

1 Постановка задачи

Задана выборка $\mathcal{X} = \{(X_1, y_1), \dots, (X_K, y_K)\}$, состоящая из объектов сложной структуры X_1, \dots, X_K и экспертных ответов $y_1, \dots, y_k \in Y$.

Решается задача прогнозирования объекта сложной структуры: поиска отображения $g(X) \mapsto y$, минимизирующего функцию ошибки для всех объектов:

$$\sum_{i=1}^K S(X_i, y_i, g) \rightarrow \min(g). \quad (1)$$

Рассматривается конечное множество значений отображения g : $g \in G = g_1, \dots, g_r$. Рассматривается задача определения по каждому объекту X_i оптимальной функции его прогнозирования $g_i(X_i)$, $f : X_i \mapsto g_i$, такой, что

$$\sum_{i=1}^K S(X_i, y_i, f(X_i)) \rightarrow \min. \quad (2)$$

таким образом, в отличие от (1), в постановке (2) для объекта X_i используется функция прогнозирования $f(X_i) = g_i$, вид которой определяется самим объектом X_i .

Формализация задачи прогнозирования отображения. Для того, чтобы определить класс функций f , возвращающих для объекта X его оптимальную прогнозирующую функцию g , введем метаописание объекта X . Поставим в соответствие объекту X его признаковое описание $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Каждая из компонент этого вектора является значением некоторой элементарной функции от X .

Кроме того, поставим в соответствие каждому объекту X и его метаописанию \mathbf{x} вектор \mathbf{s} длины r , являющийся вектором значений ошибки S на объекте X для функций g_1, \dots, g_r :

$$s_k = S(X, y, g_k).$$

Используя введенные обозначения, будем искать отображение $f : X \mapsto g$ в виде отображения $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^r$, ставящего в соответствие метаописанию x вектор оценок значений функций g_1, \dots, g_r на объекте X .

Задача классификации структуры. Для построения отображения в качестве обучающей информации используется выборка векторов $\{(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\alpha}_i)\}_{i=1}^K$, где $\boldsymbol{\alpha}_i$ является бинарным вектором, содержащим единицу на месте, соответствующем минимальному значению вектора \mathbf{s}_i ,

$$\boldsymbol{\alpha}_i(j) = [\mathbf{s}_i(j) = \min(\mathbf{s}_i)].$$

В этом случае решается задача многоклассовой классификации $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \{1, \dots, r\}$.

Задача прогнозирования структуры. В отличие от предыдущего случая, в этом параграфе рассматривается структура на множестве функций прогнозирования G .

Предполагается, что каждая функция g_i является суперпозицией базисных функций h_1, \dots, h_m . Предполагается, что эта суперпозиция описывается деревом суперпозиций Γ , с бинарной матрицей инцидентности \mathbf{Z} . Будем искать отображение f , ставящее в соответствие метаописанию объекта \mathbf{x} оптимальный граф суперпозиции $\hat{\Gamma}$.

Таким образом, схема прогнозирования сложного объекта выглядит следующим образом.

$$X \xrightarrow{meta} \mathbf{x} \xrightarrow{f} \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\Gamma} \rightarrow \hat{g}_i \rightarrow \hat{g}_i(X).$$

Основной задачей данной работы является построение отображения $f : \mathbf{x} \mapsto \Gamma$ по заданной выборке $\{(\mathbf{x}_i, \mathbf{s}_i, \Gamma_i)\}_{i=1}^K$, где Γ_i — граф суперпозиции, соответствующей минимальному индексу вектора ошибок \mathbf{s}_i .