Babeş–Bolyai Universität Cluj-Napoca
Fakultät für Mathematik und Informatik

10. Übung zur Vorlesung

Differential- und Integralrechnung für Informatiker

(A 41)

Sei $f\colon \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y,z) = \frac{z^2 e^y}{x}$. Man bestimme:

a) alle partiellen Ableitungen erster Ordnung von f,

b) alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung von f,

c) die Vektoren $u := \nabla f(1,0,2)$, $v := \nabla f(2,1,1)$ und deren Skalarprodukt $\langle u, v\rangle$.

(A 42)

Für die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, erklärt als $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^4-y^4}{2(x^4+y^4)}, & (x,y) \neq 0_2 \\ 0, & (x,y) = 0_2 \end{cases}$, untersuche man die partielle Differenzierbarkeit (nach beiden Variablen) in 0_2.

(A 43)

Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq 0_2 \\ 0, & (x,y) = 0_2 \end{cases}$.

a) Man zeige, dass f partiell differenzierbar (nach beiden Variablen) auf $\mathbb{R}^2$ ist, und bestimme beide partiellen Ableitungen erster Ordnung von f.

b) Man zeige, dass f in 0_2 nicht stetig ist (obwohl f in 0_2 partiell differenzierbar ist).

(A 44)

Seien $M := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y > 0\}$ und $f\colon M \to \mathbb{R}$ die durch $f(x,y) = \frac{x^2+y^2}{x+y}$ definierte Funktion.

a) Man bestimme die Vektoren $u := \nabla(1,2)$, $v := \nabla(2,-1)$, deren Skalarprodukt $\langle u, v\rangle$ sowie den euklidischen Abstand zwischen ihnen.

b) Man zeige, dass für alle $(x,y) \in M$ die Gleichheit $x\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + y\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = f(x,y)$ gilt.

(A 45) (Für Schlaufüchse)

Man beweise **S5** in der 10. Vorlesung: Für $S \subseteq \mathbb{R}^n$ gelten $\operatorname{int} S \subseteq S$ und $\operatorname{int} S \subseteq S'$.