

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

Кафедра инженерной кибернетики

Лабораторная работа №4
ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

по дисциплине
«Математическое моделирование»

Направление подготовки:

01.03.04 Прикладная математика

Выполнили:
Студенты группы БПМ-19-2
Антонов Илья
Богомолов Владислав
Карнаушко Владимир

Проверил:
Доцент кафедры ИК
Добриборщ Дмитрий Эдуардович

Москва, 2021

Цель работы: изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

В качестве условия задачи для выполнения работы был выбран вариант 2 со следующими условиями:

$$U_H = 48 \text{ В}, n_0 = 1000 \text{ об./мин}, I_H = 12 \text{ А}, M_H = 5,5 \text{ Н} \cdot \text{м}, R = 0,75 \text{ Ом}, T_J = 5 \text{ мс}, J_D = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2, T_y = 6 \text{ мс}, i_P = 16, J_M = 2,75 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Расчет параметров математической модели и вывод ВСВ

Для полной модели

Индуктивность L : $T_J = \frac{L}{R}$, отсюда $L = T_J R = 0,005 \text{ с} \cdot 0,75 \text{ Ом} = 0,00375 \text{ Гн}$.

Коэффициент K_D : $K_D = \frac{1}{R} = \frac{1}{0,75 \text{ Ом}} = \frac{4}{3} \text{ 1/Ом}$.

Скорость вращения холостого хода $\omega_0 = 2\pi \frac{1000 \text{ об.}}{60 \text{ с}} = \frac{100\pi}{3} \text{ об./с}$.

Момент инерции, приведенный к валу двигателя J_Σ : $J_\Sigma = J_D + 0,2J_D + \frac{J_M}{i_P^2} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 + 0,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 + \frac{2,75 \text{ кг} \cdot \text{м}^2}{256} = \frac{40519}{3200000} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Коэффициент усиления K_y : $K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{48 \text{ В}}{10 \text{ В}} = 4,8$.

Коэффициент усиления k_E : $k_E = \frac{U_H}{\omega_0} = \frac{48 \cdot 3}{100\pi} = \frac{1,44}{\pi} \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{об.}}$.

Коэффициент момента k_M : $k_M = \frac{M_H}{I_H} = \frac{5,5 \text{ Н} \cdot \text{м}}{12 \text{ А}} = \frac{11}{24} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А}}$.

Передаточные функции: $W_1(s) = \frac{4/3}{0,005s+1} = \frac{4}{0,015s+3}$, $W_2(s) = \frac{4,8}{0,006s+1}$.

Приняв за вектор состояния $x^T = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4) = (\alpha_M \ \omega \ I \ U_y)$, получим следующую систему ВСВ:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_M = \omega \\ \dot{\omega} = a_{23}I + dM_H \\ \dot{I} = a_{32}\omega + a_{33}I + a_{34}U_y \\ \dot{U}_y = a_{44}U_y + bu \end{cases}, \text{ то есть } \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_{23}x_3 + dM_H \\ \dot{x}_3 = a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 \\ \dot{x}_4 = a_{44}x_4 + bu \\ y = x_1 \end{cases}$$

где a_{ij} , b , d – постоянные коэффициенты.

Для упрощенной модели

$$K = \frac{K_y}{k_E i_P} = \frac{4,8}{\frac{1,44}{\pi} \cdot 16} = \frac{5\pi}{24} \frac{\text{об.}}{\text{В} \cdot \text{с}},$$

$$K_f = \frac{R}{k_M k_E i_P^2} = \frac{0,75 \text{ Ом}}{\frac{11}{24} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А}} \cdot \frac{1,44}{\pi} \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{об.}} \cdot 16^2} = \frac{25\pi}{5632} \frac{\text{Ом} \cdot \text{А} \cdot \text{об.}}{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{В} \cdot \text{с}},$$

$$T_M = \frac{R J_{\Sigma}}{k_M k_E} = \frac{0,75 \text{ Ом} \cdot \frac{40519}{3200000} \text{ кг} \cdot \text{м}^2}{\frac{11}{24} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А}} \cdot \frac{1,44}{\pi} \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{об.}}} = \frac{40519 \pi}{2816000} \frac{\text{Ом} \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{А} \cdot \text{об.}}{\text{Н} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}.$$

Приняв за вектор состояния $x^T = (x_1 \ x_2) = (\alpha_M \ \omega_M)$, получим следующую систему ВСВ:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -ax_2 + bu + df \\ y = x_1 \end{cases}$$

Где a, b, d – постоянные коэффициенты, f – возмущающее воздействие.

Схема моделирования при $M_{CM} = 0, U = 5 \text{ В}$.

Схема моделирования при $M_{CM} = 0, U = 5 \text{ В}$ представлена на рис. 1.

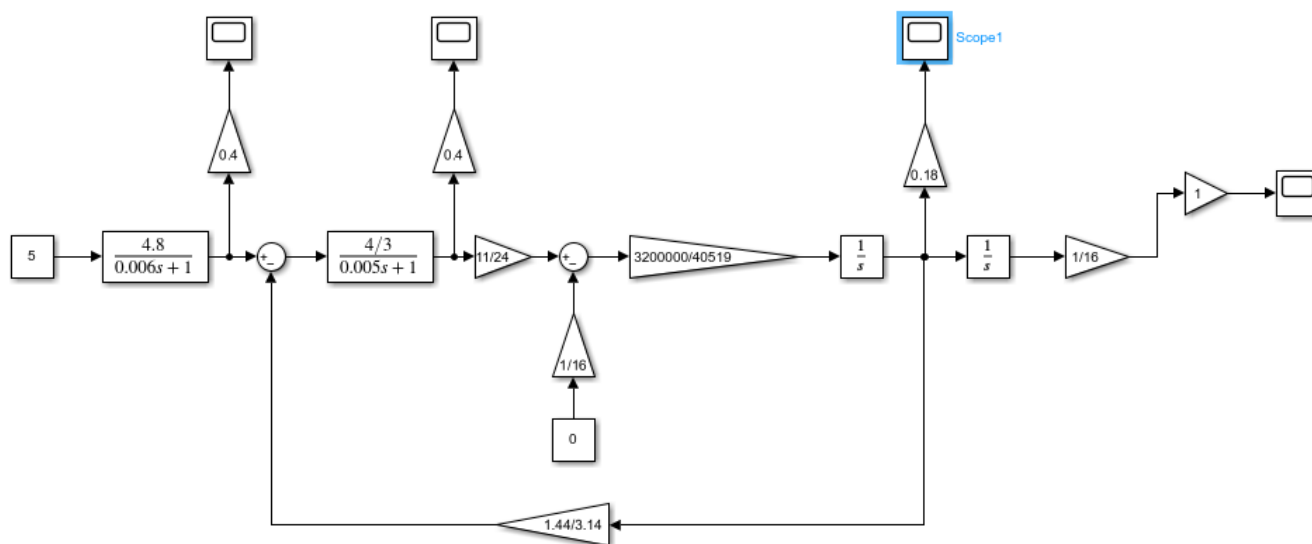


Рис. 1. Схема моделирования (полная) при $M_{CM} = 0, U = 5 \text{ В}$

Представим графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ (рис. 2, 3, 4 и 5 соответственно).

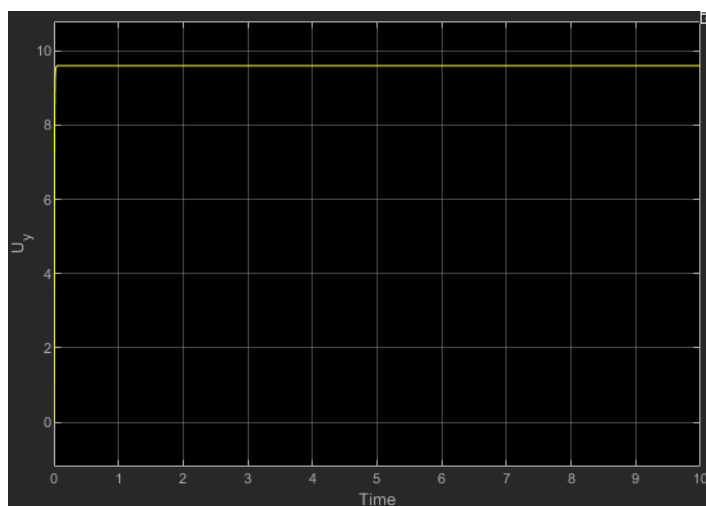


Рис. 2. Зависимость $\hat{U}_y(t)$ при $M_{CM} = 0$ и $U = 5 \text{ В}$ для полной модели

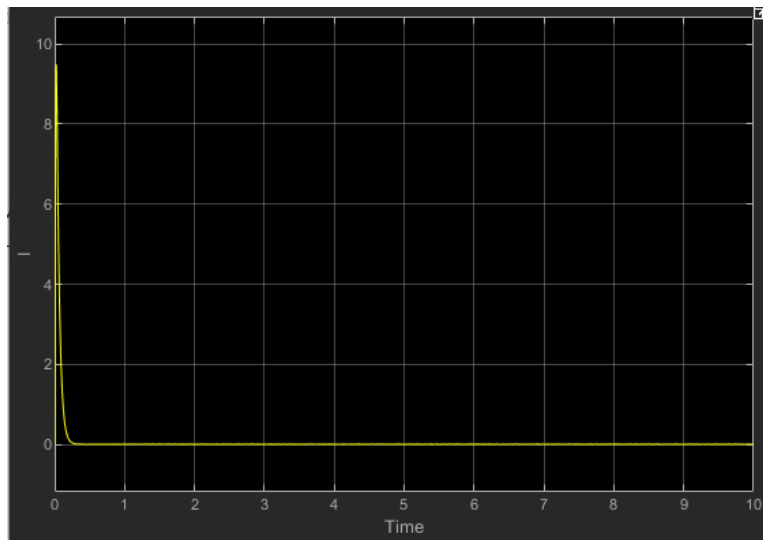


Рис. 3. Зависимость $\hat{i}(t)$ при $M_{CM} = 0$ и $U = 5$ В для полной модели

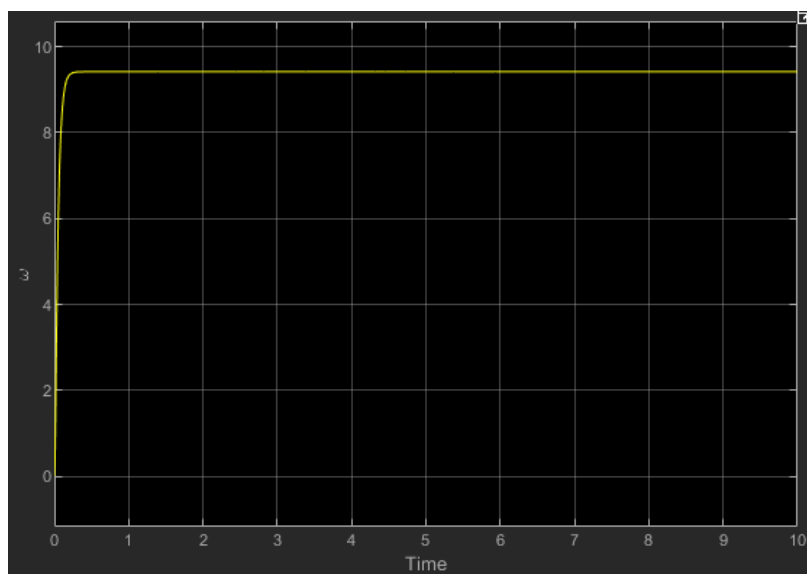


Рис. 4. Зависимость $\hat{\omega}(t)$ при $M_{CM} = 0$ и $U = 5$ В для полной модели

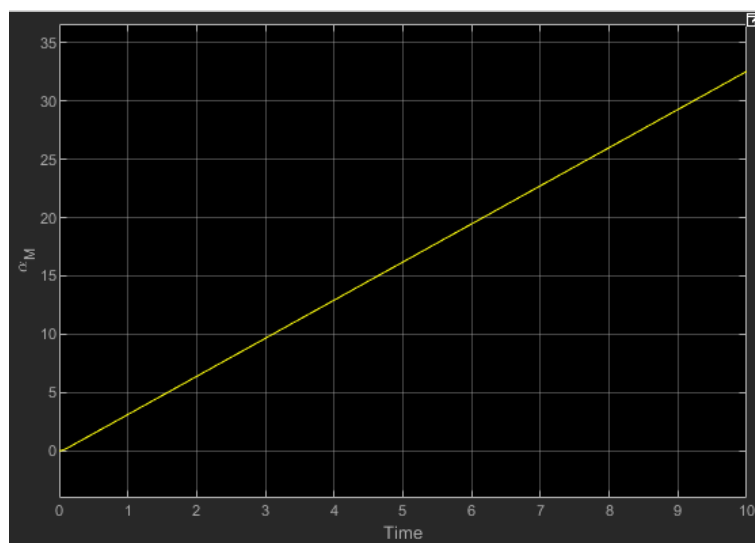


Рис. 5. Зависимость $\hat{\alpha}_M(t)$ при $M_{CM} = 0$ и $U = 5$ В для полной модели

Исследование влияния момента сопротивления M_{CM} на вид переходных процессов

Будем менять момент сопротивления M_{CM} в диапазоне $[0, i_P M_H]$, то есть $[0, 88]$.

Приведем графики для значений момента сопротивления 10, 50 и 80 Нм (рис. 6, 7, 8 соответственно) для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$. Из структурной схемы видно, что на \hat{U}_y момент сопротивления не влияет.

Из графиков видно, что увеличение момента сопротивления увеличивает максимальное и установившееся значения \hat{I} , уменьшает значения $\hat{\omega}$ и замедляет рост $\hat{\alpha}_M$.

Также по графикам можно установить, что время переходного процесса для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$ составляет менее 0,5 с, а точнее, приблизительно 0,01 с, 0,1 с и 0,1 с соответственно.

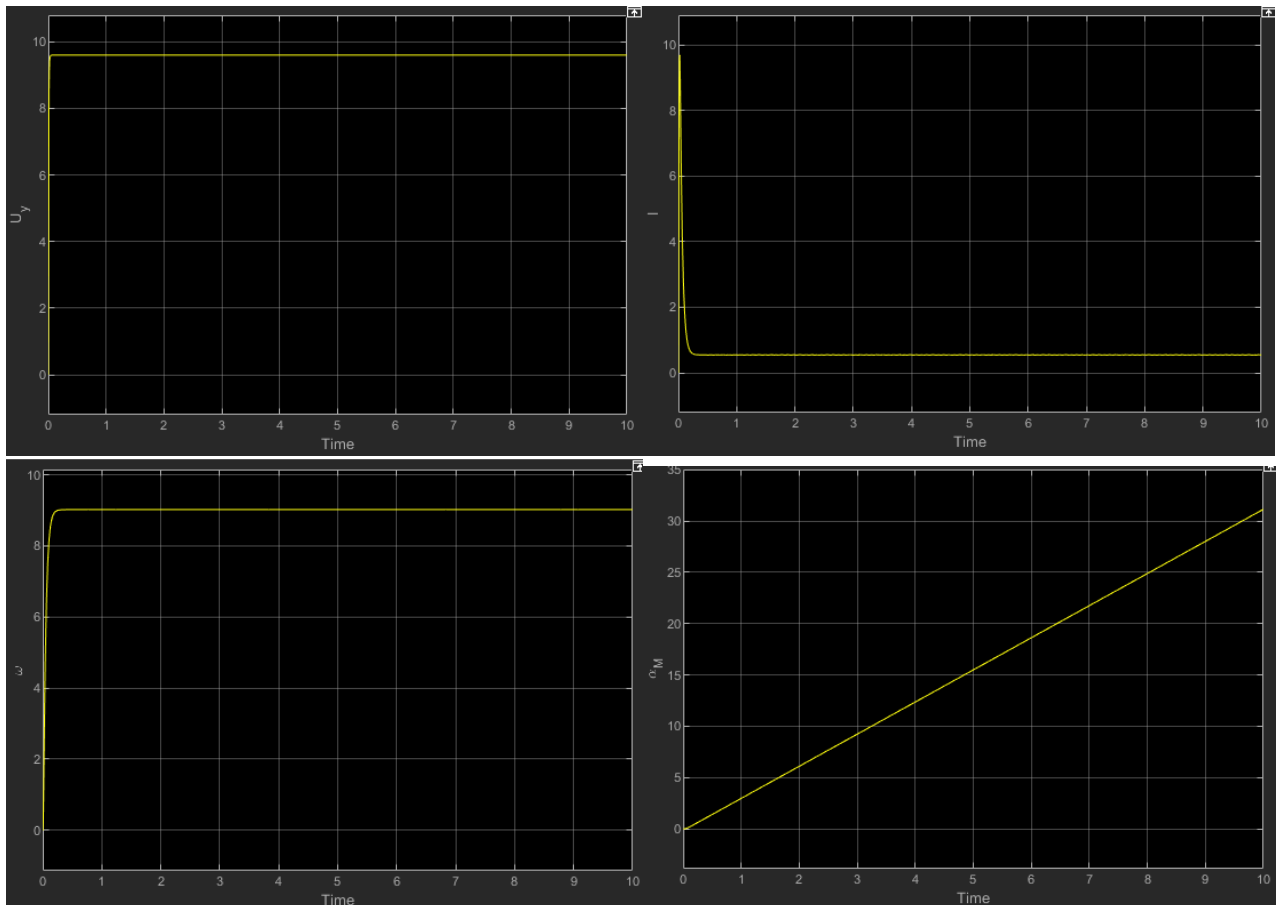


Рис. 6. Графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ при $M_{CM} = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$

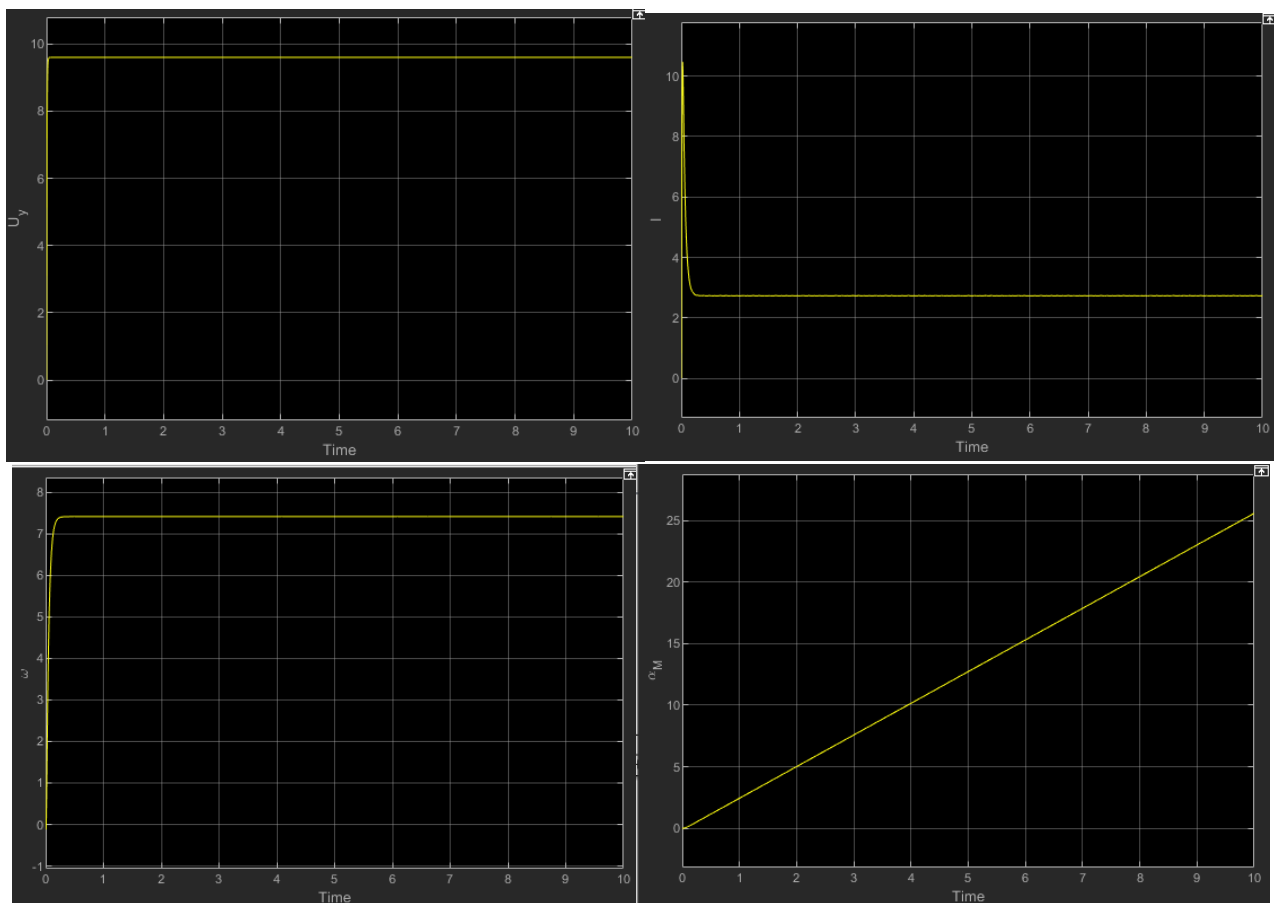


Рис. 7. Графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ при $M_{CM} = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$

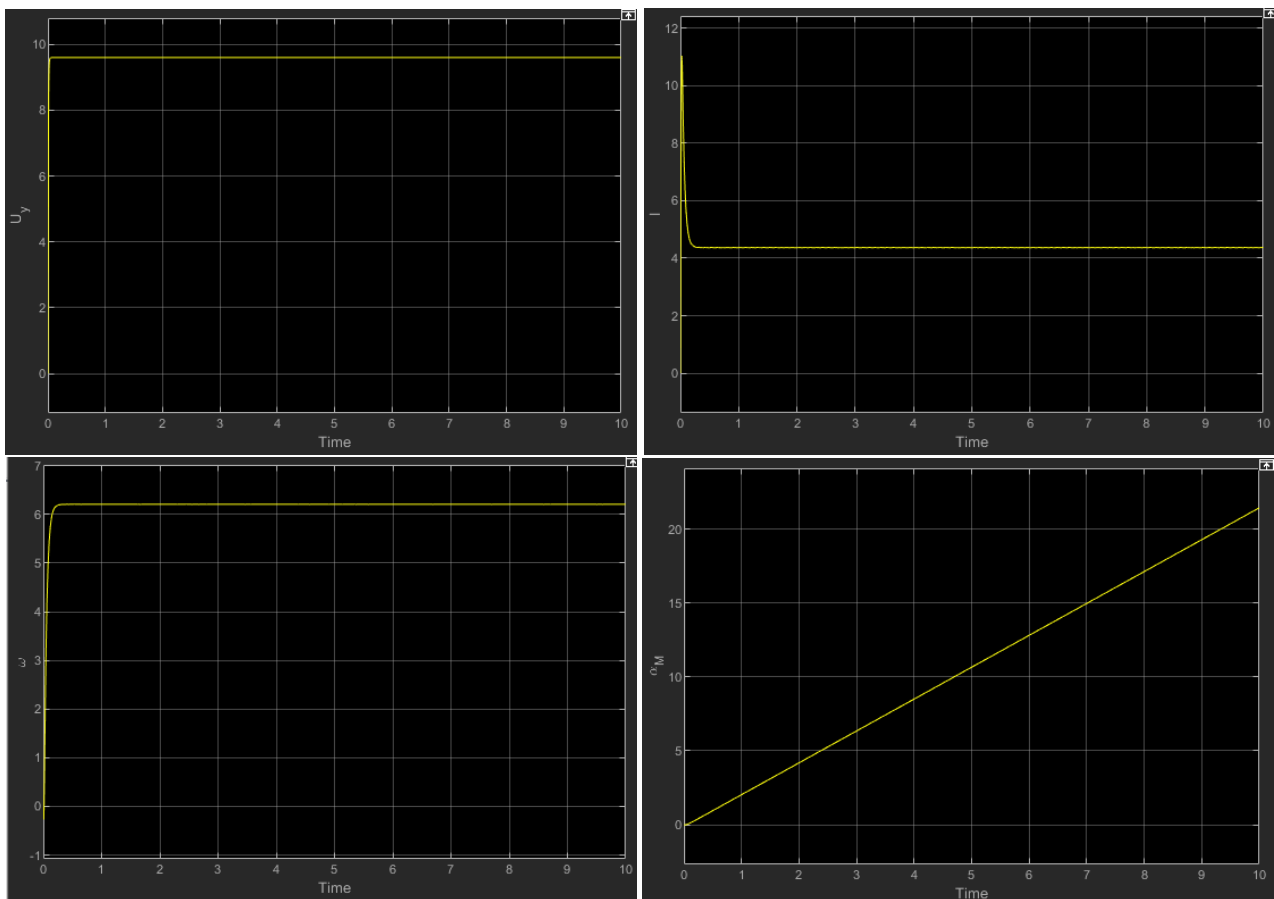


Рис. 8. Графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ при $M_{CM} = 80 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Исследование влияния момента инерции нагрузки J_M на вид переходных процессов

Будем менять момент инерции нагрузки J_M на значения равные $\pm 50\%$ от заданного значения: 1,375 и 4,125 кг · м².

Приведем графики для значений момента инерции нагрузки 1,375 и 4,125 кг · м² (рис. 9, 10 соответственно) для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$. Из структурной схемы видно, что на \hat{U}_y и $\hat{\alpha}_M$ момент инерции нагрузки не влияет.

Из графиков видно, что увеличение момента инерции нагрузки увеличивает максимальное значение \hat{I} , замедляет становление $\hat{\omega}$.

Также по графикам можно установить, что время переходного процесса для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$ составляет менее 0,5 с, а точнее, приблизительно 0,01 с, 0,1 с и 0,25 с соответственно.

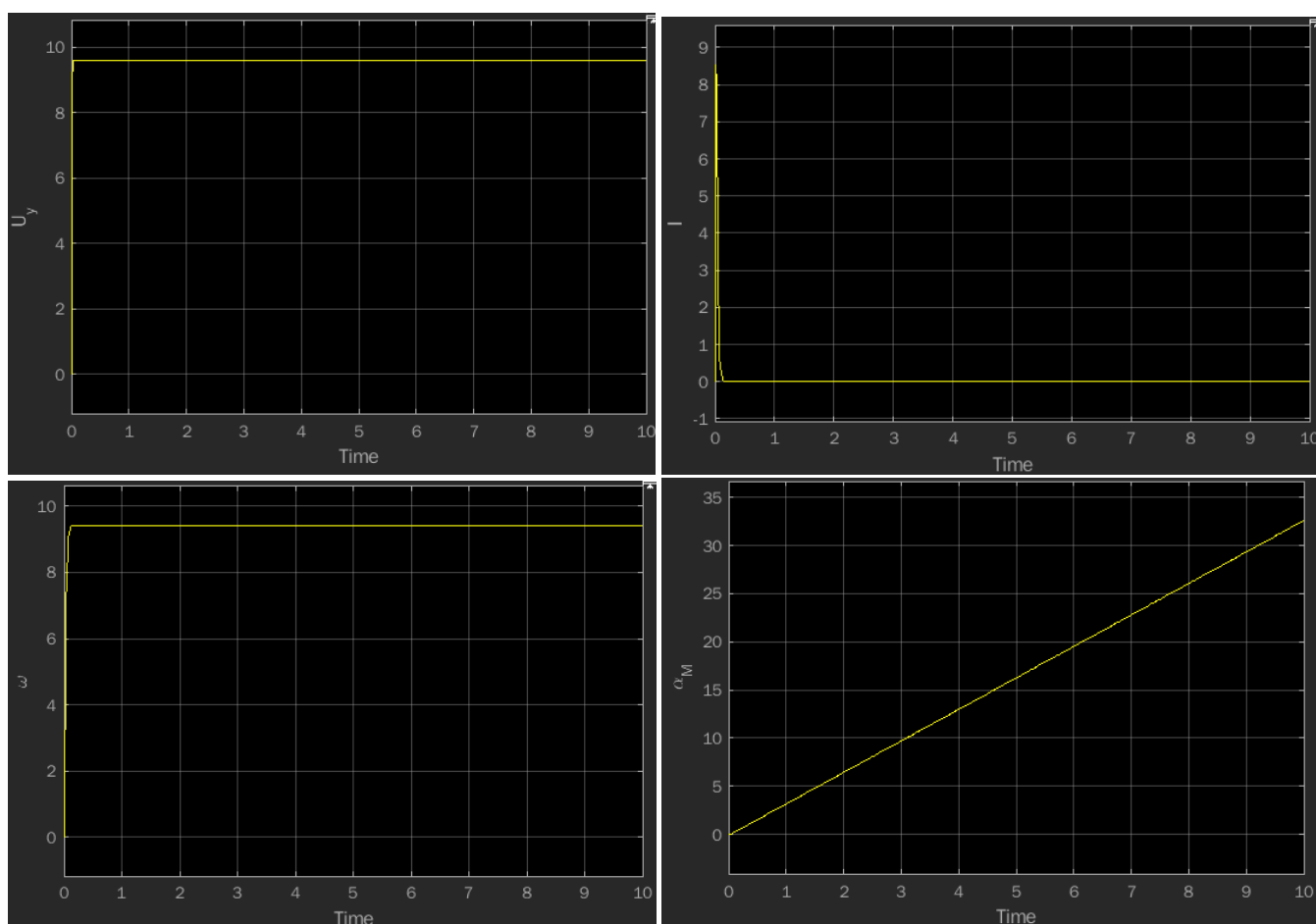


Рис. 9. Графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ при $J_M = 1,375$ кг · м²

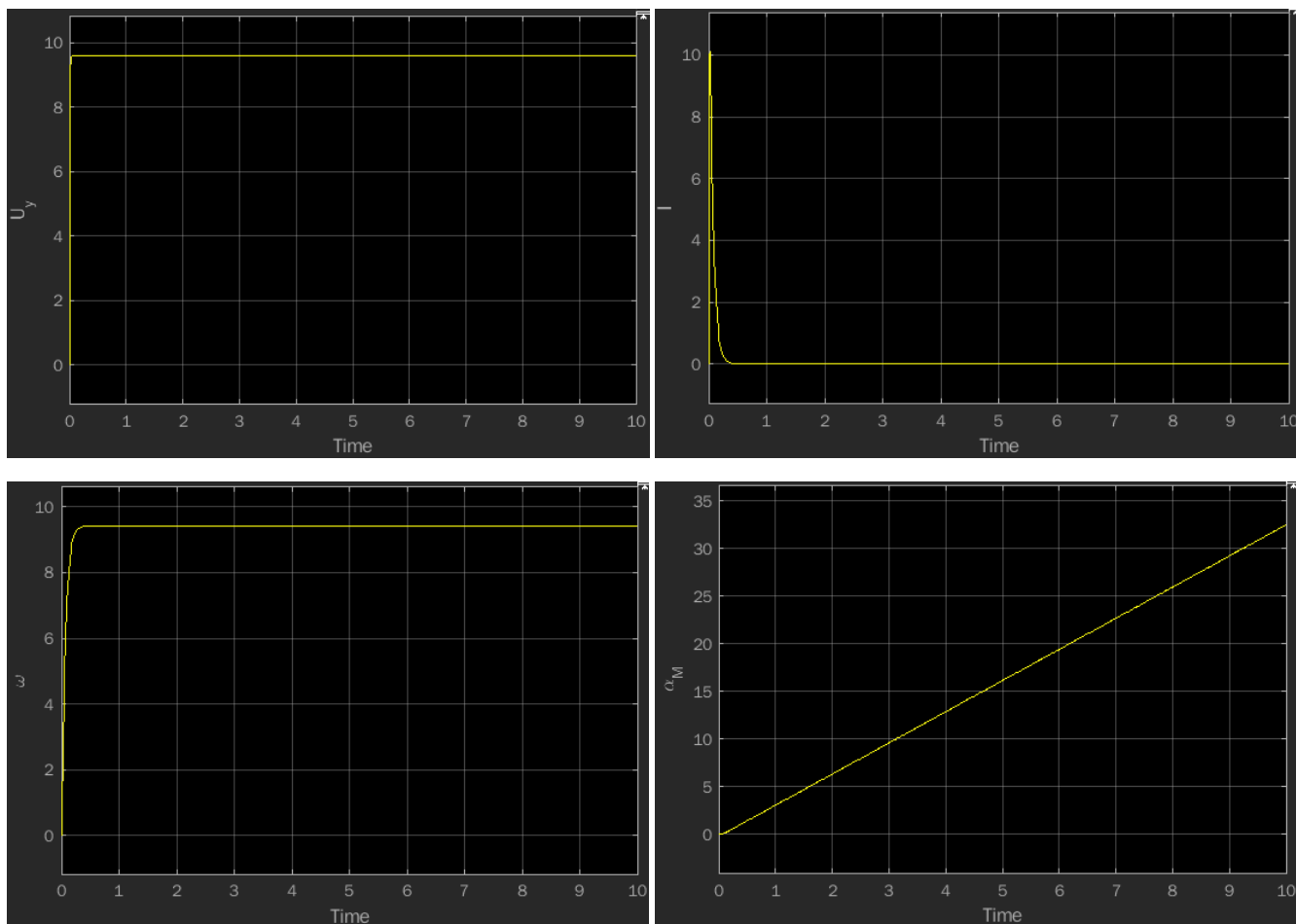


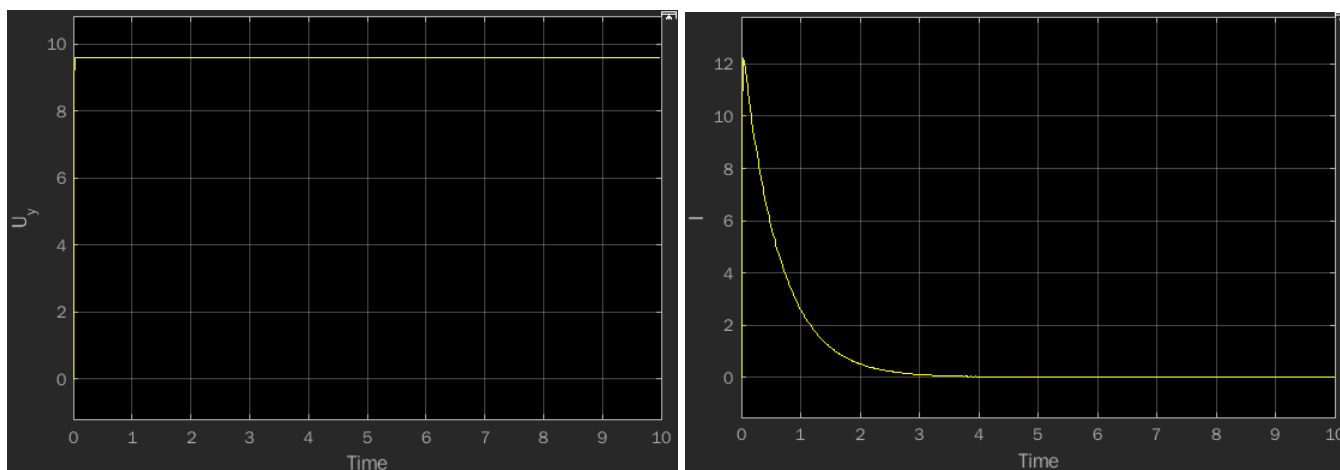
Рис. 10. Графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ при $J_M = 4,125 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Исследование влияния передаточного отношения редуктора i_p на вид переходных процессов

Будем менять передаточное отношение редуктора i_p на значения равные $\pm 75\%$ от заданного значения: 4 и 28.

Приведем графики для значений момента сопротивления 0 и 40 Нм, а для передаточного отношения редуктора 4 и 28 (рис. 11, 12, 13, 14 соответственно) для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$. Из структурной схемы видно, что на \hat{U}_y передаточное отношение редуктора не влияет.

Из графиков видно, что уменьшение передаточного отношения редуктора увеличивает максимальное значение \hat{I} , замедляет становление $\hat{\omega}$ и ускоряет рост $\hat{\alpha}_M$.



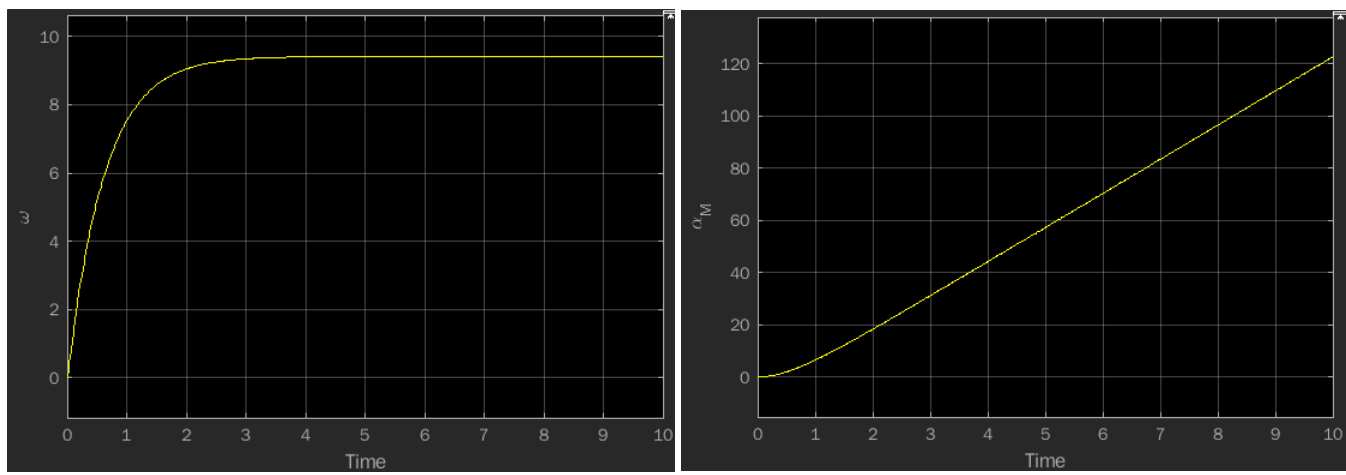


Рис. 11. Графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ при $i_p = 4$; $M_{CM} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$

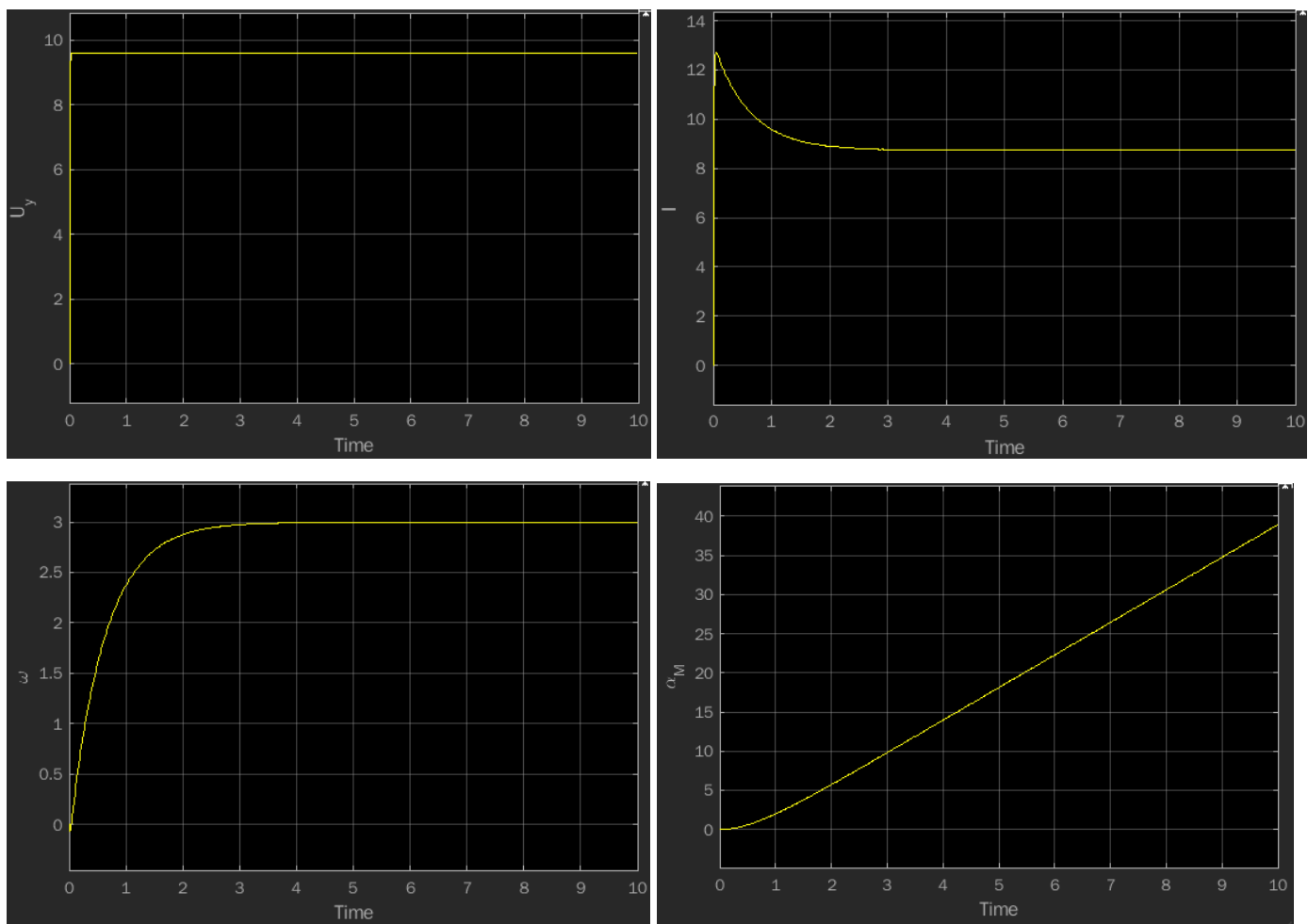


Рис. 12. Графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ при $i_p = 4$; $M_{CM} = 40 \text{ Н} \cdot \text{м}$

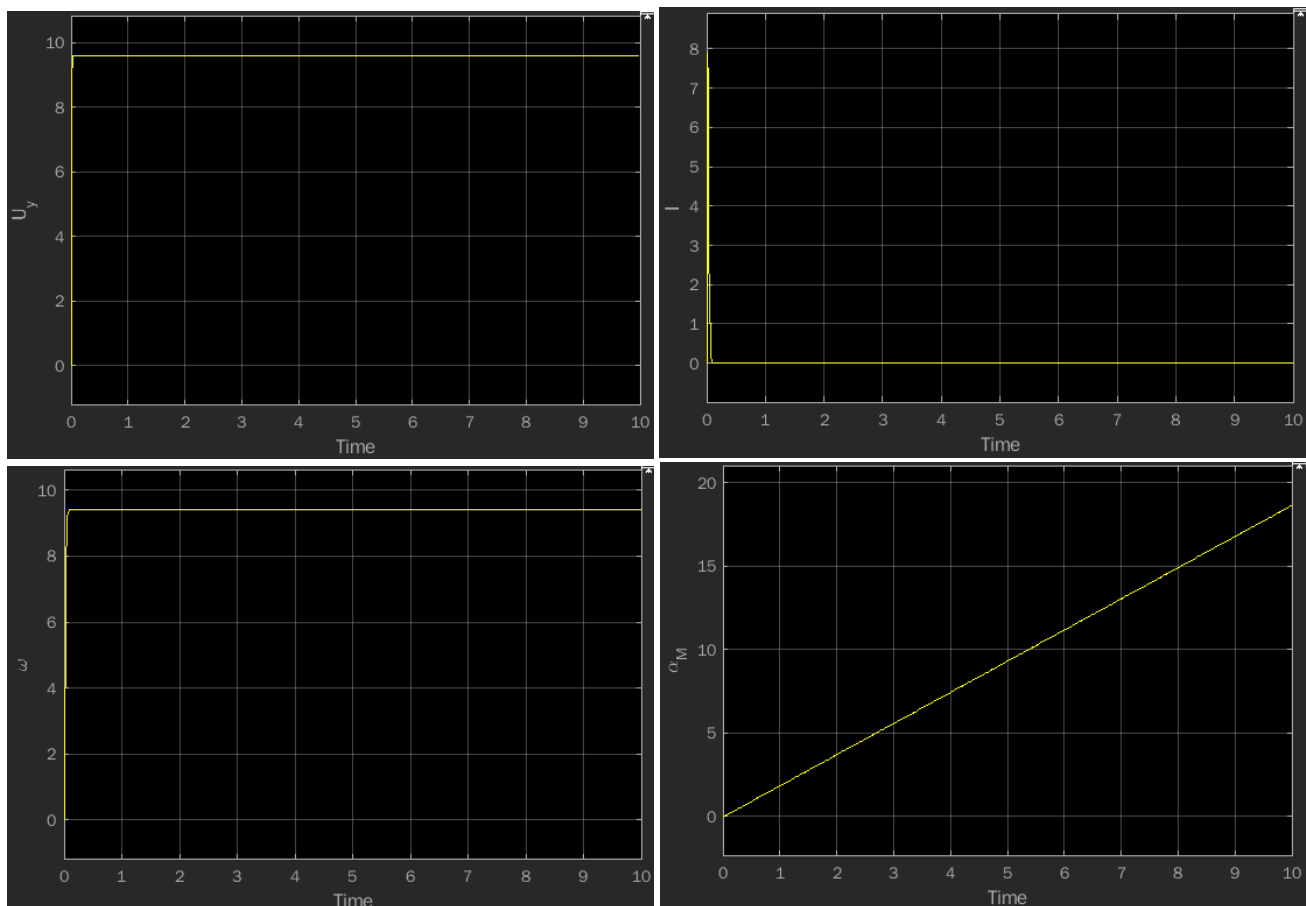


Рис. 13. Графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ при $i_p = 28$; $M_{CM} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$

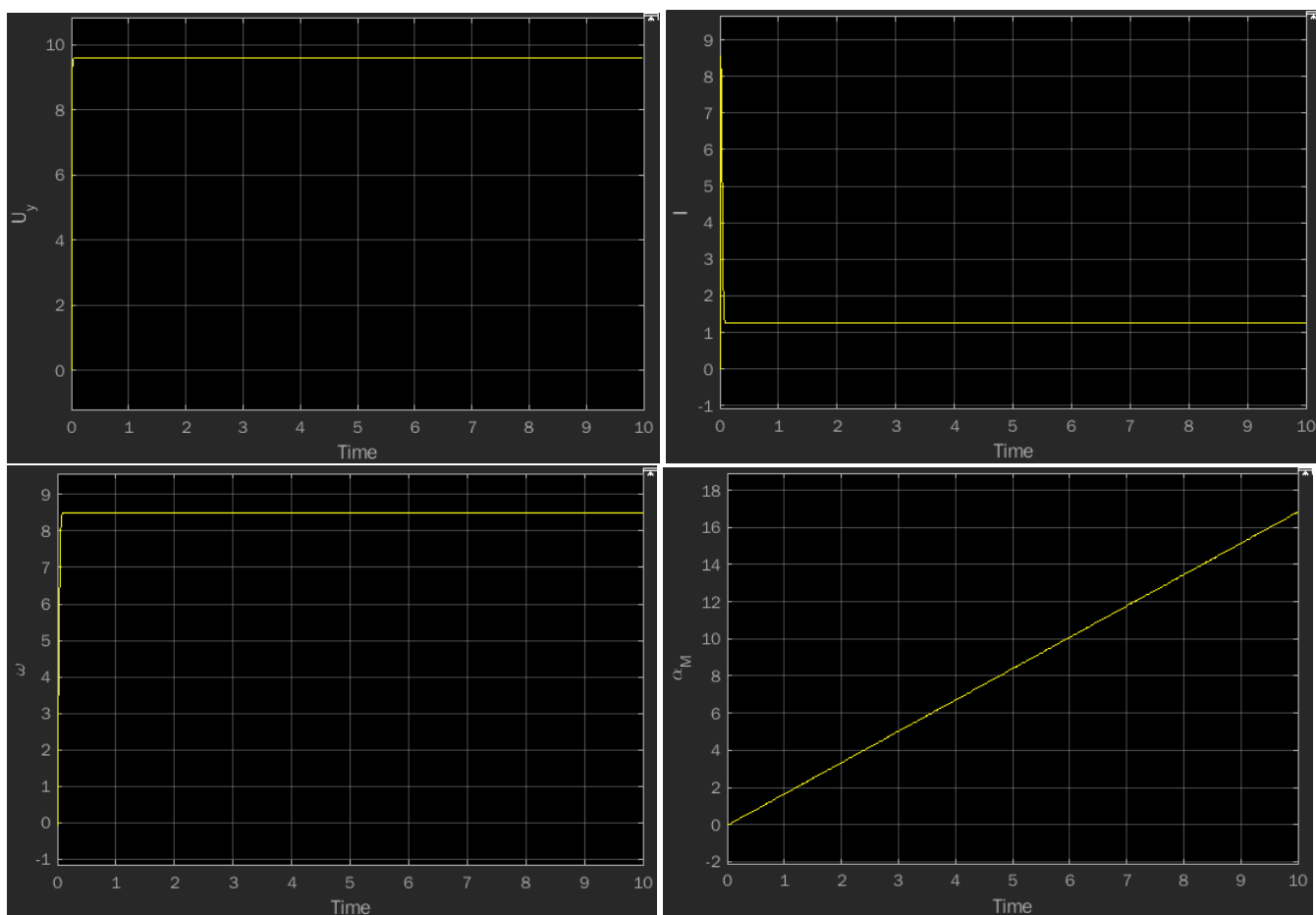


Рис. 14. Графики переходных процессов для \hat{U}_y , \hat{I} , $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}_M$ при $i_p = 28$; $M_{CM} = 40 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Получение графиков переходных процессов при меньших значениях постоянных времени: T_y, T_α

Для начала посмотрим, что произойдет, если понизить значение T_y с 0.006с до 0.001с.

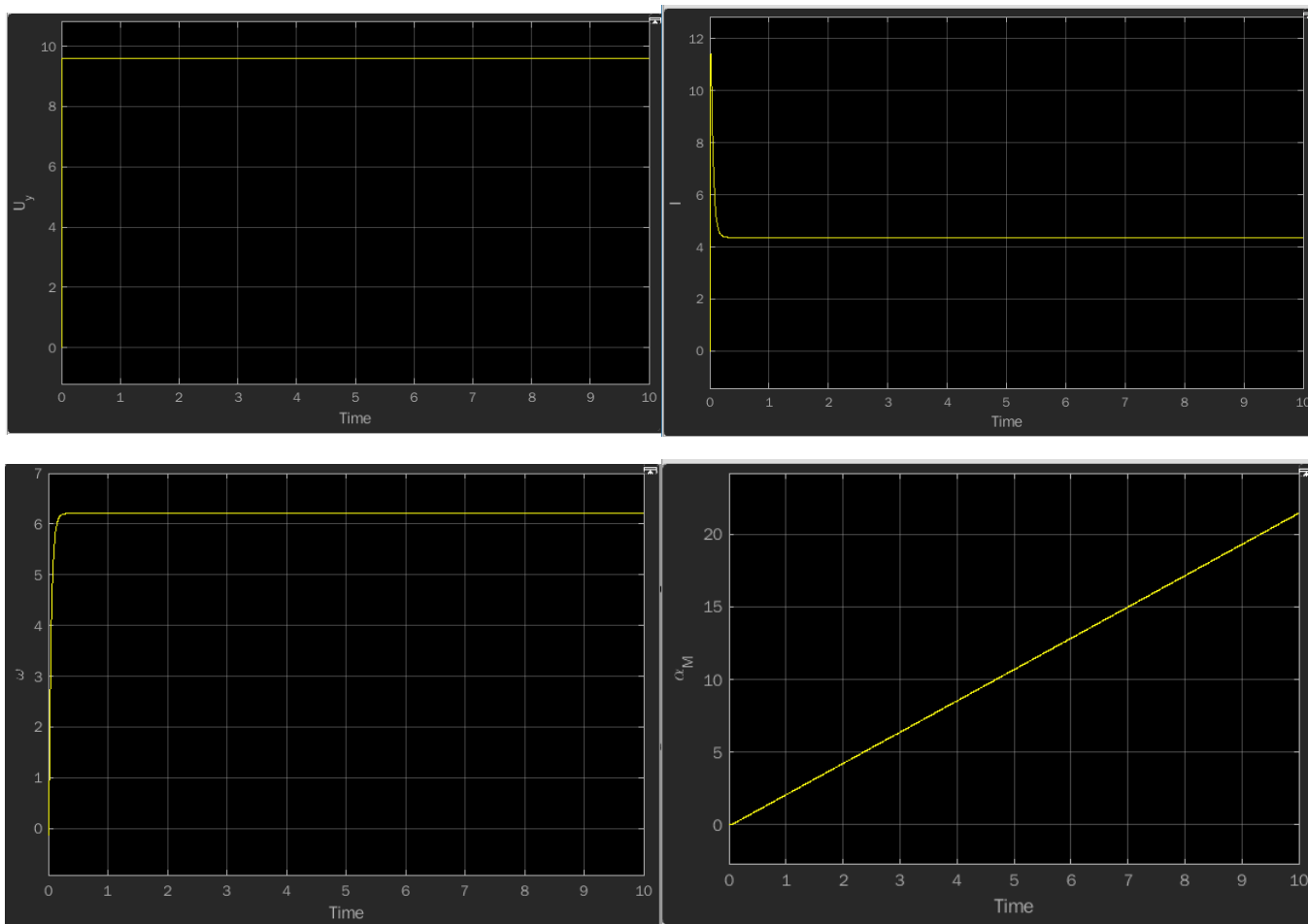
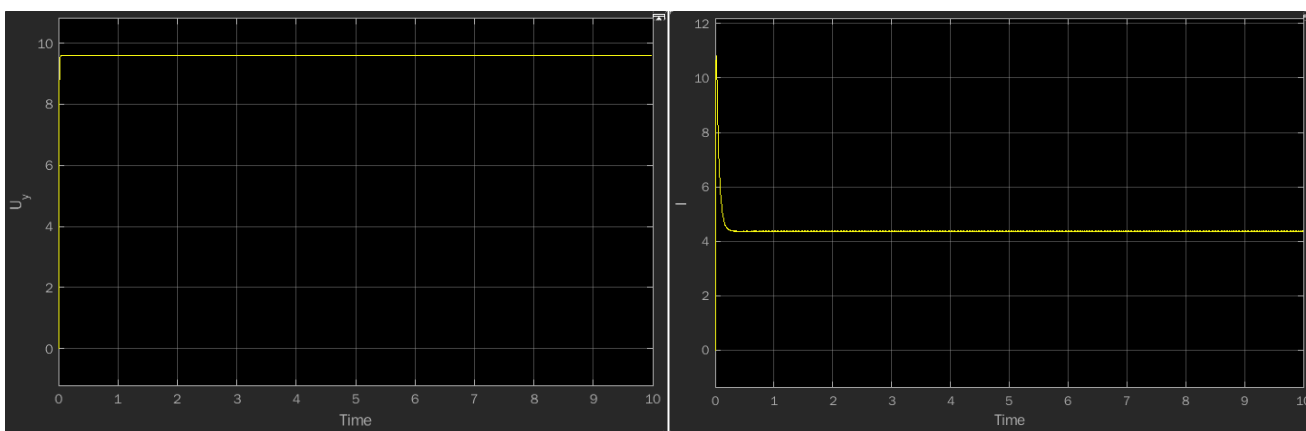


Рис. 15. Графики переходных процессов при $T_y = 0.001$ с

Теперь промоделируем при $T_\alpha = 0.001$ с



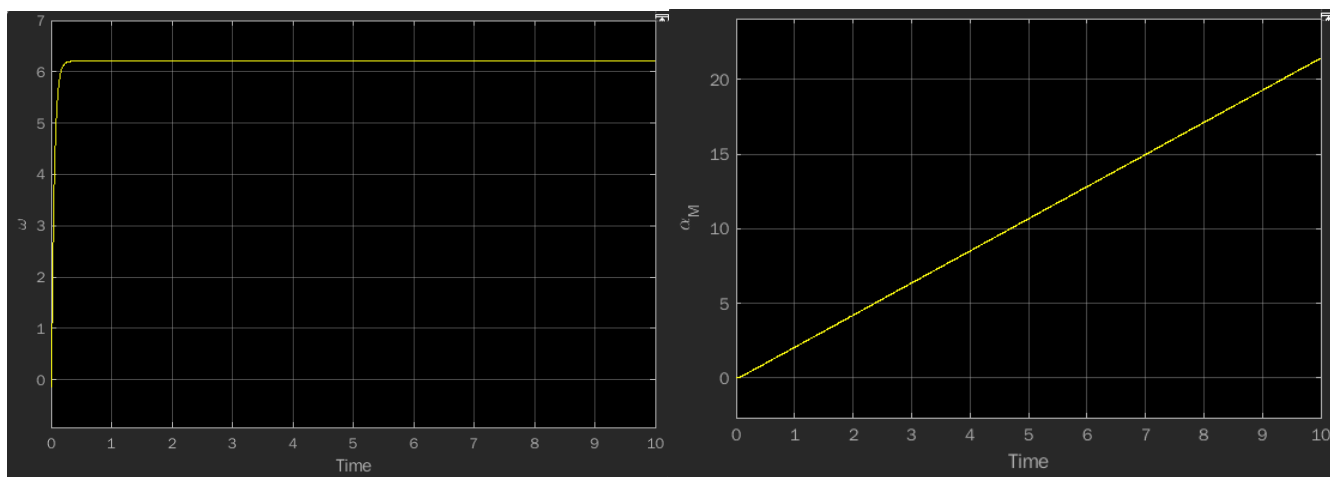


Рис. 16. Графики переходных процессов при $T_{\text{я}} = 0.001\text{с}$

Рассмотрим графики при $T_{\text{я}}$ и $T_{\text{y}} = 0.001\text{с}$

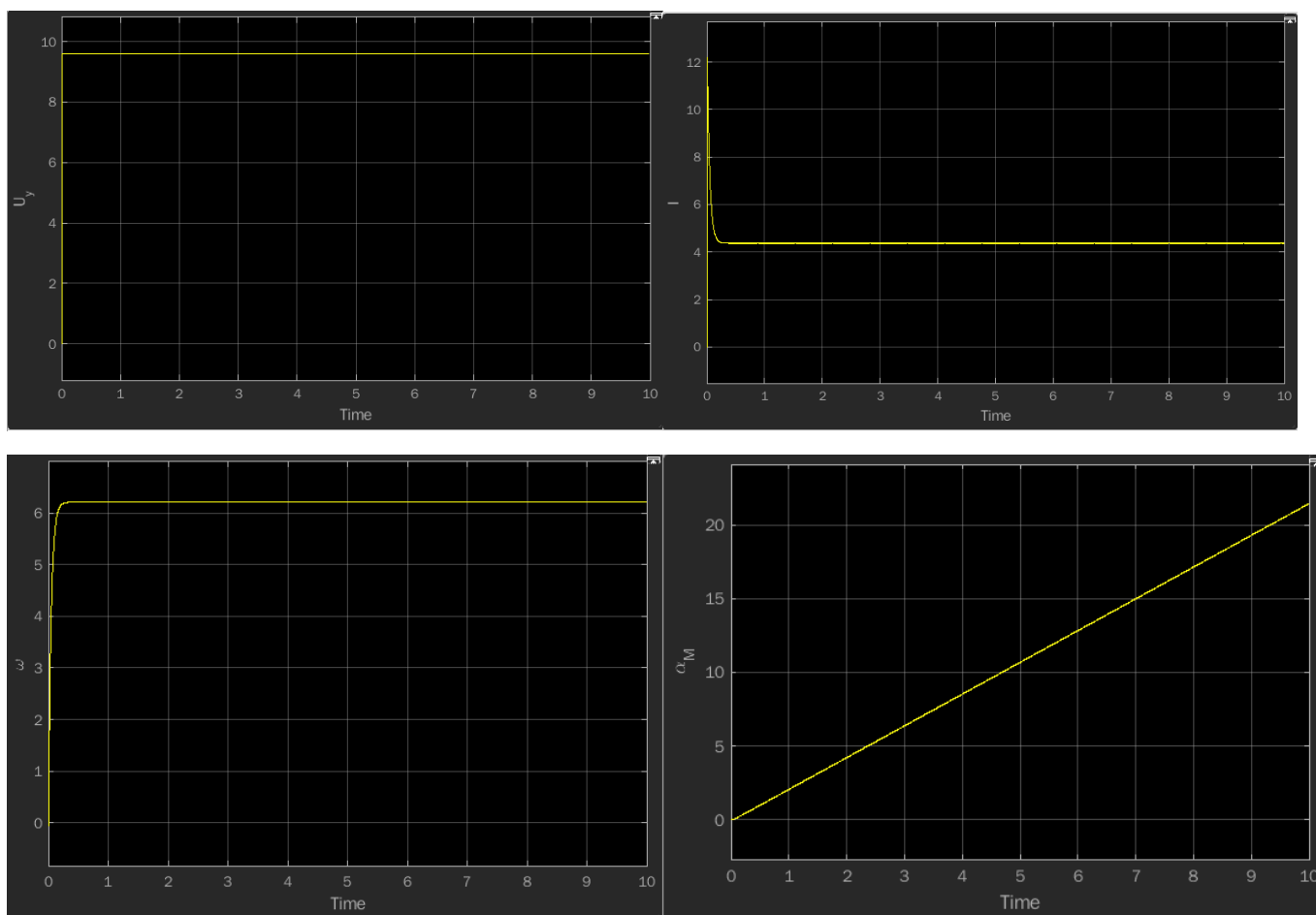


Рис. 17. Графики переходных процессов при T_{y} и $T_{\text{я}} = 0.001\text{с}$

Все измерения выше производились при $M_{\text{ст}} = 80 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

При рассмотрении графиков можно заметить, что U_{y} быстрее достигает своего пика, а I совершает более высокие скачки, чем при начальных значениях T_{y} и $T_{\text{я}}$. Остальные два графика не показывают заметных отклонений и похоже, что варьирование постоянных времени на это слабо влияют.

Приближенная модель ЭМО и получение графиков переходных процессов

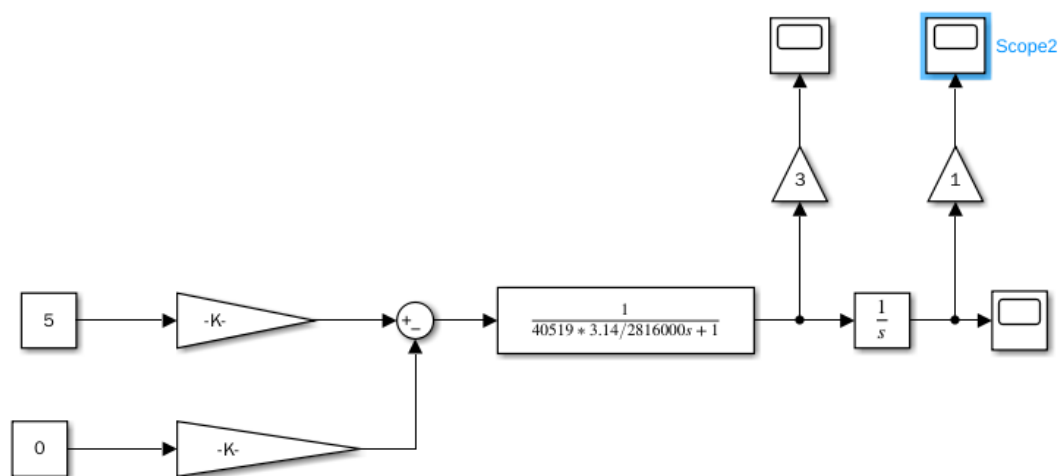


Рис. 18. Структурная схема упрощенной модели ЭМО.

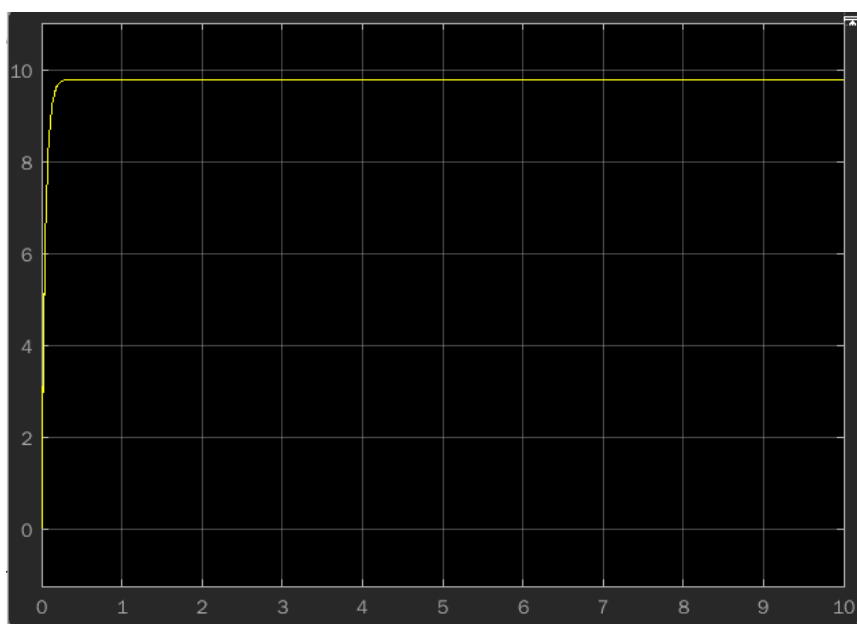


Рис. 19. График переходного процесса для $\hat{\omega}$

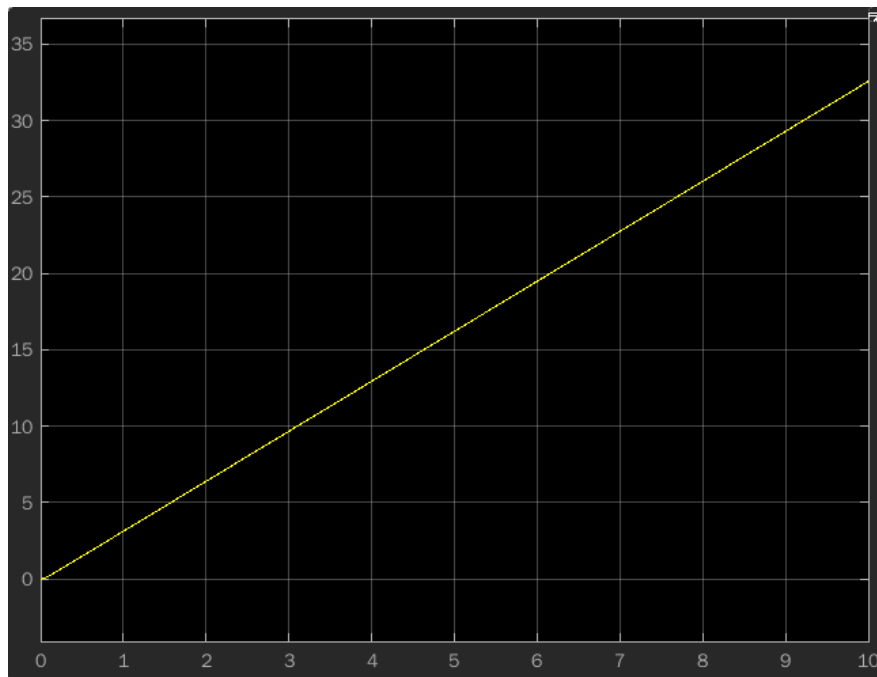


Рис. 20. График переходного процесса для $\hat{\alpha}_M$

Сравним графики, полученные из полной и упрощенной модели

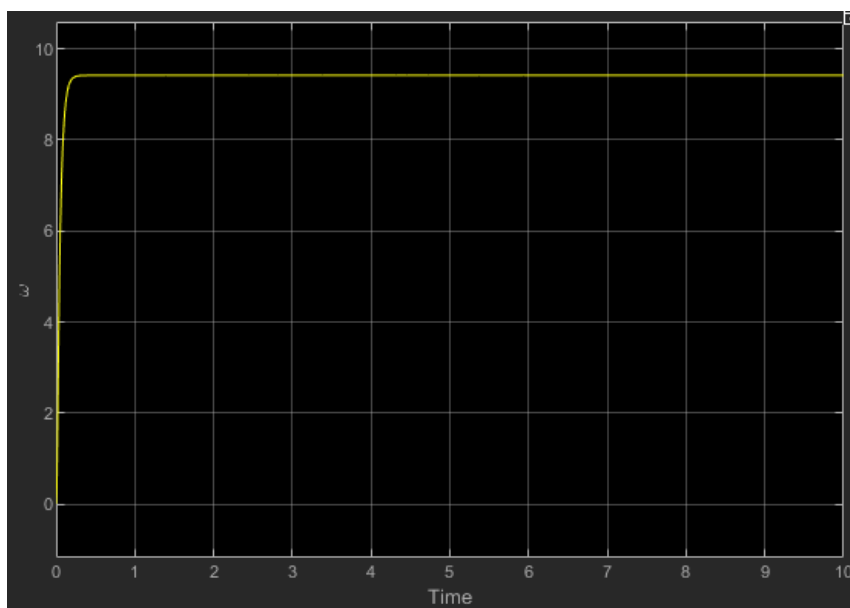


Рис. 21. График переходного процесса для $\hat{\omega}$ для полной модели

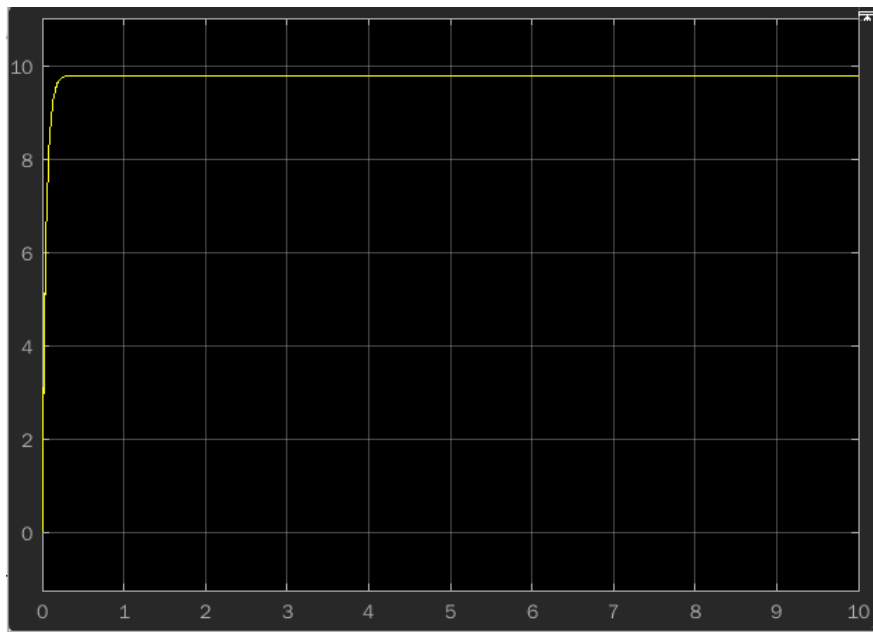


Рис. 22. График переходного процесса для $\hat{\omega}$ для упрощенной модели

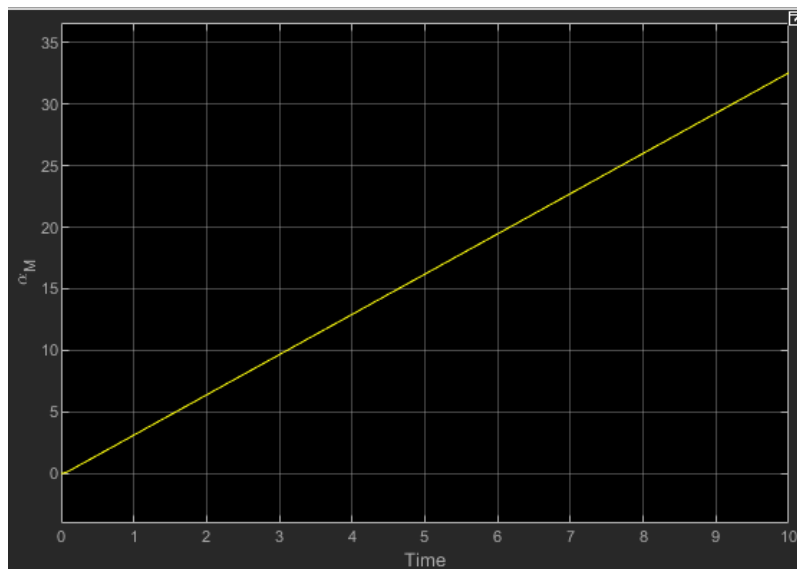


Рис. 23. График переходного процесса для $\hat{\alpha}_M$ для полной модели

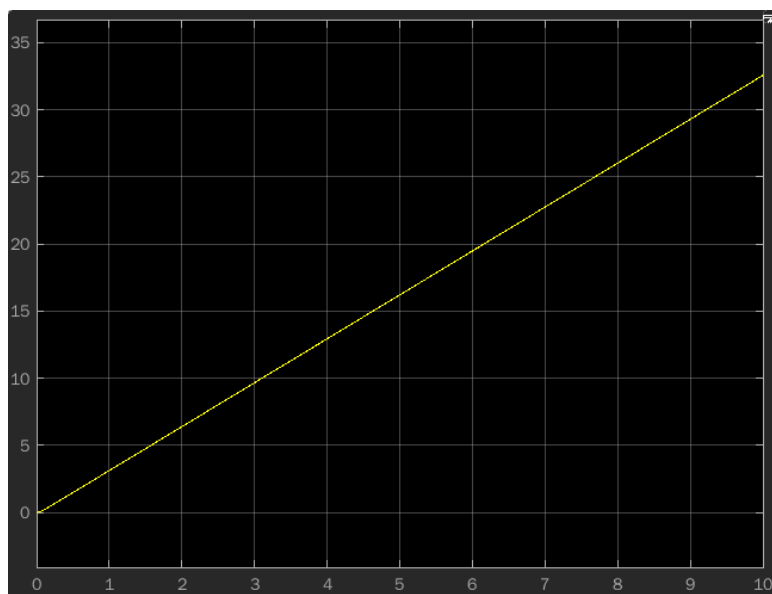


Рис. 24. График переходного процесса для $\hat{\alpha}_M$ для упрощенной модели

Из сравнения графиков видно, что погрешность, получаемая в упрощенной модели мала и слабо влияет на получаемый результат. Результаты при моделировании отличаются не сильно.

Выводы

В ходе работы было изучено строение типичных ЭМО, а в частности, такого, где выходным сигналом которого является угловое перемещение ИМ, а управляющим сигналом — входное напряжение УПУ.

Были рассчитаны параметры полной и упрощенной математической модели данного ЭМО, а также собраны их схемы моделирования и приведены модели ВСВ.

Для полной модели было исследовано влияние момента сопротивления M_{CM} на вид переходных процессов: получено, что увеличение момента сопротивления увеличивает максимальное и установившееся значения \hat{I} , уменьшает значения $\hat{\omega}$ и замедляет рост $\hat{\alpha}_M$. Также было исследовано влияние момента инерции J_M на вид переходных процессов: получено, что увеличение момента инерции нагрузки увеличивает максимальное значение \hat{I} , замедляет становление $\hat{\omega}$. Наконец, было исследовано влияние передаточного отношения редуктора i_p на вид переходных процессов: получено, что уменьшение передаточного отношения редуктора увеличивает максимальное значение \hat{I} , замедляет становление $\hat{\omega}$ и ускоряет рост $\hat{\alpha}_M$.

Для упрощенной модели были получены графики переходных процессов и выяснено, что погрешностями, вызванными упрощением, можно пренебречь.