

Teorema da Dedução

- Definição
 - $\Gamma, A \vdash B$ se, e somente se, $\Gamma \vdash A \rightarrow B$.

Exemplo

- Usando o Teorema da Dedução, demonstrar que

$$p \rightarrow q, p \rightarrow r \vdash p \rightarrow q \wedge r.$$

- Dica: $p \rightarrow q, p \rightarrow r, p \vdash q \wedge r$.

Exemplo

- Usando o Teorema da Dedução, demonstrar que

$$p \rightarrow q, p \rightarrow r \vdash p \rightarrow q \wedge r.$$

- Dica: $p \rightarrow q, p \rightarrow r, p \vdash q \wedge r$.

1	$p \rightarrow q$	hipótese
2	$p \rightarrow r$	hipótese
3	p	hipótese
4	q	modus ponens 1,3
5	r	modus ponens 2,3
6	$q \rightarrow (r \rightarrow (q \wedge r))$	Instância de (\wedge_1)
7	$r \rightarrow (q \wedge r)$	modus ponens 6,4
8	$q \wedge r$	modus ponens 7,5

Vamos Fazer

- Usando o Teorema da Dedução, vamos deduzir novamente $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B))$
- Dica: $A \rightarrow B, C \rightarrow A, C \vdash B$

Vamos Fazer

- Usando o Teorema da Dedução, vamos deduzir novamente $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B))$

- Dica: $A \rightarrow B, C \rightarrow A, C \vdash B$

1	$A \rightarrow B$	hipótese
2	$C \rightarrow A$	hipótese
3	C	hipótese
4	A	modus ponens 2,3
5	B	modus ponens 1,4



Vamos Fazer

- Prove:

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \vdash p \rightarrow (q \wedge r)$$

Vamos Fazer

- Prove:

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \vdash p \rightarrow (q \wedge r))$$

Dica: $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r), p \vdash (q \wedge r))$

1	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$	hipótese
2	p	hipótese
3	$((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow q)$	$(A \wedge B) \rightarrow A$
4	$((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$	$(A \wedge B) \rightarrow B$
5	$(p \rightarrow q)$	MP 1,3
6	$(p \rightarrow r)$	MP 1,4
7	q	MP 2,5
8	r	MP 2,6
9	$q \rightarrow (r \rightarrow (q \wedge r))$	$A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$
10	$r \rightarrow (q \wedge r)$	MP 7,9
11	$(q \wedge r)$	MP 8,10

Para fazer em casa

Para fazer em casa

1. Sem usar o Teorema da Dedução, apresentar demonstrações para as seguintes formulas:
 1. $C = (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$
 2. $W = (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
2. Repetir o exercício anterior usando o Teorema da Dedução

Créditos

Estes slides foram feitos baseados nos slides da disciplina “Lógica para Computação”, ministrada pelos seguintes professores:

Prof. Celso Antônio Alves Kaestner
kaestner@dainf.ct.utfpr.edu.br

Prof. Adolfo Neto
adolfo@utfpr.edu.br