Dr. Christian Săcărea

"Babeş–Bolyai" Universität, Cluj-Napoca
Fakultät für Mathematik und Informatik

Wintersemester 2020/2021

8. Übung zur Vorlesung

Logik für Informatiker

GRUPPENÜBUNGEN:

(G 1)Resolutionsverfahren

Es seien a, b, c und d propositionale Konstanten. Beweise oder widerlege die Allgemeingültigkeit folgender Aussagen mit dem Resolutionsverfahren.

a) $((a \vee b) \wedge (a \to c)) \to (a \vee b)$
b) $\neg(a \wedge b \wedge c) \leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b \wedge \neg c)$
c) $((a \vee b \vee c) \wedge (a \to d) \wedge (b \to d)) \to (a \vee d)$

LÖSUNG: Mit dem Resolutionsverfahren können wir nur die Unerfüllbarkeit testen. D.h., wir müssen die Formeln negieren und sie danach in KNF bringen.

a) $\neg(((a \vee b) \wedge (a \to c)) \to (a \vee b)) \equiv (a \vee b) \wedge (\neg a \vee c) \wedge \neg a \wedge \neg b)$. In Mengenform sieht das so aus: $\{\{a, b\}, \{\neg a, c\}, \{\neg a\}, \{\neg b\}\}$. Im ersten Schritt der Resolution, wählen wir Klauseln, die entgegengesetzte Literale enthalten, z.b. a und $\neg a$: $\{a, b\}$ und $\{\neg a\}$.
Die Resolvente dieser beiden Klauseln ist $\{b\}$. Die neue Klauselmenge ist nun
$$\{\{a, b\}, \{\neg a, c\}, \{\neg a\}, \{\neg b\}, \{b\}\}.$$
Wir bilden die Resolvente der Klauseln $\{\neg b\}$ und $\{b\}$ und erhalten als Resolvente die leere Klausel.
Die neue Klauselmenge ist nun
$$\{\{a, b\}, \{\neg a, c\}, \{\neg a\}, \{\neg b\}, \{b\}, \emptyset\}.$$
Wir erhalten also eine Konjunktion, die eine leere Klausel enthält, somit unerfüllbar. Die ursprüngliche Formel ist also allgemeingültig.
b) Nicht allgemeingültig
c) Nicht allgemeingültig

(G 2)Resolutionsverfahren

Es seien a, b, c, d und e propositionale Konstanten. Beweise die Allgemeingültigkeit folgender Aussagen mit dem Resolutionsverfahren.

a) $((a \to b) \to a) \to a$
b) $((((a \wedge c \wedge d) \vee e) \to b) \to ((a \wedge c \wedge d) \vee e)) \to ((a \wedge c \wedge d) \vee e)$.

LÖSUNG:

a) Ist allgemeingültig.
b) Ist allgemeingultig.

(G 3)Resolutionsverfahren

Beweise die Allgemeingültigkeit folgendender Formel mit dem Resolutionsverfahren:

$$((a \to b) \land (b \to c)) \to (a \to c).$$

LÖSUNG: Ist allgemeingültig

(G 4)Für Schlaufüchse

Über das Monster von Loch Ness sind folgende Informationen bekannt.

a) Wenn Nessie ein Fabelwesen ist, dann ist sie unsterblich.
b) Wenn sie kein Fabelwesen ist, dann ist sie sterblich und ein Tier.
c) Wenn Nessie unsterblich oder ein Tier ist, dann ist sie ein Drache und ein Fabelwesen.
d) Nessie ist eine Touristenattraktion, wenn sie ein Drache ist.

Frage: Ist Nessie eine Touristenattraktion?

LÖSUNG:

F = Fabelwesen, U = unsterblich, sterblich = $\neg U$, Tier = T, D = Drache, A = Touristenattraktion. Wir erhalten somit folgende Formel in KNF: $(\neg F \lor U) \land (F \lor \neg S \lor \neg T) \land (\neg U \lor D) \land (\neg T \lor D) \land (\neg T \lor F) \land (\neg U \lor F) \land (\neg D \lor A) \land \neg A$.

Die Formel ist unerfüllbar, d.h. Nessie ist eine Touristenattraktion.