Task 1

Пусть $\mathbf{X} = \mathbb{R}^d$ и $\mathbf{H} = \{h_1, ..., h_d\}$, а $h_j(\mathbf{x}) = \mathbb{I}_{[x_j=1]}$.
Пусть $\mathbf{x}_t = \mathbf{e}_t = (0, 0, ...0, 1_t, 0, ..., 0)$, $y_t = \mathbb{I}_{[t=d]}, t \in \{1, ..., d\}$. Тогда Consistent может получить $p_t = 1, \forall t \in \{1, ..., d\}$. Тогда число ошибок в данном случае равно $d - 1 = |H| - 1$.

Task 2

Пусть $d \in \mathbb{N}$, $X = \{1, ..., d\}$ и для некоторого $S \subseteq \{1, ..., d\}$, $h_S(x) = \mathbb{I}_{[x \in S]}$.
Пусть $t = 1, 2, ...$ и $x_t = t, y_t = 1$. Тогда, Halving может вернуть $p_t = 1, \ \forall t \in [d] \Rightarrow \ d = log|H|$

Task 3

Покажем, что $M_{Halving}(H) = 1$.

Пусть h_{j^*} истинная гипотеза.

Task 4

$\sum\limits_{m=1}^{logT} \alpha\sqrt{2^m} = \alpha\frac{1-\sqrt{2}^{(logT)+1}}{1-\sqrt{2}} \leq \alpha\frac{1-\sqrt{2T}}{1-\sqrt{2}} \leq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\alpha T$