Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

Кафедра инженерной кибернетики

Лабораторная работа №2
Моделирование механических систем

по дисциплине
«Математическое моделирование»

Направление подготовки:

01.03.04 Прикладная математика

Выполнил:
Студент группы БПМ-19-2
Антонов Илья Андреевич

Проверил:
Доцент кафедры ИК
Добриборщ Дмитрий Эдуардович

Москва, 2021

Задание 1.1.

Для данного в условии уравнения

$$M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + kx = f(t)$$

применим преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях:

$$\ddot{x}(t) \risingdotseq s^2X(s) - sx(0) - \dot{x}(0) = s^2X(s)$$

$$\dot{x}(t) \risingdotseq sX(s) - x(0) = sX(s)$$

$$x(t) \risingdotseq X(s)$$

$$f(t) \risingdotseq F(s)$$

Получим:

$$Ms^2X(s) + BsX(s) + kX(s) = F(s)$$

Преобразуем:

$$X(s)(Ms^2 + Bs + k) = F(s)$$

Тогда передаточная функция данной модели примет вид:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Bs + k}$$

Задание 1.2.

Исходное уравнение в форме вход-выход

$$M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + kx = f(t)$$

поделим на M. Получим:

$$\ddot{x}(t) + \frac{B}{M}\dot{x}(t) + \frac{k}{M}x = \frac{1}{M}f(t)$$

Перейдем к форме вход-состояние-выход:

$A = \begin{pmatrix} -\frac{B}{M} & 1 \\ -\frac{k}{M} & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{pmatrix}$, $C = (1 \quad 0)$. Система имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = -\frac{B}{M}x_1 + x_2 \\ \dot{x_2} = -\frac{k}{M}x_1 + \frac{1}{M}u \\ y = x_1 \end{cases}$$

Задание 1.3.

Данная модель в виде структурной схемы представлена на рис. 1.

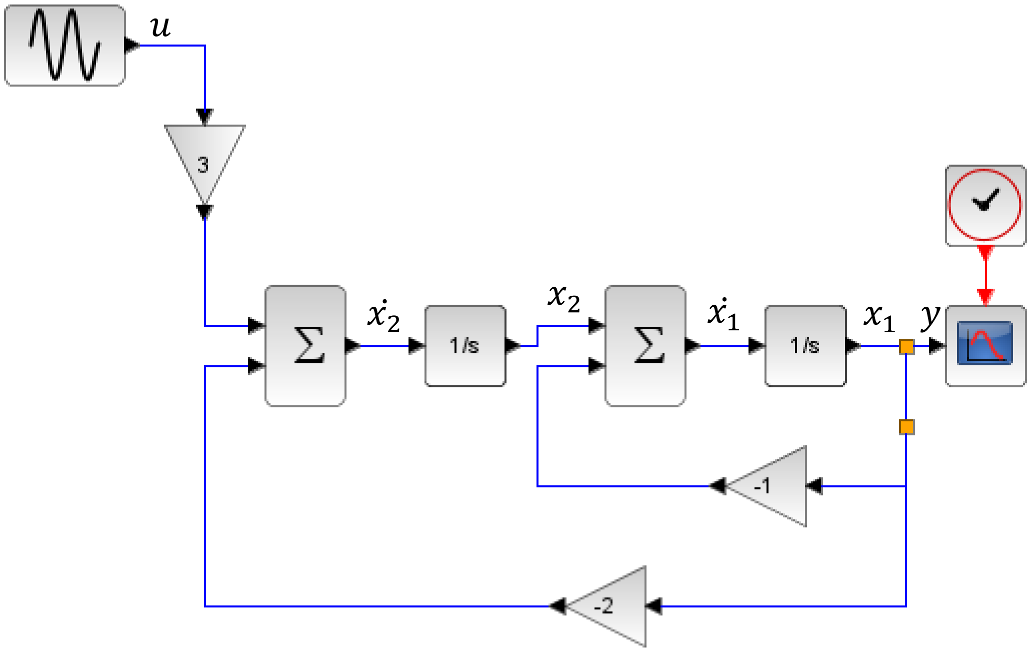

Рис. 1. Структурная схема к заданию 1.3.

В блоках умножения цифрами 1, 2 и 3 обозначены соответственно коэффициенты $\frac{B}{M}$, $\frac{k}{M}$, $\frac{1}{M}$.

Задание 1.4.

Подставим известные значения и получим следующую схему моделирования (рис. 2):

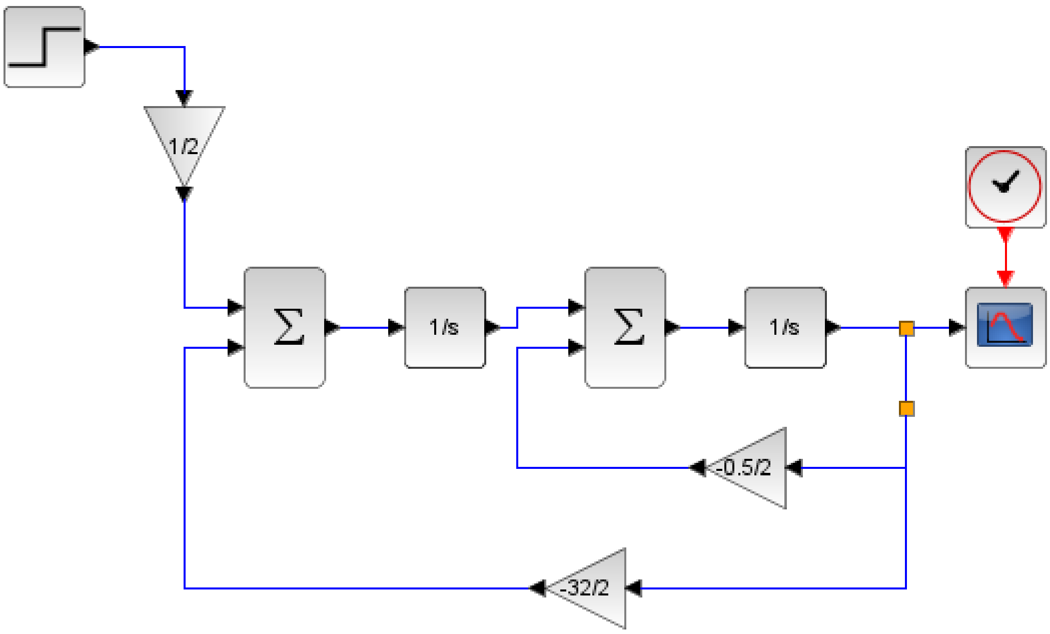

Рис. 2. Структурная схема с подставленными коэффициентами к заданию 1.4.

Тогда график изменения положения груза во времени имеет вид (рис. 3):

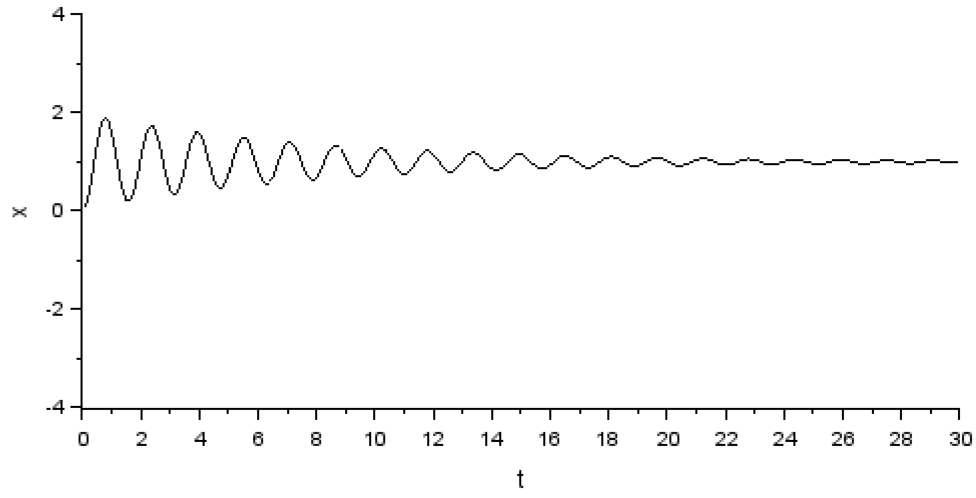

Рис. 3. График изменения положения груза во времени.

График зависимости скорости от положения системы представлен на рис. 4.

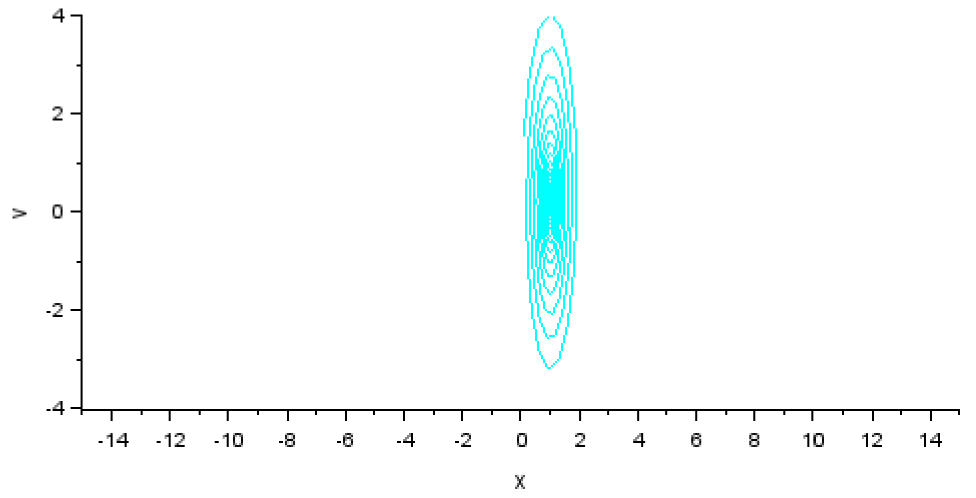

Рис. 4. График зависимости скорости от положения системы.

Задание 2.1.

Для данной системы

$$\ddot{\theta} + \frac{B}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

выберем $x_1 = \theta$ и $x_2 = \dot{\theta}$ в качестве переменных состояния. Тогда уравнения состояния можно записать в следующем виде:

$$\dot{x_1} = x_2$$

$$\dot{x_2} = -\frac{g}{l}\sin x_1 - \frac{B}{m}x_2$$

В форме вход-состояние-выход система будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = -\dfrac{g}{l}\sin x_1 - \dfrac{B}{m}x_2 \\ y = x_1 \end{cases}$$

Задание 2.2.

На рис. 5 представлена структурная схема моделирования (где коэффициенты 1 и 2 обозначают $\frac{g}{l}$ и $\frac{B}{m}$ соответственно).

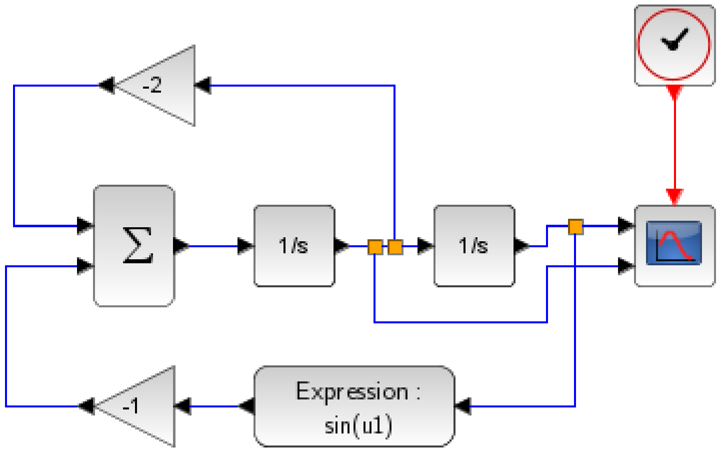

Рис. 5. Структурная схема к заданию 2.2.

Задание 2.3.

Графики зависимости углового перемещения и угловой скорости от времени при $B = 0{,}05\ \frac{\text{кг}-\text{с}}{\text{м}}$ представлены на рис. 6.

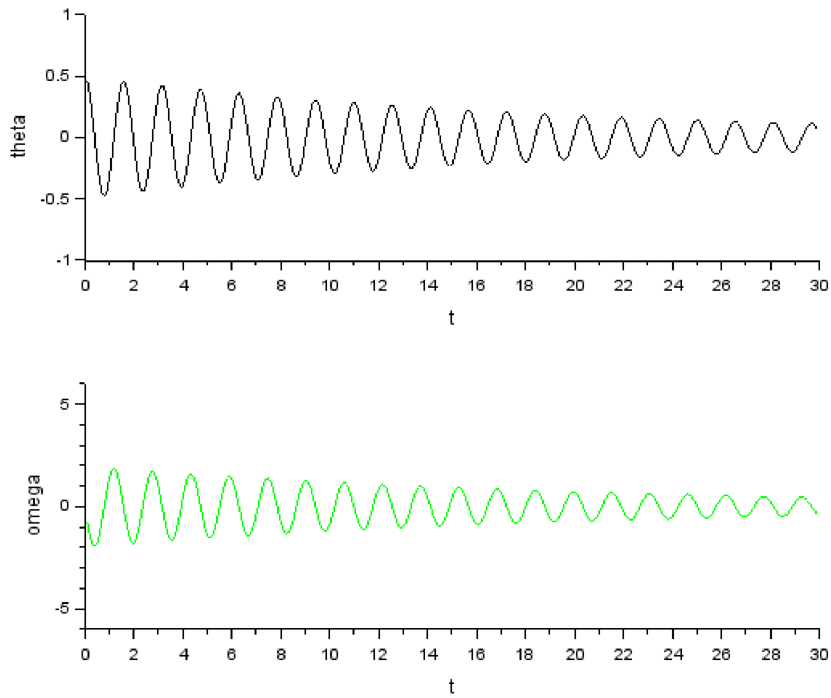

Рис. 6. Графики зависимости углового перемещения и угловой скорости от времени при $B = 0{,}05\ \frac{\text{кг}-\text{с}}{\text{м}}$ для задания 2.3.

Графики зависимости углового перемещения и угловой скорости от времени при $B = 0{,}4\ \frac{\text{кг}-\text{с}}{\text{м}}$ представлены на рис. 7.

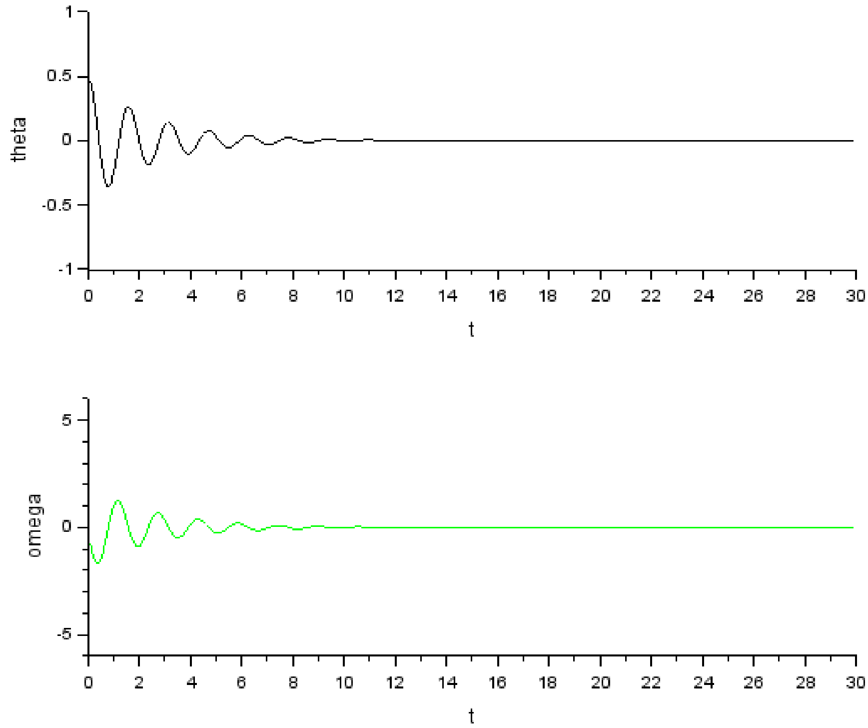

Рис. 7. Графики зависимости углового перемещения и угловой скорости от времени при $B = 0{,}4\ \frac{\text{кг}-\text{с}}{\text{м}}$ для задания 2.3.

Зависимость скорости от смещения при $B = 0{,}05\ \frac{\text{кг}-\text{с}}{\text{м}}$ показана на рис. 8.

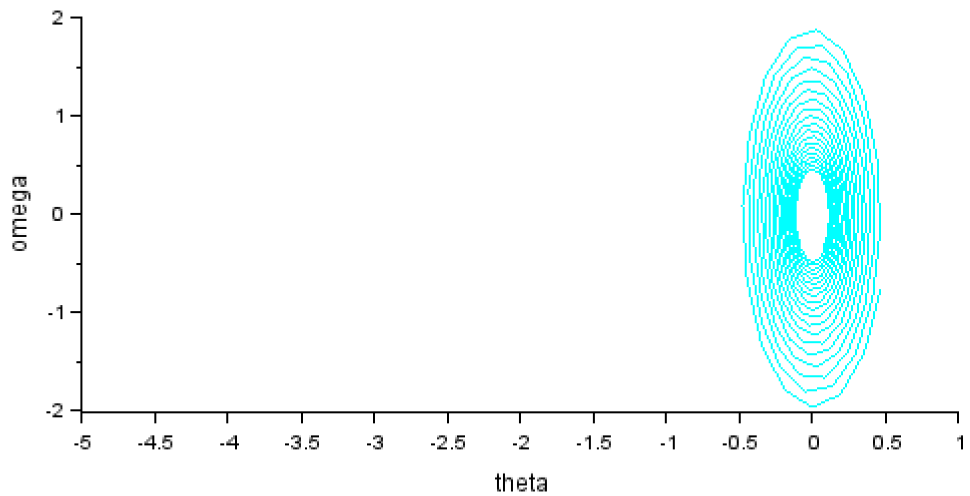

Рис. 8. Зависимость скорости от смещения при $B = 0{,}05\ \frac{\text{кг}-\text{с}}{\text{м}}$ для задания 2.3.

Зависимость скорости от смещения при $B = 0{,}4\ \frac{\text{кг}-\text{с}}{\text{м}}$ представлена на рис. 9.

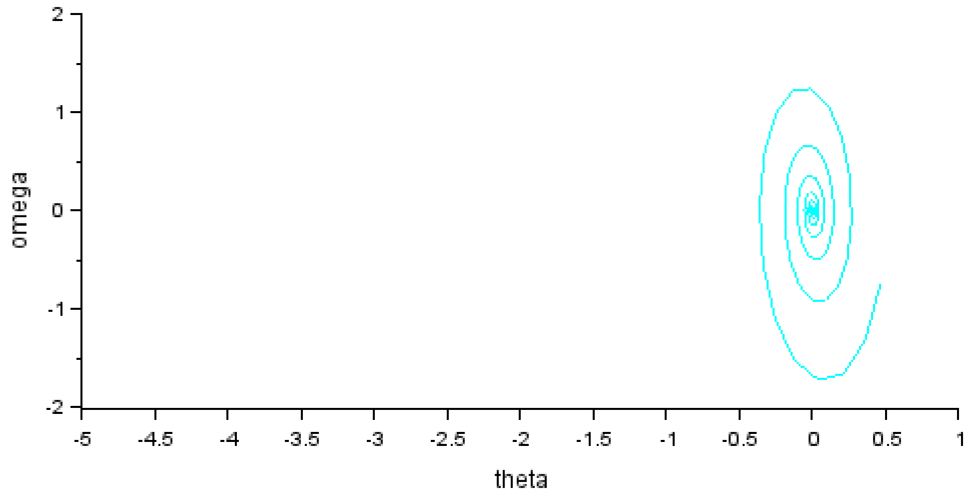

Рис. 9. Зависимость скорости от смещения при $B = 0{,}4\ \frac{\text{кг}-\text{с}}{\text{м}}$ для задания 2.3.

Вывод: в ходе работы я ознакомился с основами Xcos и выполнил моделирование механических систем «масса-пружина» и «математический маятник».