22 февраля 2021 г.

Bonus

Пусть $a' = a,\ b' = b + a\overline{v} - \overline{y}$, тогда

$$\|a\mathbf{v} + b - \mathbf{y}\|^2 = \|a'(\mathbf{v} - \overline{v}) + b' - (\mathbf{y} - \overline{y})\|^2$$

Так как последнее равенство верно и для a, b, которые минимизируют левую часть исходного выражения, тогда

$$\underset{a,b\in R}{min} \|a\mathbf{v} + b - \mathbf{y}\|^2 \geq \underset{a,b\in R}{min} \|a(\mathbf{v} - \overline{v}) + b - (\mathbf{y} - \overline{y})\|^2$$

Аналогично в обратную сторону. Пусть $a' = a,\ b' = b - a\overline{v} + \overline{y}$, тогда

$$\|a(\mathbf{v} - \overline{v}) + b - (\mathbf{y} - \overline{y})\|^2 = \|a'\mathbf{v} + b' - \mathbf{y}\|^2$$

и

$$\underset{a,b\in R}{min} \|a(\mathbf{v} - \overline{v}) + b - (\mathbf{y} - \overline{y})\|^2 \geq \underset{a,b\in R}{min} \|a\mathbf{v} + b - \mathbf{y}\|^2$$