БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

**Лабораторная работа №1**

Выполнил: Рак Алексей

3 курс 3 группа

Преподаватель: Исаченко А.Н.

Минск 2018

**2.** Для производства чугунного литья используется различных шихтовых материалов (чугун, лом, форрофосфор и т.д.). Химический состав чугунного литья определяется содержанием в нем химических элементов (кремний, марганец, фосфор и т.д.). Готовый чугун должен иметь строго определенный химический состав, задаваемый величинами – процент содержания -го шихтового материала. Заданы также цены за единицу -го шихтового материала.

Найти наиболее дешевый состав шихты.

***Модель задачи:***

Пусть – процентное содержание i-ого химического эл-та в j-ом шихтовом материале,

– количество единиц j-ого шихтового материала.

Целевая функция:

Ограничения задачи:

,

**5.** Авиапредприятию необходимо решить, какое количество топлива следует закупить у трех поставщиков, если имеют место следующие ограничения:

а) заправка самолетов осуществляется в четырех аэропортах;

б) нефтяные заводы имеют следующие возможности поставок: 2,5 млн.л., 5 млн.л., 6 млн. л.;

в) распределение топлива по аэропортам осуществляется в следующих количествах: 1 млн. л., 2 млн. л., 3 млн. л., 4 млн. л.

Составить модель оптимального прикрепления поставщиков, если стоимость доставки 1 л топлива задается следующей таблицей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 12 | 9 | 10 |
| 2 | 10 | 11 | 14 |
| 3 | 8 | 11 | 13 |
| 4 | 11 | 13 | 9 |

***Модель задачи:***

Пусть – количество литров топлива, приобретенного авиапредприятие должно закупить у j-того поставщика в -тый аэропорт, ,

– количество топлива, необходимое в i-ый аэропорт. Значение из условия

возможности поставок j-ого нефтяного завода

Целевая функция:

Ограничения:

,

**8.**Пусть площадь, отведенная для выращивания сельскохозяйственных культур, состоит из  земельных участков На этих участках выращивается  сельскохозяйственных культур (). Причём на участке выращивается только одна культура.

Затраты по возделыванию -й культуры на -м участке выражаются числом , причем возможны дополнительные расходы *cij.*

На каждом из участков можно применять удобрение только одного из *z* типов. Дополнительные расходы при использовании *k*-го удобрения на -м участке в случае посадки -й культуры равны . Наконец, каждый из участков можно орошать. Стоимость орошения -го участка равна *qi*  и не зависит от культуры.

Заданы:  – урожай -й культуры на -м участке с *k*-м удобрением без дополнительных затрат и без орошения;

 – то же с орошением без дополнительных затрат;

 – то же с дополнительными затратами без орошения;

 – то же с дополнительными затратами и с орошением.

Пусть также  – заданный средний суммарный урожай -й культуры, а заданный объем соответствующей продукции - . Распределить культуры по участкам с целью минимизации суммарных затрат.

***Модель задачи:***

Пусть – переменная, означающая выращиваем j-ую культуру на i-ом участке или нет, ;

– переменная, означающая есть ли дополнительные расходы на i-ом участке стоимостью для j-ой культуры, .

– переменная, означающая используется ли орошение стоимостью для i-ого участка, .

– переменная, означающая используется ли k-ое удобрение на i-ом участке стоимостью , и .

Целевая функция:

Ограничения задачи:

, , ,

**9.** Сельхозпредприятие имеется несколько земельных участков, качественно отличающихся друг от друга. Хозяйство возделывает несколько видов культур.

Необходимо определить, какую площадь каждого участка следует отвести под каждую культуру, чтобы получить запланированные объемы продукции при минимальных затратах.

Решить задачу, используя числовые данные, представленные в следующей таблице:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Земля | Площадь (га) | Культуры | Урожайность (ц/га) | Трудоемкость (дни/га) |
| лучшая | 100 | пшеница  рожь  овес | 30  25  28 | 10  8  7 |
| обыкновенная | 200 | пшеница  рожь  овес | 20  20  26 | 10  8  7 |
| худшая | неограни-  чена | пшеница  рожь  овес | 15  15  25 | 10  8  7 |

Плановые задания: пшеница – 5000 ц, рожь – 3500 ц, овес – 5000 ц.

***Модель задачи:***

Пусть 1 – лучшая земля, 2 – обыкновенная земля, 3 – худшая земля; 1 – пшеница, 2 – рожь, 3 - овес

– площадь, занимаемая j-ой культурой на i-ом типе земли.

– трудоемкость для j-ой культуры, значение берется из таблицы.

Целевая функция:

Ограничения:

**10.** Бригада рабочих, состоящая из четырех человек, получила задание на выполнение четырех видов работ. В силу неодинаковой профессиональной подготовленности на выполнение одной и той же работы разными рабочими затрачивается различное время, что отражено в матрице

Определить такое распределение работ между членами бригады, при котором затраты времени на выполнение всего задания были бы минимальны.

***Модель задачи:***

Пусть – количество часов, потраченных i-ым работником на выполнение работы

– значения затрачиваемых часов из таблицы

– переменная, означающая выполняется ли i-ым работником j-ая работа.

Целевая функция:

Ограничения:

**11.** В мастерской имеется 4 станка, которые могут выполнять 3 операции. Каждую операцию единовременно может выполнять только один станок, и каждый станок можно загрузить выполнением только одной операции.

Матрица затрат времени при выполнении -станком -й операции имеет вид:

Определить наиболее рациональное распределение операций между станками, минимизирующее суммарные затраты времени.

***Модель задачи:***

Пусть – количество часов, потраченных i-ым станком на выполнение операции

– значения затрачиваемых часов из таблицы

– переменная, означающая выполняется ли i-ым станком j-ая операция.

Целевая функция:

Ограничения:

**12.** В различных концах города находятся пять автохозяйств, которые должны выделить по одному грузовику и послать в пять различных сельхозпредприятий за овощами, поставляемыми пяти овощным базам.

Известно время, затрачиваемое автомобилями на дорогу до каждого предприятия, время, время на доставку их на базы и время, необходимое для погрузки овощей. Эти данные приведены в следующих таблицах:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | сельхозпредприятия | | | | |
| машины | A | B | C | D | E |
| I | 3 | 1 | 5 | 2 | 4 |
| II | 4 | 6 | 3 | 1 | 3 |
| III | 2 | 4 | 2 | 3 | 6 |
| IV | 5 | 3 | 1 | 4 | 2 |
| V | 1 | 7 | 3 | 2 | 5 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | базы | | | | | | | | | | |
| пред-тия | | a | b | | c | | d | | e | | |
| A | | 4 | 6 | | 1 | | 2 | | 5 | | |
| B | | 2 | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | |
| C | | 1 | 5 | | 3 | | 4 | | 2 | | |
| D | | 2 | 4 | | 5 | | 6 | | 3 | | |
| E | | 5 | 2 | | 1 | | 3 | | 4 | | |
| сельхозпредприятия | | | | A | | B | | C | | D | E |
| время погрузки | | | | 2 | | 4 | | 3 | | 2 | 1 |

Требуется так организовать распределение транспорта, чтобы минимизировать затраты времени, связанные с его эксплуатацией.

***Модель задачи:***

Пусть – переменная, означающая, отправлен ли грузовик из i-ого автохозяйства в j-ое сельхозпредприятие.

– время на дорогу i-ого грузовика на j-ое предприятие, - время доставки на базу для i-ого грузовика на j-ое предприятие, – время погрузки для j-ого предприятия. Значения из таблиц.

Целевая функция:

Ограничения:

**13.** Самолеты авиакомпании совершают рейсы между двумя городами  и  в обоих направлениях.

Если база экипажа находится в  (*B*) и экипаж прибывает в  (*A*) определенным рейсом, то он должен вернуться в  (*B*) одним из рейсом (возможно, на следующий день). Между полетами у экипажа должен быть отдых не менее часа.

Компания стремится выбрать обратный рейс так, чтобы минимизировать время нахождения экипажа в аэропорту, который не является базой экипажа.

При заданном расписании полетов требуется решить:

* 1. какие рейсы спарить (спаренный рейс – рейс в оба конца, выполняемый одним и тем же экипажем)?
  2. где выбрать базу при заданных спаренных рейсах?

Расписание рейсов

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Рейс | Вылет из А | Прибытие в В | Рейс | Вылет из В | Прибытие в А |
| 1 | 7.30 | 9.00 | 2 | 7.00 | 10.00 |
| 3 | 8.15 | 9.15 | 4 | 7.45 | 10.45 |
| 5 | 14.00 | 15.30 | 6 | 11.00 | 14.00 |
| 7 | 17.45 | 19.15 | 8 | 18.00 | 21.00 |
| 9 | 19.00 | 20.30 | 10 | 19.30 | 22.30 |

***Модель задачи:***

Возможны следующие спаренные рейсы:

(1,6), (1,8), (1,10), (3,6), (3,8), (3,10), (5,8), (5,10), (7,2), (9,2), (2,5), (2,7), (2,9), (4,5), (4,7), (4,9), (6,7), (6,9), (8,1), (10,1).

Обозначим – количество часов отдыха для маршрута рейсов (i, j).

– переменная, означающая, есть ли спаренный рейс (*i,j),*.

Целевая функция:

Ограничения:,

,

**14.** Из пункта в пункт и обратно отправляются четыре поезда, согласно расписанию:

из в – 9.00, 12.00, 16.00, 20.00;

из в – 10.00, 15.00, 18.00, 22.00.

Время в пути для всех поездов одинаково и равно шести часам. Локомотивы, ведущие поезда, совершают в сутки два рейса: один из пункта, к которому локомотив прикреплен, и второй обратно с ближайшим очередным рейсом.

Найти оптимальное закрепление локомотивов за пунктами и , при котором достигается минимум суммарного времени простоя локомотивов.

***Модельзадачи:***

Возможныемаршруты: (1A; 2B), (2A; 3B), (3A; 4B), (4A; 1B), (1B; 3A), (2B; 1A), (3B; 1A), (4B; 1A). Обозначим множество маршрутов M. Количество часов простоя локомотива для каждого из маршрутов обозначим ;

– существует ли локомотив, который едет по (i,j) маршруту, (i,j).

Ограничения: ,

Целевая функция:

**15.** Банк предоставляет набор услуг по кредитованию. Возможные типы банковских кредитов приведены в таблице. Безнадёжные долги считаются не возвратимыми, поэтому они дролжны вычитаться из возможного дохода.

Конкурентная борьба вынуждает банк не менее 40% портфеля кретитов помещать в сельскохозяйственные и коммерческие кредиты. Для содействия строительной индустрии банк планирует вложить в кредиты на покупку жилья не меньше, чем общая сумма кредитов физическим лицам и на покупку автомобилей. Банк поддерживает государственную политику, указывающую, что отношение безнадёжных долгов ко всей сумме кредитов не должно превышать 0,04.

Сформировать портфель кредитов объёмом 12 млн. долларов, для получения максимальной

чистой прибыли.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тип кредита | Ставка процента | Вероятность безнадёжных долгов |
| Кредиты физическим лицам | 0,14 | 0,1 |
| Кредиты на покупку автомобилей | 0,13 | 0,07 |
| Кредиты на покупку жилья | 0,12 | 0,03 |
| Сельскохозяйственные | 0,125 | 0,05 |
| Коммерческие | 0,1 | 0,02 |

***Модель задачи:***

Пусть *−* сумма (в млн долларов) i-ого кредита;

–разность процентной ставки и вероятности безнадежных долгов *i*-го типа кредита.

Целевая фунция:

Ограничения:

**16**. Планируя расходы на обучение ребёнка, семейная пара решила ежегодно откладывать определённые суммы в течение 10 лет, начиная с 8-летнего возраста ребёнка. По годам эти суммы запланированы следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Сумма  (долл.) | 2000 | 2000 | 2500 | 2500 | 3000 | 3500 | 3500 | 4000 | 4000 | 5000 |

Семейная пара решила вложить деньги в: 1) страховой полис с 7,5% годовых; 2) шестилетние ценные бумаги с 7,9% годовых (текущая рыночная стоимость ценных бумаг равна 98% номинальной стоимости); 3) девятилетние ценные бумаги с доходностью 8,5% годовых (их текущая рыночная стоимость равна 1,02 от номинальной стоимости).

Определить оптимальный план вложения денег и ежегодные доходы.

***Модель задачи***

Пусть - прибыль от вложения в страховой полис с 7,5% ,

– прибыль от вложения в шестилетние бумаги с 7,9% годовых (текущая рыночная стоимость ценных бумаг равна 98% номинальной стоимости),

- прибыль от вложения в девятилетние ценные бумаги с доходностью 8,5% годовых (их текущая рыночная стоимость равна 1,02 от номинальной стоимости).

Где i – год, в котором деньги были вложены в соответствующие вклады.

Пусть - сумма вклада в i-ом году. Тогда получаем:

Целевая функция запишется в виде

Ограничения задачи: