

# Labor 1 - Übungen

1. Berechne:

- (a)  $12 + 4 - 5$
- (b)  $2^{10}$
- (c)  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right); \quad \sin(0.1)$
- (d)  $14 + 2(5 - 3)$

2. Löse die folgenden Gleichungen:

- (a)  $x^4 - \frac{3}{2}x^3 - x + \frac{3}{2} = 0$
- (b)  $\sqrt{x^2 + 2x} = 3$
- (c)  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$
- (d)  $\begin{cases} 2x + xy + 2y = 59 \\ 3x - 2xy + 3y = -34 \end{cases}$

3. Berechne die folgenden Grenzwerte:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2 - 5}{2x^3 - 7x}$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x) + 1}{x - \pi}$

4. Berechne die Ableitungen der Funktionen:

- (a)  $y(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5$
- (b)  $y(x) = \sqrt{1 + x^4}$
- (c)  $y(x) = e^x \sin(x) \cos(x)$

5. Berechne die bestimmten Integrale:

- (a)  $\int_0^1 (3x^3 + 2x^2 - 5) dx$
- (b)  $\int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx$
- (c)  $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx$

6. Stelle die Graphen der folgenden Funktionen dar:

- (a)  $f(x) = e^{-x} - 1, x \in [-2; 2]$
- (b)  $f(x) = \frac{200 \cdot e^{r \cdot x}}{2(e^{r \cdot x} - 1) + 100}, x \in [0; 50], \text{ für } r = 0.5 \text{ und } r = -0.5$
- (c)  $f(x) = x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right), x \in [-3; 3]$

7. Stelle die Graphen der folgenden Kurven (in der parametrischen Form) dar:

- (a)  $\begin{cases} x(t) = (1 - \cos t) \cos t \\ y(t) = (1 - \cos t) \sin t \end{cases}, t \in [0; 2\pi] \text{ (Niere)}$

- (b)  $\begin{cases} x(t) &= \sin(3t) \cos t \\ y(t) &= \sin(3t) \sin t \end{cases}, t \in [0; 2\pi]$
- (c)  $\begin{cases} x(t) &= t - \sin t \\ y(t) &= 1 - \cos t \end{cases}, t \in [0; 6\pi] \text{ (Zykloide)}$
- (d)  $\begin{cases} x(t) &= \cos(t) + \frac{\cos(7t)}{2} + \frac{\sin(17t)}{3} \\ y(t) &= \sin(t) + \frac{\sin(7t)}{2} + \frac{\cos(17t)}{3} \end{cases}, t \in [0; 2\pi]$

8. Betrachte die Funktion

$$f(t, s) = 1 - \frac{s \cdot \cos(4t) \cdot \cos(t)}{\sqrt{1 - s^2 \cdot \cos^2(4t) \cdot \sin^2(t)}}$$

und die parametrische Kurve

$$\begin{cases} x(t) &= f\left(t - \frac{\pi}{2}, s\right) \\ y(t) &= f(t, s) \end{cases}, t \in [0; 2\pi]$$

(a) Stelle die Kurve für  $s = 0.5$ ; dar.

(b) Stelle in denselben Koordinatensystem die Kurven dar, die den Werten  $s = 0.1, 0.2, \dots, 1$  entsprechen.

9. Stelle die Graphen der folgenden impliziten Kurven dar:

(a)  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$

(b)  $x^2 - 2xy - y^2 = 1$

(c)  $6x^2 - 4xy + 9y^2 - 4x - 32y - 6 = 0$