Compte Rendu TP

Optimisation et Graphes



**Etudiant**

Ilyas TAOUSSI ICy

Birkan YILDIZ ICy

**Encadrants**

Christophe WILBAUT

(Dépôt GitHub : <https://github.com/IlyasTaoussi/GraphesOptTP> )

1. Plus Court Chemin :
   1. Modélisation linéaire

Programme Linéaire :

Soit G = <S, A> le graphe non orienté.

Soit n le nombre de sommets, i et j les indices des sommets de l’arête représenté par le couple (i, j)

Soit s l’indice du sommet de départ, et t l’indice du sommet d’arrivée

Soit S1 l’ensemble des sommets, et tel que :

avec Si un sommet d’indice i

Soit xij la variable binaire qui représente l’état de visite du chemin (i, j) (avec i et j dans S1) :

Soit cij le cout de l’arête (i, j) (avec i et j dans S1) :

* Objectif
* Contraintes
  1. Algorithme de cheminement

Dans le cas où h(x) = 0, on ne considère plus la distance euclidienne jusqu’à l’arrivée. On choisit simplement de prendre le nœud avec la distance la plus courte au point actuel. La solution trouvée est dans la majorité des cas moins bonne que celle avec h(x) = distance euclidienne.

Comparaison modèle mathématique et A\* :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Fichiers | | 5\_10\_1 | 5\_10\_2 | 10\_10\_1 | 10\_10\_2 | 20\_20\_1 | 50\_50\_1 |
| Distance Minimale | AEtoile | 11.889 | 11.656 | 8.6568 | 14.899 | 26.970 | --------- |
| CPLEX | 11.889 | 11.656 | 8.6568 | 13.485 | 26.970 | 55.355 |
| Temps d’exécution | AEtoile | 0.001 s | 0.001 s | 0.002 s | 0.002s | 0.005 s | --------- |
| CPLEX | 0.010 s | 0.010 s | 0.020 s | 0.020 s | 0.020 s | 0.05 s |

On s’aperçoit que l’algorithme A\* est plus rapide que la modélisation mathématique pour des graphes de petite envergure. Mais passe un certain n, la modélisation mathématique devient plus performante. De plus, dans certains cas le chemin trouver par la modélisation mathématique est plus court que celui d’A\*.

1. Voyageur du Commerce
   1. Modélisation linéaire

Soit G = <S, A> le graphe non orienté.

Soit n le nombre de sommets, i et j les indices des sommets de l’arête représenté par le couple (i, j)

Soit S1 l’ensemble des sommets, et tel que :

avec Si un sommet d’indice i

Soit xij la variable binaire qui représente l’état de visite du chemin (i, j) (avec i et j dans S1) :

Soit cij le cout de l’arête (i, j) (avec i et j dans S1) généré aléatoirement entre 10 et 50.

Soit ui une variable du sommet i, qui sert à suivre l’ordre des sommets visités, sous la contrainte d’effet :

* Objectif
* Contraintes
  1. Comparaison de résultats

Pour assurer l’obtention de résultats interprétables, on supposera que la probabilité p = 1, et le sommet de début sera toujours le sommet 0.

Si l’objectif est le même (même distance minimale), on pourra assumer que les deux méthodes ont trouvé le même chemin optimal pour le problème

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nb Sommets | | N = 5 | N = 10 | N = 11 | N = 12 | N = 15 | N = 20 | N = 50 | N = 500 |
| Distance Minimale | Enum | 126.91 | 191.94 | 205.53 | 185.36 | --------- | --------- | --------- | ---------- |
| CPLEX | 126.91 | 191.94 | 205.53 | 185.36 | 240.72 | 286.73 | 576.81 | 5092.713 |
| Temps d’exécution | Enum | 0.000 s | 0.353 s | 3.118 s | 39.901 s | --------- | --------- | --------- | ---------- |
| CPLEX | 0.105 s | 0.055 s | 0.028 s | 0.063 s | 0.021 s | 0.224 s | 1.794 s | 9 min 4 s |

Les deux méthodes ont pu donner la même distance objective à une précision de 15 chiffres après la virgule traitant un graphe avec des arêtes de valeurs générés aléatoirement.

L’énumération pour des graphes au-delà de 13 sommets prenait plus de temps (l’énumération pour un graphe de 15 sommets a dépassé 5 heures), alors qu’avec la résolution du modèle linéaire avec CPLEX on a pu avoir des résultats plus rapidement.