## Задание №1. Вычисление значений элементарных функций

**Цель задания**: практическое освоение методов анализа погрешностей в задаче вычисления значений элементарных функций.

1. По указанной точности (  $\varepsilon=10^{-6}$  ) решить обратную задачу теории погрешностей для заданной функции z(x).

Примечание: Номер варианта задания (см. Приложение 2) должен совпадать с Вашим номером в списке группы. Решение задачи необходимо представить набранным в любом текстовом редакторе / или же в виде скана(фото) рукописного текста при условии разборчивого почерка и хорошего качества снимка.

2. Программно реализовать вычисление значений функции z(x) в заданном интервале [a, b] ( x = a (h) b, где  $x_{i+1} = x_i + h$ ).

*Примечание:* Для вычисления значений элементарных функций необходимо использовать их разложение в степенные ряды (см. Приложение 1). Для квадратного корня ( $\sqrt{c}$ ) – формулу Герона:

$$ho_{i+1}=rac{1}{2}\Big(
ho_i+rac{c}{
ho_i}\Big)$$
, где  $ho_0$  — приближенное значение корня  $\left(\sqrt{c}
ight)$  с избытком.

3. Для функции  $z(x) = f(\varphi(x), \psi(x), \omega(x), ...)$  (и всех составляющих ее функций  $\varphi(x), \psi(x), \omega(x), ...)$  построить таблицу «*Итоговые результаты*» значений для узлов  $x = x_i$ ,  $i = \overline{1,k}$  с требуемой точностью.

Примечание:  $\Delta_{\varphi}$  — оценка погрешности, вычисленная Вами в пункте 1;  $\bar{\varphi}(x_i)$  — значения функции  $\varphi(x)$  в точке  $x_i$ , вычисленные с помощью встроенных функций языка программирования;  $\bar{\Delta}_{\varphi}$  — абсолютная погрешность вычисления значений функции  $\varphi(x)$ , в качестве «точного» решения для расчетов принимаются значения  $\bar{\varphi}(x_i)$ .

Аналогичные обозначения для функций (z(x),  $\psi(x)$ ,  $\omega(x)$ , ...).

4. Оценить полученные результаты: сравнить значения функций, вычисленные с помощью Вашей программной реализации, со значением встроенных функций.

Таблица «Итоговые результаты».

x	$\varphi(x)$	$\Delta_{arphi}$	$\bar{\varphi}(x)$	$\overline{\Delta}_{arphi}$	•••	z(x)	$\Delta_z = \varepsilon$	$\bar{z}(x)$	$\overline{\Delta}_z$
$x_1 = a$									
•••									
$x_{i+1} = x_i + h$									
•••									
$x_k = b$									

## Степенные ряды для элементарных функций и оценки их остатков

1. 
$$\exp x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$
,  $|R_n(x)| \le |u_n(x)|$ ,  $|x| < n+2$ ;

1. 
$$\exp x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$
,  $|R_n(x)| \le |u_n(x)|$ ,  $|x| < n+2$ ;  
2.  $\operatorname{sh} x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ ,  $|R_n(x)| \le |u_n(x)|/3$ ,  $|x| \le n$ ;

3. 
$$\operatorname{ch} x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!}, \quad |R_n(x)| \le 2|u_n(x)|/3, \quad |x| \le n;$$

4. 
$$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}, \quad |R_n(x)| \le |u_n(x)|, \quad |x| \le \frac{\pi}{4};$$

5. 
$$\cos x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}, \quad |R_n(x)| \le |u_n(x)|, \quad |x| \le \frac{\pi}{4};$$

6. 
$$\arctan x = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1}, & |x| < 1; \\ \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn} x - \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{-(2k+1)}}{2k+1}, & |x| \ge 1; \\ |R_n(x)| \le |u_n(x)|. \end{cases}$$

## Варианты заданий для самостоятельного выполнения

1. 
$$z(x) = [1 + \arctan(16.7x + 0.1)]^{1/2} / \cos(7x + 0.3),$$
  
 $x = 0.01(0.005)0.05;$ 

2. 
$$z(x) = [1 + \arctan(6.4x + 1.1)]^{1/2} / \sin(2x + 1.05),$$
  
 $x = 0.01(0.005)0.06;$ 

3. 
$$z(x) = \exp(1+x)\cos\sqrt{1+x}$$
,  $x = 0.01(0.005)0.06$ ;

4. 
$$z(x) = \sqrt{2x + 0.4} \arctan[\cos(3x + 1)], \quad x = 0.01(0.005)0.06;$$

5. 
$$z(x) = \sin(2x + 0.45)^{1/2} / \arctan(6x + 1)$$
  $x = 0.01(0.005)0.06$ ;

6. 
$$z(x) = \sin(4.5x + 0.6)/(1 + x - 12x^2)^{1/2}, \quad x = 0.1(0.01)0.2;$$

7. 
$$z(x) = [\cos(2.6x + 0.1)]^{1/2} / \exp(1 + x), \quad x = 0.1(0.01)0.2;$$

8. 
$$z(x) = [1 + \arctan(0.8x + 0.2)]^{1/2} \exp(2x + 1), \quad x = 0.1(0.01)0.2;$$

9. 
$$z(x) = \sqrt{\sin(x+0.74)} \sin(0.8x^2+0.1), \quad x = 0.1(0.01)0.2;$$

10. 
$$z(x) = \cos(2.8x + \sqrt{1+x}) \arctan(1.5x + 0.2), \quad x = 0.1(0.01)0.2;$$

11. 
$$z(x) = \cosh(1 + \sqrt{1+x})\cos\sqrt{1+x-x^2}$$
,  $x = 0.1(0.01)0.2$ ;

12. 
$$z(x) = \sqrt{1+x^2}[\sin(3x+0.1)+\cos(2x+0.3)], \quad x = 0.2(0.01)0.3;$$

13. 
$$z(x) = \text{arctg}[\sqrt{0.9x + 1}/(1 - x^2)] + \sin(3x + 0.6),$$
  
 $x = 0.2(0.01)0.3;$ 

14. 
$$z(x) = [\arctan \sqrt{1 + 0.6x}] / \sin(1 + 0.4x), \quad x = 0.2(0.01)0.3;$$

15. 
$$z(x) = \sin\left[\sqrt{1+x^2}/(1-x)\right]/\sin(x^2+0.4), \quad x = 0.2(0.01)0.3;$$

16. 
$$z(x) = \text{ch}[\sqrt{x^2 + 0.3}/(1+x)]\sin[(1+x)/(0.6x)],$$
  
 $x = 0.2(0.01)0.3;$ 

17. 
$$z(x) = \sqrt{1+x} \exp(x+0.5) \sin(0.3x+0.7)$$
.  $x = 0.5(0.01)0.6$ ;

18. 
$$z(x) = [(1+x)\exp(x+0.5) + \sin(x+0.4)]^{1/2}, \quad x = 0.5(0.01)0.6;$$

19. 
$$z(x) = \frac{\text{ch}(2x^2 + \sqrt{x})}{\sin(0.3 + \sqrt{x})}, \quad x = 0.5(0.01)0.6;$$

20. 
$$z(x) = \cos(0.5 + \sqrt{x})/\arctan(1 + 2x\sqrt{x}), \quad x = 0.5(0.01)0.6$$
.