

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования „Национальный исследовательский университет ИТМО“

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант №20

Выполнил:

Горелов Илья Александрович,
группа Р3131

Проверил:

Марухленко Даниил Сергеевич

Санкт-Петербург 2025

Содержание

Задание.....	3
Основные этапы вычисления	3
Задание 1.....	3
Задание 2.....	3
Пример 1	3
Пример 2	4
Пример 3	4
Пример 4.....	5
Задание 3.....	5
Задание 4.....	5
Задание 5.....	6
Дополнительное задание №1	7
Задание 6.....	7
Заключение.....	8
Список использованных источников	8

Задание

Основные этапы вычисления

Задание 1

Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4) представлена на рисунке 1.

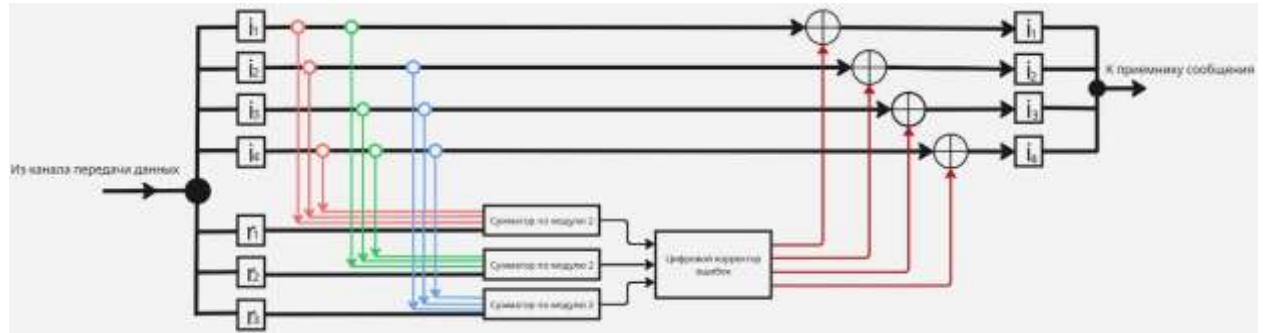


Рисунок 1 - Схема декодирования кода Хэмминга (7;4)

Задание 2

Пример 1

Таблица кодов Хэмминга (7;4) с рассматриваемым сообщением представлена в таблице 1. Способ построения таблицы представлен в [1].

Таблица 1 – Таблица кодов Хэмминга с рассматриваемым сообщением.

N - >	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	0	1	0	0	0	1	0	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X		X		X		X	S_1
2		X	X				X	S_2
4				X	X	X	X	S_3

Вычислим синдром S. Алгоритм вычисления синдрома представлен в [Ошибка! Источник ссылки не найден.]:

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0,$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0,$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1,$$

$$S = (0, 0, 1).$$

Синдрому S соответствует столбец 4, так как отметка стоит только у S_3 . Значит ошибка в r_3 .

Инвертируем значение r_3 и получим корректное сообщение: 0101010.

Пример 2

Таблица кодов Хэмминга (7;4) с рассматриваемым сообщением представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Таблица кодов Хэмминга с рассматриваемым сообщением.

N - >	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	1	1	1	0	0	1	1	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X		X		X		X	S ₁
2		X	X			X	X	S ₂
4				X	X	X	X	S ₃

Вычислим синдром S:

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

$$S = (1, 0, 0).$$

Синдрому S соответствует столбец 1, так как отметка стоит только у S₁. Значит ошибка в r₁.

Инвертируем ошибочное значение и получим корректное сообщение: 0110011.

Пример 3

Таблица кодов Хэмминга (7;4) с рассматриваемым сообщением представлена в таблице 3.

Таблица 3 – Таблица кодов Хэмминга с рассматриваемым сообщением.

N - >	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	0	1	1	1	1	0	1	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X		X		X		X	S ₁
2		X	X			X	X	S ₂
4				X	X	X	X	S ₃

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1,$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$

$$S = (1, 1, 1).$$

Синдрому S соответствует столбец 7, так как отметки стоят и у S₁, и у S₂, и у S₃. Значит ошибка в i₄.

Инвертируем ошибочное значение и получим корректное сообщение: 0111100.

Пример 4

Таблица кодов Хэмминга (7;4) с рассматриваемым сообщением представлена в таблице 4.

Таблица 4 – Таблица кодов Хэмминга с рассматриваемым сообщением.

$N - >$	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	0	1	0	1	1	0	0	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X		X		X		X	S_1
2		X	X			X	X	S_2
4				X	X	X	X	S_3

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1,$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1,$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0,$$

$$S = (1, 1, 0).$$

Синдрому S соответствует столбец 3, так как отметки стоят у S_1 и у S_2 . Значит ошибка в i_1 .

Инвертируем ошибочное значение и получим корректное сообщение: 0111100.

Задание 3

Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11) представлена на рисунке 2.

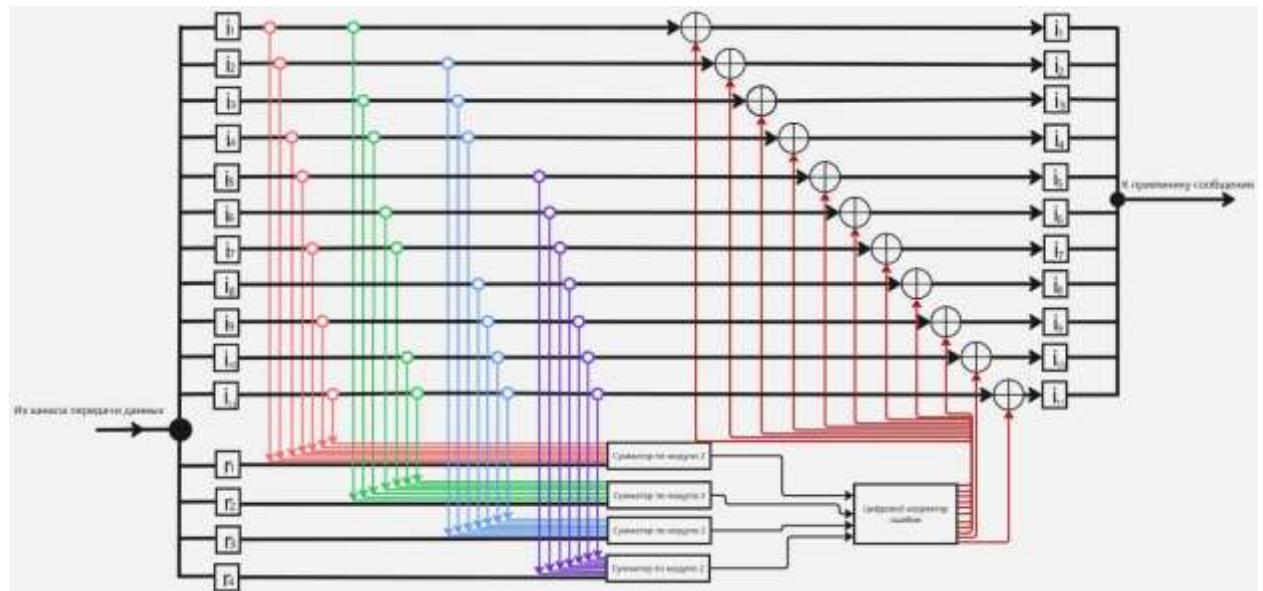


Рисунок 2 - Схема декодирования кода Хэмминга (15;11)

Задание 4

Таблица кодов Хэмминга (15;11) с рассматриваемым сообщением представлена в таблице 5.

Таблица 5 – Таблица кодов Хэмминга с рассматриваемым сообщением.

N ->	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Сообщение	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	S
1	X		X		X		X		X		X		X		X	S_1
2		X	X			X	X			X	X			X	X	S_2
4				X	X	X	X					X	X	X	X	S_3
8								X	X	X	X	X	X	X	X	S_4

Посчитаем синдром:

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0,$$

$$S_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$

$$S = (1, 1, 0, 1).$$

Синдрому S соответствует столбец 11, так как отметки стоят у S_1 , и у S_2 , и S_4 . Значит ошибка в i_7 .

Инвертируем ошибочное значение и получим корректное сообщение: 011000101000001.

Задание 5

$$1) 33 + 55 + 77 + 62 + 21 = 248$$

$$2) 248 * 4 = 992$$

Число информационных разрядов $i = 992$

Минимальное число проверочных разрядов определяется по следующей формуле:

$$2^r \geq r + i + 1$$

Подставим $i = 992$:

$$2^r \geq r + 993$$

При $r = 9$ неравенство не выполняется:

$$512 \geq 1002$$

При $r = 10$ неравенство выполняется:

$$1024 \geq 1003$$

Тогда $r = 10$ – минимальное число проверочных разрядов.

$$\text{Коэффициент избыточности} = \frac{r}{i+r} = \frac{10}{992+10} \approx 0,00998$$

Дополнительное задание №1

Учетная запись на GitLab представлена на рисунке 3.

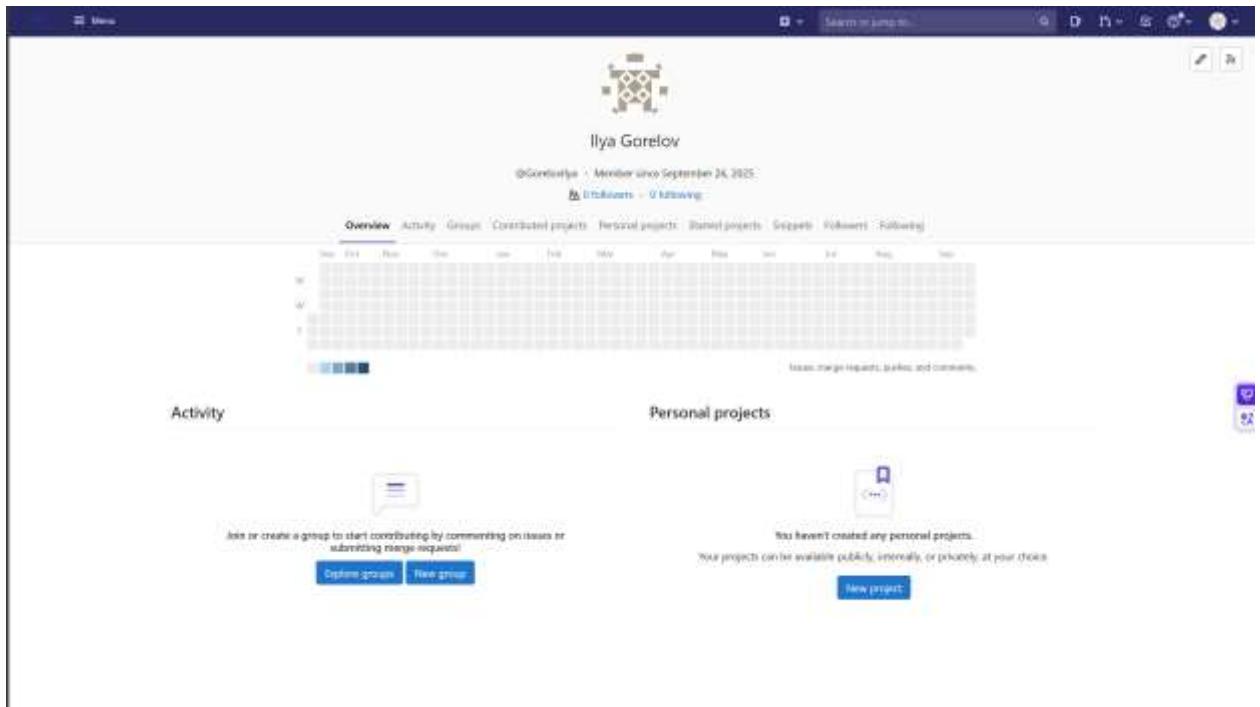


Рисунок 3 - Аккаунт на GitLab

Задание 6

Листинг программы представлен в листинге 1.

Листинг 1 – Листинг программы на Python.

```
def getAnalyzeResult(number: str):
    r = [number[0], number[1], number[3]]
    r = [int(x) for x in r]
    i = [number[2], number[4], number[5], number[6]]
    i = [int(x) for x in i]

    s1 = r[0]^i[0]^i[1]^i[3]
    s2 = r[1]^i[0]^i[2]^i[3]
    s3 = r[2]^i[1]^i[2]^i[3]

    s = str(s3)+str(s2)+str(s1)

    wrongBit = int(s, 2)
    s2 = ''
```

```

for i in range(7):
    if i!=wrongBit-1:
        s2+=number[i]
    else:
        s2+=str(int(not bool(int(number[i]))))

correctMessage = s2[2]+s2[4]+s2[5]+s2[6]
return [correctMessage,wrongBit]

s = input()

if len(s)==7:
    result = getAnalyzeResult(s)
    if result[1]!=0:
        print(f'Правильное сообщение: {result[0]} Неправильный бит №{result[1]}')
    else:
        print(f'Правильное сообщение: {result[0]} Ошибки нет')
else:
    print("Введите число из 7 цифр")

```

Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы я научился строить таблицы кода Хэмминга, находить и исправлять ошибки в сообщениях, используя алгоритм кода Хэмминга. Также я проанализировал схемы декодирования классического хода Хэмминга для разных случаев (7;4 и 15;11). Я научился находить минимальное число проверочных разрядов. Я научился находить минимальное число проверочных разрядов для определенного числа информационных разрядов, а также вычислять коэффициент избыточности.

Список использованных источников

1. Информатика: методическое пособие / П. В. Балакшин, В. В. Соснин. – Санкт-Петербург, 2015. – 96 с.
2. Hamming Code in Computer Network // GeeksforGeeks. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <https://www.geeksforgeeks.org/computer-networks/hamming-code-in->

<computer-network/?ysclid=mg16o60zfc990206344>, свободный. — (Дата обращения: 26.09.2025).