Babeş–Bolyai Universität Cluj-Napoca
Fakultät für Mathematik und Informatik

11. Übung zur Vorlesung

Differential- und Integralrechnung für Informatiker

(A 46)

Man bestimme alle lokalen Extremstellen, deren Art (Minimal- oder Maximalstelle) sowie die entsprechenden lokalen Extremwerte der folgenden Funktionen:

a) $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ f(x,y,z) = x^3 - 3x + y^2 + z^2$,

b) $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ f(x,y,z) = z^2(1+xy) + xy$,

c) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$,

d) $f\colon (-1,\infty) \times (1,\infty) \to \mathbb{R},\ f(x,y) = (x+1)(y-1) + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y-1}$.

(A 47)

Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y,z) = x^3 + y^2 + z^2 + 12xy + 2z$. Man bestimme

a) $H_f(x,y,z)$ für einen beliebigen Punkt $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$,

b) alle Vektoren $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ mit der Eigenschaft, dass $H_f(x,y,z)$ negativ definit ist.

c) Hat f globale Extremstellen?

(A 48) (Gemischte partielle Ableitungen zweiter Ordnung)

Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq 0_2 \\ 0, & (x,y) = 0_2. \end{cases}$$

a) Man zeige, dass f auf $\mathbb{R}^2$ zweimal partiell differenzierbar sowohl nach (x,y) als auch nach (y,x) ist, und bestimme die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ and $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$. Man beachte, dass

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0_2) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0_2)$$

ist.

b) Man zeige, dass die Funktionen $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ und $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ in 0_2 nicht stetig sind.