

# Интеллектуальные информационные технологии и системы

## Практические занятия

### Рекомендуемая литература

1. Штовба С.Д. Проектирование нечётких систем средствами MATLAB / С.Д. Штовба. – М.: «Горячая линия – Телеком», 2007. – 288 с.
2. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоненков. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 736 с.

## 1. Процесс нечёткого моделирования в вычислительной среде MatLab

Для проектирования и исследования нечётких систем в среде MatLab предназначен специальный пакет расширения **Fuzzy Logic Toolbox**.

Данный пакет обеспечивает возможность разработки и использования нечётких систем в следующих режимах:

- **интерактивный режим** – с помощью графических средств редактирования и визуализации всех компонентов систем нечёткого вывода;
- **командный режим** – с помощью написания m-программ или ввода имён соответствующих функций с необходимыми аргументами непосредственно в окно команд системы MatLab.

Для разработки и дальнейшего применения систем нечёткого вывода в интерактивном режиме могут использоваться следующие графические средства (GUI-модули), входящие в состав пакета Fuzzy Logic Toolbox:

- редактор систем нечёткого вывода (**Fuzzy Inference System Editor, FIS Editor**) – обеспечивает задание и редактирование общих свойств системы нечеткого вывода. Позволяет установить количество входов и выходов системы, выбрать тип системы (Мамдани или Сугено), метод дефаззификации, способы реализации логических функций (И и ИЛИ), а также вызывать другие GUI-модули, работающие с системами нечёткого вывода;
- редактор функций принадлежности системы нечёткого вывода (**Membership Function Editor**) – выводит на экран графики функций принадлежности термов входных и выходных лингвистических переменных. Позволяет выбрать количество этих термов, задать тип и параметры функций принадлежности для каждого терма;
- редактор правил системы нечёткого вывода (**Rule Editor**) – позволяет задать и редактировать правила нечеткой базы знаний. Редактирование осуществляется выбором необходимого сочетания термов из меню;

- просмотрщик правил системы нечёткого вывода (**Rule Viewer**) – визуально отображает процесс нечёткого вывода;
- просмотрщик поверхности «входы-выход» системы нечёткого вывода (**Surface Viewer**) – выводит поверхность зависимости выходной переменной от любых двух выходных;
- редактор адаптивных систем нейро-нечёткого вывода (**Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System Editor, ANFIS Editor**) – позволяет синтезировать и настраивать нейро-нечеткие сети по выборке данных «входы-выход» (обучающей выборке). Для настройки используется метод обратного распространения ошибки или его комбинация с методом наименьших квадратов;
- программа нечёткой кластеризации (**Fuzzy C-Means Clustering, Findcluster**) – инструмент субтрактивной кластеризации по горному методу или по алгоритму нечетких с-средних. Позволяет найти центры кластеров данных, которые используются для экстракции нечетких правил.

Все GUI-модули, кроме Findcluster, динамически обмениваются данными друг с другом и могут быть вызваны один из другого.

Кроме GUI-модулей, пакет Fuzzy Logic Toolbox содержит библиотеку функций для разработки нечётких систем из командной строки, а также для написания программ, автоматизирующих проектирование и исследование нечётких систем.

Пакет Fuzzy Logic Toolbox позволяет внедрить разработанные системы нечёткого вывода в динамические модели пакета Simulink. Для этой цели служит Simulink-модуль **Fuzzy Logic Controller** – нечёткий контроллер.

**Пример:***(Пример взят из [1])*

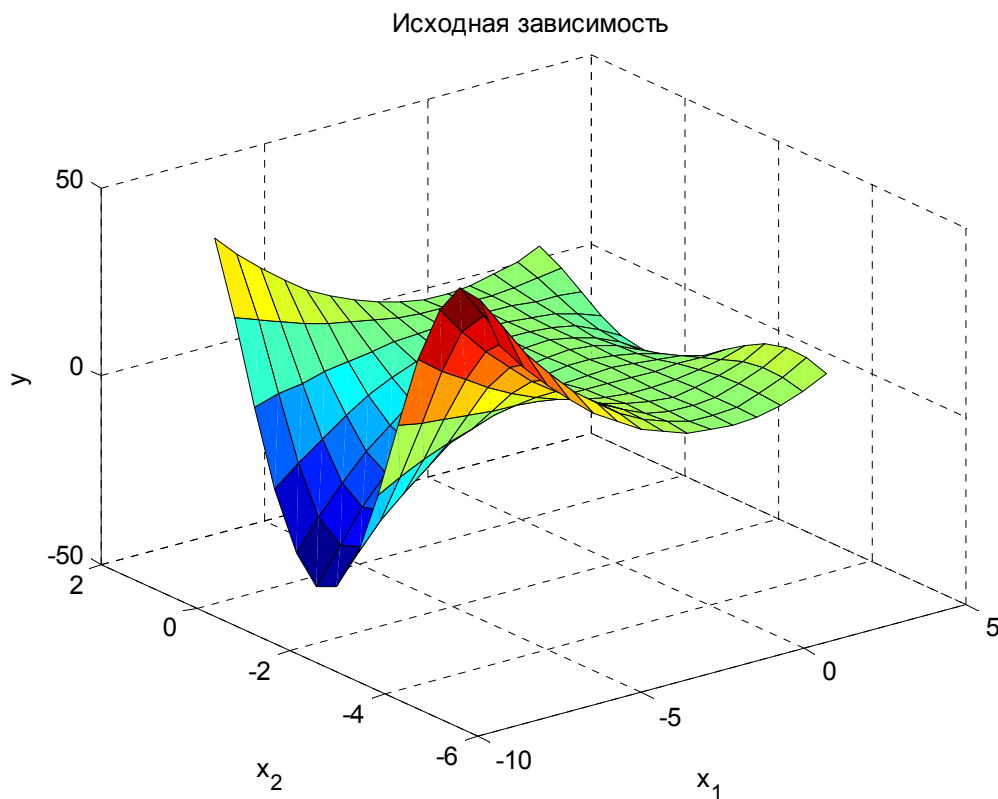
Создадим систему нечёткого вывода типа Мамдани, которая моделирует зависимость

$$y = x_1^2 \cdot \sin(x_2 - 1),$$

$$x_1 \in [-7, 3]; \quad x_2 \in [-4, 4, 1, 7].$$

Проектирование осуществим на основе трёхмерного изображения указанной зависимости, которое построено следующей программой:

```
%=====
% Построение графика функции y=x1^2*sin(x2-1)
% в области x1 e [-7, 3]; x2 e [-4.4, 1.7]
%-----
n = 15; % количество точек дискретизации
x1 = linspace(-7, 3, n); x2 = linspace(-4.4, 1.7, n);
y = zeros(n, n);
for i = 1:n
    y(i,:) = x1.^2 * sin(x2(i)-1);
end
%-----
h1 = figure(1);
surf(x1, x2, y)
xlabel('x_1'); ylabel('x_2'); zlabel('y');
title('Исходная зависимость')
```



**Рис.** График функции  $y = x_1^2 \cdot \sin(x_2 - 1)$

Представленной на рисунке поверхности поставим в соответствие следующие семь нечётких правил:

- Пр. 1: **ЕСЛИ**  $x_1^L = \text{низкий}$  **И**  $x_2^L = \text{низкий}$  **ТО**  $y^L = \text{высокий}$   
 Пр. 2: **ЕСЛИ**  $x_1^L = \text{низкий}$  **И**  $x_2^L = \text{средний}$  **ТО**  $y^L = \text{низкий}$   
 Пр. 3: **ЕСЛИ**  $x_1^L = \text{низкий}$  **И**  $x_2^L = \text{высокий}$  **ТО**  $y^L = \text{высокий}$   
 Пр. 4: **ЕСЛИ**  $x_1^L = \text{средний}$  **ТО**  $y^L = \text{средний}$   
 Пр. 5: **ЕСЛИ**  $x_1^L = \text{высокий}$  **И**  $x_2^L = \text{низкий}$  **ТО**  $y^L = \text{выше среднего}$   
 Пр. 6: **ЕСЛИ**  $x_1^L = \text{высокий}$  **И**  $x_2^L = \text{средний}$  **ТО**  $y^L = \text{ниже среднего}$   
 Пр. 7: **ЕСЛИ**  $x_1^L = \text{высокий}$  **И**  $x_2^L = \text{высокий}$  **ТО**  $y^L = \text{выше среднего}$

Для проектирования нечёткой системы будем использовать редактор систем нечёткого вывода – FIS-редактор.

Вызов FIS-редактора осуществляется при помощи функции

**fuzzy('fismat'),**

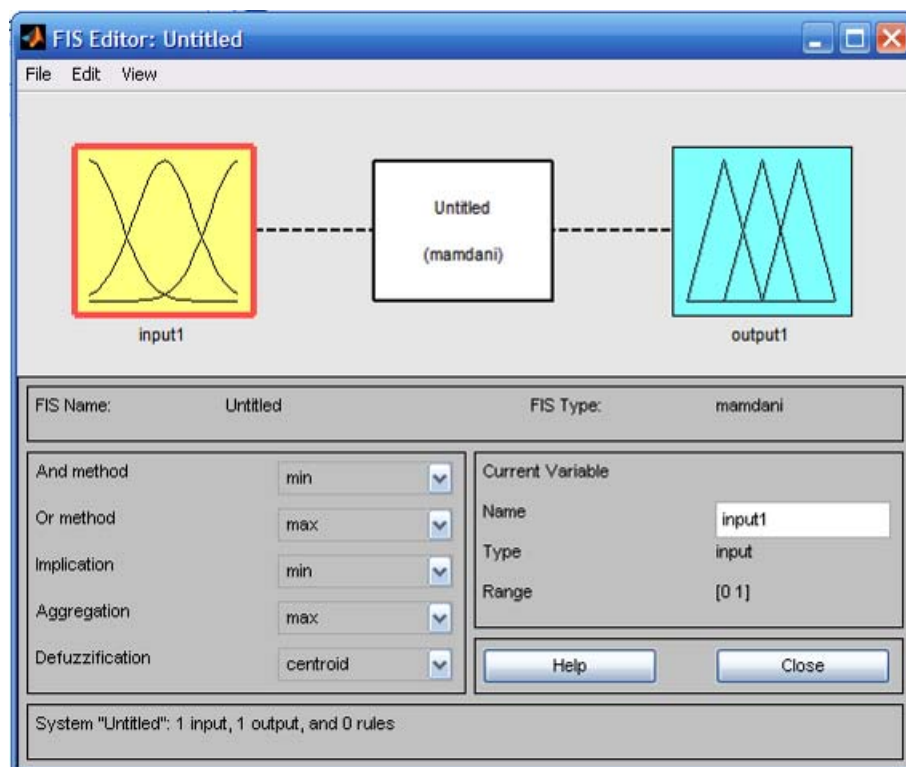
где **fismat** – имя внешнего файла с расширением **\*.fis** с уже разработанной системой нечёткого вывода.

Возможен также вызов FIS-редактора этой же функцией в формате: **fuzzy(fismat)**, где **fismat** – имя структуры FIS в рабочей области MatLab. В этом случае соответствующая структура должна быть предварительно создана (например, средствами командного режима) либо загружена в рабочую область с помощью функции **readfis('fismat')**.

Если функция **fuzzy** используется без аргументов, то FIS-редактор вызывается для вновь создаваемой системы нечёткого вывода с именем *Untitled* по умолчанию. При этом по умолчанию задаётся целый ряд параметров, таких как тип системы нечёткого вывода (Мамдани), нечёткие логические операции, методы импликации, агрегирования, дефаззификации и некоторые другие. Пользователь может согласиться с предложенными параметрами или изменить их.

Шаг 1. Откроем FIS-редактор, напечатав слово **fuzzy** в командной строке.

В результате появится новое графическое окно, показанное на рис.



**Рис. FIS-редактор**

Рассмотрим назначение пунктов меню редактора.

Пункт меню **File** содержит следующие операции:

**New FIS...** – позволяет выбрать тип задаваемой новой системы нечёткого вывода: **Mamdani** или **Sugeno**;

**Import** – позволяет загрузить в редактор FIS существующую систему нечёткого вывода одним из следующих способов: **From Workspace...** – из рабочего пространства программы MatLab или **From Disk...** – из внешнего файла.

**Export** – позволяет сохранить редактируемую систему нечёткого вывода одним из следующих способов: **To Workspace...** – в рабочее пространство программы MatLab или **To Disk...** – во внешнем файле;

**Print** – позволяет распечатать на принтере редактируемую систему нечёткого вывода;

**Close** – закрывает редактор FIS.

Пункт меню **Edit** содержит следующие операции:

**Undo** – отменяет выполнение последнего действия;

**Add Variable...** – позволяет добавить в редактируемую систему нечёткого вывода переменную одного из следующих типов: **Input** – входную или **Output** – выходную переменную;

**Remove Selected Variable** – удаляет выбранную переменную из редактируемой системы нечёткого вывода (чтобы ее выделить нужно щелкнуть по прямоугольнику в графическом окне, она выделится красной каймой);

**Member Function** вызывает редактор функций принадлежности;

**Rules** – вызывает редактор правил нечёткого вывода.

(При работе с системой типа Сугено доступна еще одна команда **ANFIS** – это редактор нейро-нечеткой сети).

Пункт меню **View** содержит следующие операции:

**Rules** – выводит окно визуализации нечеткого вывода;

**Surface** – вызывает программу просмотра поверхности «входы – выход».

В левой нижней части рабочего окна FIS-редактора имеются пять выпадающих меню:

**And Method** – позволяет задать один из следующих методов для выполнения логической конъюнкции в условиях нечётких правил: **min** – метод минимального значения; **prod** – метод алгебраического произведения; **Custom** – метод, определённый пользователем;

**Or Method** – позволяет задать один из следующих методов для выполнения логической дизъюнкции в условиях нечётких правил: **max** – метод максимального значения; **probor** – метод алгебраической суммы; **Custom** – метод, определённый пользователем;

**Implication** – (метод вывода заключения) – позволяет задать один из следующих методов для выполнения (активизации) логического заключения в каждом из нечётких правил: **min** – метод минимального значения; **prod** – метод алгебраического произведения; **Custom** – метод, определённый пользователем. (Это меню не используется для систем нечёткого вывода типа Сугено);

**Aggregation** – (метод агрегирования) – позволяет задать один из следующих методов для агрегирования значений функции принадлежности каждой из выходных переменных в заключениях нечётких правил: **max** – метод максимального значения; **sum** – метод граничной суммы; **probor** – метод алгебраической суммы; **Custom** – метод, определённый пользователем. (Это меню не используется для систем нечёткого вывода типа Сугено);

**Defuzzification** – позволяет задать один из следующих методов для выполнения дефаззификации выходных переменных в системе нечёткого вывода типа Мамдани: **centroid** – метод центра тяжести; **bisector** – метод центра площади; **mom** – метод среднего максимума, определяемый как среднее арифметическое левого и правого модальных значений; **lom** – метод наибольшего (правого) модального значения – наибольший из максимумов; **som** – метод наименьшего (левого) модального значения – наименьший из максимумов; **Custom** – метод, определённый пользователем. (Для систем нечёткого вывода типа Сугено можно выбрать один из следующих методов дефаззификации: **wtaver** – метод взвешенного среднего или **wtsum** – метод взвешенной суммы).

В правой нижней части рабочего окна FIS-редактора можно задать имя выделенной входной или выходной переменной.

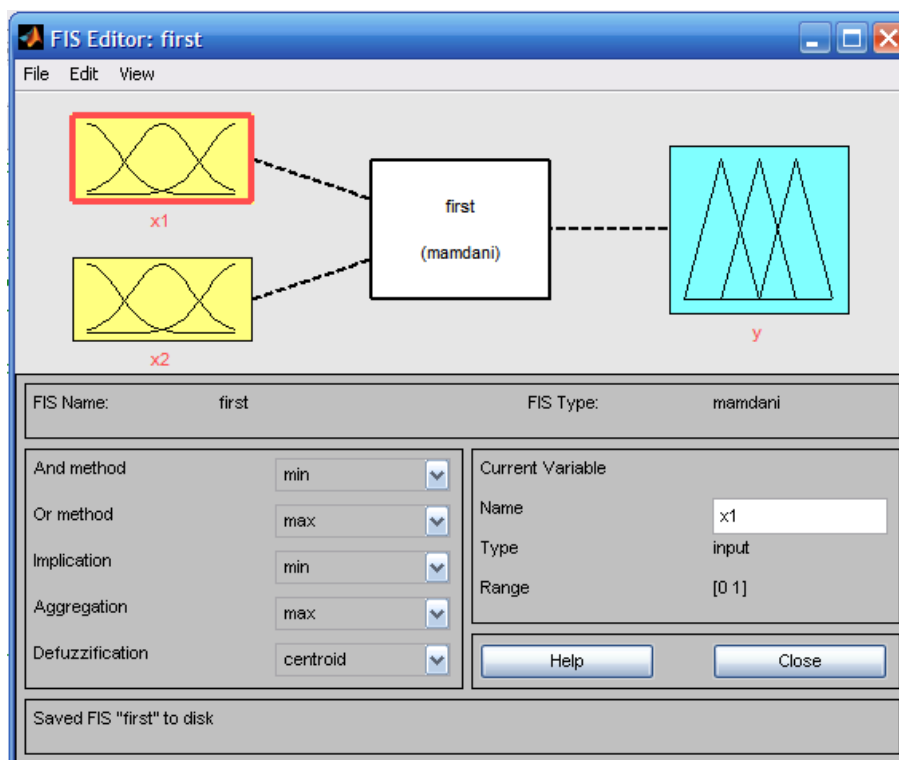
Шаг 2. Добавим вторую входную переменную. Для этого в меню **Edit** выбираем команду **Add Variable / Input**.

Шаг 3. Переименуем первую входную переменную. Для этого сделаем щелчок левой кнопкой мыши на блоке **input 1**, введём новое имя  $x1$  в поле редактирования имени текущей переменной и нажмём <Enter>.

Шаг 4. Подобным образом переименуем вторую входную переменную, присвоив ей имя  $x2$ .

Шаг 5. Переименуем выходную переменную, присвоив ей имя  $y$ .

Шаг 6. Зададим имя системы. Для этого в меню **File** выбираем команду **Export / To Disk...** и вводим имя файла, например, **firstM.fis** (см. рис.).



**Рис.** Проектирование системы нечёткого вывода, которая моделирует зависимость  $y = x_1^2 \cdot \sin(x_2 - 1)$

Шаг 7. Перейдём в редактор функций принадлежности. Для этого сделаем двойной щелчок левой кнопкой мыши на блоке  $x1$ .

Редактор функций принадлежности позволяет изменить имя, тип и параметры каждой функции принадлежности лингвистических термов всех входных и выходных переменных системы нечёткого вывода.

Рассмотрим назначение пунктов меню редактора.

Пункт меню **File** редактора функций принадлежности содержит такие же операции, что и соответствующий пункт меню редактора FIS.

Пункт меню **Edit** содержит следующие операции:

**Undo** – отменяет выполнение последнего действия;

**Add MFs...** – позволяет добавить встроенную функцию принадлежности терма для выбранной переменной;

**Add Custom MF...** – позволяет добавить пользовательскую функцию принадлежности для выбранной переменной;

**Remove Selected MF** – позволяет удалить отдельную функцию принадлежности;

**Remove All MFs** – позволяет удалить все функции принадлежности для отдельной переменной;

**FIS Properties...** – вызывает редактор FIS;

**Rules...** – вызывает редактор правил нечёткого вывода.

Пункт меню **View** редактора функций принадлежности содержит такие же операции, что и соответствующий пункт меню редактора FIS.

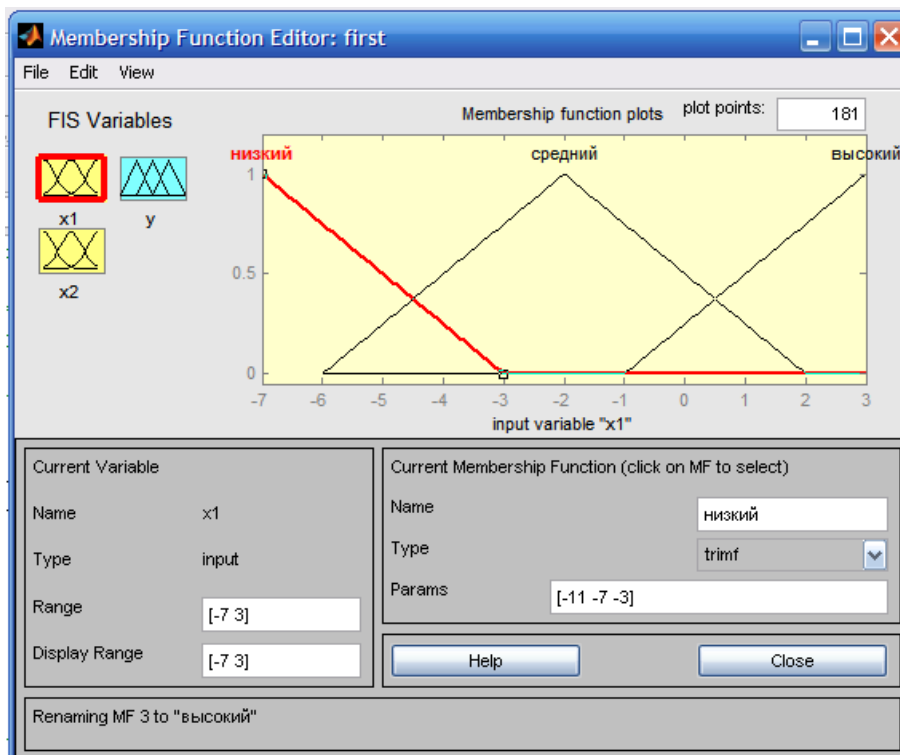
В правой нижней части рабочего окна редактора раскрывающийся список типов функций принадлежности **Type** позволяет выбрать одну из 11 встроенных функций принадлежности. Используя соответствующие поля ввода, можно изменять имена термов выбранной переменной в поле ввода **Name**, модифицировать параметры встроенных функций принадлежности в поле ввода **Params**.



Шаг 8. Зададим диапазон изменения переменной  $x1$  напечатав  $[-7 \ 3]$  в поле **Range**.

Шаг 9. Определим функции принадлежности переменной  $x1$ . Для лингвистической оценки этой переменной будем использовать три термина с треугольными функциями принадлежности. Эти функции установлены по умолчанию.

Шаг 10. Зададим наименования термов переменной  $x1$ . Для этого щёлкнем левой кнопкой мыши по графику первой функции принадлежности (график активной функции принадлежности выделяется жирной красной линией). Затем введём наименование термина «низкий» в поле **Name** и нажмём клавишу <Enter>. Подобным образом зададим наименование «средний» для второй функции принадлежности и «высокий» – для третьей. В результате графическое окно редактора функций принадлежности примет вид, приведенный на рис.



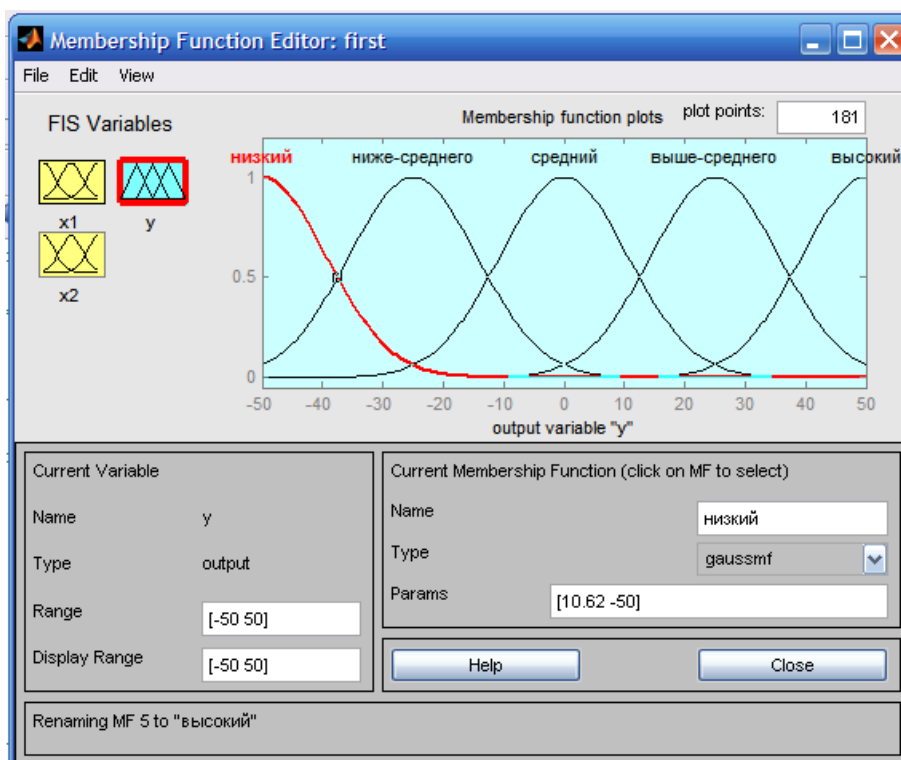
**Рис.** Функции принадлежности переменной  $x1$  в редакторе функций принадлежности системы нечёткого вывода

Шаг 11. Зададим функции принадлежности переменной  $x_2$ . Для этого активизируем переменную  $x_2$  щелчком левой кнопки мыши по блоку  $x_2$  в левом верхнем углу рабочего графического окна. Зададим диапазон изменения переменной  $x_2 - [-4, 4 \quad 1, 7]$ . Для лингвистической оценки этой переменной будем использовать три термина с треугольными функциями принадлежности, установленными по умолчанию.

Шаг 12. Зададим следующие наименования термов переменной  $x_2$ : «низкий», «средний», «высокий».

Шаг 13. Зададим функции принадлежности переменной  $y$ . Для лингвистической оценки этой переменной будем использовать пять термов с гауссовыми функциями принадлежности. Для этого щелчком мыши по блоку  $y$  активизируем данную переменную. Зададим диапазон изменения переменной  $y - [-50 \quad 50]$ . Затем в меню **Edit** выберем команду **Remove All MFs** для удаления установленных по умолчанию функций принадлежности. После этого в меню **Edit** выберем команду **Add MFs....** В появившемся диалоговом окне выберем тип функции принадлежности **gaussmf** в поле **MF type** и пять термов в поле **Number of MFs**. После ввода функций принадлежности редактор активизирует первую входную переменную, поэтому для продолжения работы щёлкнем мышкой по пиктограмме  $y$  в верхнем правом углу графического окна.

Шаг 14. Зададим следующие наименования термов выходной переменной  $y$ : «низкий», «ниже-среднего», «средний», «выше-среднего», «высокий». В результате получим графическое окно, изображённое на рис.



**Рис.** Функции принадлежности переменной  $y$  в редакторе функций принадлежности системы нечёткого вывода

Шаг 15. Перейдём в редактор нечёткой базы знаний **Rule Editor**. Для этого в меню **Edit** выберем команду **Rules...**

Редактор правил имеет главное меню, которое позволяет пользователю вызывать другие графические средства работы с системой нечёткого вывода FIS, загружать и сохранять структуру FIS во внешних файлах и т.д.

Рассмотрим назначение пунктов меню редактора.

Пункт меню **File** редактора правил содержит такие же операции, что и соответствующий пункт меню редактора FIS.

Пункт меню **Edit** содержит следующие операции:

**Undo** – отменяет выполнение последнего действия;

**FIS Properties...** – вызывает редактор FIS;

**Member Function** вызывает редактор функций принадлежности.

Пункт меню **View** редактора функций принадлежности содержит такие же операции, что и соответствующий пункт меню редактора FIS.

Пункт меню **Options** содержит следующие операции:

**Language** – позволяет выбрать язык для записи правил в форме текста: **English** (английский), **Deutsch** (немецкий) или **Francis** (французский);

**Format** – позволяет выбрать формат записи правил системы нечёткого вывода: **Verbose** (в форме текста), **Symbolic** (в символической форме) или **Indexed** (в цифровой форме).

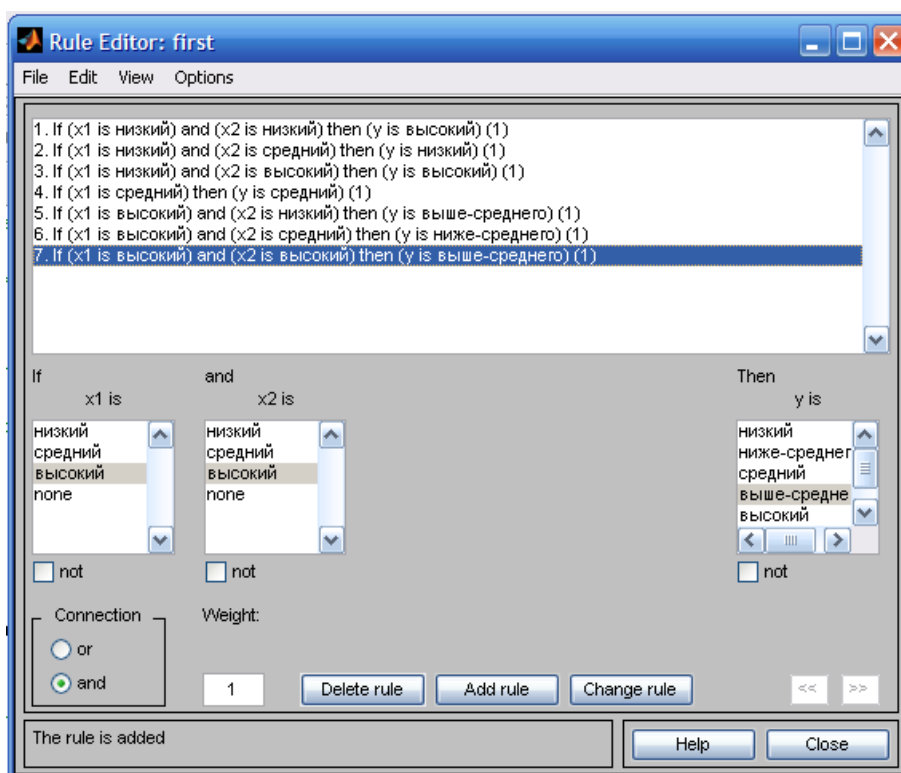
Поля ввода в средней части графического интерфейса редактора правил позволяют задать новое правило в системе нечёткого вывода.

В левом нижнем углу окна графического интерфейса расположен переключатель **Connection**, позволяющий задать логические связи для подусловий активного правила, и поле ввода **Weight** – для задания весового коэффициента выбранного правила.

Кнопки в нижней части окна графического интерфейса, как следует из их названий, служат для удаления выделенного правила из базы знаний (**Delete rule**), добавления созданного правила в систему (**Add rule**) и внесения изменений в выделенное правило (**Change rule**).

В правом нижнем углу рабочего окна редактора находятся кнопки вызова встроенной справочной системы MatLab (**Help**) и кнопка закрытия редактора правил (**Close**).

Шаг 16. Для ввода правила выбираем в меню соответствующую комбинацию термов и нажимаем кнопку **Add rule**. На рис. изображено окно редактора базы знаний после ввода всех семи правил. В конце правил в скобках указаны весовые коэффициенты.

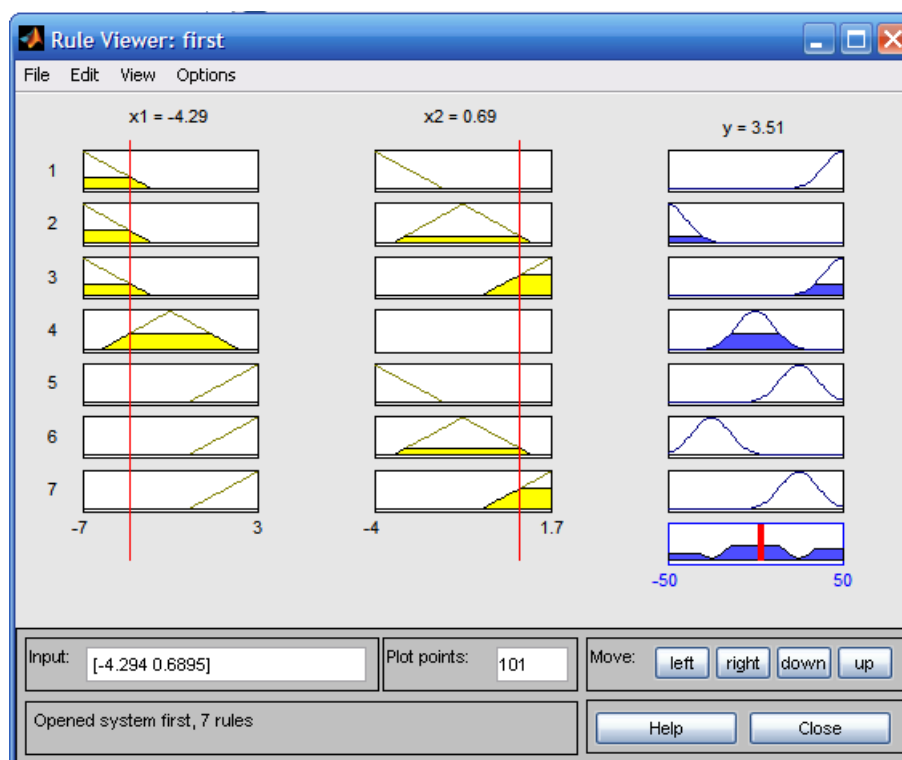


**Рис.** Нечёткая база знаний Мамдани в окне редактора правил системы нечёткого вывода

Шаг 17. Сохраним созданную систему. Для этого в меню **File** выбираем команду **Export / To Disk...**

На следующем рисунке приведено окно визуализации процесса нечёткого вывода. Окно активизируется командой **Rules** из меню **View**. В поле **Input** указываются значения входных переменных, для которых выполняется нечёткий логический вывод.

Каждому правилу базы знаний системы нечёткого вывода соответствует отдельная строка символических обозначений функций принадлежности термов входных и выходных переменных в центральной части окна графического интерфейса просмотрщика правил.



**Рис.** Визуализация нечёткого вывода Мамдани в окне просмотрщика правил FIS-системы

Изображение поверхности «входы-выход», соответствующей синтезированной системе нечёткого вывода может быть получено с использованием команды **Surface** из меню **View** (см. рис.).

Просмотрщик поверхности «входы-выход» системы нечёткого вывода имеет главное меню, которое позволяет пользователю вызывать другие графические средства работы с системой нечёткого вывода FIS, загружать и сохранять структуру FIS во внешних файлах и т.д.

Рассмотрим назначение пунктов меню.

Пункт меню **File** просмотрщика поверхности содержит такие же операции, что и соответствующий пункт меню редактора FIS.

Пункт меню **Edit** содержит следующие операции:

**Undo** – отменяет выполнение последнего действия;

**FIS Properties...** – вызывает редактор FIS;

**Member Function** вызывает редактор функций принадлежности;

**Rules...** – вызывает редактор правил нечёткого вывода.

Пункт меню **View** содержит следующие команды:

**Rules** – выводит окно визуализации нечеткого вывода.

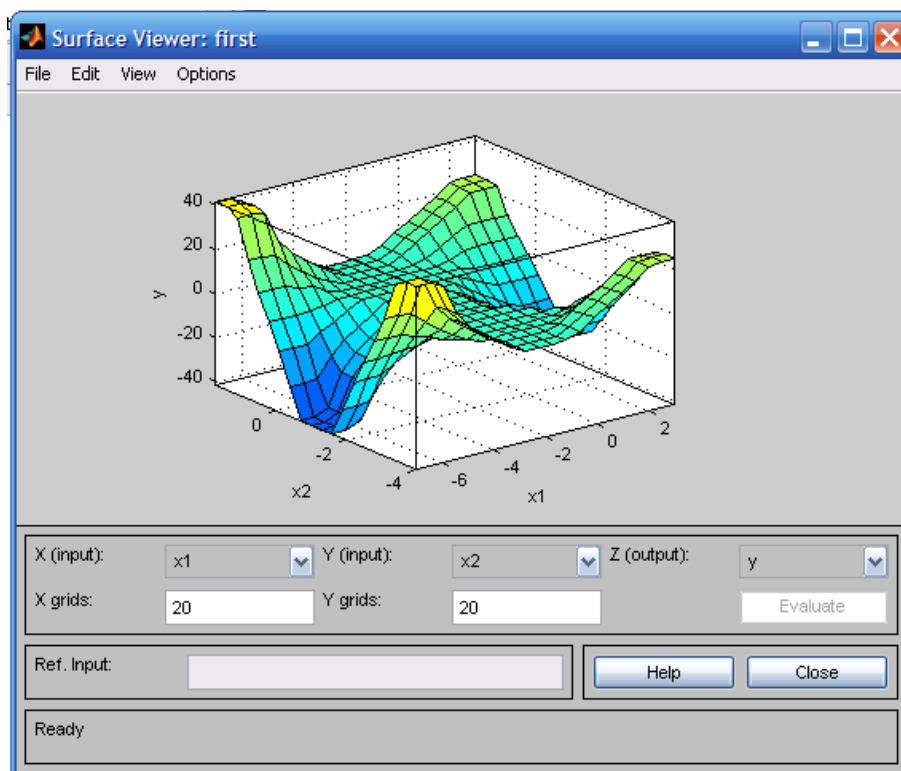
Пункт меню **Options** содержит следующие операции:

**Plot** – позволяет выбрать один из восьми стилей изображения графика поверхности вывода;

**Color Map** – позволяет выбрать одну из четырёх цветовых схем изображения графика поверхности вывода;

**Always evaluate** – пометка галочкой этой команды приводит к автоматическому формированию новой поверхности вывода после каждого внесённого изменения в систему нечёткого вывода, влияющего на форму графика.

Используя выпадающее меню в средней части окна графического интерфейса можно выбрать переменные системы нечёткого вывода, соответствующие осям X, Y и Z графика. Соответствующие окна ввода позволяют задать шаг дискретизации по осям X и Y.



**Рис.** Поверхность «входы-выход» синтезированной системы Мамдани в окне просмотрщика поверхности

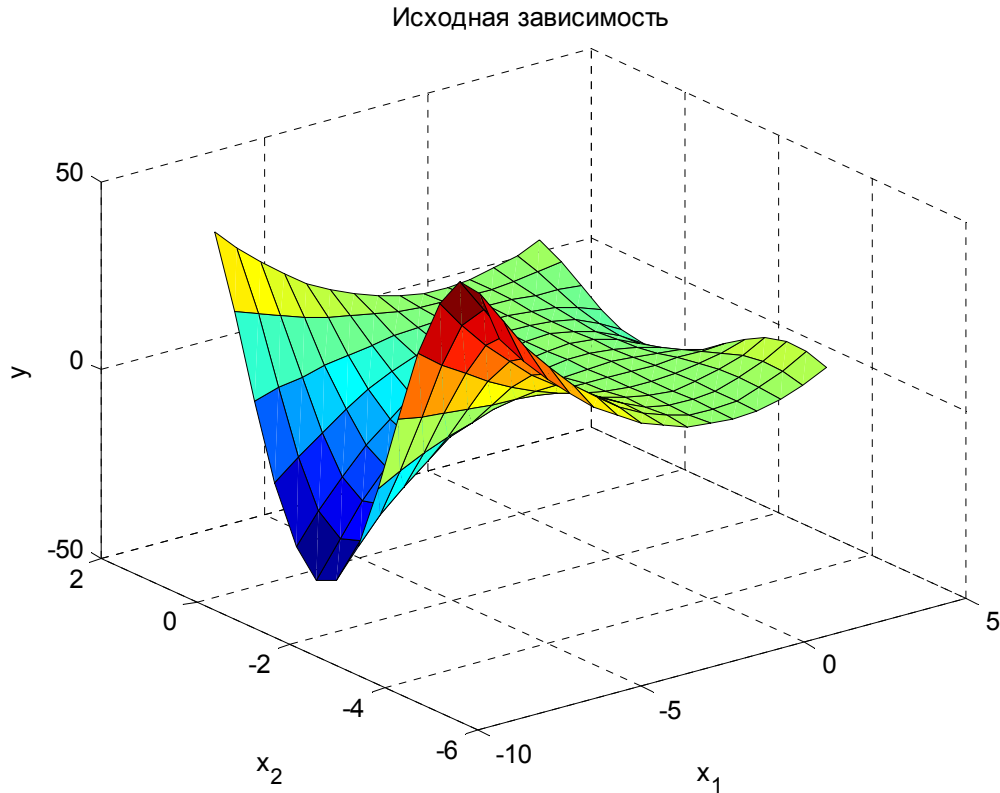
Сравнивая полученную поверхность с графиком функции  $y = x_1^2 \cdot \sin(x_2 - 1)$ , можно сделать вывод, что полученная система нечёткого вывода хорошо отображает основные особенности моделируемой нелинейной зависимости.

**Пример:***(Пример взят из [1])*

Создадим систему нечёткого вывода типа Сугено, которая моделирует зависимость

$$y = x_1^2 \cdot \sin(x_2 - 1), \quad x_1 \in [-7, 3]; \quad x_2 \in [-4, 4, 1, 7].$$

График данной зависимости, полученный ранее, представлен на рис.



**Рис.** График функции  $y = x_1^2 \cdot \sin(x_2 - 1)$

Для моделирования указанной зависимости будем использовать следующую базу знаний.

- |        |             |                          |          |                          |           |                                     |
|--------|-------------|--------------------------|----------|--------------------------|-----------|-------------------------------------|
| Пр. 1: | <b>ЕСЛИ</b> | $x_1^L = \text{низкий}$  | <b>И</b> | $x_2^L = \text{низкий}$  | <b>ТО</b> | $y = 50$                            |
| Пр. 2: | <b>ЕСЛИ</b> | $x_1^L = \text{низкий}$  | <b>И</b> | $x_2^L = \text{средний}$ | <b>ТО</b> | $y = 4 \cdot x_1 - x_2$             |
| Пр. 3: | <b>ЕСЛИ</b> | $x_1^L = \text{низкий}$  | <b>И</b> | $x_2^L = \text{высокий}$ | <b>ТО</b> | $y = 50$                            |
| Пр. 4: | <b>ЕСЛИ</b> | $x_1^L = \text{средний}$ |          |                          | <b>ТО</b> | $y = 0$                             |
| Пр. 5: | <b>ЕСЛИ</b> | $x_1^L = \text{высокий}$ | <b>И</b> | $x_2^L = \text{низкий}$  | <b>ТО</b> | $y = 2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 - 3$ |
| Пр. 6: | <b>ЕСЛИ</b> | $x_1^L = \text{высокий}$ | <b>И</b> | $x_2^L = \text{высокий}$ | <b>ТО</b> | $y = 2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 1$ |

Для создания системы нечёткого вывода типа Сугено выполним ряд последовательных шагов.

Шаг 1. Откроем FIS-редактор, напечатав слово **fuzzy** в командной строке.

Шаг 2. Выберем тип системы. Для этого в меню **File** выбираем команду **New FIS... / Sugeno**.

Шаг 3. Добавим вторую входную переменную. Для этого в меню **Edit** выбираем команду **Add Variable... / Input**.

Шаг 4. Переименуем входы и выходы системы, присвоив им соответственно имена  $x1$ ,  $x2$  и  $y$ , подобно тому, как это делалось в предыдущем примере.

Шаг 5. Зададим имя системы. Для этого в меню **File** выбираем команду **Export / To Disk...** и вводим имя файла, например, **firstS.fis**.

Шаг 6. Зададим терм-множества и функции принадлежности входных переменных. Для этого выполним *шаги 7 – 12* предыдущего примера.

Шаг 7. Зададим заключения правил. Для этого щелчком мыши по блоку  $y$  активизируем переменную  $y$ . В правом верхнем углу появится обозначение трёх функций принадлежности, каждая из которых соответствует одной линейной зависимости между входами и выходом системы. В разработанной нами базе знаний Сугено используется пять различных зависимостей. Поэтому добавим ещё два заключения правил, выбрав из меню **Edit** команду **Add Mfs...**. Затем в появившемся диалоговом окне в поле **Number of MFs** выберем **2** и нажмём кнопку **OK**. После этого редактор активизирует первую входную переменную, поэтому для продолжения работы щёлкнем мышкой по пиктограмме  $x$  в верхнем правом углу графического окна.

Шаг 8. Зададим наименования и параметры линейных зависимостей заключения правил. Для этого щёлкнем мышкой по наименованию первого заключения – **mf1**. Затем в поле **Name** печатаем наименование зависимости, например – **50**. В поле **Type** тип устанавливаем тип зависимости – **constant**, а в поле **Params** вводим значение параметра – **50**.

Аналогично, для второго заключения **mf2** введём наименование, например – **4x1-x2**, укажем тип зависимости – **linear** и параметры зависимости – **[4 -1 0]**



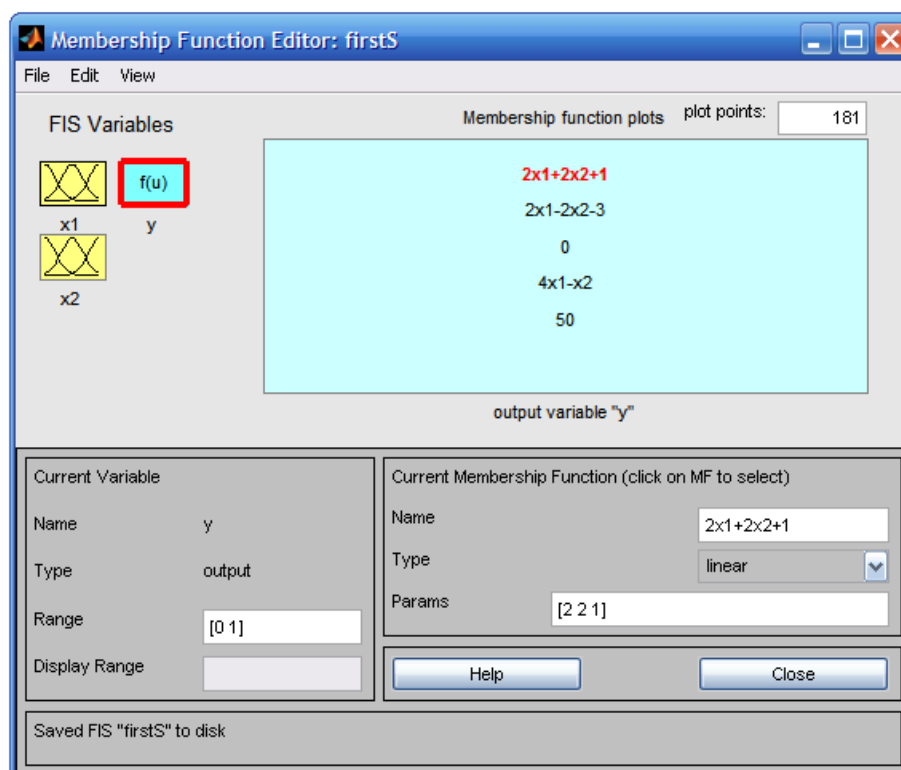
(для линейной зависимости порядок параметров следующий: первый параметр – коэффициент при первой входной переменной, второй параметр – коэффициент при второй переменной и т.д., и последний параметр – свободный член зависимости).

Для третьего заключения **mf3** введём наименование –  $0$ , укажем тип зависимости – **constant** и введём параметр  $0$ .

Для четвёртого заключения **mf4** введём наименование –  $2x_1-2x_2-3$ , укажем тип зависимости – **linear** и введём параметры –  $[2 \ -2 \ -3]$ .

Для пятого заключения **mf5** введём наименование –  $2x_1+2x_2+1$ , укажем тип зависимости – **linear** и введём параметры –  $[2 \ 2 \ 1]$ .

В результате получим графическое окно, изображённое на рис.



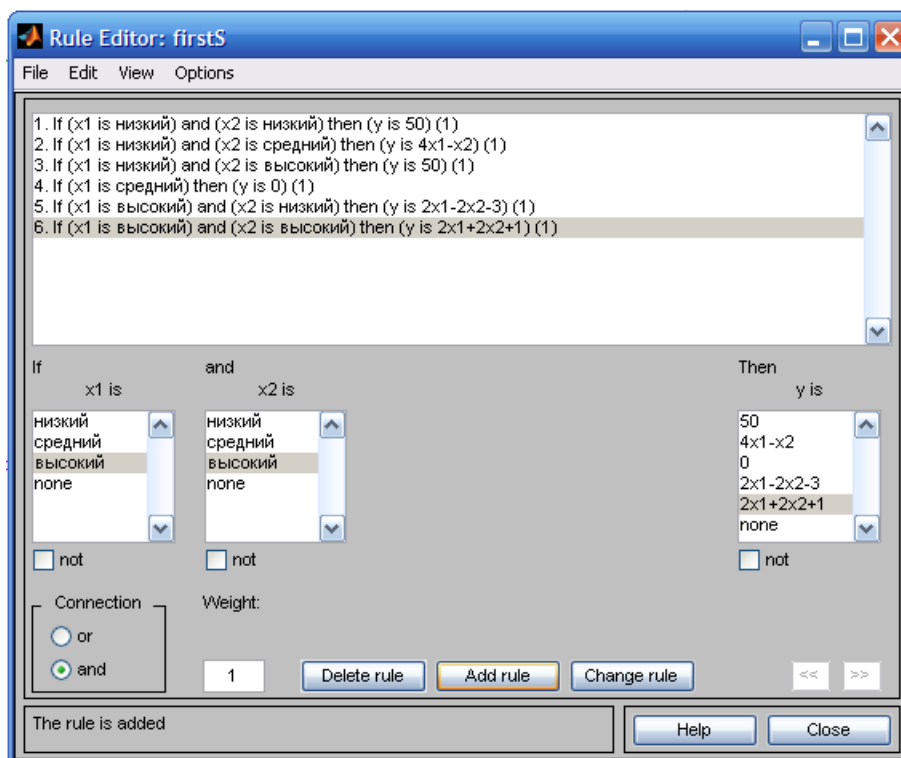
**Рис.** Заключение правил в редакторе функций принадлежности системы нечёткого вывода типа Сугено

Шаг 9. Перейдём в редактор нечёткой базы знаний **Rule Editor**. Для этого в меню **Edit** выберем команду **Rules....**

Для ввода правил необходимо выбрать соответствующую комбинацию

посылок и заключений правил и нажать кнопку **Add rule**.

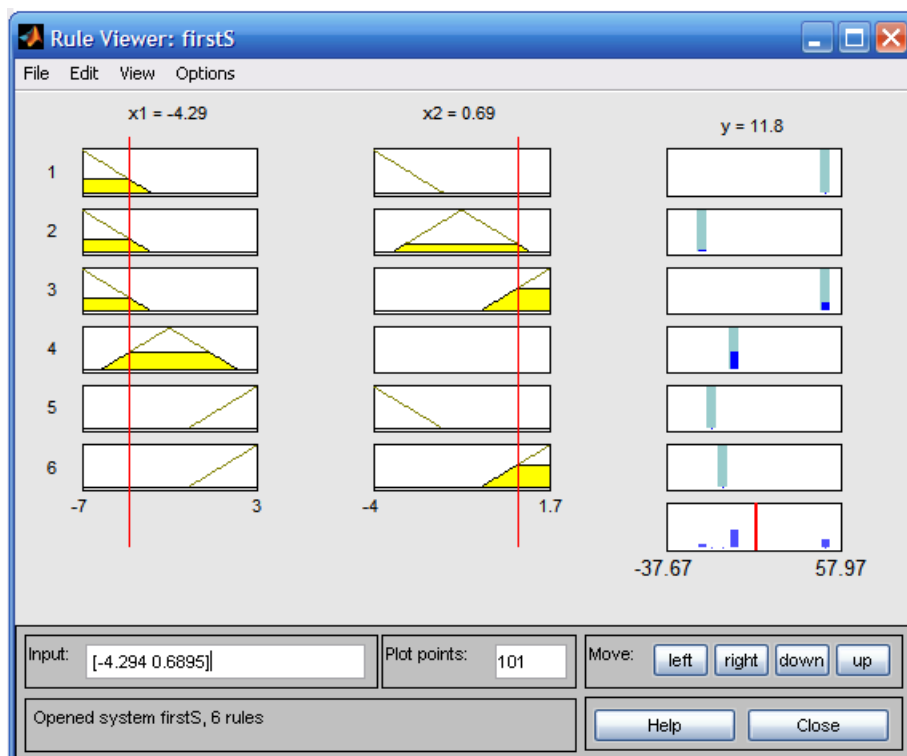
На рис. изображено окно редактора базы знаний после ввода всех шести правил.



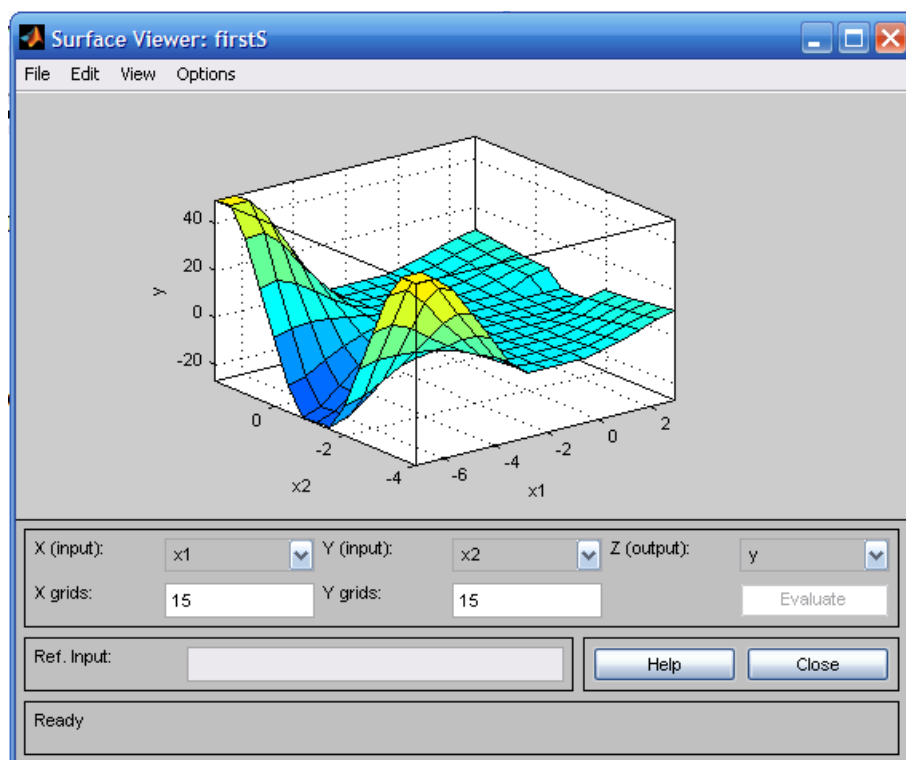
**Рис.** Нечёткая база знаний Сугено в окне редактора правил системы нечёткого вывода

Шаг 10. Сохраним созданную систему. Для этого в меню **File** выбираем команду **Export / To Disk....**

На следующих рисунках приведены окно визуализации процесса нечёткого вывода, которое активизируется командой **Rules** из меню **View** и изображение поверхности «входы-выход», соответствующей синтезированной системе нечёткого вывода Сугено, которое может быть получено с использованием команды **Surface** из меню **View**.



**Рис.** Визуализация нечёткого вывода Сугено в окне просмотрщика правил FIS-системы



**Рис.** Поверхность «входы-выход» синтезированной системы Сугено в окне просмотрщика поверхности

Сравнивая поверхности «входы-выход» систем нечёткого вывода Мамдани и Сугено с графиком функции  $y = x_1^2 \cdot \sin(x_2 - 1)$ , можно сделать вывод, что нечёткие правила достаточно хорошо описывают сложную нелинейную зависимость. Модель типа Сугено более точная, однако, подобрать подходящие заключения правил не всегда просто.

### **Пример:**

Создадим систему нечёткого вывода типа Мамдани с гауссовыми функциями принадлежности входных переменных, которая моделирует зависимость  $y = x_1^2 \cdot \sin(x_2 - 1)$ ,  $x_1 \in [-7, 3]$ ;  $x_2 \in [-4, 4, 1, 7]$ .

Шаг 1. Загрузим в FIS-редактор созданную ранее систему нечёткого вывода Мамдани **firstM.fis** при помощи функции

**fuzzy('firstM').**

Шаг 2. Перейдём в редактор функций принадлежности. Для этого сделаем двойной щелчок левой кнопкой мыши на блоке  $x1$ .

Шаг 3. Для термов переменных  $x1$  и  $x2$  определим гауссовы функции принадлежности. Для этого щелчком мыши по блоку  $x1$  или  $x2$  активируем соответствующую переменную. Затем поочерёдно выбирая мышью функции принадлежности каждого терма в выпадающем меню **Type** изменим тип функции принадлежности на **gaussmf**.

Шаг 4. Сохраним полученную систему нечёткого вывода под новым именем. Для этого в меню **File** выбираем команду **Export / To Disk...** и вводим новое имя файла, например, **firstMg.fis**.

## 2. Оценка качества нечёткой аппроксимации нелинейных зависимостей

В качестве критерия оценки качества нечёткой аппроксимации будем использовать величину среднеквадратического значения ошибки (root mean square error):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N \left( y(x_{1.k}, \dots, x_{m.k}) - FIS(x_{1.k}, \dots, x_{m.k}) \right)^2},$$

где  $y(x_{1.k}, \dots, x_{m.k})$  – точные значения функции, нечёткая аппроксимация которой осуществлялась, в контрольных точках;

$N$  – общее количество контрольных точек, по которым оценивается качество аппроксимации;

$x_{1.k}, \dots, x_{m.k}$  – случайные значения аргументов исследуемой функции, относящиеся к контрольной выборке и подчиняющиеся равномерному закону распределения в области определения данной функции;

$FIS(x_{1.k}, \dots, x_{m.k})$  – отклик нечёткой системы на соответствующие входные сигналы.

### **Пример:**

Сравним эффективности полученных ранее трёх систем нечёткого вывода относительно аппроксимации функции

$$y = x_1^2 \cdot \sin(x_2 - 1), \quad x_1 \in [-7, 3]; \quad x_2 \in [-4, 4, 1, 7].$$

В качестве критерия сравнения будем использовать среднеквадратичные значения ошибок нечёткой аппроксимации.

Следующая m-программа иллюстрирует построение исследуемых зависимостей и вычисление среднеквадратичных значений ошибок.

```

% Нечёткая аппроксимация зависимости:  $y=x_1^2*\sin(x_2-1)$ 
%=====
clear all
%-----
% Построение графика функции  $y=x_1^2*\sin(x_2-1)$ 
% в области  $x_1 \in [-7, 3]$ ;  $x_2 \in [-4.4, 1.7]$ 
%-----

n = 15; % количество точек дискретизации
x1 = linspace(-7, 3, n);
x2 = linspace(-4.4, 1.7, n);

y = zeros(n, n);
for i = 1:n
    y(i,:) = x1.^2 * sin(x2(i)-1);
end

%-----
h1 = figure(1);
set(h1,'Position',[5 554 524 407])
% get(h1,'Position')
surf(x1, x2, y)
axis([-10 5 ...
      -6 2 ...
      -50 50]);
view(-40,30)
xlabel('x_1'); ylabel('x_2'); zlabel('y');
title('Исходная зависимость')

%-----
% Построение графика нечёткого отображения Мамдани
% с треугольными функциями принадл. термов вх.перем.
%-----

fM = readfis('firstM'); % загрузка нечёткой системы с диска
% getfis(fM);
% showfis(fM);

yM = zeros(n, n);
for i = 1:n
    yM(i,:) = evalfis([x1; ones(size(x1))*x2(i)], fM)';
end

%-----

h2 = figure(2);
set(h2,'Position',[5 65 524 407])
surf(x1, x2, yM)
axis([-10 5 ...
      -6 2 ...
      -50 50]);
view(-40,30)
xlabel('x_1'); ylabel('x_2'); zlabel('y');
title('Система нечёткого вывода Мамдани (треуг.функ.прин.) - firstM.fis')

```

```

%-----
% Построение графика нечёткого отображения Мамдани
% с гауссовыми функциями принадл. термов вх.перем.
%-----

fMg = readfis('firstMg');          % загрузка нечёткой системы с диска

yMg = zeros(n, n);
for i = 1:n
    yMg(i,:) = evalfis([x1; ones(size(x1))*x2(i)], fMg)';
end
%-----

h3 = figure(3);
set(h3,'Position',[536    65    524    407])
surf(x1, x2, yMg)
axis([-10    5 ...
      -6     2 ...
      -50    50]);
view(-40,30)
xlabel('x_1'); ylabel('x_2'); zlabel('y');
title('Система нечёткого вывода Мамдани (гаус.функ.прин.) - firstMg.fis')

%-----
% Построение графика нечёткого отображения Сугено
%-----

fS = readfis('firstS');          % загрузка нечёткой системы с диска

yS = zeros(n, n);
for i = 1:n
    yS(i,:) = evalfis([x1; ones(size(x1))*x2(i)], fS)';
end
%-----

h4 = figure(4);
set(h4,'Position',[1067   65   524   407])
surf(x1, x2, yS)
axis([-10    5 ...
      -6     2 ...
      -50    50]);
view(-40,30)
xlabel('x_1'); ylabel('x_2'); zlabel('y');
title('Система нечёткого вывода Сугено - firstS.fis')

%-----
% Вычисление среднеквадратических значений ошибки нечёткой аппроксимации
%-----

% FIS Мамдани с треуг.функ.прин.терм.вх.перем.
eMkv = (y-yM).^2;          % квадрат ошибки аппрокс.в узловых точках
SeMkv = sum(sum(eMkv));    % сумма квадратов ошибок по всем точкам
NeM = numel(yM);          % общее количество контрольных точек
RMSE_M = sqrt(SeMkv/NeM); % среднеквадратичное значение ошибки

% FIS Мамдани с гаус.функ.прин.терм.вх.перем.
RMSE_Mg = sqrt(sum(sum((y-yMg).^2))/numel(yMg)); % среднекв.знач.ошибки

% FIS Сугено
RMSE_S = sqrt(sum(sum((y-yS).^2))/numel(yS)); % среднекв.знач.ошибки
%-----

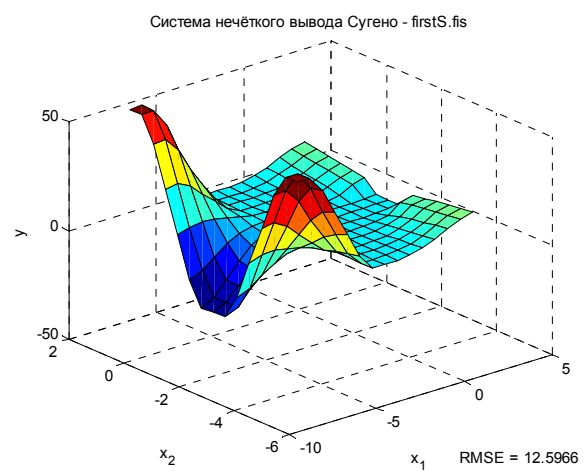
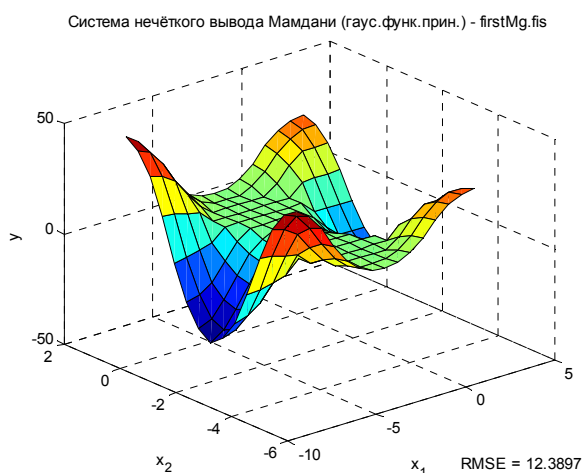
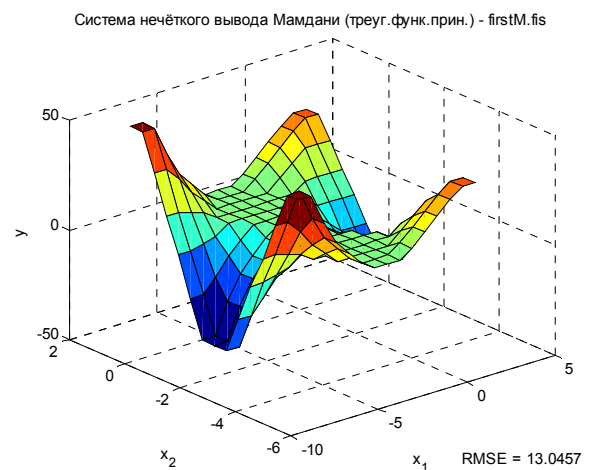
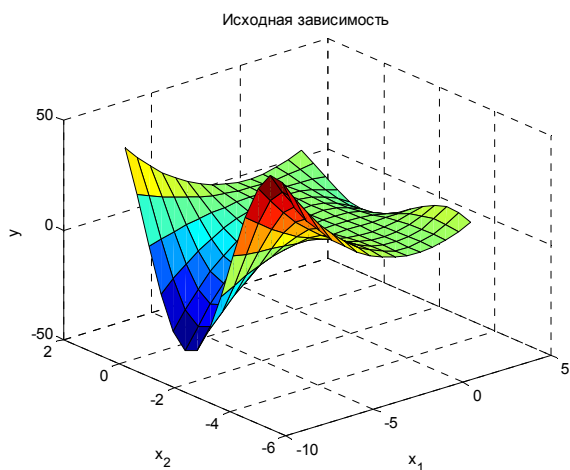
```

```

disp(' ')
disp('Средние квадратические значения ошибки аппроксимации:')
disp([' FIS Мамдани с треуг.функ.прин.терм.вх.перем.: RMSE = ',
num2str(RMSE_M)]);
disp([' FIS Мамдани с гаусс.функ.прин.терм.вх.перем.: RMSE = ',
num2str(RMSE_Mg)]);
disp([' FIS Сугено: RMSE = ',
num2str(RMSE_S)]);
disp(' ')
%-----
figure(2);
xlabel(['x_1 RMSE = ',num2str(RMSE_M)]);
figure(3);
xlabel(['x_1 RMSE = ',num2str(RMSE_Mg)]);
figure(4);
xlabel(['x_1 RMSE = ',num2str(RMSE_S)]);
%-----

```

Результатом работы m-программы будет построение зависимостей, приведенных на рис., а также расчёт соответствующих среднеквадратичных значений ошибки.



**Рис.** Построение исходной зависимости и различных вариантов её нечёткой аппроксимации



Были получены следующие значения среднеквадратических ошибок аппроксимации:

– FIS Мамдани с треугольными функциями принадлежности термов входных переменных:  $RMSE = 13.0457$ ;

– FIS Мамдани с гауссовыми функциями принадлежность термов входных переменных:  $RMSE = 12.3897$ ;

– FIS Сугено:  $RMSE = 12.5966$ .

Это позволяет сделать вывод, что среди полученных ранее трёх систем нечёткого вывода наиболее эффективной оказалась FIS Мамдани с гауссовыми функциями принадлежность термов входных переменных.

Очевидно, что данный вывод нельзя обобщать на другие случаи использования систем нечёткого вывода.

#### **Примечание.**

В приведенной m-программе использовались следующие функции пакета Fuzzy Logic Toolbox:

**fismat = readfis('filename')** – загрузка нечёткой системы с диска;  
**getfis(fis)** – вывод на экран основных свойств нечёткой системы **fis**;  
**showfis(fis)** – вывод на экран структуры, соответствующей нечёткой системе **fis**;  
**output = evalfis(input,fismat)** – осуществление нечёткого вывода для системы **fismat** при входном сигнале **input**.