if (prefix[i] == sample.length()){ //если префикс-
функция == длине шаблона
                    std::cout << "Найдено вхождение с индекса: " << i -
2*sample.length() << std::endl; //то нашли

```

```

        find = true;
        result.push_back(i - 2*sample.length());
    }
}

if (find){
    std::cout << "Число вхождений: " << result.size() << std::endl;
    std::cout << "Индексы: "; std::cout << result;
    std::cout << std::endl;
}
else{
    std::cout << "хождений нет: ";
    std::cout << "-1" << std::endl;
}

return find;
}

// в начале вводится шаблон, затем
// текст и число "потоков"
int main()
{
    Splice splice;
    int flow_count;
    std::cin >> splice.sample;
    std::cin >> splice.text;
    std::cin >> flow_count;
    if (flow_count == 0)
        flow_count = 1;

    if (splice.sample.length() > splice.text.length()){
        std::cout << "\nLength error" << std::endl;
        return 0;
    }
    while(flow_count < 0 || flow_count > splice.text.length()){
        std::cout << "\nFlow count error, write new: ";
        std::cin >> flow_count;
    }

    if (splice.length() > 60)
        INTER = false;

    std::vector<int> prefix(splice.length());
    prefixFunction(splice, prefix);
    findEntry(splice.text, splice.sample, prefix, flow_count);
    return 0;
}

```

## Код поиска циклического сдвига

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <vector>
#include <map>
#include <cmath>
#include <climits>

bool INTER = true;

//перегружены оператор вывода вектора в поток
std::ostream &operator<<(std::ostream& stream, std::vector<int> vect){
    stream << vect[0];
    for (int i = 1; i < vect.size(); i++){
        stream << "," << vect[i];
    }
}

void printInterInfo(std::string& splice, std::vector<int> vect, int n){
    std::cout << "\nСостояние префикс-функции для строки: " << std::endl;
    for (int i = 0; i <= n; i++)
        std::cout << splice[i] << " ";
    std::cout << std::endl;
    for (int i = 0; i <= n; i++)
        std::cout << vect[i] << " ";
    std::cout << std::endl;
}

void prefixFunction(std::string& sample, std::vector<int>& prefix){
    prefix[0] = 0;
    std::cout << "Начало расчета префикс-функции" << std::endl;
    int n = 1;
    for (int i = 1; i < sample.length(); i++)
    { // поиск какой префикс-суффикс можно расширить
        int k = prefix[i-1]; // длина предыдущего
        префикса
        while (k > 0 && sample[i]!=sample[k]) // этот нельзя расширить,
            k = prefix[k-1]; // берем ранее
        рассчитанное значение

        if (sample[k] == sample[i])
            k = k + 1; // расширяем найденный
        префикс-суффикс

        prefix[i] = k;

        if (INTER)
            printInterInfo(sample, prefix, n++);
    }
}
```



```
}
```

```
//функция определения сдвига
```

```
bool findEntry(std::string& text, std::string& sample, std::vector<int>& prefix){
```

```
    int k = 0;    //индекс сравниваемого символа в sample
```

```
    if (text.length() != sample.length()){
```

```
        std::cout << "\nНе является циклическим сдвигом: ";
```

```
        std::cout << "-1";
```

```
        return false;
```

```
    }
```

```
    text = text + text;                //удваиваем строку
```

```
    for (int i = 0; i < text.length(); i++){
```

```
        while (k > 0 && sample[k] != text[i])
```

```
            k = prefix[k-1];
```

```
        if (sample[k] == text[i])
```

```
            k = k + 1;
```

```
        if (k == sample.length()){
```

```
            std::cout << "Является сдвигом, позиция: ";
```

```
            std::cout << i - sample.length() + 1;
```

```
            return true;
```

```
        }
```

```
    }
```

```
    std::cout << "\nНе является циклическим сдвигом: ";
```

```
    std::cout << "-1";
```

```
    return false;
```

```
}
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    std::string text;
```

```
    std::string sample;
```

```
    std::cin >> text;
```

```
    std::cin >> sample;
```

```
    std::vector<int> prefix(sample.length());
```

```
    prefixFunction(sample, prefix);
```

```
    findEntry(text, sample, prefix);
```

```
    return 0;
```

```
}
```