

МГТУ им. Н. Э. Баумана
Факультет ФН «Фундаментальные Науки»
Кафедра ФН-12 «Математическое моделирование»

Отчет по учебной практике
«Использование компьютерной верстки L^AT_EX»
“Вариант №7”

Студент: Мацневский И. М.
Преподаватель: Юрченков А. В.
Группа: ФН12-31Б

Москва 2023

Задание 1

Для соответствующего уравнения кривой необходимо:

1.1 записать каноническое уравнение;

1.2 определить тип кривой;

1.3 записать преобразование параллельного переноса, приводящее уравнение к каноническому виду;

1.4 найти в случае эллипса: полуоси, эксцентриситет, координаты центра, вершин и фокусов; в случае гиперболы: полуоси, эксцентриситет, координаты центра, вершин и фокусов, уравнения асимптот; в случае параболы: параметр, вершину, фокус, уравнение директрисы (все координаты и уравнения - в исходной системе координат);

1.5 сделать чертеж кривой в исходной системе координат средствами \LaTeX .

Замечание. Для каждого из пунктов 1.3-1.5 необходимо сделать отдельный чертеж.

1.1

Дано уравнение $y^2 + 3x + 4y = 2$ кривой второго порядка. Приведем уравнение к каноническому виду.

$$(y^2 + 4y + 4) - 4 + 3x = 2$$

$$(y + 2)^2 = 6 - 3x$$

$$(y - (-2))^2 = 2 * (-1.5) * (x - 2)$$

Введем замену: $\bar{x} = x - 2$; $\bar{y} = y + 2$

$\bar{y}^2 = -3\bar{x}$ - каноническое уравнение

1.2

Мы получили уравнение параболы.

1.3

Запишем преобразование параллельного переноса, приводящее уравнение к каноническому виду:

$$\begin{cases} \bar{x} = x - 2 \\ \bar{y} = y + 2 \end{cases}$$

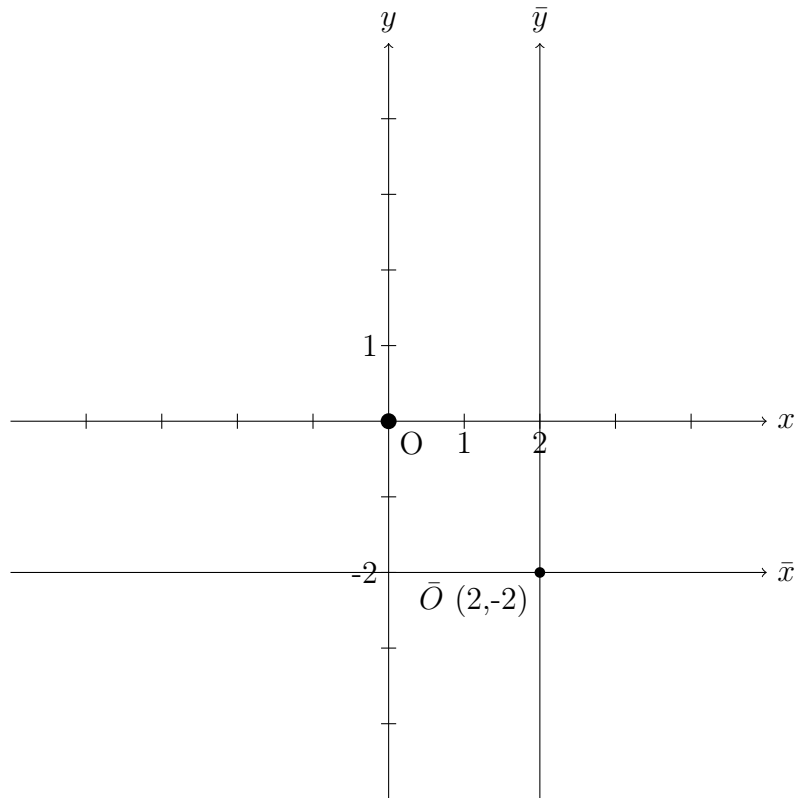


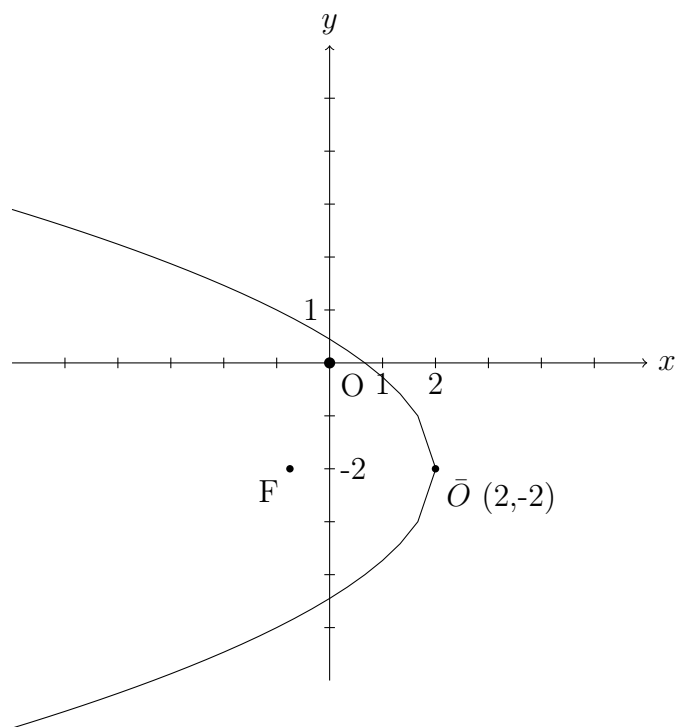
Рис. 1: Преобразование параллельного переноса

1.4

Из канонического уравнения найдем параметр, вершину и фокус параболы.

$$(y - (-2))^2 = 2 * (-1.5) * (x - 2)$$

- Значит параметр $p = -1.5$;
- Координата вершины - $\bar{O}(2, -2)$;
- Фокус - $(\frac{p}{2}, y_{ver})$, то есть $(-\frac{3}{4}, -2)$.



1.5

Изобразим итоговый результат: параболу, ее вершина, фокус и преобразование параллельного переноса

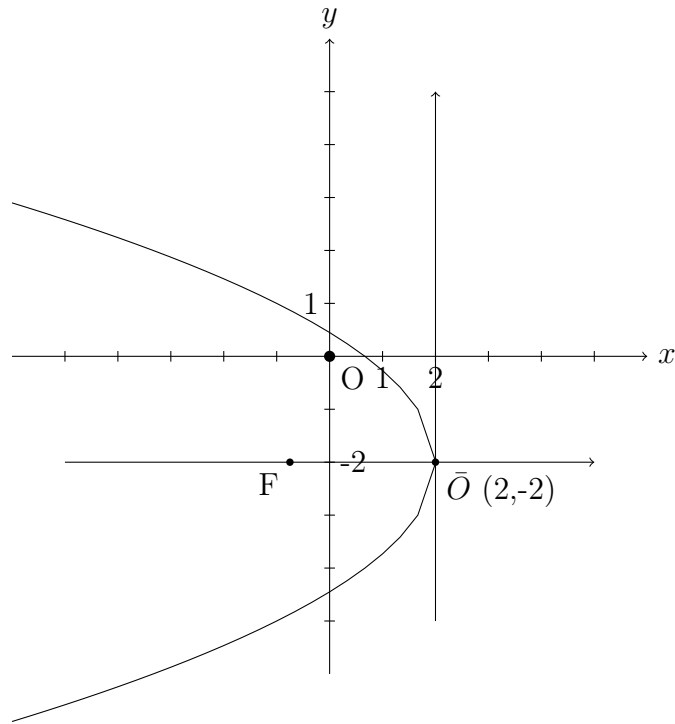


Рис. 2: Парабола и ее фокус

Задание 2

Построить кривую средствами T_EX, вводя соответствующую систему координат.

Дано уравнение:

$$x = 2 + \sqrt{4 - 2y}$$

Можно заметить, что это уравнение описывает правую ветвь параболы.

$$x - 2 = \sqrt{4 - 2y}$$

Возведем в квадрат и приведем к каноническому виду, чтобы удобнее было выполнить замену, не забудем про ограничение $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$

$$(x - 2)^2 = 4 - 2y \Rightarrow (x - 2)^2 = -2 * (y - 2)$$

Выполним замену: $\bar{x} = x - 2$; $\bar{y} = y - 2$

$$\bar{x}^2 = -2\bar{y}$$

Построим правую ветвь этой параболы в двух системах координат:

(x, y) - первый график: вершина лежит в точке $\bar{O}(2, 2)$, фокус F(2, -3)

(\bar{x} , \bar{y}) - второй график: вершина лежит в точке $\bar{O}(0, 0)$, фокус F(0, -1)

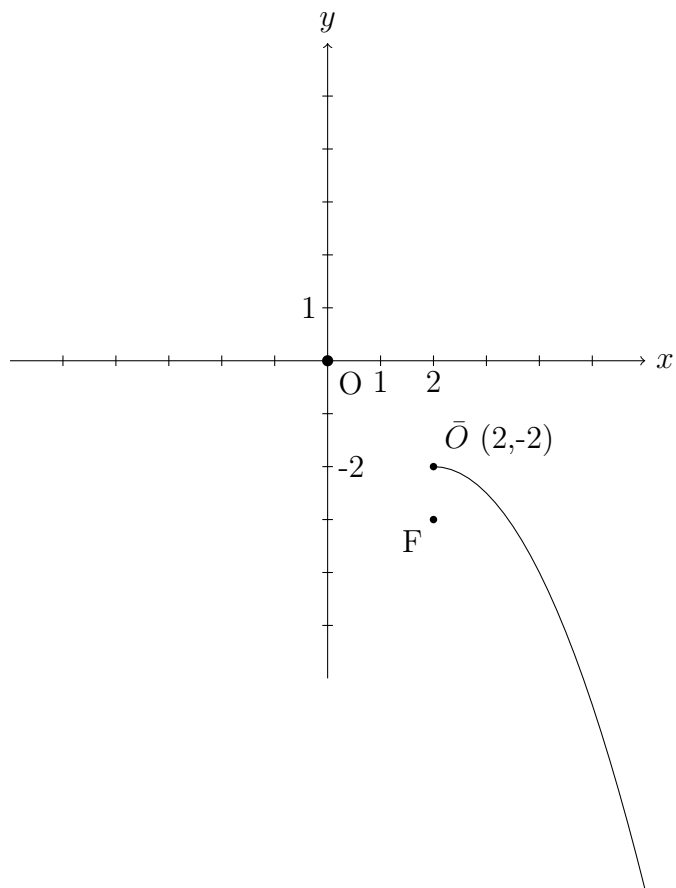


Рис. 3: Правая ветвь параболы в координатах по (x,y)

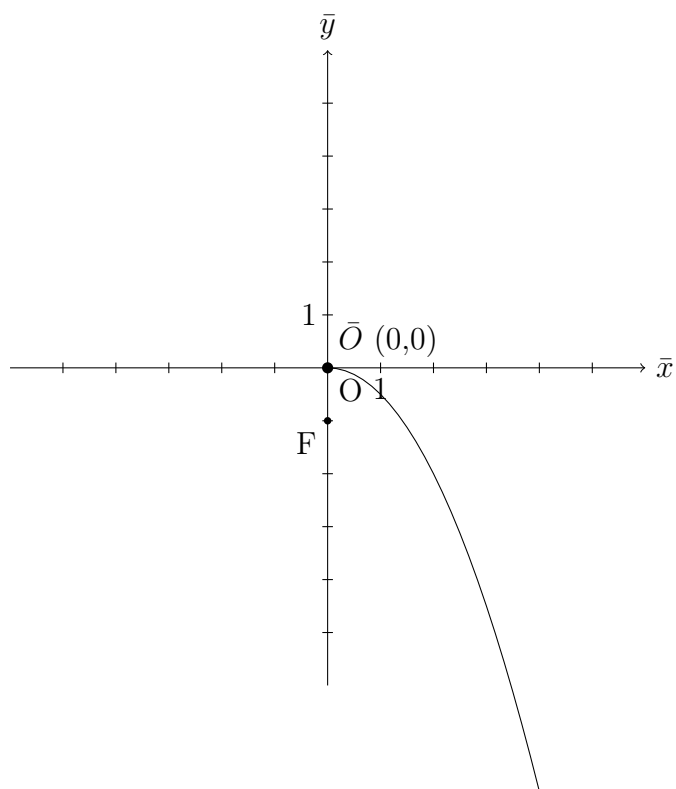


Рис. 4: Правая ветвь параболы в координатах по (\bar{x}, \bar{y})

Задание 3

Построить кривую средствами \TeX , указав соответствующую систему координат.

Оси симметрии эллипса параллельны осям координат OX и OY , $A(3,1)$ - вершина эллипса, $F_1(-1,4)$ - его фокус.

Отметим вершину и фокус на координатной плоскости, фокус лежит на большой оси, она параллельна оси OX , проведем ее, она задается уравнением $y = 4$. Вершина не лежит на проведенной оси, следовательно она лежит на малой оси, она будет задаваться уравнением $x = 3$.

Каноническое уравнение эллипса : $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$. Из него можно найти координаты фокусов: $F_1(h-c, k)$, $F_2(h+c, k)$, отсюда:

$$\begin{cases} h-c = -1 \\ h+c = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 3 \\ c = 4 \end{cases}$$

Найдем вершину B , расположенную на малой оси эллипса, она симметрична вершине A относительно большой оси, значит $B(3,7)$.

Координаты вершин: $A(h, k-b)$, $B(h, k+b)$, отсюда:

$$\begin{cases} k-b = 1 \\ k+b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 4 \\ b = 3 \end{cases}$$

Найдем оставшийся коэффициент a из формулы: $a^2 = b^2 + c^2$: $a^2 = 9 + 16 = 25$, а значит каноническое уравнение искомого эллипса имеет вид:

$$\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$$

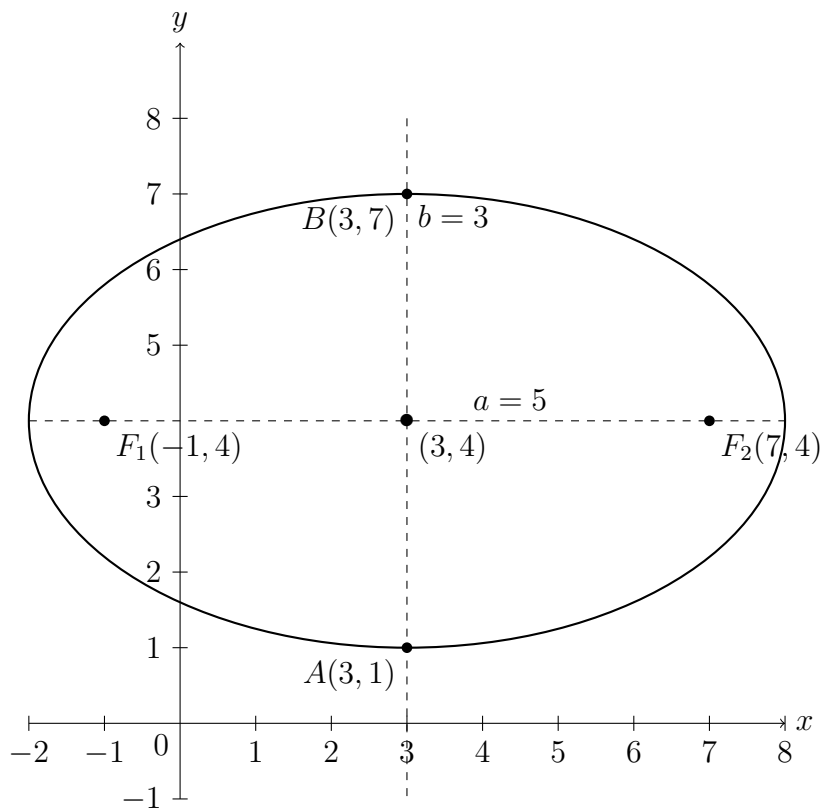


Рис. 5: Заданный эллипс

Список литературы

- [1] А. Н. Канатников, А. П. Крищенко : Аналитическая геометрия. – 2-е изд., Москва, 2000 г. Издание МГТУ им. Н. Э. Баумана.
- [2] Till Tantau : The TikZ and PGF Packages Manual. – for version 1.18, Institut fur Theoretische Informatik Universitat zu Lubeck. June 12, 2007
- [3] С. М. Львовский : Набор и вёрстка в системе \LaTeX . 3-е издание исправленное и дополненное, 2003 год.