Dr. Christian Săcărea

"Babeş–Bolyai" Universität, Cluj-Napoca
Fakultät für Mathematik und Informatik

Wintersemester 2020/2021

11. Übung zur Vorlesung

Logik für Informatiker

GRUPPENÜBUNGEN:

(G 1)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{a/0\}$ und $\Pi = \{p/2\}$. Sei X eine Menge von Variablen und $x, y, z \in X$. Markieren Sie durch Ankreuzen, welche der folgenden Formeln über Σ und X in NNF, bereinigt, in Pränexnormalform, in Skolemnormalform sind.

Hinweis: Es können mehre Spalten zutreffen, d.h. es ist erlaubt mehr als nur 1 Kreuz pro Zeile zu setzen.

	NNF	bereinigt	Pränexnormalform	Skolemnormalform
$(\exists p(x, y)) \rightarrow (\forall y p(y, a))$				
$(\forall x p(a, x)) \wedge (\exists y p(y, a))$				
$(\forall x p(x, y)) \vee (\exists y p(y, y))$				
$\forall x \exists y (p(a, x) \wedge p(x, y))$				
$\forall x \exists z \forall y \neg(p(x, y) \vee p(x, z))$				
$\forall x \forall y (p(x, a) \vee \neg p(x, y))$				
$\neg(p(x, x) \wedge p(x, y))$				
$\neg p(y, x) \vee p(x, y)$				

(G 2)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{a/0\}$ und $\Pi = \{p/3\}$. Ferner sei Xeine Menge von Variablen und $x, y, z \in X$. Gegeben sei die folgende Formel über Σ und X:

$$F = \forall x \exists y (p(y, a, x) \leftrightarrow \neg \exists z p(z, y, x)).$$

Transformieren Sie F in der Pränexnormalform und geben Sie dabei alle Zwischenschritte explizit an (Negationsnormalform, bereinigte Form, Pränexnormalform).

(G 3)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur mit $\Omega = \{a/0, f/1\}$ und $\Pi = \{p/1, q/2, r/3\}$. Sei X eine Menge von Variablen und $u, u', w, x, y, z \in X$.

a) Man gebe für die folgende Formel über X und Σ eine äquivalente Formel in Negationsnormalform an.

$$\neg \forall x \exists y (p(y) \rightarrow (\neg q(a, x) \wedge \neg q(x, y))).$$

b) Man gebe für die folgende Formel über X und Σ eine äquivalente Formel in bereinigter Form an.

$$\forall x \exists y ((\exists z \exists x (q(a, x) \rightarrow r(z, w, y))) \leftrightarrow (q(a, z) \wedge \neg(\exists w \exists z r(x, w, z)))).$$

c) Man gebe für die folgende Formel über X und Σ eine äquivalente Formel in Pränexnormalform an.

$$(\forall w q(a,w)) \vee (\exists x \forall y(\neg r(a,x,y) \wedge \exists z \neg r(x,y,z))).$$

d) Man bringe die folgende Formel über Σ und X in Skolemnormalform:

$$\exists u \forall u' \exists w \exists x \forall y \exists z (\neg r(f(u'),x,y) \wedge r(w,a,z) \wedge r(y,x,u)).$$