Babeş–Bolyai Universität Cluj-Napoca
Fakultät für Mathematik und Informatik

14. Übung zur Vorlesung

Differential- und Integralrechnung für Informatiker

(A 53) (Mehrfache Integrale)

Man berechne die folgenden mehrfachen Integrale:

a) $\int\int_A \frac{y}{1+xy} dxdy$ mit $A = [0, 2] \times [0, 3]$,

b) $\int\int\int_A \frac{2z}{(x+y)^2} dxdydz$ mit $A = [1, 2] \times [2, 3] \times [0, 2]$,

c) $\int\int_A \sin(x + y)dxdy$ mit $A = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$,

d) $\int\int_A \frac{1}{(x+y)^2} dxdy$ mit $A = [a, b] \times [c, d]$, wobei $0 < a < b$ und $0 < c < d$ sind,

e) $\int\int\int_A \frac{1}{\sqrt{x+y+z+1}} dxdydz$ mit $A = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$,

f) $\int\int\int_A \frac{x^2z^3}{1+y^2} dxdydz$ mit $A = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$.

(A 54)

Man untersuche die Konvergenz/Divergenz der folgenden Reihen unter Zuhilfenahme des Integralkriteriums für Reihen: a) $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \frac{1}{n(\ln n)^2}$, b) $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \frac{\ln n}{n^2}$.

Hinweis für a) und b): Um die uneigentliche Integrierbarkeit der Funktionen, die den betreffenden Reihen entsprechen, zu untersuchen, verwende man die Formel von Leibniz-Newton für uneigentliche Integrale.

(A 55) (Uneigentliche Integrale)

Die Formel von Leibniz-Newton für uneigentliche Integrale verwendend, untersuche man die uneigentliche Integrierbarkeit der folgenden Funktionen auf ihren Definitionsbereichen und bestimme, im Fall uneigentlicher Integrierbarkeit, das entsprechende uneigentliche Integral.

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-2x}$,

b) $f : [2, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^\alpha}$, wobei α einen reellen Parameter darstellt.