

1.  $\bar{F} = (\neg B \vee A) \rightarrow (C \rightarrow (\neg A \wedge B))$  (Remove  $\rightarrow$ )

— . —

a)  $\equiv \neg(\neg B \vee A) \vee (\neg C \vee (\neg A \wedge B))$  (Füge  $\neg$  hinzu, De Morgan)

$\equiv (B \wedge \neg A) \vee (\neg C \vee (\neg A \wedge B))$

$\equiv (B \wedge \neg A) \vee (\neg C) \vee (\neg A \wedge B) \leftarrow \Delta \wedge F$

$\equiv (B \wedge \neg A \wedge (\neg C \vee C)) \vee (\neg C \vee \neg A \vee A \vee \neg B \vee B) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C \vee C)$

— . —

b)  $\equiv \neg(\neg B \vee A) \vee (\neg C \vee (\neg A \wedge B))$  (Füge  $\neg$  hinzu, De Morgan)

$\equiv (B \wedge \neg A) \vee (\neg C \vee (\neg A \wedge B))$

$\equiv (B \wedge \neg A) \vee (\neg C \vee \neg A) \wedge (\neg C \vee B)$

$\equiv B \vee \dots$

c)

A	B	C	G	H	$G \rightarrow H$	$G \wedge H$	$G \vee H$
0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	0	1	1	0	1

7.

G	erfüllbar	unerfüllbar	allgemeingültig
ja	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
nein	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

$G \wedge H$	erfüllbar	unerfüllbar	allgemeingültig
ja	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
nein	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

2.

	$G \models H$	$G \wedge H \models H$	$\bar{H} \equiv \neg G$
ja	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
nein	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

3.  $K = (B \leftrightarrow C) \wedge (C \rightarrow A)$  (Erlöse  $\leftrightarrow$ ,  $\rightarrow$ )

— . —

$K \equiv (B \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow A)$

$$K = (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B) \wedge (\neg C \vee A)$$

$$K = (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B) \wedge (\neg C \vee A)$$

4. wir fügen warum in das Konjunktion

$$K = (\neg B \vee C \vee \neg A \vee A) \wedge (\neg C \vee B \vee \neg A \vee A) \wedge (\neg C \vee A \vee \neg B \vee B)$$

d)

- Seien  $F$  und  $G$  zwei beliebige Formeln.  $F \equiv G$  genau dann, wenn

	wahr	falsch
Mit DPLL ein Modell für $(F \rightarrow G) \wedge (G \rightarrow F)$ hergeleitet werden kann.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(F \wedge \neg G) \vee (G \wedge \neg F)$ unerfüllbar ist.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$F \leftrightarrow G$ allgemeingültig ist. $\square$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$G$ allgemeingültig ist.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

- Sei  $F$  eine beliebige Formel.  $F$  ist allgemeingültig genau dann, wenn

	wahr	falsch
es eine allgemeingültige Formel $G$ gibt, mit $F \models G$ .	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
mit Resolution nicht die leere Klausel für $F$ hergeleitet werden kann.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$F \vee \neg F$ unerfüllbar ist.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\neg F \models F$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabe 2.

$$\pi = \{p, q, r, s, t, u, w, x\}$$

a)  $F$  ist eine Hornformel weil alle Klauseln haben maximal ein negatives Konstant

$$b) F = \{ \{p \rightarrow t, \neg s \rightarrow t\}, \{p \rightarrow r\}, \{q \rightarrow u\}, \{r \rightarrow x\}, \{s \rightarrow q\}, \{p, u \rightarrow t\}, \{q, u, w \rightarrow t\} \}$$

c)  $\neg s \rightarrow t$  - ist das einzige Falsch

- d)
- (1) Markieren (s) in rechte Seite
  - (2) Markieren (s) in linke Seite
  - (3) Markieren (q) in rechte Seite
  - (4) Markieren (q) in linke Seite
  - (5) Markieren (u) in rechte Seite
  - (6) Markieren (u) in linke Seite
- markierung ist fertig!

c) F ist erfüllbar weil keine Implikation Null

Wen modelliert!

Ein Modell:  $A(S) = A(G) = A(U) = 1$  und  $A(P) = A(n) = A(x) = A(w) = 0$

### Aufgabe 3.

$X = \{ \{ R, Y \}, \{ U, \neg W \}, \{ \neg U, W \}, \{ R \}, \{ TP, Q \}, \{ P, \neg R \}, \{ R, \neg W \}, \{ \neg Q, \neg P \} \}$

b)  $X$  ist nicht erfüllbar weil ist ein

Formel im KNF und wenn wir eine

Falsch haben  $\neg ( \neg K_1 \wedge \neg K_2 \wedge \dots \wedge \neg K_n )$  ist

1) Nach 2ten a 2-a Interpretation:

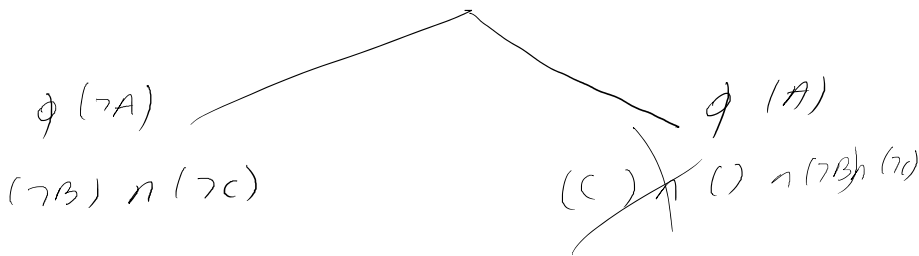
Resolution:  $\{ U, \neg W \} \quad \{ \neg U, W \}$

$\perp \Rightarrow$  nicht erfüllbar

das ganze Formel nicht erfüllbar

### Aufgabe 4

$$F = (\neg A \vee C) \wedge (\neg A) \wedge (\neg B) \wedge (A \vee \neg C)$$



Es ist erfüllbar weil  $\neg B$  und  $\neg C$  können wahr sein (z.B.  $A(B)=0$  und  $A(C)=0$ )

b) 2PLL...

Ausdruck	Nichts	Term	Atom	Literal	Klausel	Formel	NNF	PNF
$\exists x (\neg p(h(b, x)))$				X	X	X	X	X
$\forall x \exists y (g(q(y), x) \approx f(x))$	X							
$\neg p(g(x)) \vee q(x, x)$				X	X	X	X	X
$\neg q(f(b), g(f(a)))$				X	X	X	X	X
$\neg q(g(y))$	X							
$\neg \forall x \forall y (h(y, x) \approx f(x))$						X		
$g(f) \approx x$	X							
$g(x) \approx x$			X	X	X	X	X	X
$p(\neg f(x), x)$	X							
$p(g(b)) \rightarrow q(x, a)$			X	X	X	X		
$q(h(x, b), z) \vee \forall z p(y)$						X		
$q(y, a) \wedge q(b, y) \wedge y$	X							

b)  $\mathcal{A} = \{a/o, b/o\}$ ,  $\mathcal{I} = \{p/3, q/4, r/2, u, v, w, x, y, z \in X\}$

$$\begin{aligned}
 1. & \neg ((\forall x q(x, a, x, b)) \rightarrow (\exists y r(x, a))) \quad (\text{Elim } \rightarrow) \\
 & \equiv \neg (\neg (\forall x q(x, a, x, b)) \vee (\exists y r(x, a))) \quad (\text{Einfüge } \neg \text{ hinein, De Morgan}) \\
 & \equiv (\forall x q(x, a, x, b)) \wedge \neg (\exists y r(x, a)) \quad (\text{Einfüge } \neg \text{ hinein, De Morgan, } \neg \exists F = \forall \neg F) \\
 & \equiv (\forall x q(x, a, x, b)) \wedge (\forall y \neg r(x, a)) \quad (\text{NNE})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. & (\forall x ((\exists y q(x, z, a, y)) \vee (\forall y p(x, z, y))) \vee (\forall z q(x, y, z, a))) \\
 & \equiv \forall x ((\exists y_1 q(x, z, a, y_1)) \vee (\forall y_2 p(x, z, y_2))) \vee (\forall z_1 q(x, y, z_1, a))
 \end{aligned}$$

$$3. \forall x (\exists y ((q(x, y, a, b) \vee p(x, y, a))) \vee (\forall z \exists u q(u, x, z, a)))$$

Formel ist bereits in NNF

$$\Rightarrow \equiv \forall x \exists y \forall z \exists u ((q(x, y, a, b) \vee p(x, y, a)) \vee q(u, x, z, a))$$

$$4. \exists x \forall y \exists z \forall u \exists w ((q(x, u, y, z) \vee p(x, w, a)) \wedge \neg q(v, u, w, b))$$

d)  $A(\beta) \left( \exists y p(x, y) \right) \Rightarrow x \vdash sk_x$

c)  $A(\beta) \left( \forall x \forall y (s(x+y) = s(x)+y) \right) \wedge w \vdash sk_w(y, u)$

$$\begin{aligned}
 & \equiv \forall y \forall u ((q(sk_x, u, y, sk_z(y)) \vee p(sk_x, sk_w(y, u), a)) \wedge \\
 & \quad \neg q(v, u, sk_w(y, u), b))
 \end{aligned}$$

$$5. \forall x \forall y ((\neg(x, b) \wedge p(x, y, a)) \vee (\neg(x, b) \wedge \neg(p(x, x, b) \wedge q(x, y, a, b))))$$

Formel ist in PNF, es muss in KNF sein:

$$\begin{aligned}
 & \equiv \forall x \forall y ((\neg(x, b) \vee \neg(x, b)) \wedge (\neg(x, b) \vee \neg(p(x, x, b) \wedge q(x, y, a, b))) \\
 & \quad \wedge (p(x, y, a) \vee \neg(x, b)) \wedge (p(x, x, b) \vee \neg(p(x, x, b) \wedge q(x, y, a, b))) \\
 & \quad \wedge (p(x, y, a) \vee \neg(x, b)) \wedge (\neg(x, b) \vee \neg(p(x, x, b) \wedge q(x, y, a, b)))
 \end{aligned}$$

$$(p(x,y,a) \vee \neg(x,b)) \wedge (p(x,y,a) \vee \neg p(x,x,b) \vee \neg q(x,y) \dots)$$

$$6. \forall x \forall y (q(x,a) \wedge (q(x,a,x,b) \vee p(x,y,x)) \wedge (\neg(x,x) \vee$$

$$\neg p(x,y,b) \wedge \neg q(x,x))$$

$$\text{Formel ist in KNF} \Rightarrow$$

$$\text{Formel} = \{ \{ \neg \rightarrow \neg(x,a) \}, \{ \neg \rightarrow q(x,a,x,b), p(x,y,x) \},$$

$$\{ p(x,y,a) \rightarrow \neg(x,x) \}$$

Aufgabe 6.

$$a) A(p)(S(S(x)+y)+y)$$

$\rightarrow$

$$\equiv A(p)(S(S(10)+y)+y)$$

$$\equiv A(p)(S(13+5)+5)$$

$$\equiv A(p)(S(3)+5)$$

$$\equiv A(p)(6-10)$$

$$b) \neg A(p) \wedge (S(x+y) = S(x)+y)$$

$$\equiv A(p) (S(10+5) = S(10)+5)$$

$$\equiv A(p) (S(0) = S(10)+5)$$

$$\equiv A(p) (3 = 13+5)$$

$$\text{Von b)} \Rightarrow \text{True } \forall x \forall y$$

$$\equiv A(p) (\exists y (p(10+y)))$$

$$\equiv A(p) (\exists y (p(10-2y)))$$

$\Rightarrow 10-2y$  muss ungerade sein!

10 ungerade

$\Rightarrow$  Falsch 10-2 y kann niemals sein

$\Rightarrow$  Falsch

$$e) A(B) (\forall x \forall y ((x = S(y) \wedge \neg p(x)) \rightarrow p(y)) \\ = A(B) (\forall x \forall y ((x = y + 3 \wedge \neg p(x)) \rightarrow p(y))$$

$\Rightarrow$  True  $\forall x \forall y$  so dass  $x \neq y + 3$

$$\Omega = \{a/0, n/1, s/2, t/3\}, u, w, x, y \neq x$$

Aufgabe 7.

$$a) \{t(x, y, z) = S(S(z, x)), r(y) = S(y, r(S(x, x)))\}$$

$t_{...} = S_{...}$ ? Clock Failure

$r_{...} = S_{...}$ ? Clock Failure

$$b) \{t(u, w, t(u, z, a)) \stackrel{?}{=} t(S(x, y), S(x, u), t(w, z, x))\}$$

$$\Rightarrow \{u \stackrel{?}{=} S(x, y), w = S(x, u), t(u, z, a) = t(w, z, x)\}$$

$$\Rightarrow \{u \stackrel{?}{=} S(x, y), w = S(x, S(x, y)), t(S(x, y), z, a) = t(w, z, x)\}$$

$$\Rightarrow \{u \stackrel{?}{=} S(x, y), w = S(x, S(x, y)), t(S(x, y), z, a) = t(S(x, S(x, y)), z, x)\}$$

$$\Rightarrow \{u \stackrel{?}{=} S(x, y), w = S(x, S(x, y)), S(x, y) \stackrel{?}{=} S(x, S(x, y))\}$$

$\hookrightarrow$  Clock Failure

Aufgabe 8.

$$a) 1. \{p(f(x), f(y), x), p(f(a), f(b), y), r(f(a), f(b), y)\}$$

$$f(x) \stackrel{?}{=} f(a), f(y) \stackrel{?}{=} f(b), x \stackrel{?}{=} y$$

$$x \stackrel{?}{=} a, y \stackrel{?}{=} b, \begin{pmatrix} x \\ a \end{pmatrix} \stackrel{?}{=} \begin{pmatrix} y \\ b \end{pmatrix}$$

$\hookrightarrow$  Clock Failure

$$2. \{p(f(x), f(y), x), p(z, f(z), y), S(f(x), f(y), x)\}$$

$$f(x) \stackrel{?}{=} z, f(y) \stackrel{?}{=} f(z), x \stackrel{?}{=} y$$

$$f(x) \stackrel{?}{=} z, \quad f(y) \stackrel{?}{=} f(z), \quad x \stackrel{?}{=} y$$

$$z \stackrel{?}{=} f(x) = f(y) \stackrel{?}{=} f(f(x)), \quad x \stackrel{?}{=} y$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \downarrow \\ f(y) \stackrel{?}{=} f(f(y)) \\ \rightarrow \text{Our Failure} \end{array}$$

$$3. \quad \{ \underbrace{2(f(f(x)), b, y), 2(f(z), f(a), z), 2(x, b, b),}_{\neg 2(x, z, x)} \}$$

$$\neg 2(x, z, x) \quad \checkmark$$

$$f(f(x)) \stackrel{?}{=} x \rightarrow \text{Our Failure}$$

5)

$$1. \quad \{ \neg 1(b, x, y), \neg 5(g(x)), \neg 5(y) \}$$

$$\frac{\neg 5(g(x)) \quad \neg 5(y)}{\perp}$$

$$y \stackrel{?}{=} g(x)$$

$$2. \quad \{ 5(g(y)), \neg \neg(a, x, y) \}$$

$\Rightarrow$  kann nicht das leere Kloneel  
geben