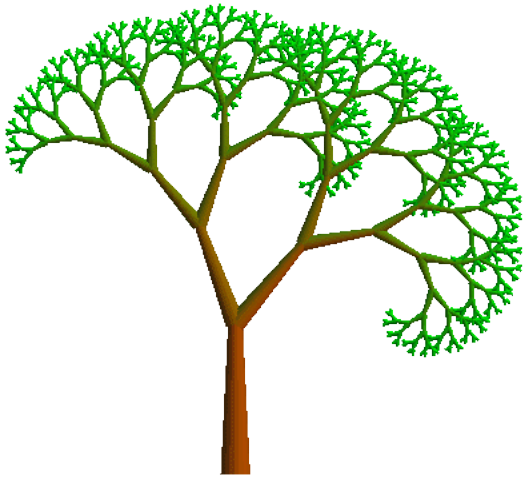
ENPC – MOPSI



Petit arboretum (1e partie)

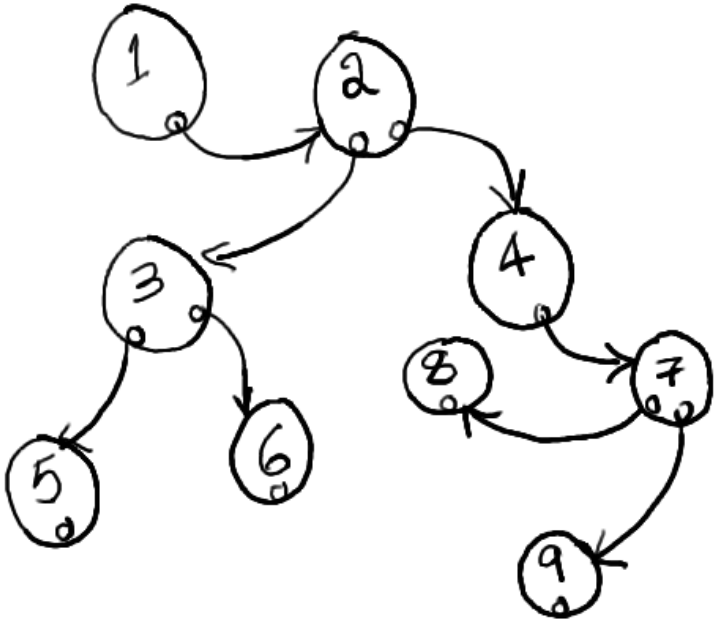
Renaud Marlet
Laboratoire LIGM-IMAGINE

http://imagine.enpc.fr/~marletr

Les arbres : en informatique et ailleurs...

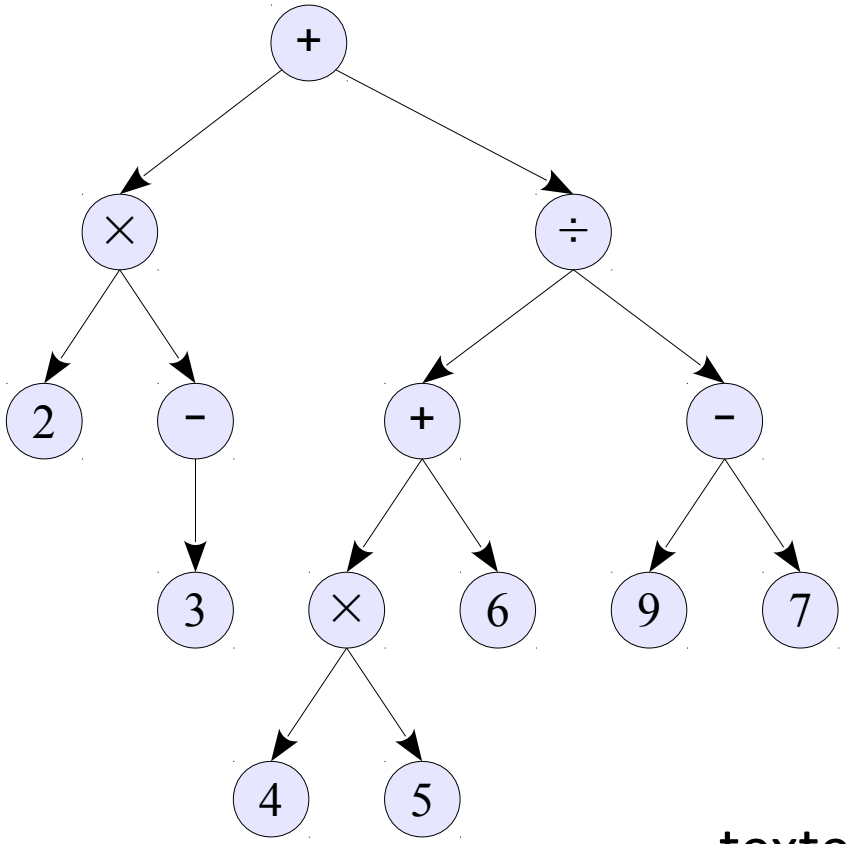
Arbre : structure de données omniprésente

- représentation d'une hiérarchie d'objets
  - décomposition organisationnelle
- arbres de décision
  - simulation
- recherche d'information
- compression
- routage
- ...

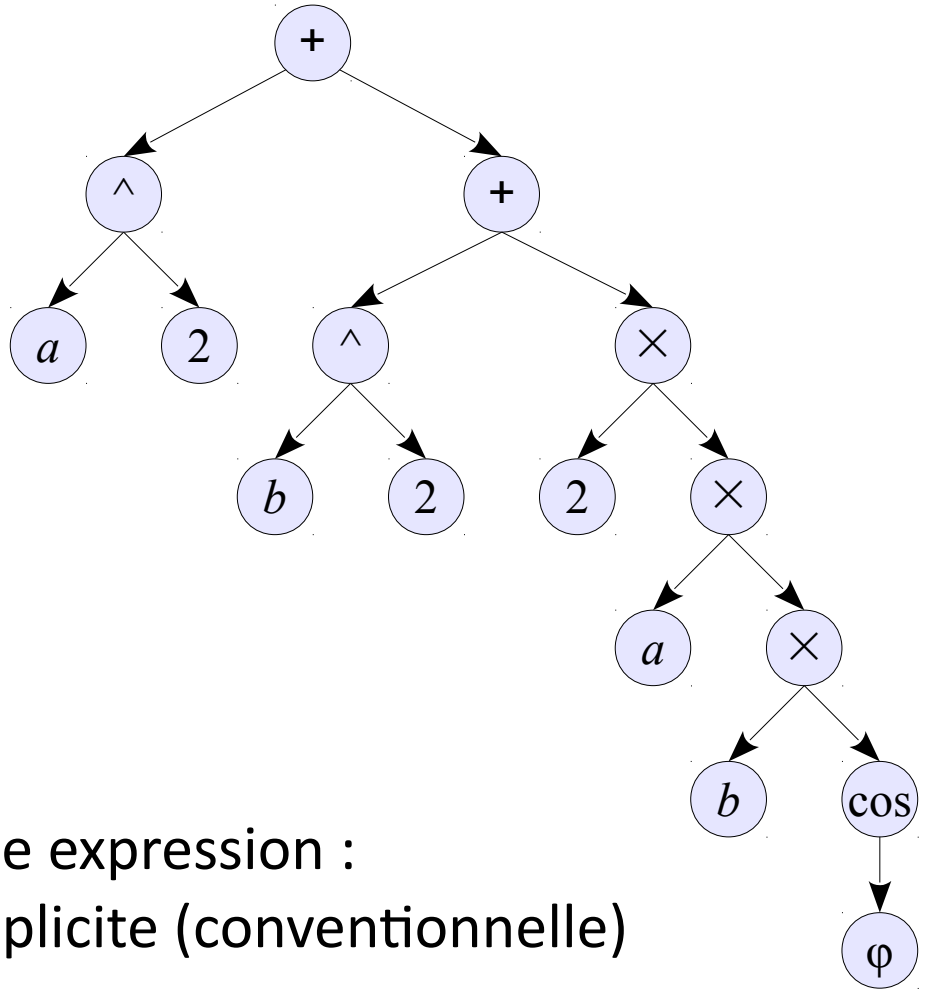


Exemple : expression arithmétique

$(2 \times (-(3))) + (((4 \times 5) + 6) / (9 - 7))$

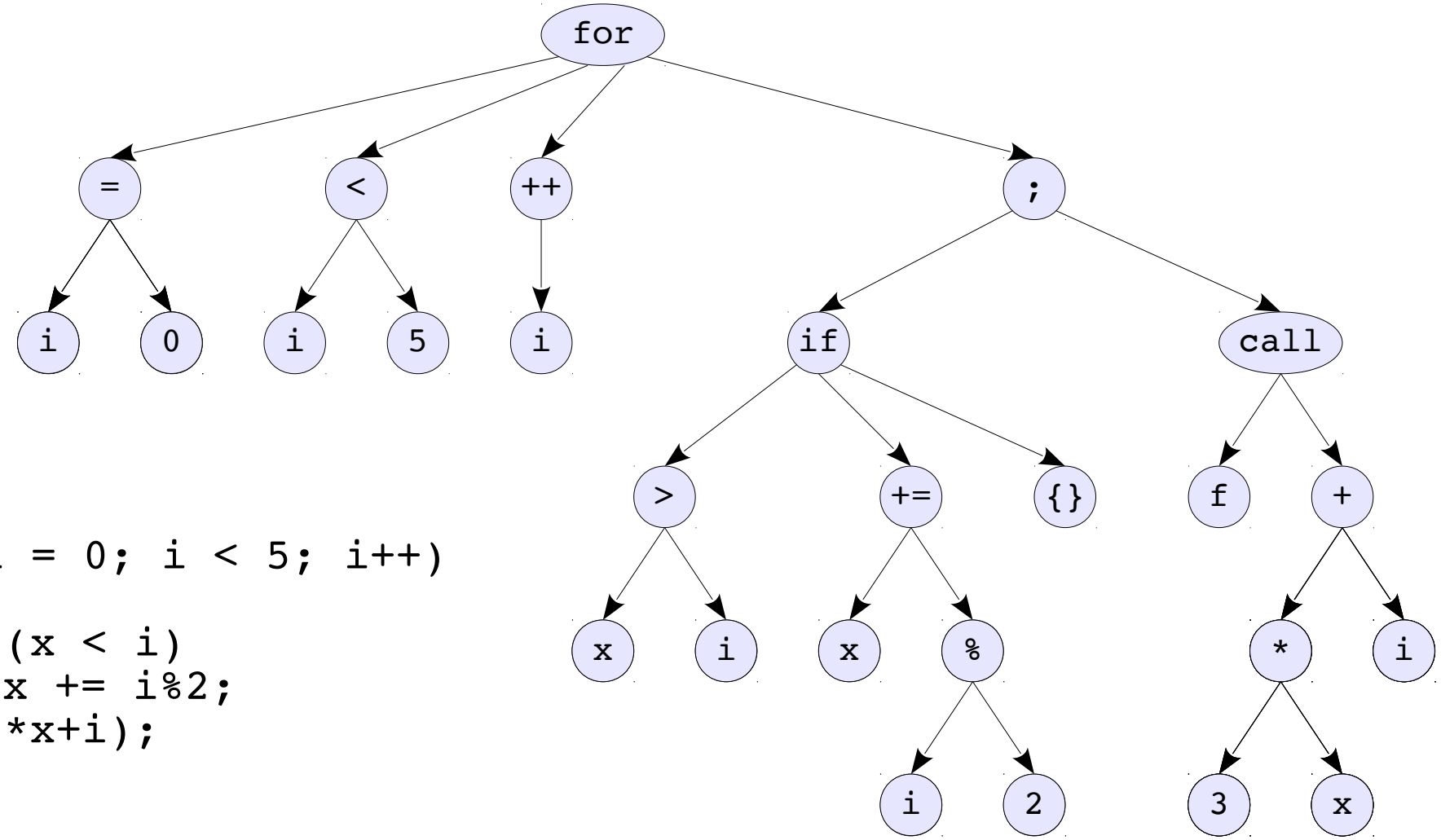


$a^2 + b^2 + 2ab\cos\phi$



texte d'une expression :
structure d'arbre implicite (conventionnelle)

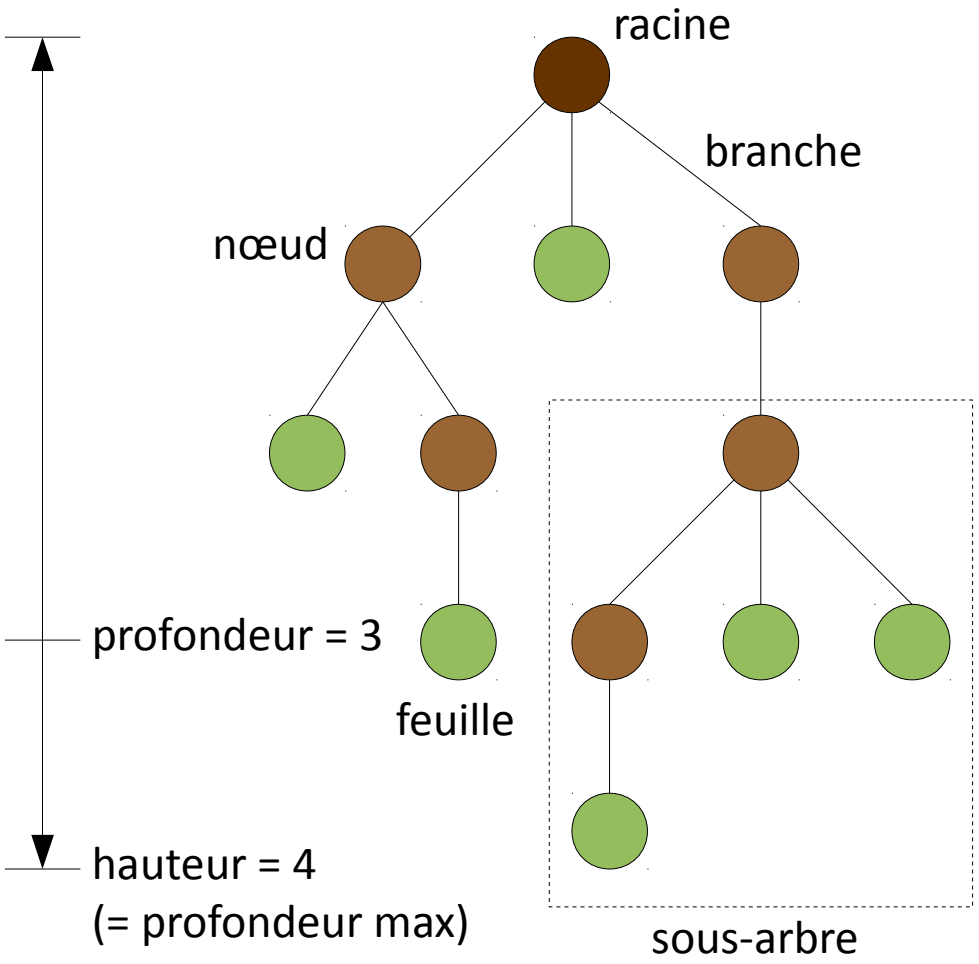
Exemple : programme

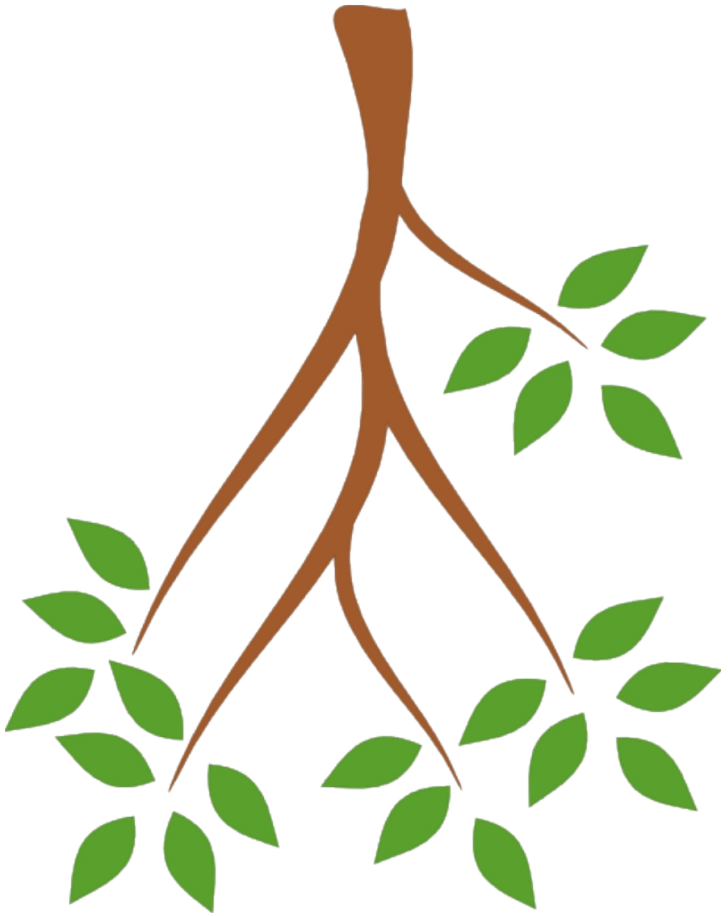



```
for (i = 0; i < 5; i++)
{
    if (x < i)
        x += i%2;
    f(3*x+i);
}
```

Structure, vocabulaire, représentation

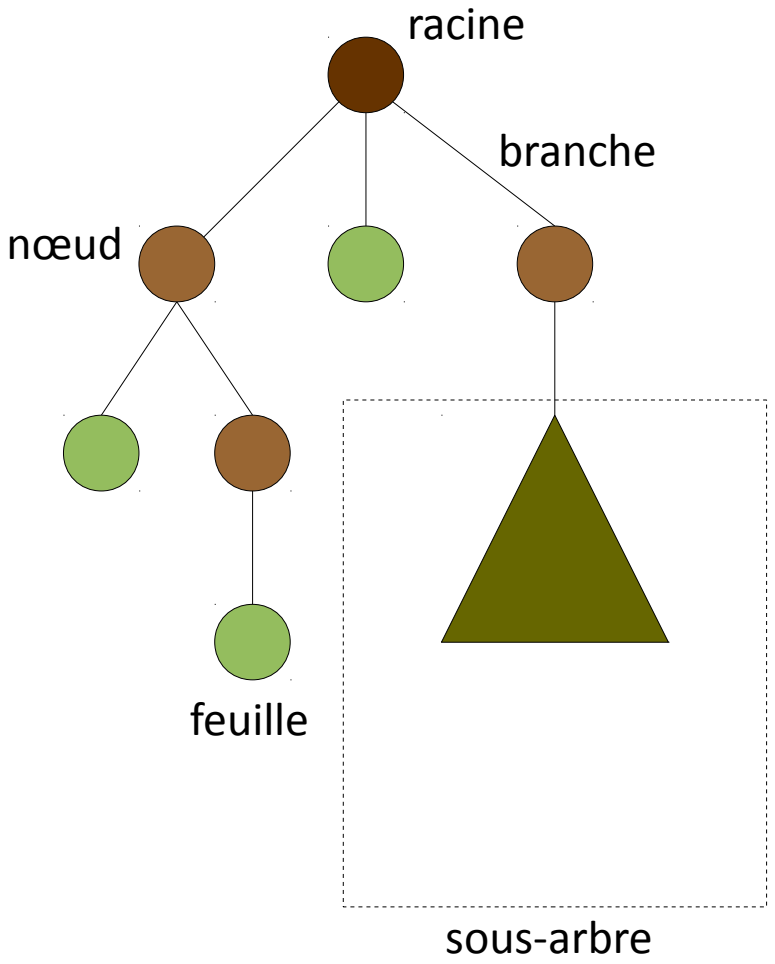
Représentation tête en bas

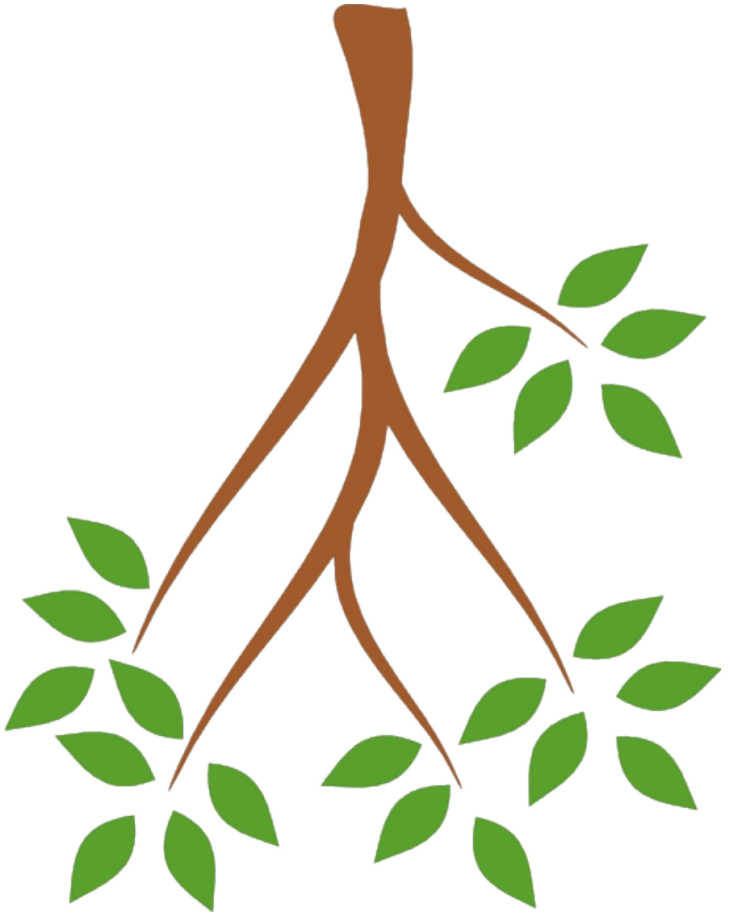




Structure, vocabulaire, représentation

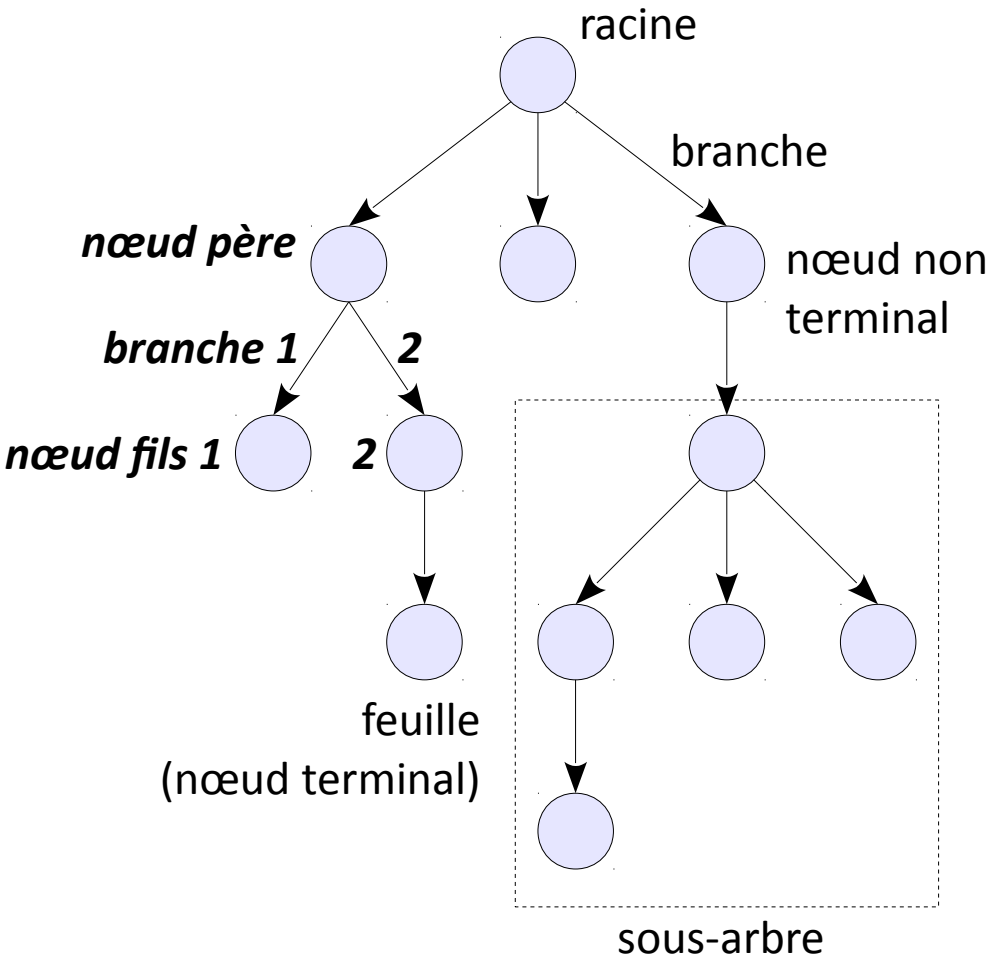
Représentation tête en bas



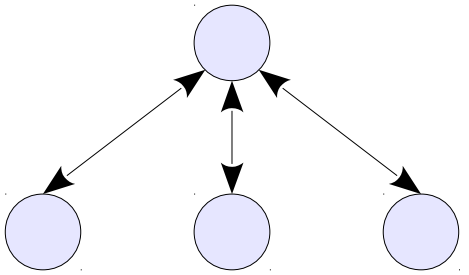


Orientation et identification des branches

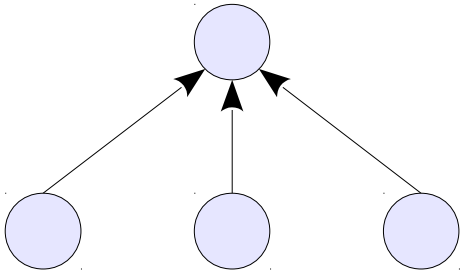
Nœud père et nœuds fils



variante : les fils connaissent aussi leur père



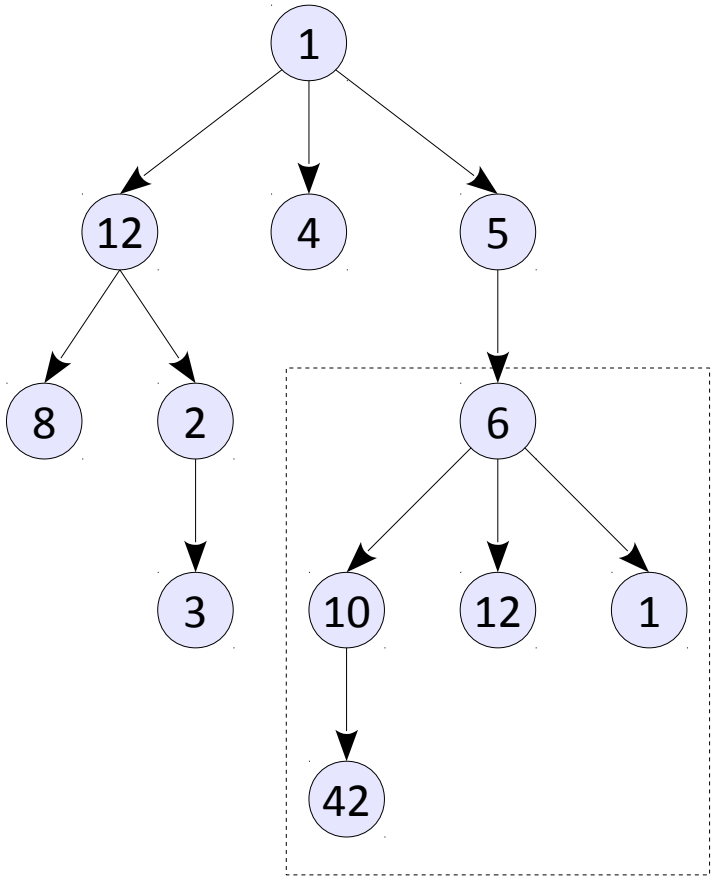
variante (plus rare) : les pères ne connaissent pas leurs fils

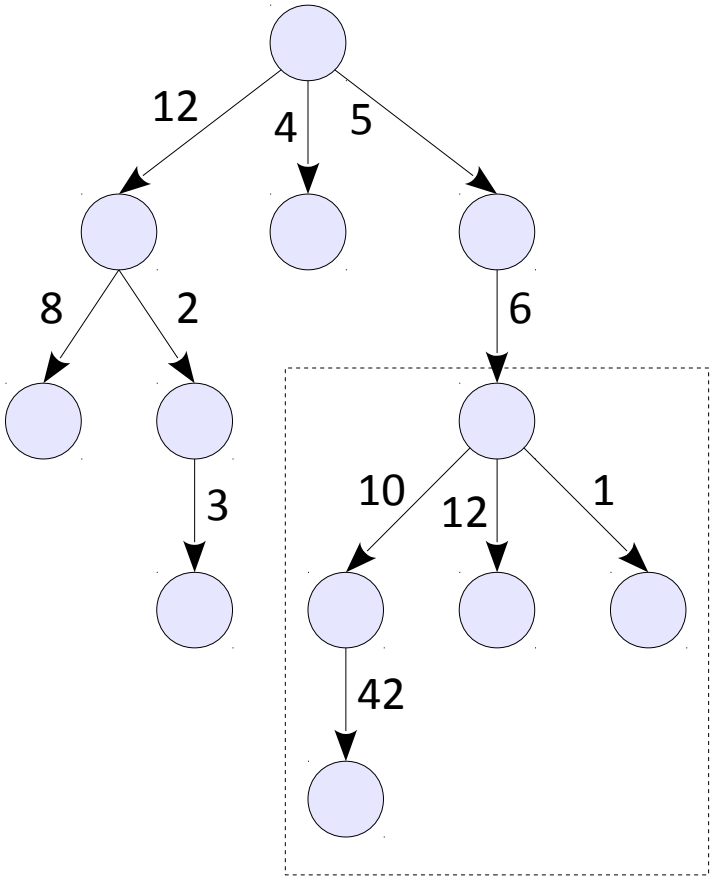


Informations accrochées sur l'arbre

Sur les nœuds (parfois feuilles seules) et/ou branches

N.B. formulations équivalentes sauf à la racine

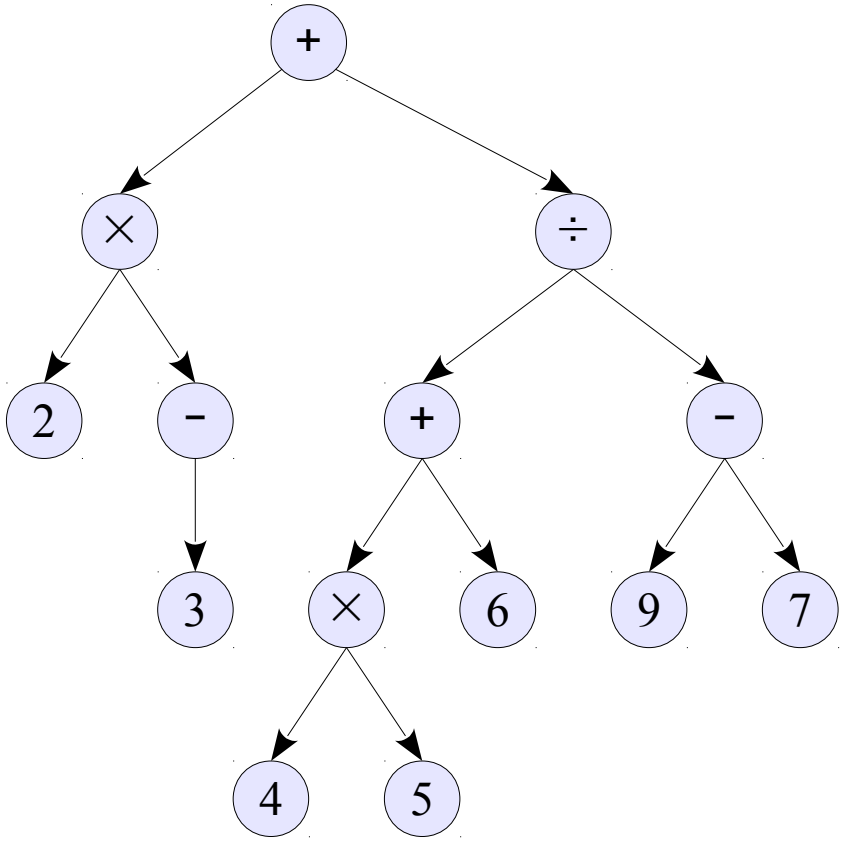




Notation avec opérateurs n-aires

$(2 \times (-(3))) + (((4 \times 5) + 6) / (9 - 7))$

Structure d'arbre implicite

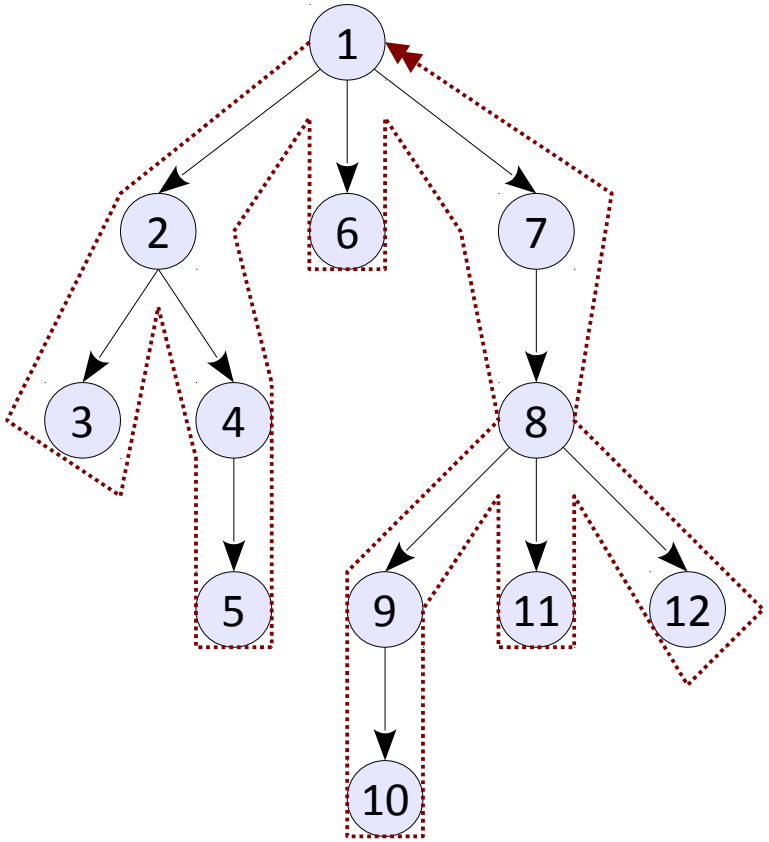


Notation avec opérateurs n-aires : (père fils1 … filsN)

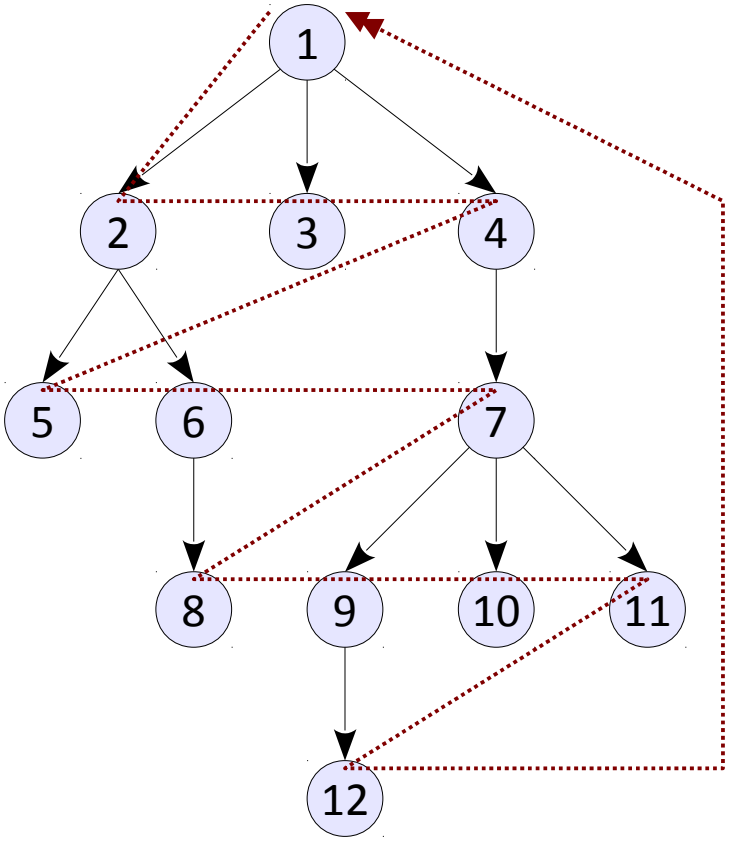
(+ (× 2 (− 3))
(÷ (+ (× 4 5) 6)
(− 9 7)))

Structure d'arbre explicite

Parcours d'un arbre

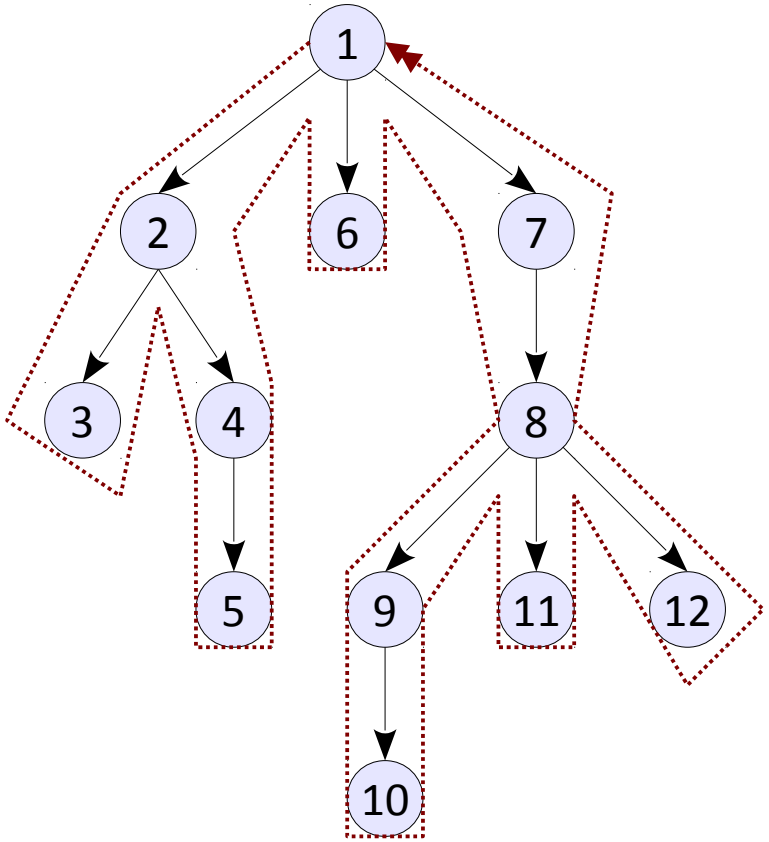


En profondeur d'abord (depth first)
[DFS = depth-first search]

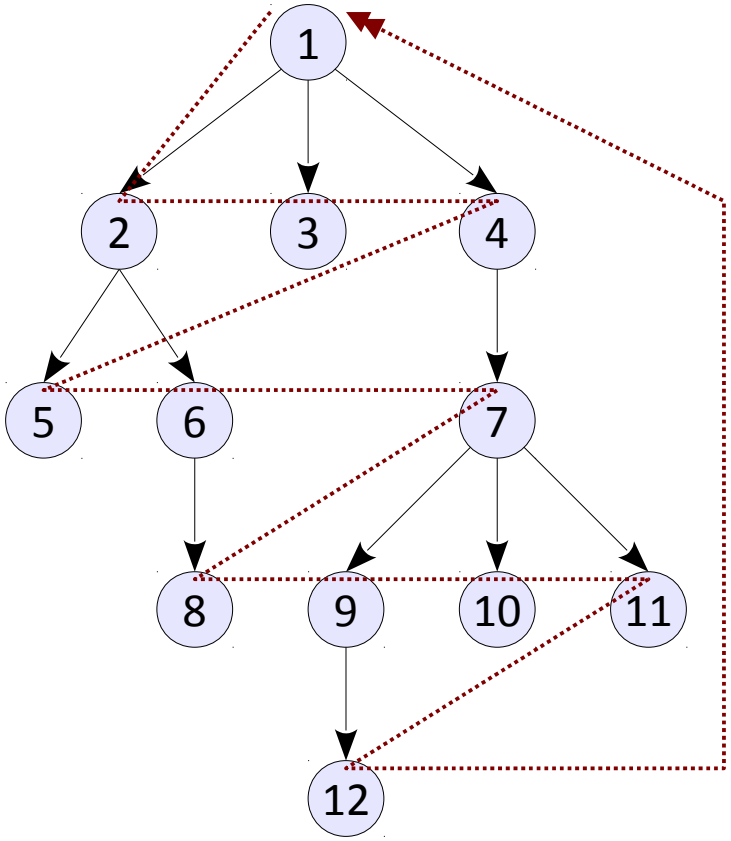


En largeur d'abord (breadth first)
[BFS = breadth-first search]

Parcours d'un arbre



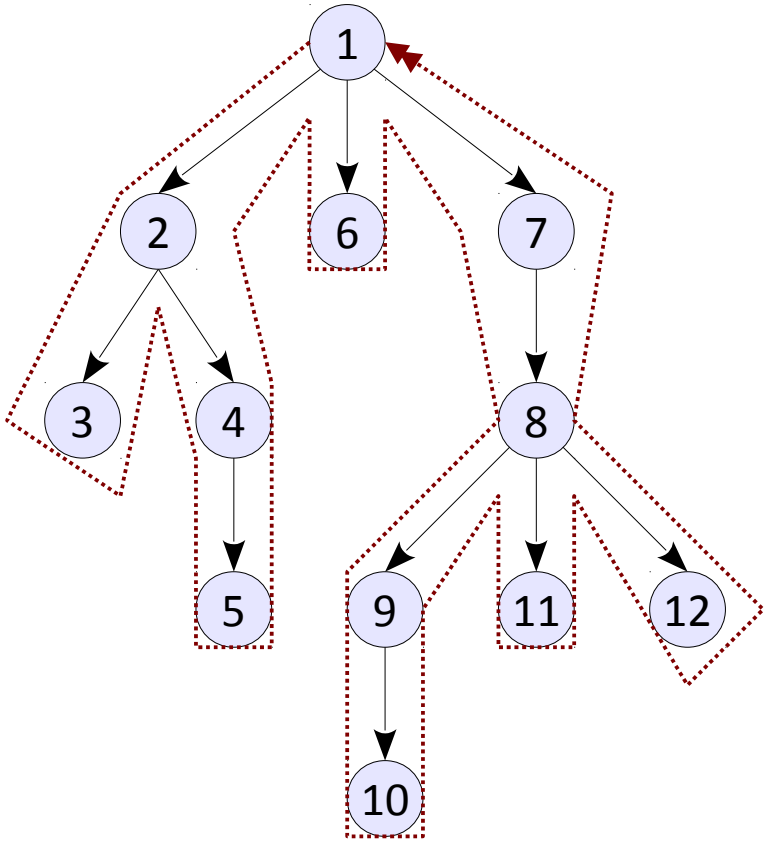
En profondeur d'abord (depth first)



En largeur d'abord (breadth first)

Comment cela s'implémente-t-il ?

Parcours en profondeur d'abord



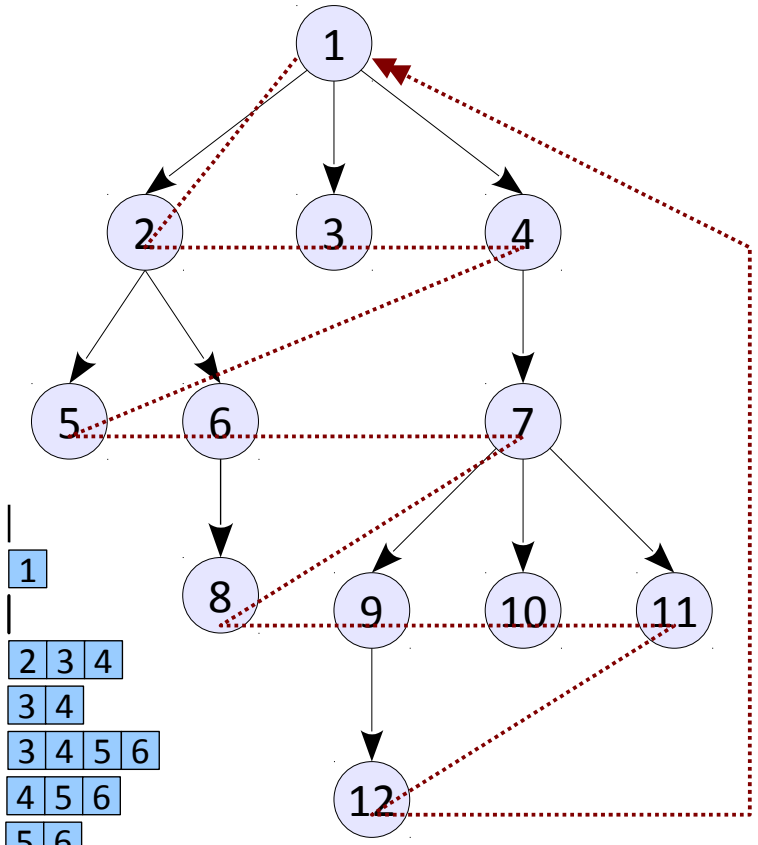
Algorithme :

profDabord(nœud)

- pour chaque nœud fils
  - profDabord(nœud fils)
- retour

N.B. programme récursif !

Parcours en largeur d'abord



Algorithme :

largeurDabord(noeud)

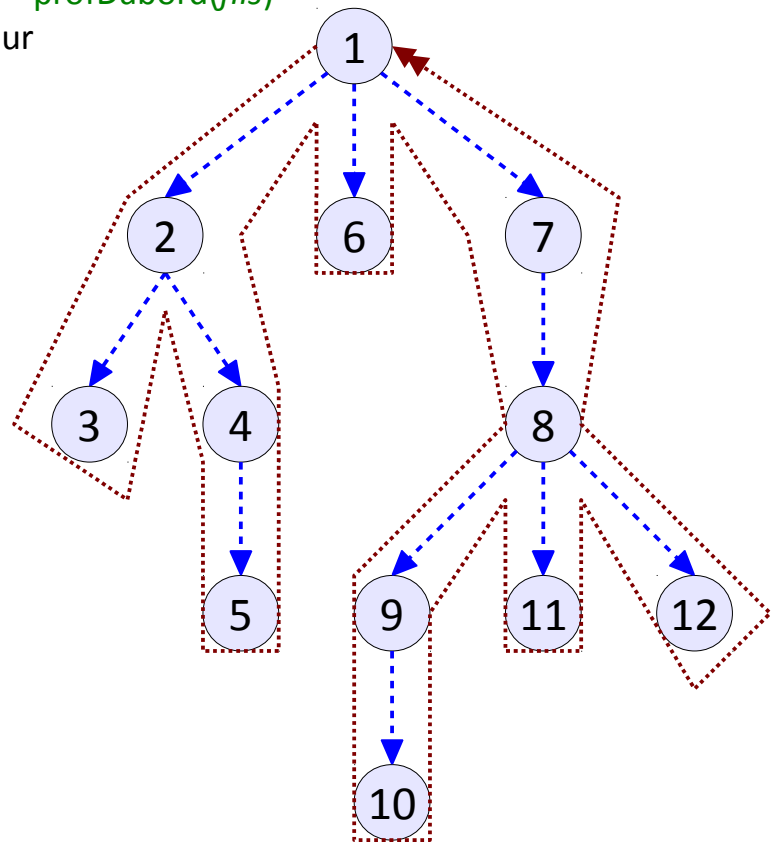
- créer une file
- mettre la racine en tête de file
- tant que la file n'est pas vide
  - retirer le nœud en tête de file
  - mettre les fils de ce nœud dans la file

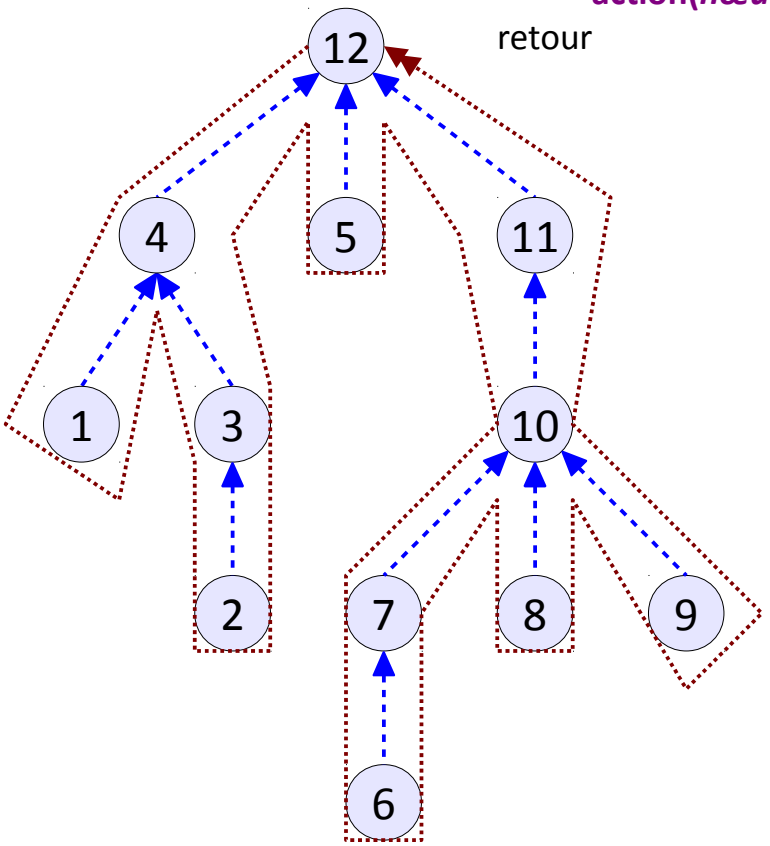
Opérations en descendant vs en montant

```
profDabord(nœud) :
    pour chaque fils de nœud
        action(nœud)
        profDabord(fils)
    retour
```

En profondeur d'abord

```
profDabord(nœud) :
    pour chaque fils de nœud
        profDabord(fils)
        action(nœud)
    retour
```

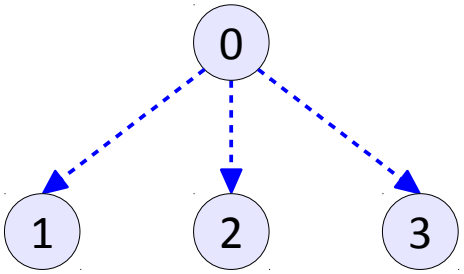




Opération sur nœud lorsqu'on y « entre »
= en descendant

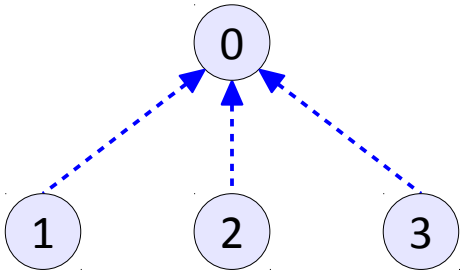
Opération sur nœud lorsqu'on en « sort »
= en remontant

Attributs hérités, attributs synthétisés



information héritée :
information sur un nœud fils
dépendant de
l'information sur le nœud père

$$info_i = f_i(info_0)$$



information synthétisée :
information sur le nœud père
dépendant de
l'information sur les nœuds fils

$$info_0 = f(info_1, info_2, info_3)$$

ENPC – PRALG

TP : structure de données d'arbre

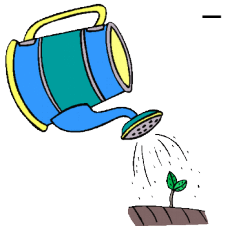
Renaud Marlet
Laboratoire LIGM-IMAGINE

http://imagine.enpc.fr/~marletr

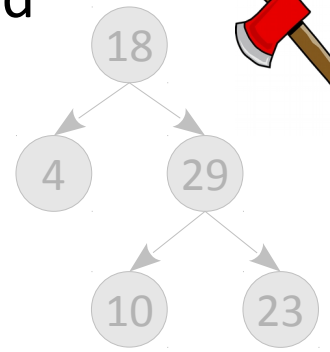
Structure de données

cf. cours correspondant

- Création
  - nœud / arbre
  - constructeur
    - avec info initiale ou valeur par défaut

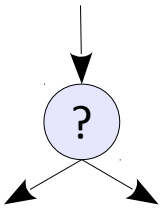


- Destruction
  - sous-arbre (recursive)
  - nœud

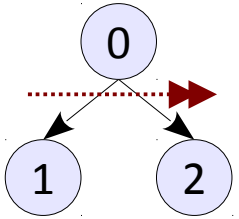


- Opérations :

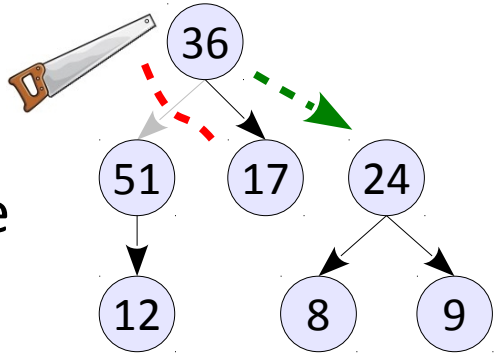
  - accéder à l'info d'un nœud
    - lecture, écriture



  - parcourir (ex. itérateur)
    - les fils d'un nœud
    - les nœuds d'un arbre

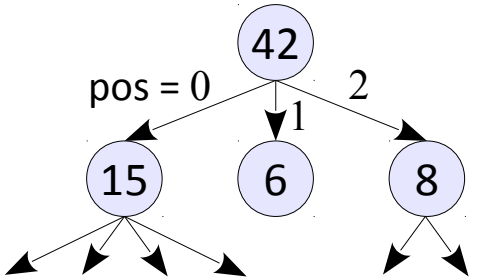


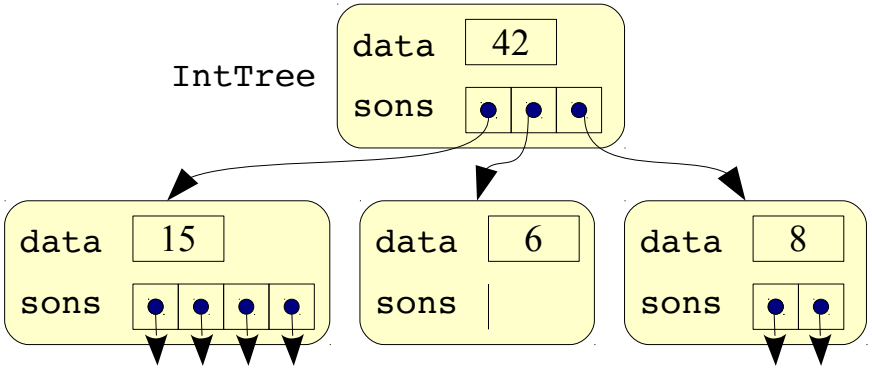
  - ajouter/supprimer
    - un fils (sous-arbre)
      → nouvelle branche
      - à une position ou un rang donné



Exemple d'interface

```
// Node of a tree containing an integer at each node
class IntTree {
    // Node information
    int data;
    // Sequence of sons (empty if none)
    vector<IntTree*> sons;
public:
    // Create a node with given information
    IntTree(int d);
    // Destruct a node and all its descendants
    ~IntTree();
    // Return information of this node
    int getData();
    // Set information of this node
    void setData(int d);
    // Return the number of sons of this node
    int nbSons();
    // Return the son at position pos, if any (considering left-most son is at position 0)
    IntTree* getSon(int pos);
    // Replace the exisiting son at position pos with newSon (left-most son at position 0)
    void setSon(int pos, IntTree* newSon);
    // Add newSon as supplementary right-most son of this node
    void addAsLastSon(IntTree* newSon);
    // Remove right-most son of this node
    void removeLastSon();
};
```





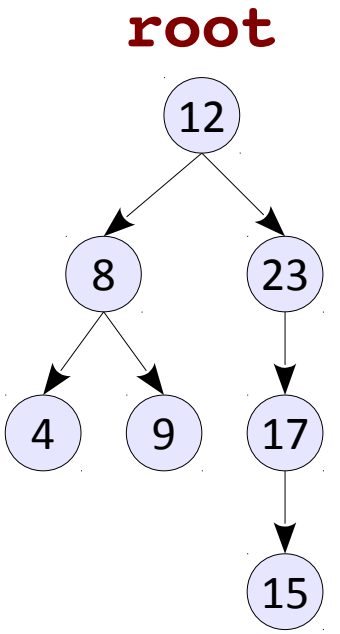
Indice :
opérations déjà +/- disponibles dans la classe vector <T>

Exercice 1 : classe d'arbre (d'entiers)

1.1) Implémenter **`IntTree`** (≈ 1 ligne par fonction !)

- séparer l'implémentation en **`IntTree.h`** (≈ p.18) et **`IntTree.cpp`**
- destructeur (libération de la mémoire) :
  - arbre parcouru en profondeur d'abord, libération de chaque nœud en remontant
  - hyp. : on ne libère que des racines, pas des sous-arbres, et ils ne sont pas partagés
- ignorer de la gestion d'erreur pour le moment (voir exo 3)

1.2) Construisez l'arbre ci-contre dans une variable :

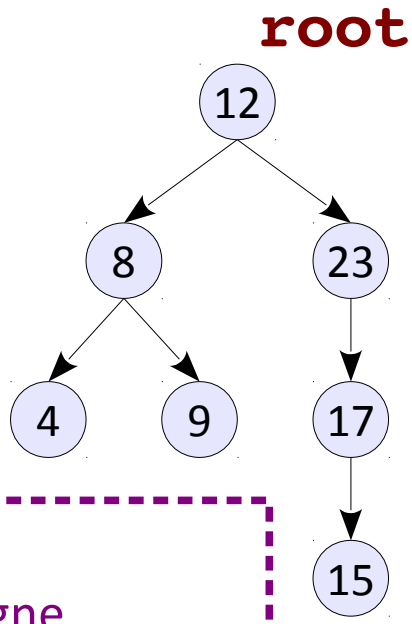



```
IntTree* root = new IntTree(12);
root->addAsLastSon(new IntTree(8));
root->getSon(0)->addAsLastSon(new IntTree(4));
root->getSon(0)->addAsLastSon(new IntTree(9));
root->addAsLastSon(new IntTree(23));
root->getSon(1)->addAsLastSon(new IntTree(17));
root->getSon(1)->getSon(0)->addAsLastSon(new IntTree(15));
```

Exercice 2 : affichage d'un arbre

2.1) À quel parcours de l'arbre correspond la suite 12 8 4 9 23 17 15 ?

2.2) Ajouter une méthode <u>récursive</u> **`void display()`** telle que **`root->display()`** affiche : `12 8 4 9 23 17 15`



2.3) Modifier la méthode d'affichage en

```
void display(string prefix = "",
             string indent = "  ")
```

pour que **`root->display("* ")`** affiche :

```
* 12
*    8
*       4
*       9
*    23
*       17
*          15
```

<u>Indications</u>

`prefix` : affiché au début de chaque ligne avant d'afficher la valeur du nœud

`indent` : ajouté à **`prefix`** à chaque niveau de profondeur supplémentaire (affichage d'un fils)

Exercice 3 : gestion d'erreur

3.1) Lister tous les cas d'erreur pour les fonctions de **`IntTree`**

3.2) Pour lesquelles peut-on signaler l'erreur par valeur de retour ?
Auxquelles peut-on facilement ajouter un statut d'erreur ?

3.2) Pour lesquelles peut-on signaler l'erreur par exception ?

3.4) Choisir un mode de signalement d'erreur et le justifier

3.5) Implémenter le signalement d'erreur (0-3 lignes par fonction)

3.6) Documenter le signalement d'erreur [Optionel : en Doxygen]
→ compléter le commentaire en tête de chaque fonction

3.7) Tester la gestion d'erreur de chaque fonction de **`IntTree`**
→ le code de test du rattrapage d'erreur dans le programme principal (main.cpp) doit afficher les erreurs rencontrées

Doxygen

cf. doxygen.org

```
/**
 * Node of a tree containing an integer at each node.
 * @author Marc Ottage
 */
class IntTree { ...
    /**
     * Constructor. Create a node with given information.
     * @param d information on this node
     */
    IntTree(int d);
    /**
     * Return the son at position pos, if any.
     * @param pos position of the son (considering left-most son is at position 0)
     * @return son at position pos if pos is valid, 0 otherwise (= NULL)
     */
    IntTree* getSon(int pos); // Alternative 1 (gestion d'erreur par valeur de retour)
    /**
     * Return the son at position pos, if any.
     * @param pos position of the son (considering left-most son is at position 0)
     * @return son at position pos
     * @throws out_of_range if pos is not a valid position (between 0 and nbSons-1)
     */
    IntTree* getSon(int pos); // Alternative 2 (gestion d'erreur par exception)
};
```

Exercice 4 : templatisation

4.1) Rendre **`IntTree`** générique pour le type des données :
Écrire une classe **`Tree<T>`** qui prend le type en argument

4.2) Peut-on séparer **`Tree<T>`** en 2 fichiers **`Tree.h`** et **`Tree.cpp`** pour la compilation séparée?
Si oui, le faire ; sinon expliquer.

4.3) Faut-il changer la gestion d'erreur ?
Si oui, le faire ; sinon expliquer.

4.4) Définir dans **`Tree<T>`** les fonctions suivantes, avec leur gestion d'erreur (≈ 3 lignes) :

```
// Insert extra son at position pos, if pos exists
void insertSon(int pos, Tree<T>* son);
// Remove son at position pos, thus reducing nbSons
void removeSon(int pos);
```

indice : utiliser
vect.insert(...)
vect.begin()+pos
vect.erase(...)

Exercice 5 : différents parcours d'arbre

[Optionnel : points supplémentaires]

5.1) Ajouter à **Tree** des fonctions de parcours qui affichent les infos
- en profondeur d'abord en entrant (= en descendant, ~ display)
- en profondeur d'abord en sortant (= en remontant)
- en largeur d'abord

5.2) Implémenter dans **Tree<T>** une fonction **`int maxDepth()`**
- qui calcule vite et sans allouer de mémoire la profondeur maximale d'un arbre (= de la feuille la plus profonde)
- quel type de parcours utiliser et pourquoi ?

5.3) Implémenter dans Tree une fonction **`int minDepth()`**
- qui calcule rapidement la profondeur minimale d'un arbre (= profondeur de la feuille la moins profonde)
- quel type de parcours utiliser et pourquoi ?