

## Lösungshinweise zur 3. Übung

**Logik für Informatiker****(G 1) Aussagenlogische Formeln**

Welche der folgenden Ausdrücke  $A_i$  sind *aussagenlogische Formeln*?

- $A_1 : \neg p_0, \quad A_2 : \neg \neg p_0$
- $A_3 : p_0 \rightarrow \forall p_1$
- $A_4 : (p_0 \wedge (p_1 \vee p_2))$
- $A_5 : ((p_0 \wedge p_1) \vee (p_0 \wedge p_2))$
- $A_6 : (p_0 \vee) p_1 \wedge$
- $A_7 : p_0 \rightarrow p_1 \vee p_2$

Gib für jeden der obigen Ausdrücke  $A_i$ , der eine aussagenlogische Formel ist, die zugehörige Wertetabelle an.

LÖSUNG:

$A_1, A_2, A_4, A_5$  sind aussagenlogische Formeln.  $A_3, A_6, A_7$  sind offenbar nicht entsprechend der Regeln aufgebaut. Durch das Weglassen der Klammerung ist  $A_7$  nicht eindeutig lesbar.

$p_0$	$p_1$	$p_2$	$\mathcal{A}(A_1)$	$\mathcal{A}(A_2)$	$\mathcal{A}(A_4)$	$\mathcal{A}(A_5)$
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1

**(G 2) Zweiwertige Interpretation aussagenlogischer Formeln**

Sei  $\Pi = \{A, B, C\}$  eine Menge von Aussagenvariablen und  $F$  die folgenden Formel über  $\Pi$ :

$$F = ((A \wedge B) \rightarrow C) \leftrightarrow ((\neg C \vee B) \rightarrow ((A \rightarrow A) \wedge C))$$

- a) Geben Sie für  $F$  eine Wahrheitstabelle an.
- b) Begründen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob  $F$  erfüllbar, unerfüllbar, oder tautologisch ist.
- c) Gegeben die Formel  $G = \neg A \vee B$  über  $\Pi$ . Untersuchen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob  $F \models G$  gilt. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Wahrheitstabelle.

- d) Gegeben die Formel  $H = A \vee C$  über  $\Pi$ . Untersuchen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob  $F \models H$  gilt. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Wahrheitstabelle.
- e) Gegeben die Formel  $K = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$  über  $\Pi$ . Untersuchen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob  $F \equiv K$  gilt. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Wahrheitstabelle.

### (G 3)Erfüllbarkeit & Co.

Beantworten Sie die folgenden Fragen. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

- a) Gilt die folgende Aussage: Es gibt eine aussagenlogische Formel  $F$ , sodass  $F$  erfüllbar und  $\neg F$  erfüllbar ist?
- b) Gilt die folgende Aussage für eine beliebige aussagenlogische Formel  $F$ :  $F$  ist erfüllbar genau dann, wenn  $\neg F$  erfüllbar?
- c) Seien  $F, G$  beliebige aussagenlogische Formeln. Gilt die folgende Aussage:  $F \models G$  gdw.  $F \wedge \neg G$  unerfüllbar ist?
- d) Seien  $F, G$  beliebige aussagenlogische Formeln. Gilt die folgende Aussage:  $F \models G$  gdw.  $F \wedge G$  allgemeingültig ist?
- e) Sei  $M$  eine beliebige unerfüllbare Formelmenge,  $F$  eine beliebige Formel. Gilt die folgende Aussage:  $M \models F$ ?
- f) Sei  $G$  eine erfüllbare Formel, die nicht allgemeingültig ist,  $H$  eine beliebige Formel und  $G \models H$ . Welche der Eigenschaften (erfüllbar, unerfüllbar, tautologisch) gilt für  $G \wedge H$ ?