Babeş–Bolyai Universität Cluj-Napoca
Fakultät für Mathematik und Informatik

12. Übung zur Vorlesung

Differential- und Integralrechnung für Informatiker

(A 49) (Uneigentliche Integrale)

Man untersuche die uneigentliche Integrierbarkeit der folgenden Funktionen auf ihren Definitionsbereichen und bestimme, im Fall uneigentlicher Integrierbarkeit, das entsprechende uneigentliche Integral.

a) $f\colon (-1,1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, b) $f\colon [1,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(1+x)}$,

c) $f\colon (0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$, d) $f\colon [0,1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$,

e) $f\colon (0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, f) $f\colon [e,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^3}$,

g) $f\colon \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, 2\right] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2x^2-2x-1}}$, h) $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x$.

(A 50) (Lokale Extremstellen)

Man bestimme alle lokalen Extremstellen, deren Art (Minimal- oder Maximalstelle) sowie die entsprechenden lokalen Extremwerte der folgenden Funktionen:

a) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4(x-y)^2$;

b) $f\colon (0,\pi) \times (0,\pi) \to \mathbb{R}$, definiert durch $f(x,y) = \sin x + \sin y + \sin(x+y)$;

c) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = y^2 + x^2(1-y)^3$.