

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
Кафедра инженерной кибернетики

Лабораторная работа №1
Моделирование линейных динамических систем

по дисциплине
«Математическое моделирование»

Направление подготовки:

01.03.04 Прикладная математика

Выполнил:

Студент группы БПМ-19-2

Антонов Илья Андреевич

Проверил:

Доцент кафедры ИК

Добриборщ Дмитрий Эдуардович

Москва, 2021

Задача 1. Исследование модели вход-выход.

Исходное уравнение:

$$\ddot{y} + 3\ddot{y} + 4\dot{y} + 5y = 3\ddot{u} + 2\dot{u} + 2,5u.$$

Обозначим $s = \frac{d}{dt}$. Уравнение приобретает вид

$$s^3 y + 3s^2 y + 4s y + 5y = 3s^2 u + 2s u + 2,5u.$$

Будем выражать y :

$$s^3 y = -3s^2 y - 4s y - 5y + 3s^2 u + 2s u + 2,5u,$$

Разделив левую и правую части на s^3 , получим

$$y = \frac{1}{s}(3u - 3y) + \frac{1}{s^2}(2u - 4y) + \frac{1}{s^3}(2,5u - 5y).$$

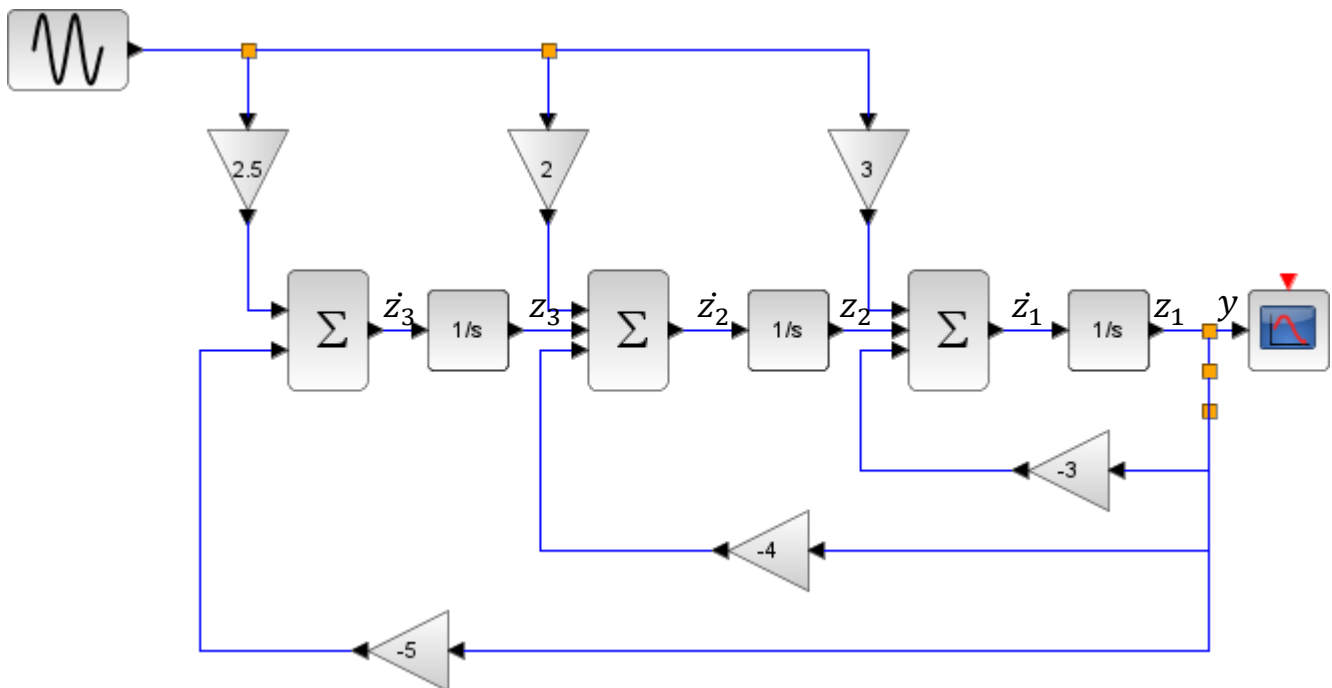
Обозначим

$$z_1 = 3u - 3y,$$

$$z_2 = 2u - 4y,$$

$$z_3 = 2,5u - 5y.$$

Построим схему моделирования системы:



Задание 1.1 выполнено, приступим к выполнению задания 1.2.

По заданию 1.2 зададим нулевые начальные условия:

$$y(0) = 0,$$

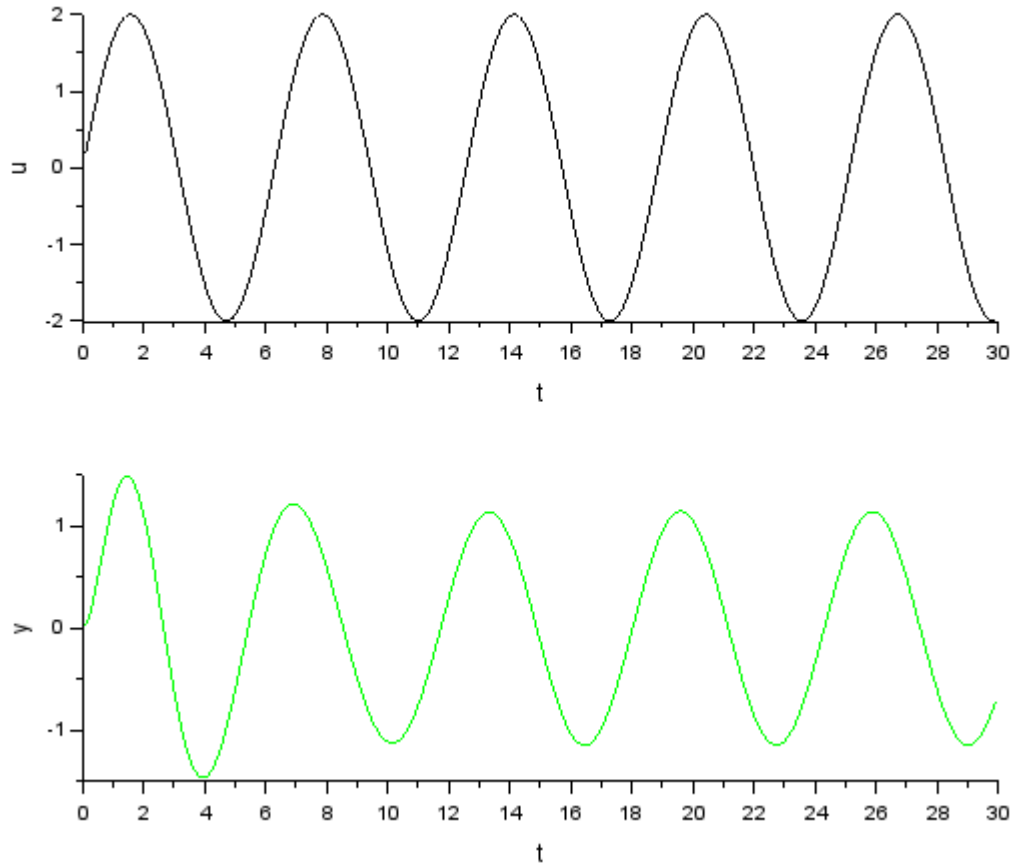
$$\dot{y}(0) = 0,$$

$$\ddot{y}(0) = 0.$$

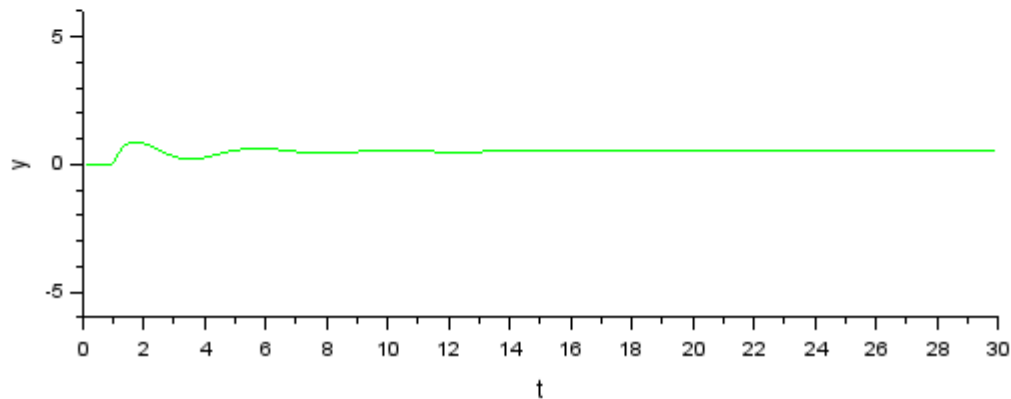
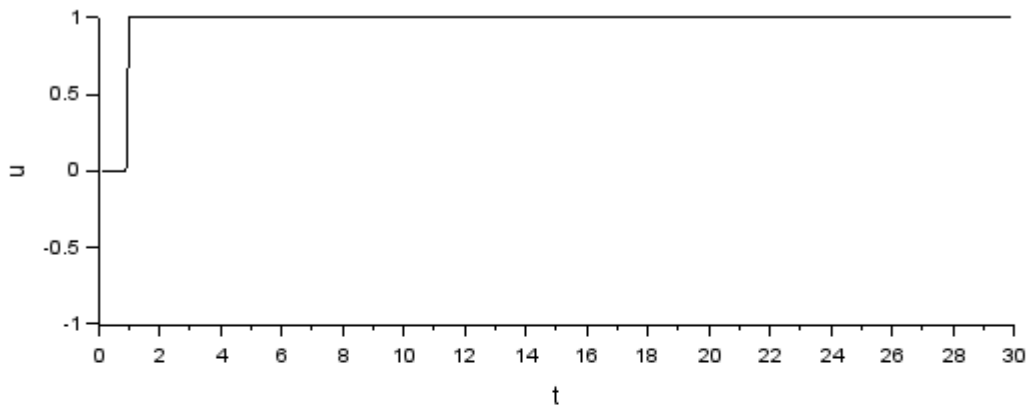
В таком случае

$$z_1(0) = z_2(0) = z_3(0) = 0.$$

Будем подставлять эти значения в поля “Initial state” интегрирующих звеньев. Для входного воздействия $u = 2 \sin t$ и параметров временного блока «Период» 0,1 и «Время инициализации» 0,1 имеем график:



Для входного воздействия $u = 1(t)$ график будет выглядеть следующим образом:



Задание 1.2 выполнено. Перейдем к заданию 1.3.

Будем моделировать систему с нулевым входным воздействием $u = 0$ и начальными условиями:

$$\begin{aligned} y(0) &= 1, \\ \dot{y}(0) &= -0,2, \\ \ddot{y}(0) &= 0,1. \end{aligned}$$

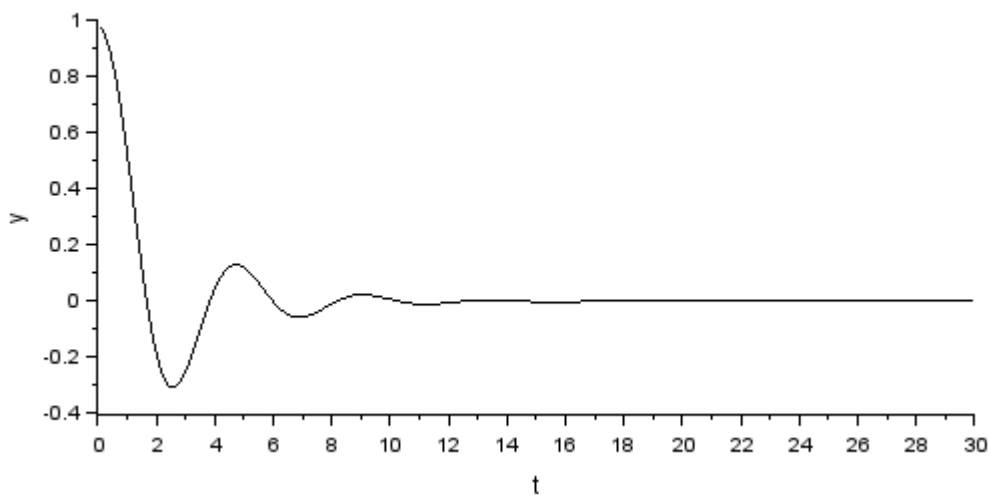
Рассчитаем значения $z_1(0)$, $z_2(0)$ и $z_3(0)$:

$$z_1(0) = y(0) = 1;$$

$$\begin{aligned} \dot{y}(0) = \dot{z}_1(0) &= z_2(0) + 3u(0) - 3y(0) \Rightarrow z_2(0) = \dot{y}(0) - 3u(0) + 3y(0) \\ &= -0,2 - 3 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 2,8; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2(0) &= z_3(0) + 2u(0) - 4y(0) \Rightarrow z_3(0) = \dot{z}_2(0) - 2u(0) + 4y(0) \\ &= \ddot{y}(0) - 3\dot{u}(0) + 3\dot{y}(0) - 2u(0) + 4y(0) = 0,1 - 0 - 3 \cdot 0,2 - 0 + 4 \cdot 1 \\ &= 3,5. \end{aligned}$$

Подставим полученные значения $z_1(0) = 1$, $z_2(0) = 2,8$ и $z_3(0) = 3,5$ в поля “Initial state” интеграторов. Получим следующий график:



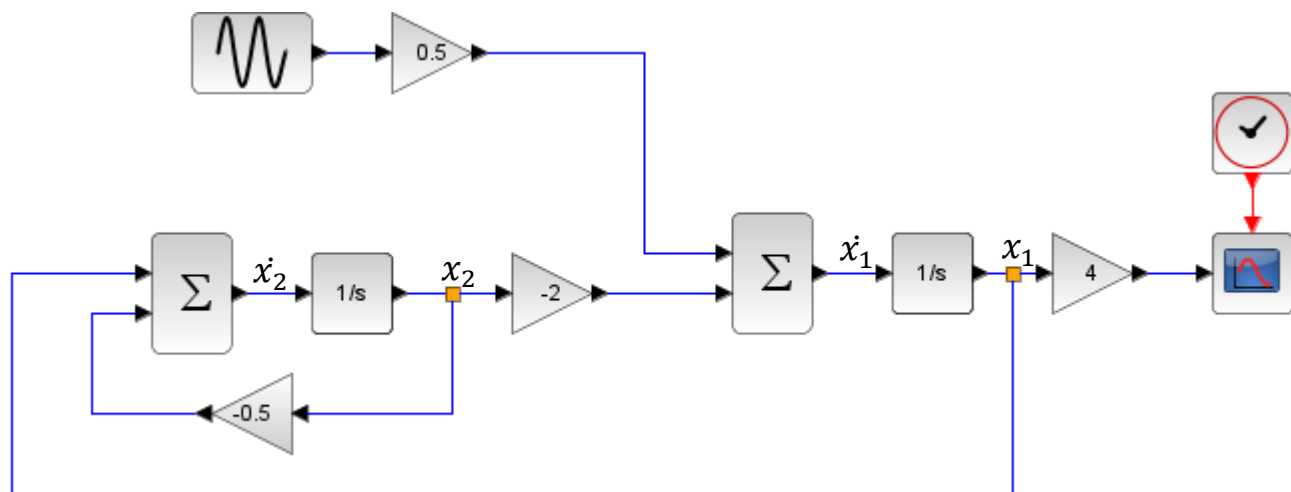
Задание 1.3 выполнено, перейдем к заданию 2.

Задача 2. Исследование модели вход-состояние-выход.

Построим систему вида вход-состояние-выход, основываясь на условии для 2 варианта:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_2 + 0,5u, \\ \dot{x}_2 = x_1 - 0,5x_2, \\ y = 4x_1. \end{cases}$$

Ее модель выглядит следующим образом:



Задание 2.1 выполнено, перейдем к выполнению задания 2.2.

График при входном воздействии $u = 2 \sin t$:

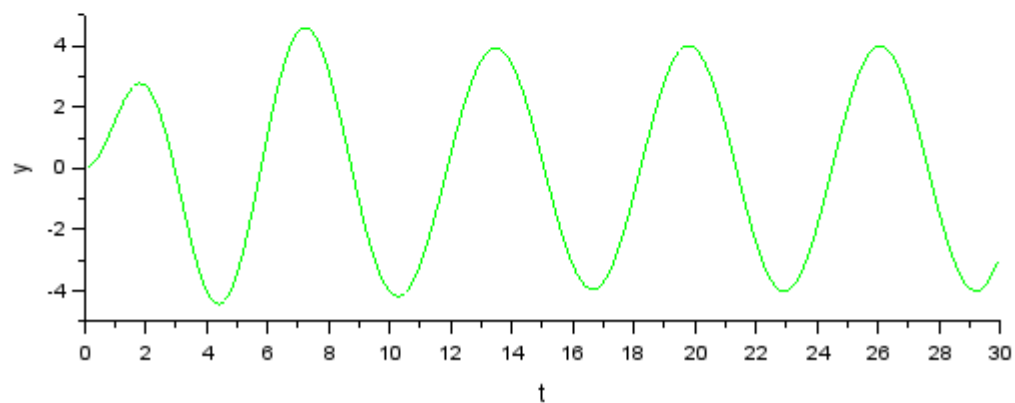
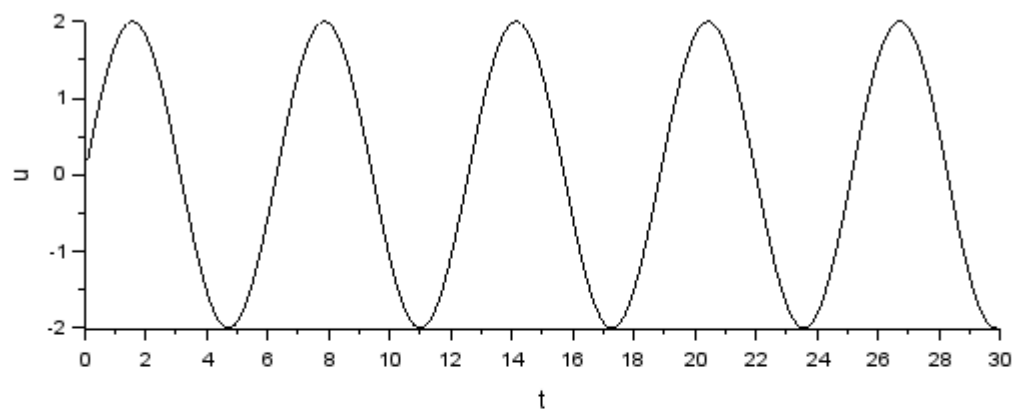
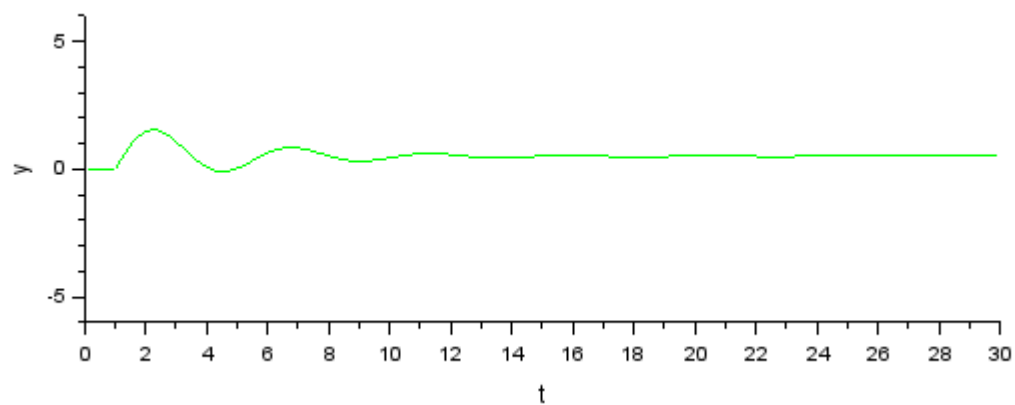
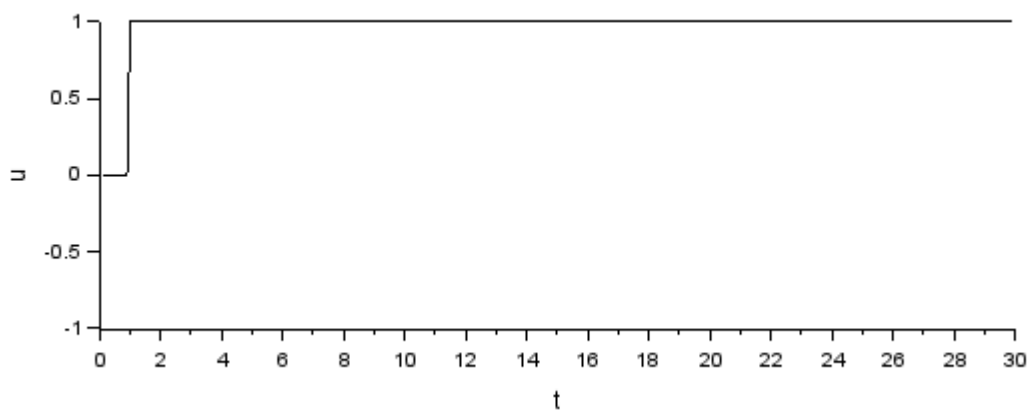
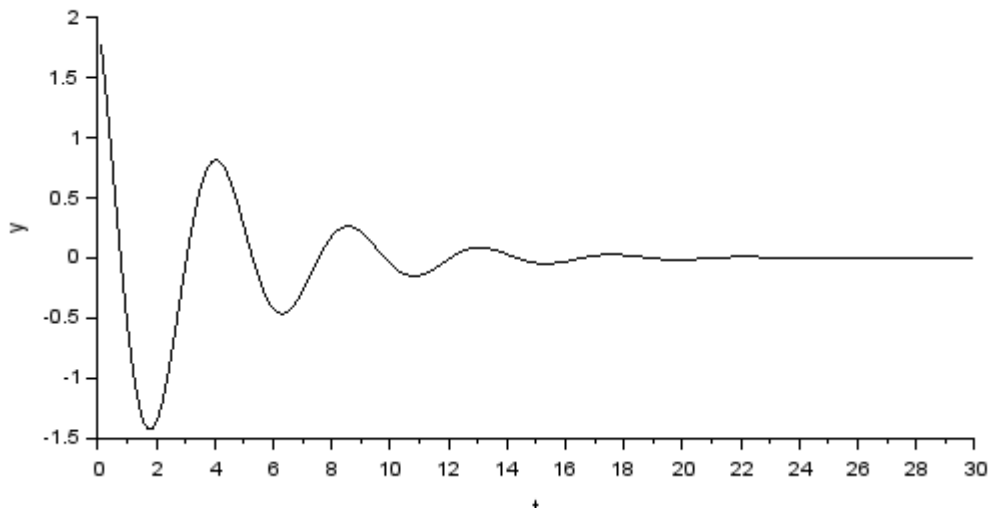


График при входном воздействии $u = 1(t)$:



Задание 2.2 выполнено, перейдем к заданию 2.3.

Будем моделировать систему с нулевым входным воздействием и начальными условиями $x_1(0) = 0,5$, $x_2(0) = 0,25$. График выглядит следующим образом:



Задание 2.3 выполнена, работа завершена.

Вывод: в ходе работы я научился моделировать системы вида вход-выход и вход-состояние-выход. Я получил практические навыки моделирования в Scilab и Xcos при разных видах входного воздействия: нулевом, $1(t)$ и $\sin t$.