



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA “ETTORE MAJORANA”
CORSO DI LAUREA IN FISICA

Relazioni di Laboratorio di Fisica 3

LE QUATTRO COSE

Anno Accademico 2024 – 2025

Indice

Indice	i
Sommario	ii
1 Implementazione Numerica della Formula di Bethe–Bloch	1
1.1 Il modello	1
1.2 La simulazione	2
2 Misura di Temperature con Arduino	4
2.1 L’esperimento	4
2.2 Dati	7
2.3 Conclusioni	9
Bibliografia	10

Sommario

IN QUESTO documento sono raccolte le quattro relazioni brevi da svolgere durante il corso annuale di *Laboratorio di Fisica 3* del Corso di Laurea in *Fisica* presso l'Università degli Studi di Catania.

Le esperienze sono esposte nei quattro capitoli seguenti:

1. *Implementazione numerica della formula di Bethe–Bloch.* Attraverso un codice in C che implementa numericamente la formula di Bethe–Bloch ho simulato il passaggio di una particella α a 5 MeV attraverso un sottile foglio di alluminio, realizzando un grafico che rappresenta l'energia della particella e la quantità di energia ceduta in funzione della distanza percorsa dentro il materiale.
2. *Misura di temperature con Arduino.* Attraverso l'uso di un microcontrollore Arduino, un sensore di temperatura e un semplice codice ho misurato la variazione di temperatura di una stanza in seguito all'accensione del riscaldamento. Nella relazione analizzo qualitativamente i dati raccolti ed estrapolo una possibile funzione che ne modelli l'andamento.
3. *Misura di resistenze con un multimetro digitale.*
4. *Accettanza geometrica di un rivelatore.*

1 Implementazione Numerica della Formula di Bethe–Bloch

1.1 Il modello

Come descritto dal Particle Data Group [2], la formula di Bethe–Bloch è un modello sperimentale che descrive la perdita di energia di particelle cariche pesanti di media energia—come protoni e particelle α —nella materia:

$$\left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \log \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right], \quad (1.1)$$

dove β e γ sono le usuali quantità relativistiche mentre il resto dei simboli sono esplicitati in Tab. 1.1. La perdita di energia media data dalla (1.1) è misurata in $\text{MeV g}^{-1} \text{cm}^2$ ma può essere portata in MeV cm^{-1} moltiplicando entrambi i membri per la densità volumica ρ del bersaglio misurata in g cm^{-3} . La quantità W_{\max} è la massima energia che una particella carica può cedere a un elettrone e si esprime come

$$W_{\max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + \gamma m_e/M + (m_e/M)^2}. \quad (1.2)$$

Simbolo	Definizione	Valore o unità di misura
$m_e c^2$	massa a riposo dell'elettrone $\times c^2$	0.510 998 950 00(15) MeV
r_e	raggio classico dell'elettrone $e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2$	2.817 940 322 7(19) fm
N_A	numero di Avogadro	$6.022 140 857(74) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
ρ	densità	g cm^{-3}
x	massa per unità di area	g cm^{-2}
M	massa della particella incidente	$\text{MeV } c^{-2}$
E	energia della particella incidente $\gamma M c^2$	MeV
W_{\max}	massima energia trasferibile per collisioni	MeV
z	numero di carica della particella incidente	
Z	numero atomico del bersaglio	
A	numero di massa atomica del bersaglio	
K	$4\pi N_A r_e^2 m_e c^2$	0.307 075 $\text{MeV mol}^{-1} \text{ cm}^2$
I	energia media di eccitazione	eV
$\delta(\beta\gamma)$	correzione di ionizzazione	

Tabella 1.1: Notazione e unità di misura per la formula di Bethe–Bloch.

La (1.1) e la (1.2) sono valide nell'approssimazione $0.1 \lesssim \beta\gamma \lesssim 1000$ poiché al limite inferiore la velocità del proiettile diventa confrontabile con la “velocità” degli elettroni atomici mentre al limite superiore gli effetti radiativi non sono più trascurabili.

1.2 La simulazione

Ho scelto di simulare la perdita di energia di una particella α a 5 MeV attraverso un foglio di alluminio di spessore¹ 0.020 mm. Per realizzare la simulazione ho scritto un codice in C che calcola la (1.1) in modo approssimato.

1.2.1 Descrizione del codice e dei calcoli

Il programma inizia richiedendo da tastiera il numero di intervalli N in cui suddividere lo spessore del materiale; gli altri dati sono tutti precompilati come costanti.

Assumiamo che in ciascun intervallo di spessore² ds tutte le quantità di nostro interesse siano costanti—velocità, energia, perdita di energia *et cetera*. Dalla teoria della relatività ristretta scriviamo per l' n -esimo intervallo

$$\begin{cases} E_n = T_n + Mc^2 \\ E_n = \gamma_n Mc^2 \end{cases},$$

dove M è la massa a riposo della particella incidente, T_n la sua energia cinetica ed E_n la sua energia totale. Note queste ultime due quantità, è possibile calcolare il fattore di Lorentz γ_n e β_n^2 come

$$\gamma_n = \frac{T_n + Mc^2}{Mc^2}, \quad \beta_n^2 = 1 - \frac{1}{\gamma_n^2}.$$

Le quantità appena descritte sono calcolate attraverso il codice nelle righe 44–47.

Noti γ_n e β_n , è possibile calcolare la perdita di energia media per unità di lunghezza attraverso la (1.1) moltiplicata per ρ . Possiamo in particolare calcolare l'energia cinetica con cui la particella α entra nello strato successivo, T_{n+1} come

$$T_{n+1} = T_n + dT_n = T_n + \rho \left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle_n ds,$$

essendo naturalmente $dT_n \leq 0$. Il calcolo di $\rho \langle -dE/dx \rangle_n$ è svolto dalla funzione `bethe()` chiamata alla riga 49 e definita alla riga 75, con l'ausilio della funzione `wmax()` che in particolare calcola il termine W_{\max} .

¹Dopo aver provato con uno spessore di 0.016 mm e aver constatato che la curva risultava tagliata—la particella non cedeva tutta l'energia all'alluminio—ho scelto di aumentare di poco lo spessore per il gusto di un grafico più completo.

²Ricordo che in questo caso la x non indica una distanza.

Il calcolo viene quindi ripetuto a partire dalla nuova energia T_{n+1} per ottenere la perdita di energia attraverso il successivo strato. Per ogni reiterazione il codice stampa su un file la distanza totale percorsa, l'energia cinetica della particella e la quantità $|dT_n| = \rho |\langle -dE/dx \rangle_n|$.

2 Misura di Temperature con Arduino

Tra le esperienze svolte con Arduino Uno riporto in particolare la misura della variazione della temperatura della mia stanza da letto in seguito all'accensione del riscaldamento in casa.

2.1 L'esperimento

L'obiettivo dell'esperienza è quello di valutare qualitativamente l'andamento della temperatura della stanza per fare una stima di quanto velocemente si riscaldi e a quale temperatura tenda asintoticamente.

2.1.1 Preparazione della stanza

Per massimizzare l'escursione termica ho effettuato la misura durante una sera invernale avendo preventivamente aperto le finestre per abbassare la temperatura della stanza.

Per migliorare la circolazione dell'aria ed evitare un eccessivo gradiente di temperatura—il radiatore caldo si trova in un angolo della stanza mentre i vetri freddi della finestra si trovano dal lato opposto—ho acceso dei ventilatori: uno a soffitto per limitare la raccolta dell'aria calda in alto e un più piccolo ventilatore da tavolo per allontanare l'aria calda dal radiatore e facilitare il riscaldamento dell'aria fredda.

Infine, per isolare il più possibile il sistema, ho chiuso le tende sulla finestra per ridurre la dispersione di calore attraverso il vetro freddo e mantenuto la porta chiusa per non disperdere calore nel resto della casa.

2.1.2 Strumenti utilizzati

Gli strumenti utilizzati per la presa dei dati sono:

- Una microcontrollore Arduino Uno con un sensore di temperatura TMP36;
- Un computer per compilare ed eseguire il codice sulla scheda Arduino e prelevare i dati.

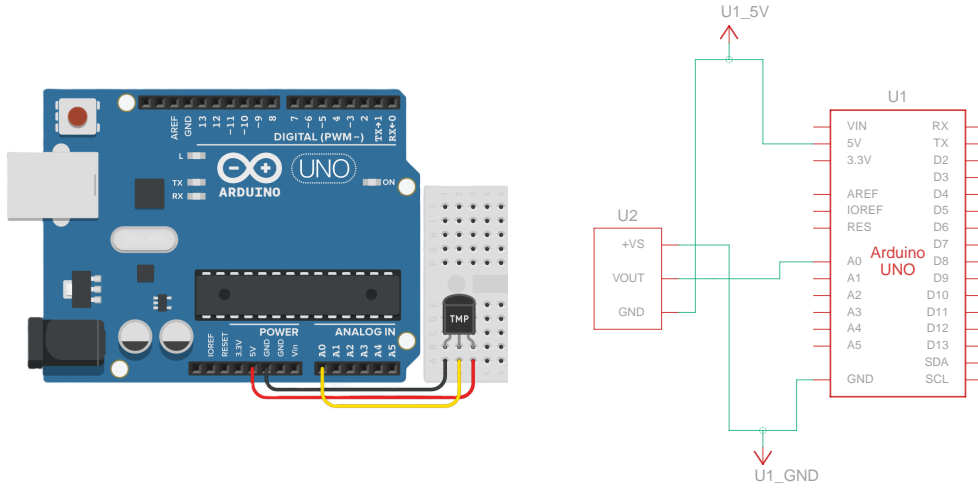


Figura 2.1: A sinistra una rappresentazione digitale del circuito realizzato per l'esperimento. A destra lo schema del circuito. Entrambe le illustrazioni sono state realizzate con Tinkercad®.

Il sensore TMP36 è un sensore di temperatura a semiconduttore pensato per operare in un range di temperature che va da -40°C a $+125^{\circ}\text{C}$. Esso presenta tre pin: +vs, vout e gnd. Il primo e l'ultimo servono per l'alimentazione che deve essere compresa tra 2.7 V e 5.5 V con una corrente inferiore ai $50\text{ }\mu\text{A}$, che garantisce un surriscaldamento per effetto Joule trascurabile. Il secondo pin invece sostituisce una differenza di potenziale rispetto al gnd proporzionale alla temperatura misurata. La sensibilità del sensore fornita dal costruttore è di $\pm 1^{\circ}\text{C}$ e il suo fattore di scala è di $10\text{ mV }^{\circ}\text{C}^{-1}$ [1].

La scheda Arduino attraverso i pin analogici accetta in input delle differenze di potenziale che vanno da 0 V a 5 V che vengono convertite in un segnale digitale che assume valori discreti da 0 a 1023.

2.1.3 Circuito e codice

Il circuito realizzato per l'esperimento è quello rappresentato in Fig. 2.1. L'alimentazione al sensore è fornita tramite i pin 5v e gnd mentre il segnale in uscita dal sensore viene letto dal pin A0 della scheda.

Per effettuare le misure ho usato il codice riportato di seguito. A intervalli di 30 s la lettura discreta di tensione data dal sensore¹ e la converte in un numero decimale tra 0 V e 5 V attraverso la formula

$$\frac{(\text{float})\text{analogRead}(\text{SENSOR_PIN})}{\text{MAX_READ}} * \text{MAX_V},$$

¹Come detto prima si tratta di un valore tra 0 e 1023

essendo $\text{MAX_READ} = 1023$ e $\text{MAX_V} = 5\text{ V}$. Sapendo che a una tensione di 0 V corrisponde una temperatura di 0.5°C e a 4.5 V corrispondono 100°C , la conversione della lettura in gradi Celsius è data da

$$\left[\frac{(\text{float})\text{analogRead}(\text{SENSOR_PIN})}{\text{MAX_READ}} * \text{MAX_V} - A \right] * B, \quad (2.1)$$

dove $A = 0.5\text{ V}$ e $B = 100^\circ\text{C V}^{-1}$ sono i fattori di scala.

La conversione dei valori discreti in temperatura è eseguita dal codice tra le righe 23 e 26 applicando la (2.1). Vengono eseguite $N = 20$ misure consecutive di cui è contestualmente calcolata la media che viene a sua volta stampata a schermo. Infine il codice attende il tempo mancante per raggiungere i 30 s dall'inizio del loop.

```
1  #define SENSOR_PIN  A0
2  #define MAX_READ    1023.0
3  #define MAX_V        5.0
4  #define N            20
5  #define A            0.5
6  #define B            100
7
8  void setup() {
9      // imposta il pin SENSOR_PIN (A0) come pin di input analogico e
10     // avvia il monitor seriale per la lettura dei dati
11     pinMode(SENSOR_PIN, INPUT);
12     Serial.begin(9600);
13 }
14
15 float      tmp;
16 int        i = 0;
17 unsigned long dt = 0;
18
19 void loop() {
20     // stampa sul monitor seriale il tempo dall'avvio del loop
21     Serial.print(dt = millis());
22
23     // misura la temperatura 20 volte e fa la media
24     for (i = 0, tmp = 0; i < N; i++) {
25         tmp += (((float)analogRead(SENSOR_PIN) / MAX_READ) * MAX_V - A)
26         * B;
27     }
28     tmp = tmp / N;
29
30     // stampa la misura di temperatura accanto al tempo e va a capo
31     Serial.print(", ");
32     Serial.println(tmp);
33
34     // aspetta 30 secondi dopo aver compensato per il tempo di
35     // esecuzione del codice dall'inizio del loop a questo punto
36     dt = millis() - dt;
37     delay(30000 - dt);
38 }
```

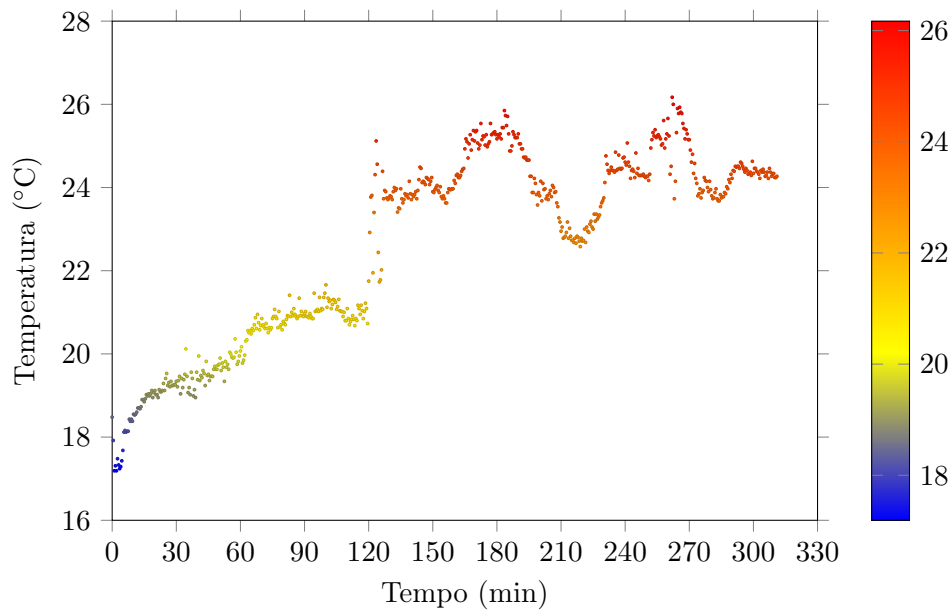


Figura 2.2: Andamento della temperatura nel tempo

2.2 Dati

Attraverso il codice riportato al punto § 2.1.3 ho misurato la temperatura della stanza ogni 30 s per circa cinque ore e mezza; in Fig. 2.2 sono riportati tutti i dati raccolti, avendo convertito il tempo in minuti.

2.2.1 Prime considerazioni

Osservando il grafico si nota una evidente crescita di temperatura che, dopo una crescita regolare, oscilla fino a stabilizzarsi poco sopra i 24°C.

I primi punti a temperatura più elevata possono essere dovuti a un precedente contatto con le mani e un riscaldamento del sensore che è poi tornato a temperatura ambiente. L'ampia oscillazione dei dati intorno ai 130 min deve essere dovuta a un movimento del sensore, che ho dovuto spostare di qualche centimetro. È quindi possibile che anche le successive oscillazioni siano dovute alla nuova posizione del sensore in un punto con un flusso d'aria più dinamico.

2.2.2 Breve analisi dei dati

Per visualizzare il macro-andamento della temperatura tamponando il rumore, ho deciso di suddividere le misure in intervalli temporali di 30 min e riportare nel grafico in Fig. 2.3 la temperatura media per ciascun intervallo.

Anche in questo caso si notano l'andamento crescente della temperatura e il salto, ma le oscillazioni intorno alla temperatura finale di circa 24°C risultano

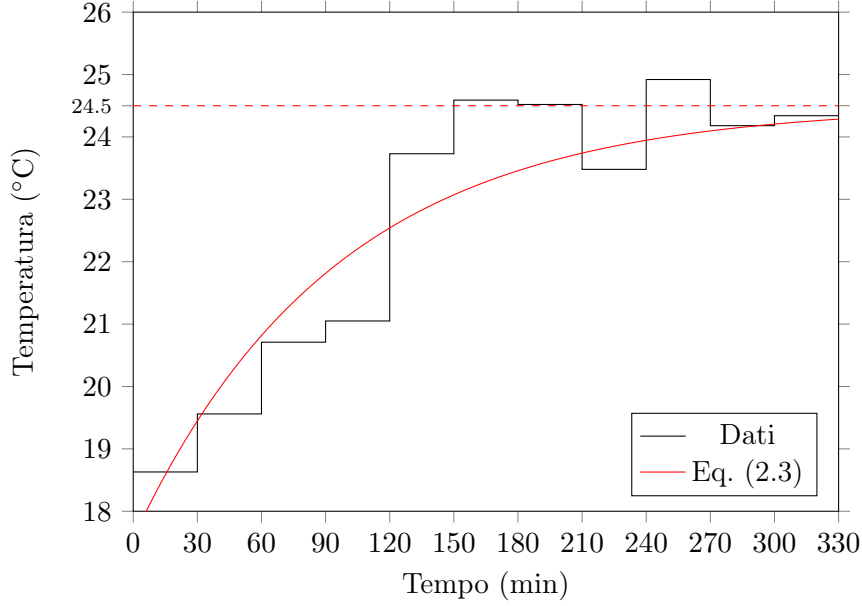


Figura 2.3: Temperature mediate in intervalli di 30 min.

smorzate. Si osserva inoltre che la temperatura si stabilizza intorno a questo valore 150 min—oppure 2 h 30 min—dopo l’accensione del riscaldamento.

Svolgiamo adesso un fit dei dati di carattere prettamente qualitativo. Dal momento che il radiatore a regime avrà una temperatura T^* fissata e, tenendo conto della dispersione del calore verso l’esterno, è ragionevole assumere che la temperatura della stanza $T(t)$ tenda asintoticamente a un valore finito $T_f \leq T^*$ per $t \rightarrow +\infty$. Una funzione crescente che ha un comportamento simile è

$$T(t) = T_f \left[1 - \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau}\right) \right], \quad (2.2)$$

per qualche valore di T_f , t_0 e τ . Supponiamo arbitrariamente che la temperatura limite² sia $T_f = 24.5^\circ\text{C}$; per quanto detto prima supponiamo inoltre che il tempo caratteristico³ sia $\tau = 95 \text{ min} \approx 63\%$ di 150 min. Imponendo che sia $T(0) = 18.63^\circ\text{C}$ troviamo

$$t_0 = \tau \log \left[1 - \frac{T(0)}{T_f} \right] \approx -135 \text{ min}.$$

Infine per centrare meglio la funzione rispetto agli intervalli di 30 min sommiamo a t_0 un valore di 15 min, pari a metà dell’intervallo di tempo. La funzione

²I dati in Fig. 2.2 oscillando superano i 25°C ma le ultime misure sono tutte comprese tra 24°C e 24.5°C , motivo per cui assumo quest’ultimo valore come temperatura limite.

³Dal momento che “a occhio” la temperatura di 24.5°C viene già raggiunta dopo 150 min, scegliamo il tempo caratteristico come il tempo necessario a raggiungere il 63 %, ovvero $(1/e)$ -esimo della temperatura finale.

finale che si ottiene sostituendo questi valori nella (2.2) e si trova rappresentata in Fig. 2.3 è

$$T(t) = 24.5 \left[1 - \exp\left(-\frac{t + 120}{95}\right) \right]. \quad (2.3)$$

2.3 Conclusioni

I dati presi possono essere ulteriormente migliorati facendo maggiore attenzione a non toccare gli strumenti o uscendo dalla stanza e assicurandosi che la porta non venga mai aperta.

Per avere informazioni più dettagliate sulla bontà del fit si potrebbe invece procedere applicando il metodo dei minimi quadrati per determinare i tre parametri T_f , t_0 e τ . Per eseguire un fit con due parametri invece che tre, si può migliorare l'accuratezza su T_f continuando a prendere dati il più a lungo possibile. Questo permetterebbe di fissare la temperatura limite con più sicurezza e di determinare t_0 e τ attraverso la linearizzazione della (2.2) in

$$\log\left[1 - \frac{T(t)}{T_f}\right] = \frac{t_0}{\tau} - \frac{1}{\tau}t \quad \Longleftrightarrow \quad y(t) = c_1(t_0, \tau) + c_2(t_0, \tau)t.$$

Si potrebbe inoltre provare a utilizzare funzioni diverse dalla (2.2) nel fit per provare a modellare quantitativamente le oscillazioni che si verificano in prossimità della temperatura limite, possibilmente dovute a moti convettivi non del tutto smorzati dai ventilatori indicati al punto § 2.1.1.

Bibliografia

- [1] Analog Devices. *TMP35/TMP36/TMP37 Data Sheet*. Accessed: 2025-04-27. Analog Devices. 2015. URL: https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/tmp35_36_37.pdf.
- [2] S. Navas e C. et al. Amsler. «Review of Particle Physics». In: *Phys. Rev. D* 110 (3 2024), p. 030001. DOI: [10.1103/PhysRevD.110.030001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.030001). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.110.030001>.