Задача-4:

$f(A) = A^{-1} X (X^T A^{-1} X)^{-1}$

$X$ размером $n \times m$

$\Omega$ размером $m \times m$

$\Delta$ размером $n \times n$

$A = \Delta + X \Omega X^T \Rightarrow A^{-1} = (\Delta + X \Omega X^T)^{-1} = \Delta^{-1} - \Delta^{-1} X (\Omega^{-1} + X^T \Delta^{-1} X)^{-1} X^T \Delta^{-1}$

1) $[X^T A^{-1} X]^{-1} = [X^T \Delta^{-1} (I - X (\Omega^{-1} + X^T \Delta^{-1} X)^{-1} X^T \Delta^{-1}) X]^{-1} = [X^T \Delta^{-1} X (I - (\Omega^{-1} + X^T \Delta^{-1} X)^{-1}$

$\cdot X^T \Delta^{-1} X)]^{-1} = |$Пусть $X^T \Delta^{-1} X = \alpha| = [\alpha (I - (\Omega^{-1} + \alpha)^{-1} \alpha)]^{-1} = [I - (\Omega^{-1} + \alpha)^{-1} \alpha]^{-1}$

$\alpha^{-1}$

2) $A^{-1} X = \Delta^{-1} X (I - (\Omega^{-1} + \alpha)^{-1} \alpha)$

3) $\Delta^{-1} X (I - (\Omega^{-1} + \alpha)^{-1} \alpha \cdot [I - (\Omega^{-1} + \alpha)^{-1} \alpha]^{-1} \cdot \alpha^{-1} = \Delta^{-1} X \alpha^{-1} = \Delta^{-1} X (X^T \Delta^{-1} X)^{-1} =$

$= f(\Delta)$