Dr. Christian Săcărea

"Babeş–Bolyai" Universität, Cluj-Napoca
Fakultät für Mathematik und Informatik

Wintersemester 2020/2021

13. Übung zur Vorlesung

Logik für Informatiker

GRUPPENÜBUNGEN:

(G 1)

Sei $\Omega = \{a/0, b/0.f/1, g/1, h/2\}$ eine Menge von Funktionssymbolen, X eine Menge von Variablen und $v, x, y, z \in X$. Gegeben sind die folgenden 10 Unifikationsprobleme über Ω und X:

a) $\{x \stackrel{?}{=} b\}$

b) $\{a \stackrel{?}{=} x\}$

c) $\{a \stackrel{?}{=} b\}$

d) $\{y \stackrel{?}{=} f(x)\}$

e) $\{x \stackrel{?}{=} f(x)\}$

f) $\{f(x) \stackrel{?}{=} f(y)\}$

g) $\{f(x) \stackrel{?}{=} g(y)\}$

h) $\{h(x, y) \stackrel{?}{=} h(a, b)\}$

i) $\{x \stackrel{?}{=} f(z), y \stackrel{?}{=} f(a), x \stackrel{?}{=} y\}$

j) $\{h(x, f(y)) \stackrel{?}{=} z, z \stackrel{?}{=} h(f(y), v)\}$

a) Wenden Sie den Martelli-Montanari Algorithmus auf die gegebenen Probleme an.

b) Verwenden Sie die Ergebnisse aus dem vorherigen Aufgabenteil um eine begründete Aussage über das (Nicht-)Vorhandensein eines Unifikators zu machen. Gibt es einen Unifikator für ein Problem, so geben Sie ihn explizit an.

(G 2)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{f/1, g/2\}$ und $\Pi = \{p/1\}$. Ferner sei X eine Menge von Variablen und $v, w, x, y, z \in X$. Gegeben sind die folgenden 3 Unifikationsprobleme über Σ und X:

a) $\{g(v, f(v)) \stackrel{?}{=} w, p(w) \stackrel{?}{=} p(x), x \stackrel{?}{=} g(f(y), v)\}$

b) $\{g(v, v) \stackrel{?}{=} w, p(w) \stackrel{?}{=} p(x), x \stackrel{?}{=} f(y)\}$

c) $\{g(v, f(y)) \stackrel{?}{=} w, p(w) \stackrel{?}{=} p(x), x \stackrel{?}{=} g(f(y), z)\}$

a) Wenden Sie den Martelli-Montanari Algorithmus auf die gegebenen Probleme an.

b) Verwenden Sie die Ergebnisse aus dem vorherigen Aufgabenteil um eine begründete Aussage über das (Nicht-)Vorhandensein eines Unifikators zu machen. Gibt es einen Unifikator für ein Problem, so geben Sie ihn explizit an.

(G 3)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{a/0, b/0, f/1, g/2\}$ und $\Pi = \{p/1\}$. Ferner sei X eine Menge von Variablen und $t, v, w, x, y, z \in X$. Gegeben sind die folgenden 3 Unifikationsprobleme über Σ und X:

a) $\{p(g(f(x), f(a))) \stackrel{?}{=} p(g(f(b), f(x)))\}$

b) $\{p(g(x, f(x))) \stackrel{?}{=} p(g(y, y))\}$

c) $\{t \stackrel{?}{=} b, x \stackrel{?}{=} f(t), v \stackrel{?}{=} f(x), f(v) \stackrel{?}{=} y, w \stackrel{?}{=} f(x), f(w) \stackrel{?}{=} z\}$

a) Wenden Sie den Martelli-Montanari Algorithmus auf die gegebenen Probleme an.

b) Verwenden Sie die Ergebnisse aus dem vorherigen Aufgabenteil um eine begründete Aussage über das (Nicht-)Vorhandensein eines Unifikators zu machen. Gibt es einen Unifikator für ein Problem, so geben Sie ihn explizit an.

(G 4)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{a/0, b/0, c/0\}$ und $\Pi = \{p/3, q/3\}$. Ferner sei X eine Menge von Variablen und $x, y, z \in X$. Gegeben sei die folgende Klauselmenge über Σ und X:

$N = \{\{p(b, x, y), \neg q(y, b, z)\}, \{\neg p(x, c, a), q(a, x, z)\}, \{q(x, b, y), q(a, z, y)\}\}$ Verwenden Sie den Resolutionskalkül, um zu begründen, dass N unerfüllbar ist. Geben Sie dabei explizit alle Unifikatoren, Umbenennungen und Faktoren an. Führen Sie keine Vereinfachungen an der gegebenen Klauselmenge durch.

(G 5)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{a/0, b/0, c/0\}$ und $\Pi = \{p/3, q/3\}$. Ferner sei X eine Menge von Variablen und $x, y, z \in X$. Gegeben sei die folgende Formel über Σ und X:

$F = \exists x \exists y \exists z((q(b, z, x)) \vee (\neg q(a, z, x) \wedge \neg q(x, z, y)) \vee (q(x, z, x) \wedge \neg p(b, x, c)) \vee (\neg q(y, z, x) \wedge q(x, z, x) \wedge p(y, a, c))$.

Verwenden Sie den Resolutionskalkül, um zu zeigen, dass F allgemeingültig ist. Geben Sie dabei explizit alle Unifikatoren, Umbenennungen und Faktoren an. Führen Sie keine Vereinfachungen an den gegebenen Formeln durch.

(G 6)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{a/0, b/0, c/0, d/0\}$ und $\Pi = \{p/2, q/2\}$. Ferner sei X eine Menge von Variablen und $x, y \in X$. Gegeben seien die folgenden Formeln über Σ und X: $F = p(d, b) \wedge p(c, a) \wedge (\forall x(\neg p(d, x) \vee q(a, x))) \wedge (\forall x \forall y(\neg p(c, x) \vee \neg p(d, y) \vee \neg p(b, y) \vee \neg q(x, y)))$ und $G = \neg p(b, b)$.

Verwenden Sie den Resolutionskalkül, um zu begründen, dass $F \models G$. Geben Sie dabei explizit alle Unifikatoren, Umbenennungen und Faktoren an. Führen Sie keine Vereinfachungen an der gegebenen Klauselmenge durch.