第八章 狭义相对论

在上世纪初，发生了三次概念上的革命，它们深刻地改变了人们对物理世界的了解，这就是狭义相对论（1905年）、广义相对论（1916年）和量子力学（1925年）。

从相对性到相对论

一、认识的相对性

"横看成岭侧成峰，远近高低各不同"

认识世界的基本观点：

运动的描述与参考系有关，

而物质运动的基本规律与参考系无关。

牛顿力学：

一切惯性系中牛顿定律成立

划分惯性系与非惯性系

"有限度"的相对性

二、从相对性到相对论

相对论的核心问题： 两方面

1）相对性原理——基本物理规律的不变性；

2）建立变换关系——与规律不变相协调。

时空坐标的变换。

对于时空，两种对立观点：

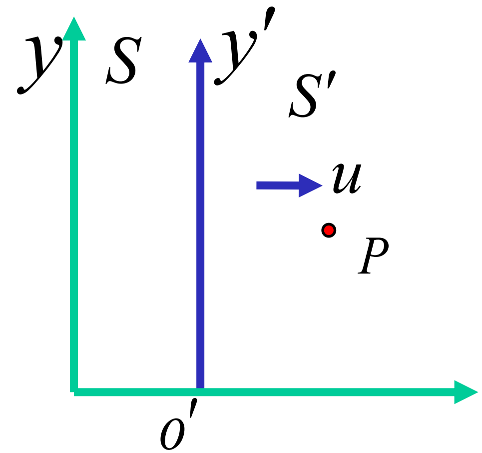
时空是绝对的，与运动（参考系）无关 → 与日常经验吻合

时空是相对的，与运动和物质分布有关！

认识论上：要超越自我，自觉摆脱经验的束缚。

§1 力学相对性原理和伽利略变换

一、伽利略变换



惯性系S、惯性系S′

$t=t'=0$时，原点 O、O'重合

$$\boxed{x'=x-ut,\quad y'=y,\quad z'=z,\quad t'=t}$$

空间和时间相互独立；

长度和时间间隔大小都是绝对的

速度变换与加速度变换

$$\boxed{v'_x = v_x - u, \quad v'_y = v_y, \quad v'_z = v_z}$$

$$a'_x = a_x - \frac{du}{dt}, \quad a'_y = a_y, \quad a'_z = a_z$$

$$u = const.$$

$$\boxed{a'_x = a_x, \quad a'_y = a_y, \quad a'_z = a_z}$$

惯性系

二、力学相对性原理

原理： 牛顿**力学规律**在**一切惯性系**中形式相同，

或 一切惯性系对力学规律平权。

§2 爱因斯坦相对性原理和光速不变

一. 电磁理论引起的困惑

1) 电磁场方程组没有伽利略变换的协变性

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3\times10^8 m/s$$

与光的传播方向、光源的运动无关
与惯性系的选择无关

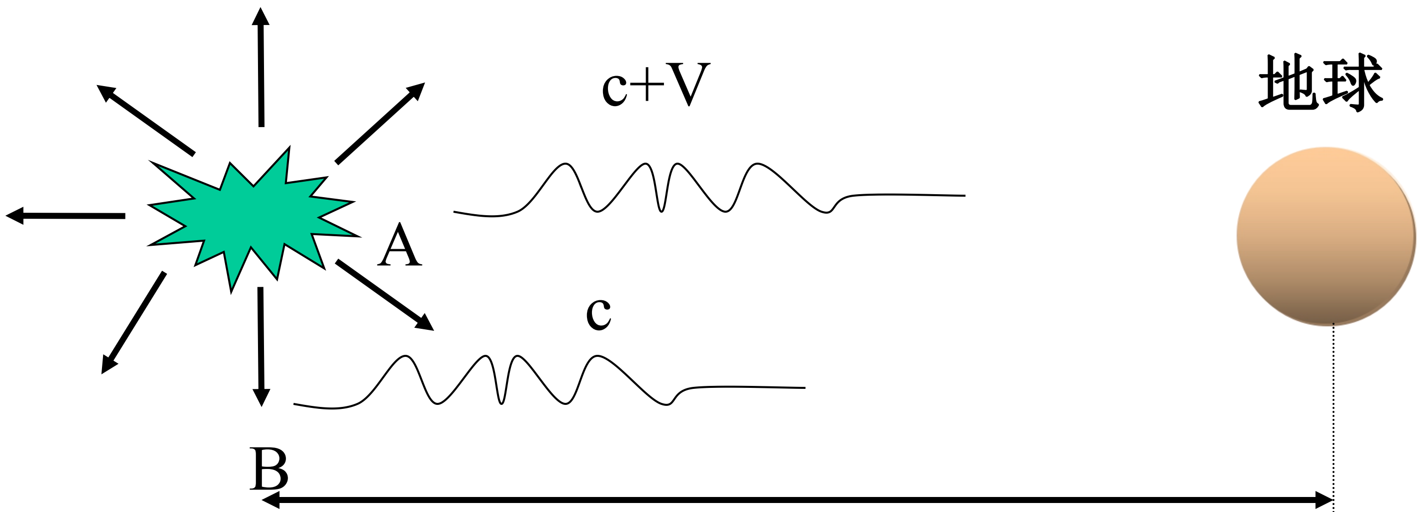
伽利略变换 $S: \quad c$

$S': \quad c \pm u$

问题：此c是在什么参考系中测量？

2) 蟹状星云

九百多年前的一次超新星爆炸后形成的



$$t_A = \frac{l}{c+V} \qquad t_B = \frac{l}{c}$$

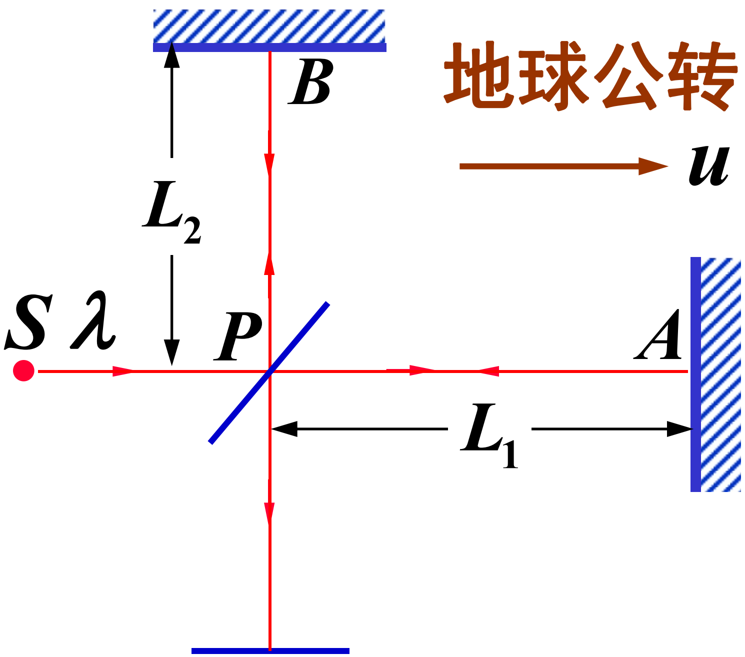
V约1500千米/秒，l 约五千光年 t_A比t_B短25年

史书记载从出现到隐没不到两年

光速与光源运动无关

3) 迈克耳逊–莫雷的0结果

当时认为光在“以太”（ether）中以速度c传播。设“以太”相对太阳静止。



Michelson干涉仪

实验目的：A, B互换，观测干涉条纹是否移动？

实验结果：条纹无移动。以太不存在，光速与参考系无关。

修改电磁学定律，还是修改伽利略变换？

电磁学定律：实验验证是正确的

伽利略变换：适用于低速情况

低速→高速

绝对时空观→相对论时空观

伽利略变换→洛仑兹（Lorentz）变换

二. 爱因斯坦相对性原理与光速不变原理

1905年爱因斯坦在《论动体的电动力学》

1. 一切物理规律对所有惯性系都相同

---相对性原理

2. 在任何惯性系中，光在真空中的光速都相同

---光速不变原理

与此对应的是新的时空观

*Einstein*的相对性理论是*Newton*理论的发展

§3　同时性的相对性和时间延缓

一、同时性的相对性——相对论时空观的精髓

1. 光速不变→同时性的相对性

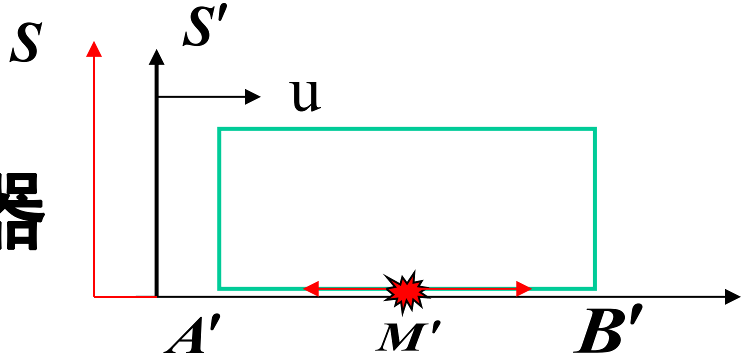
S地面参考系, S′火车参考系

在火车上

A'、B' 分别放置信号接收器

中点M' 放置光信号发生器

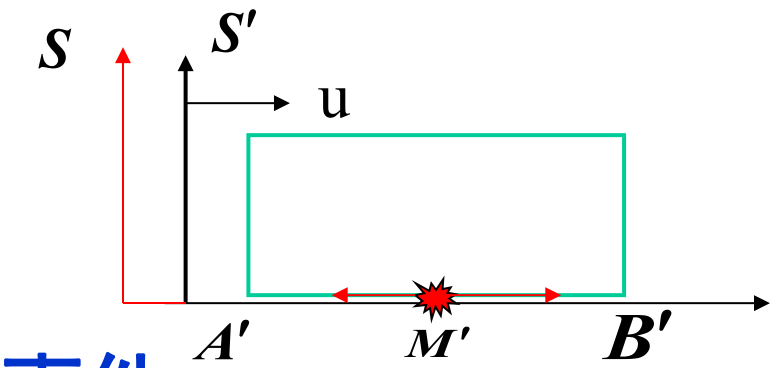
$t = t' = 0$　M' 发一光信号



爱因斯坦火车

事件1　A' 接收到闪光

事件2　B' 接收到闪光



在两个参考系分别测量两事件

$\boxed{S'}$　$\overline{A'M'} = \overline{B'M'}$　A'　B' 同时接收到光信号

事件1、事件2　同时发生

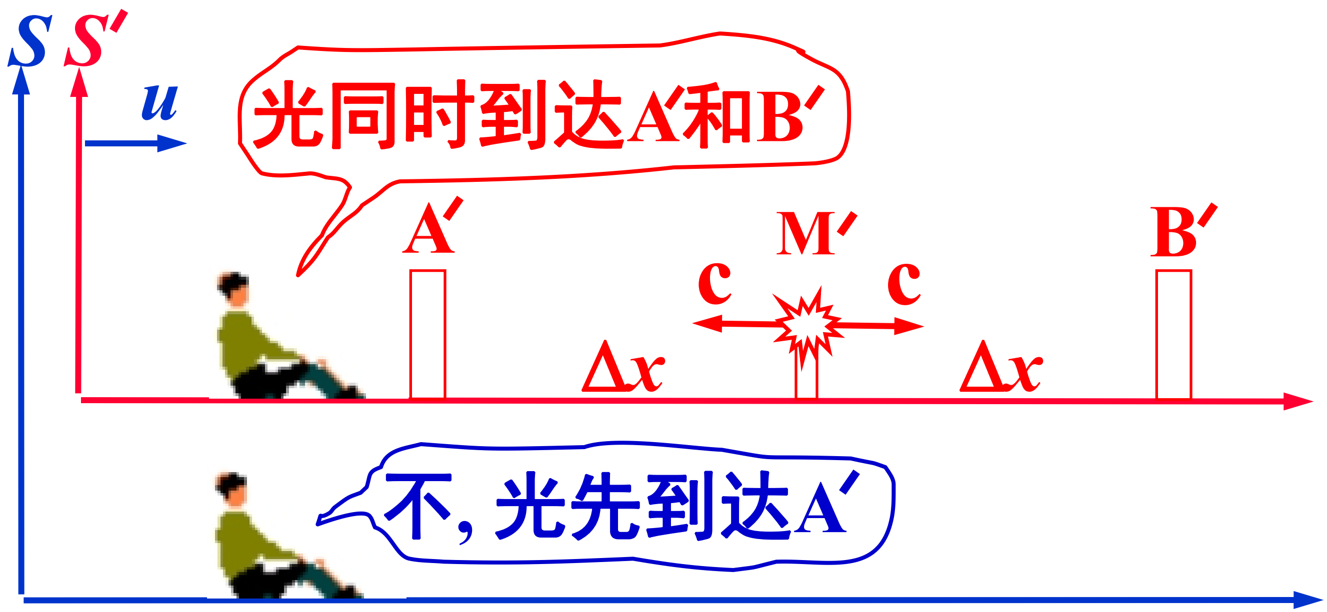
$\boxed{S}$　光一旦发出，与M′不再有任何关系

A', B' 随 S' 运动

A' 迎着光　比 B' 早接收到光

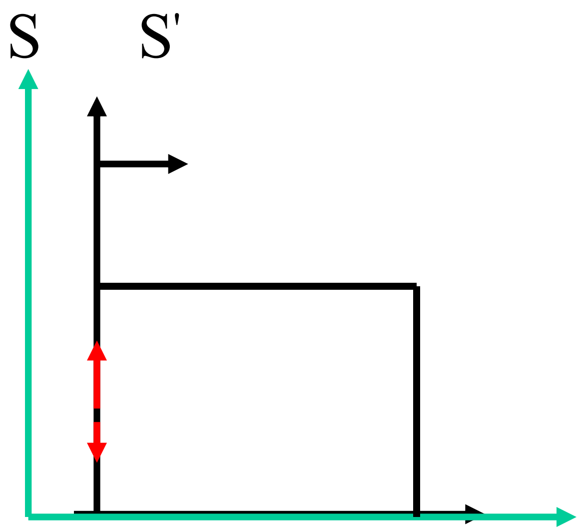
事件1、事件2　不同时发生　事件1先发生

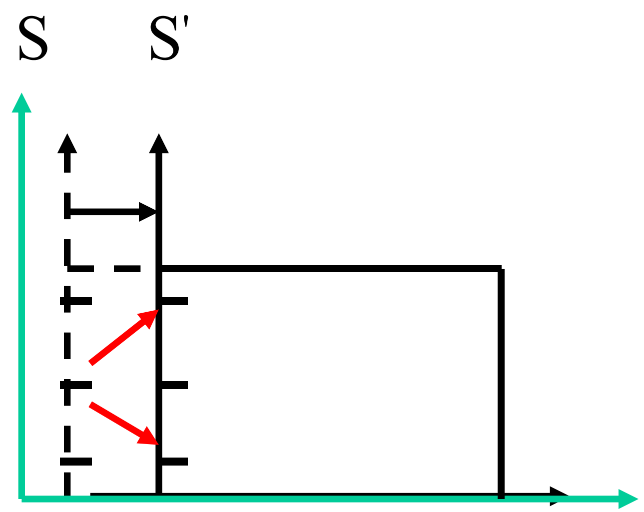
沿两个惯性系相对运动方向发生的两个事件，若在一个惯性系中同时发生，则在另一惯性系中观察，总是在运动后方的事件先发生。



时间的量度是相对的。

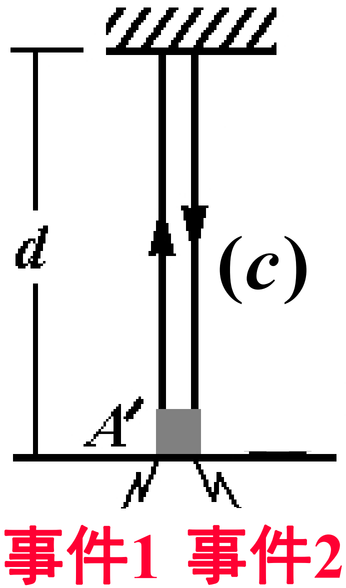
2. 沿垂直于相对运动方向发生的两件事的同时性并不具有相对性



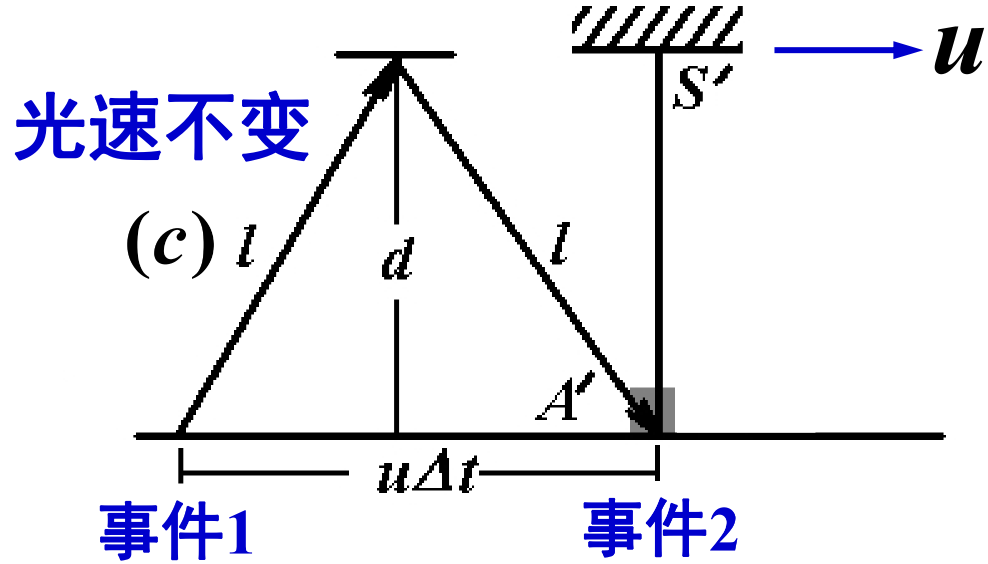


二、时间延缓（时间膨胀）

讨论一个匀速运动的钟和一系列“静止”的同步的钟的比较。



S'系



S系

原时：同地发生的两事件的时间间隔

$$\Delta t' = \frac{2d}{c}$$

测时：异地发生的该两事件的时间间隔

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$$

$$\Delta t' = \frac{2d}{c}, \quad \Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$$

测时

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

原时

测时>原时，原时最短，测时比原时长。

S系中的观察者发现S′系中的事物的时间进程变慢——“时间延缓”

例如，与S系中一系列静止同步钟的“1秒”相比，一个运动钟的“1秒”长，运动钟变慢了。

时间延缓完全是一种相对效应。

时间膨胀效应的来源是光速不变原理，它是时空的一种属性，并不涉及时钟的任何机械原因和原子内部的任何过程。

三、时间延缓的实验验证

1、μ子的寿命

μ子在约10^4m高的大气顶层形成，静止时平均寿命约为2×10^{-6}s，运动速率为 0. 995c.

若无时间膨胀效应，只能走640m就消失了。

在地面上看其寿命膨胀$1/\sqrt{1-0.995^2}\approx10$倍，衰变前可飞行6400m，可到达地面。

2、两组铯原子钟绕地球一周，运动钟变慢在误差范围内相符理论结果。

FIGURE 40-10 A clock taken around the world on an airplane has been used to test time dilation.

运 动 钟 变 慢 ：203±10ns，而理论值为：184 ± 23ns，在误差范围内二者相符。

【例】飞船以 $u=9\times10^3 ms^{-1}$（32400km/h）的速率相对地面飞行。飞船上的钟走了 5 秒，问用地面上的钟测量经过了几秒？

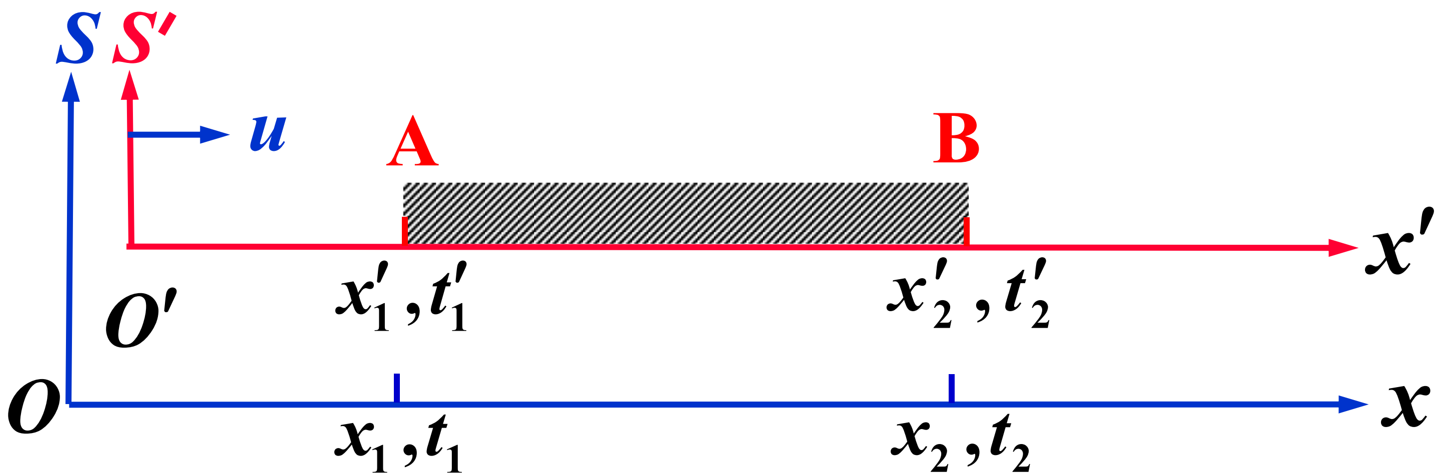
原时 $\Delta t'=5\,\mathrm{s}$　测时=?

$$\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}=\frac{5}{\sqrt{1-\left(9\times10^3/3\times10^8\right)^2}}$$

$$=5.000000002\,s$$

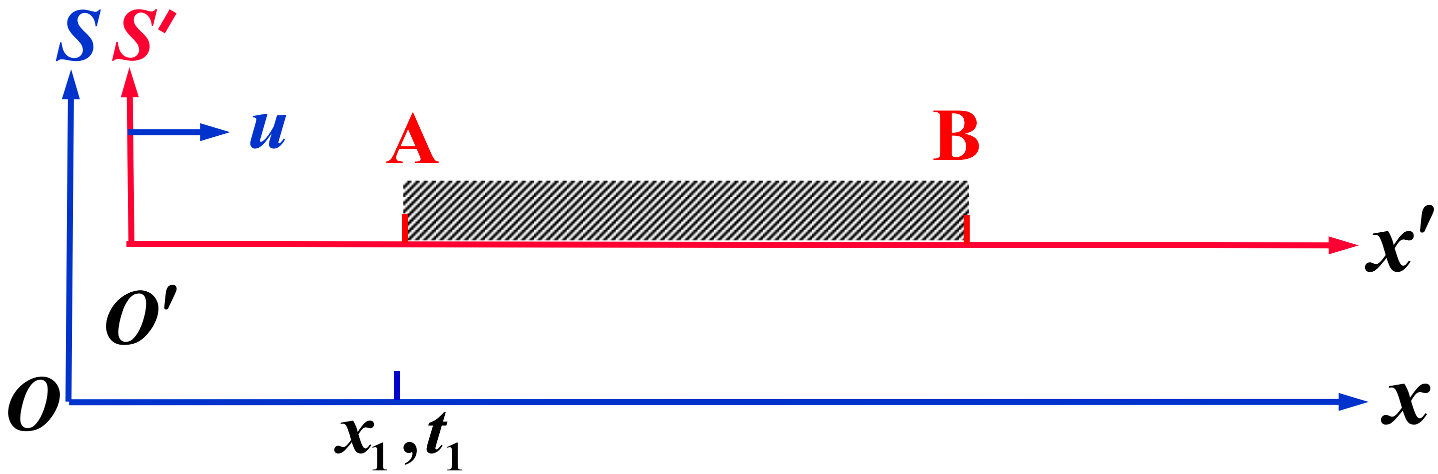
时间延缓效应很难测出。

§4 长度缩短（length contraction）

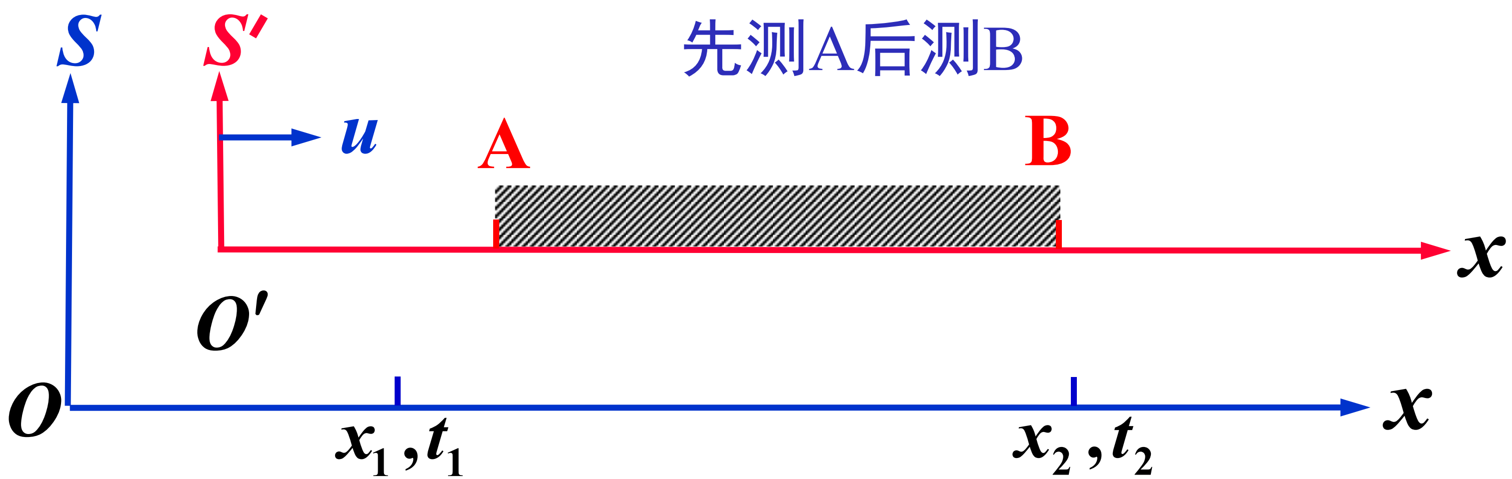


长度的测量和同时性的概念密切相关。在S系中运动杆AB的长度，是同时测量（t_1=t_2）杆的A端和B端的位置x_1和x_2，并由下式给出

$$l = x_2 - x_1$$

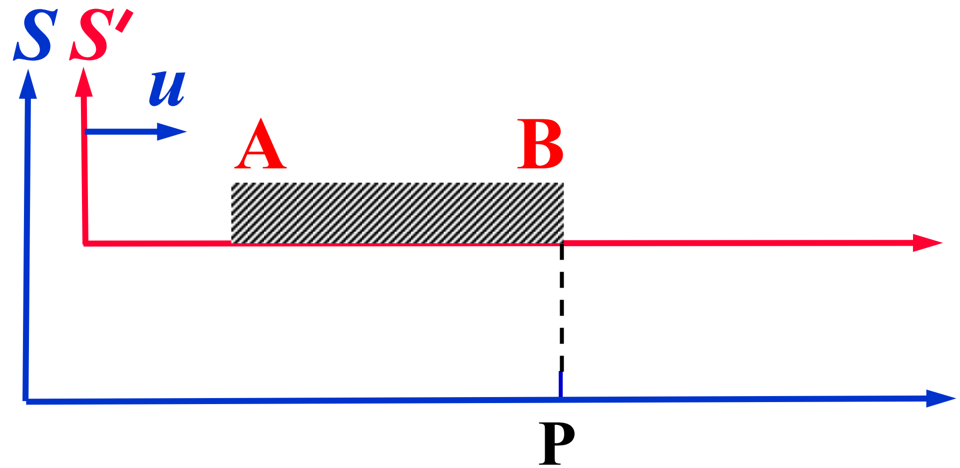


先测A后测B



$$l \neq x_2 - x_1$$

运动尺长度的测量：



S系中P处测杆首尾通过时间差Δt

$$\boxed{l = u\Delta t}$$

S′系中杆首尾处测P通过时间差Δt′

$$\boxed{l' = u\Delta t'}$$

Δt为原时 $\Delta t' = \Delta t / \sqrt{1 - u^2 / c^2}$

$$\boxed{l' = \frac{l}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}}$$

l' 为静长

（原长，本征长度）

$$l' = \frac{l}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

原长最长，测长比原长短——“长度收缩”

运动尺的缩短是相对论的效应，并不是运动尺的结构发生了改变。与尺一起运动的观测者感受不到尺的变短。

垂直于运动方向的长度测量与参考系无关

当一个圆球体以接近于光速的速度从观察者面前飞过时， 视觉形象或拍下来的照片上的图象是什么样子?

真空中的光速c是实际物体速度的极限。

$$\Delta l = \Delta l' \sqrt{1 - u^2 / c^2}$$

若$u \geq c$，则测长为零或虚数，不合理。

【例】长度为5 m的飞船，相对地面的速度为$9 \times 10^3 \mathrm{ms}^{-1}$，在地面测量飞船长度（测长）为

$$\Delta l = 5 \times \sqrt{1 - \left(9 \times 10^3 / 3 \times 10^8\right)^2}\ \mathrm{m}$$

$$= 4.999999998\ \mathrm{m}$$

长度收缩效应也很难测出。

例：π^+介子静止时的平均寿命约$\tau = 2.5\times10^{-8}$秒，衰变为μ子和中微子；以速度$u=0.99c$运动的π^+介子，衰变前运动距离平均约为$l=52\,\mathrm{m}$．解释之

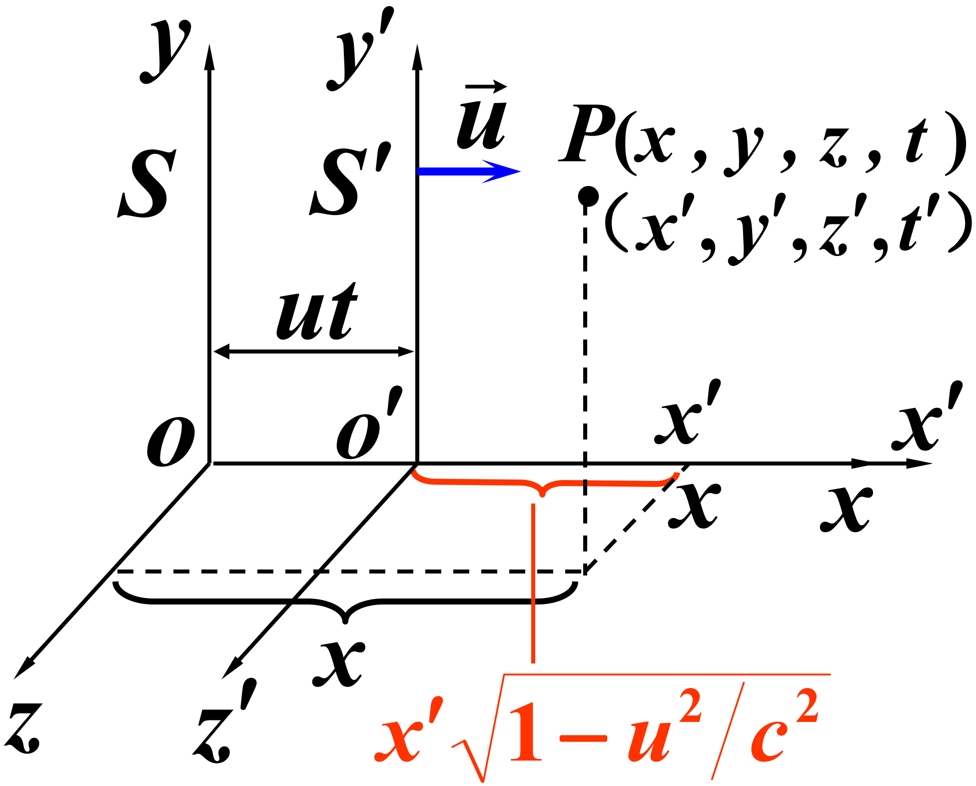
（$u\tau = 7.4\,\mathrm{m} \ll l$.）

解释：l为地面测量值 $\Delta t = \gamma\tau$，　$\gamma = 7.09$

$l = u\,\Delta t = \gamma u\tau = 52.6\ \mathrm{m} \approx$ 观测值

§5 洛仑兹变换

要寻找适合光速不变原理的新的时空变换关系



设 S，S' 皆为惯性系

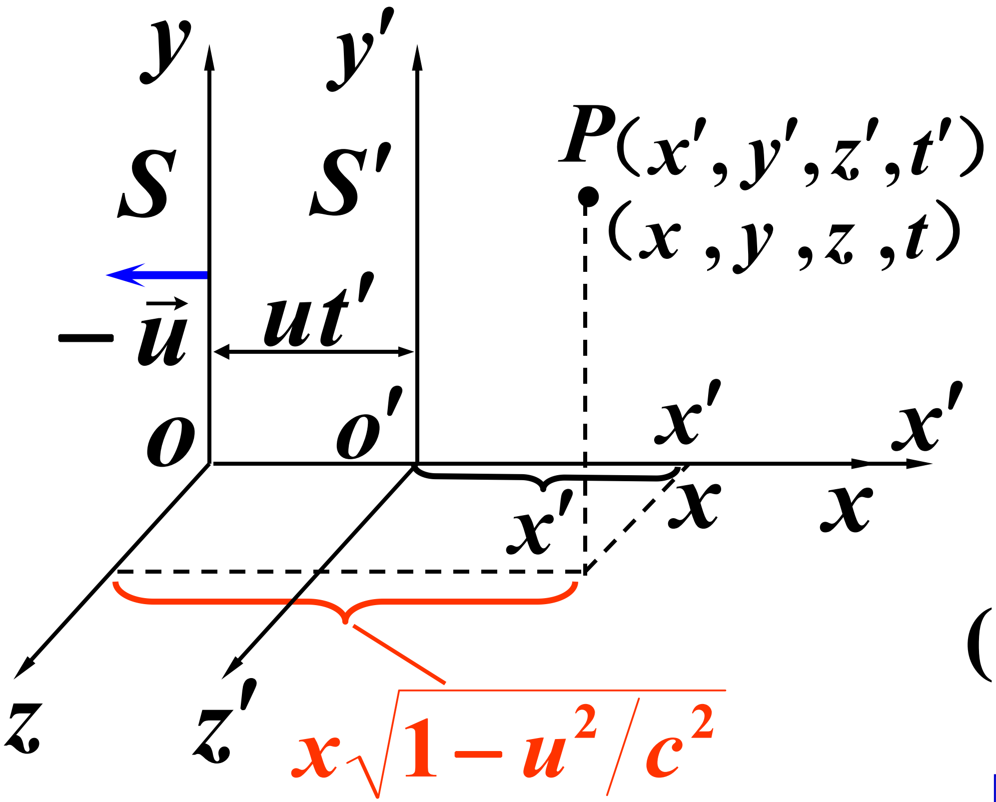
$x' // x$，$y' // y$，$z' // z$，

$u = \text{const}.$

且 O' 与 O 重合时

$t = 0$，$t' = 0$。

S 系中测量：
$$x = ut + x'\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \qquad (1)$$



S'系中测量：

$$x' = x\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} - ut' \quad (2)$$

(1)、(2)联立，得：

$$\boxed{x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}}\ ,\qquad \boxed{t' = \frac{t-\frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}}\ 。$$

垂直运动方向上长度测量与参考系无关，

于是有：

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

令 $\beta = \dfrac{u}{c}$，$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$，则有：

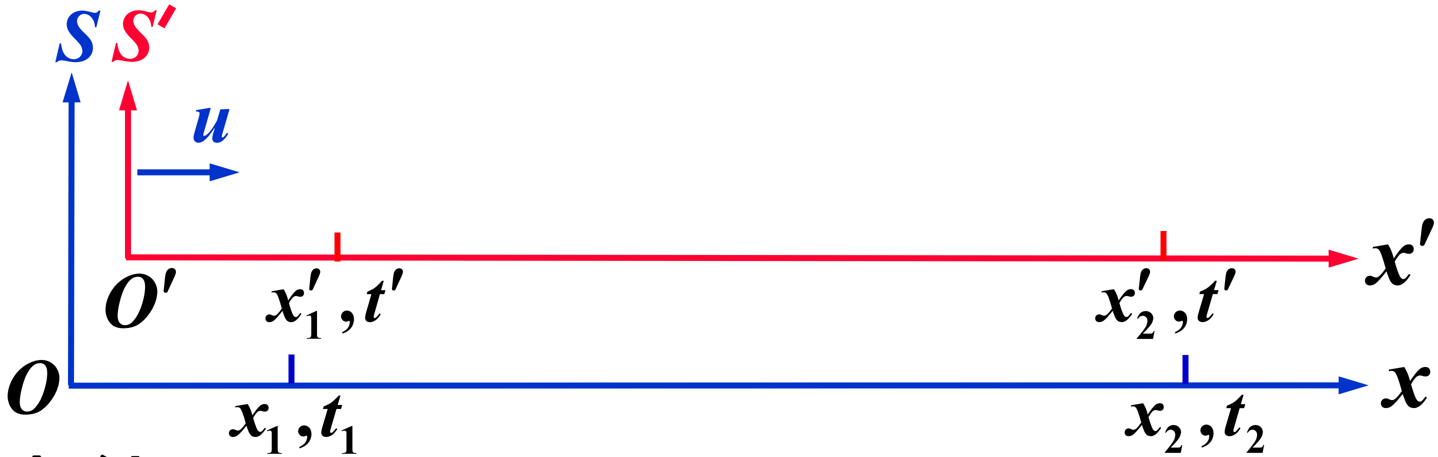
正变换

$$
\begin{aligned}
x' &= \gamma(x - ut) \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)
\end{aligned}
$$

逆变换

$$
\begin{aligned}
x &= \gamma(x' + ut') \\
y &= y' \\
z &= z' \\
t &= \gamma\left(t' + \frac{\beta}{c}x'\right)
\end{aligned}
$$

例　用洛仑兹变换理解同时性的相对性



两事件P_1、P_2

$$S':\ P_1(x'_1,\ t'),\ P_2(x'_2,\ t')$$

$$S:\ P_1(x_1,\ t_1),\ P_2(x_2,\ t_2)$$

$$t_1=\gamma\left(t'+\frac{u}{c^2}x'_1\right),\ t_2=\gamma\left(t'+\frac{u}{c^2}x'_2\right)$$

$$t_1-t_2=-\gamma\frac{u}{c^2}\left(x'_2-x'_1\right)<0$$

例 S' 系相对S系以$u = 0.6c$运动。有两个事件，在S系中测量：$x_1=0$，$t_1=0$；$x_2=3000\text{m}$，$t_2=4\times 10^{-6}\text{s}$

求：S' 系中测量的相应时空坐标

解：$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = 1.25$ 代入洛仑兹变换式，得

$$x_1' = \gamma(x_1 - ut_1) = 0$$

$$t_1' = \gamma(t_1 - ux_1/c^2) = 0$$

$$x_2' = \gamma(x_2 - ut_2) = 2.85\times 10^3\, m$$

$$t_2' = \gamma(t_2 - ux_2/c^2) = -2.5\times 10^{-6}\, s$$

例 用洛仑兹变换理解因果性的绝对性

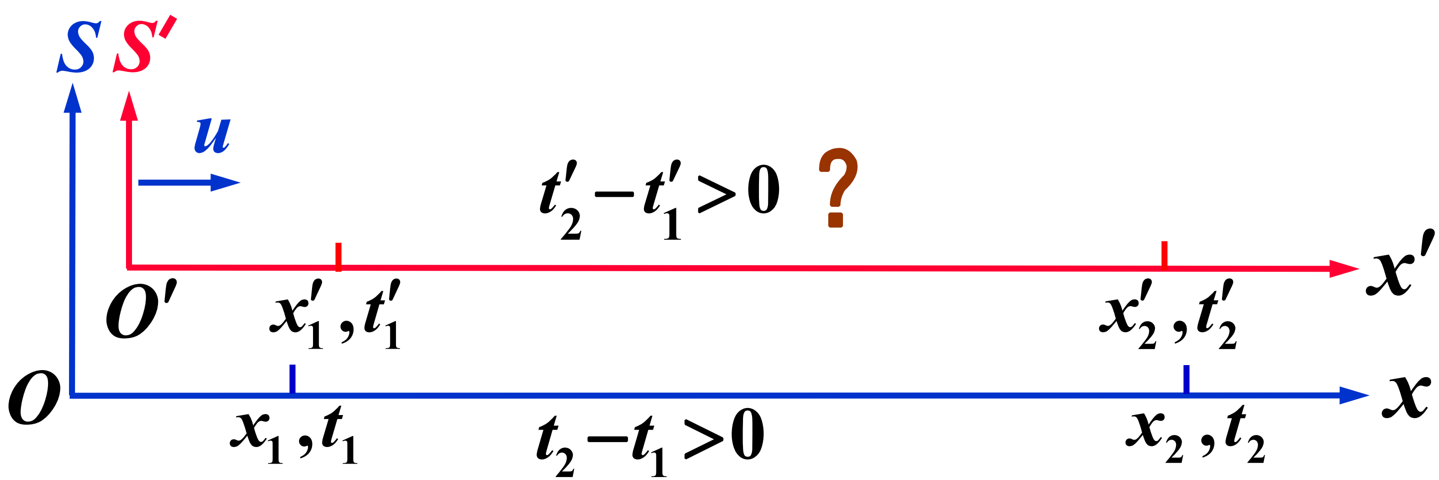
时空测量的相对性是否会改变因果律呢？

两事件不同时，在时间上有先后顺序，简称时序

设两事件P_1、P_2在S和S'系中的时空坐标为

$$S: \quad P_1(x_1, \quad t_1), P_2(x_2, \quad t_2)$$

$$S': \quad P_1(x_1', \quad t_1'), P_2(x_2', \quad t_2')$$



由洛仑兹变换有：

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \gamma\left[(t_2 - \frac{u}{c^2}x_2) - (t_1 - \frac{u}{c^2}x_1)\right]$$

$$= \gamma(t_2 - t_1)\left[1 - \frac{u}{c^2}\cdot\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\right]$$

$$= \gamma\,\Delta\,t(1 - \frac{u}{c^2}\cdot \boldsymbol{v}_s)\ ,$$

$$\boldsymbol{v}_s = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

若两事件有因果关系

v_s代表其间物理过程进行速度或信号运动速度

则 $v_s \le c$ ， 又 $u < c$ ，

$$\therefore \quad 1 - \frac{u}{c^2} v_s > 0 \longrightarrow \Delta t' \text{ 和 } \Delta t \text{ 同号。}$$

有因果（有信息联系, $v_s \leqslant c$）的两个事件发生的先后次序（因果性）是绝对的，在任何惯性系中都不应颠倒。

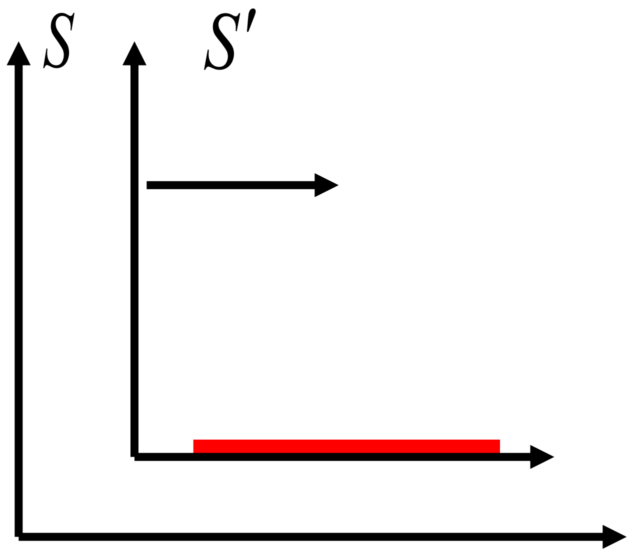
若P_1、P_2为相互独立事件，　则可能 $v_s > c$，

无因果（无信息联系,v_s可取任意值）的两个事件发生的先后次序在不同惯性系可能颠倒。

例 用洛仑兹变换理解运动长度缩短

事件1：测棒的左端 S: x_1, t_1 S': x_1', t_1'

事件2：测棒的右端 S: x_2, t_2 S': x_2', t_2'



$$l = x_2 - x_1$$

$$\Delta t = 0$$

$$l_0 = x_2' - x_1'$$

静长

由洛仑兹变换

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

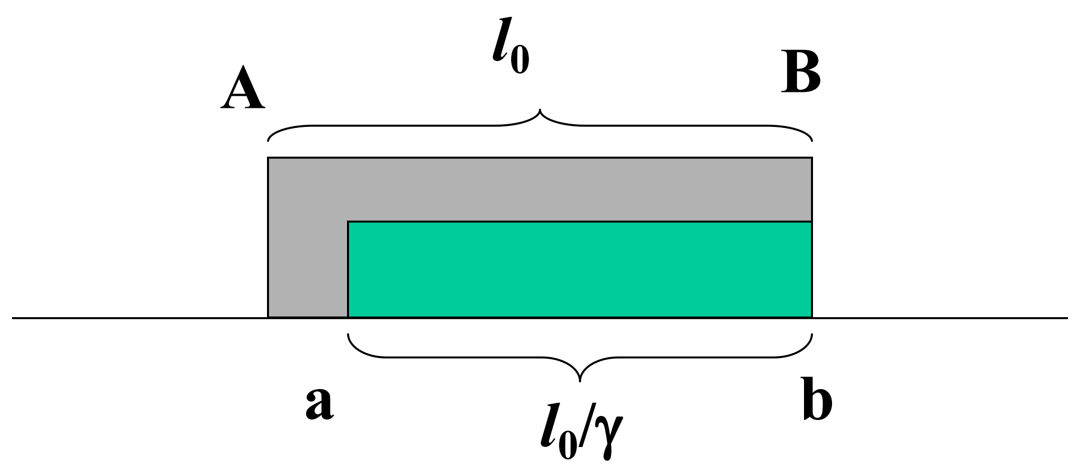
【例】火车以速度u通过隧道，火车和隧道静止长度均为l_0，从地面看，火车前部到达隧道末端的同时，有一闪电击中隧道的另一端，试问此雷击是否能在火车的尾部留下痕迹？（分别在地面和火车参照系分析）

解1：事件1 b与B相遇 ， 事件2 A处遭雷击

地面：　两事件同时发生

火车长度缩短

$$\boxed{l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$



火车上无痕迹

火车：两事件不同时

$$l' = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

事件1先发生，

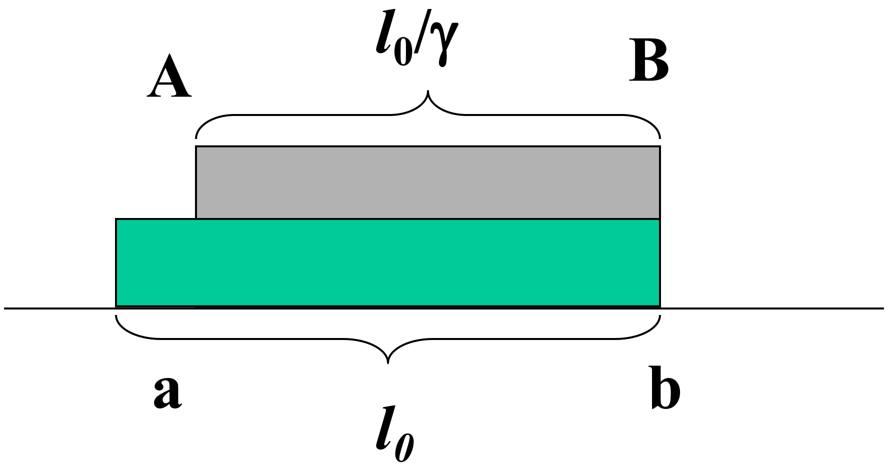
事件2后发生

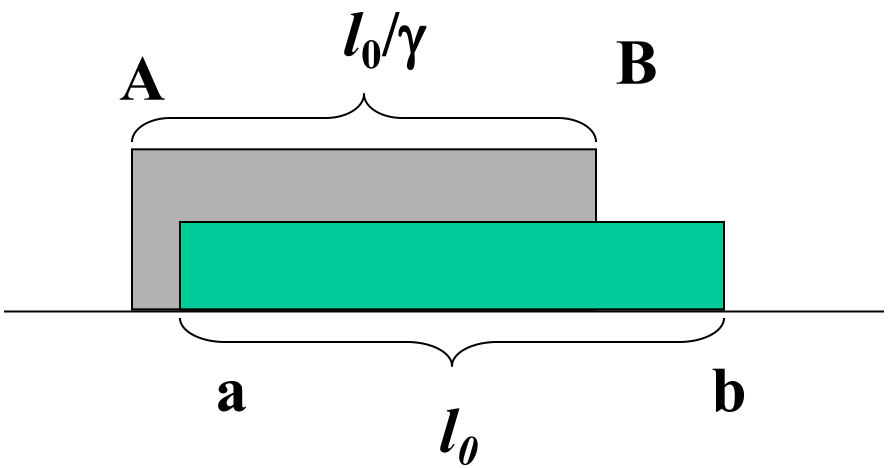
火车的左端进入了隧道

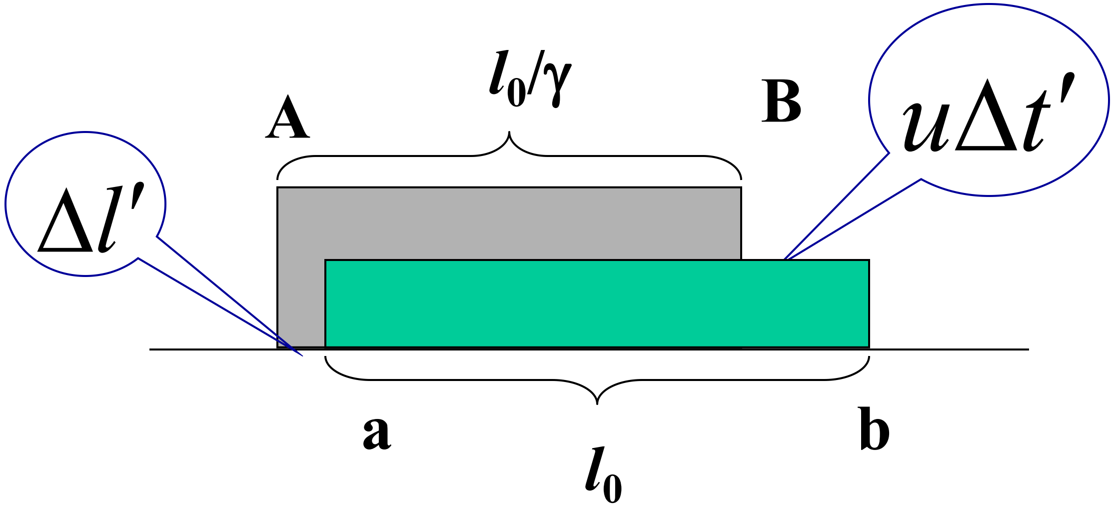
$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right)$$

$$= -\frac{u}{c^2}\gamma\Delta x$$

隧道长度缩短







$$\Delta l' + l_0 = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} + u\Delta t'$$

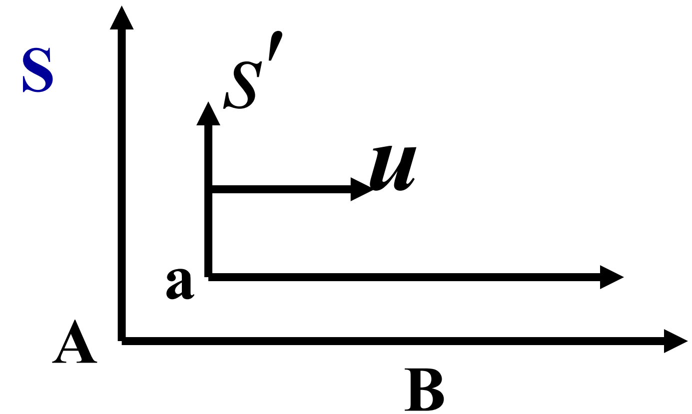
$$\Delta l' = l_0\sqrt{1-u^2/c^2} + u\frac{l_0 u/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - l_0$$

$$= \frac{l_0(1-\sqrt{1-u^2/c^2})}{\sqrt{1-u^2/c^2}} > 0$$

解2：事件1　b与B相遇，事件2 A处遭雷击

地面S：　$t_1 = t_2$

$$x_1 = l_0, \qquad x_2 = 0$$



火车S'：　$x_1' = l_0$

$$x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - x_1) - u(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} = \frac{(-l_0)}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}$$

$$x_2' = l_0 - \frac{l_0}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} < 0$$

A处遭雷击发生在a的后面

说明

1. $u << c$时，洛仑兹变换过渡到伽里略变换。

洛仑兹变换　　　　伽利略变换

相对论时空　　　　绝对时空

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{cases} \xrightarrow{u << c} \begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

2. c 为一切可作为参考系的物体的极限速率，

$u > c$ 变换无意义

3：*原时

一定涉及到一只钟指示的时间间隔；

或说，在使用洛仑兹变换时必须存在的条件：

$$\Delta x = 0$$

$$(\Delta x' = 0)$$

*静长（原长）

一定涉及到两个同时发生的事件的空间距离 ；

或说，在使用洛仑兹变换时必须存在的条件是：

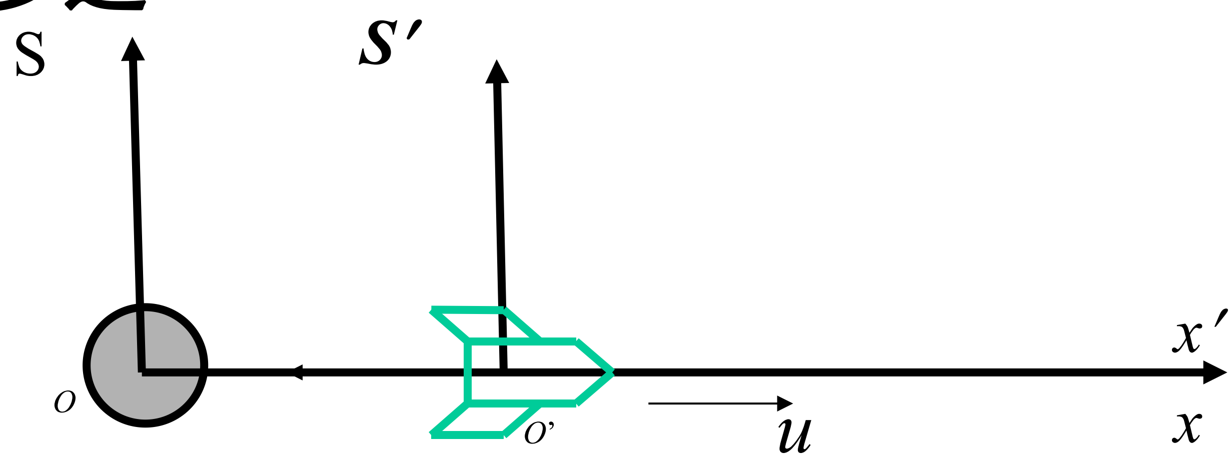
$$\Delta t = 0$$

$$(\Delta t' = 0)$$

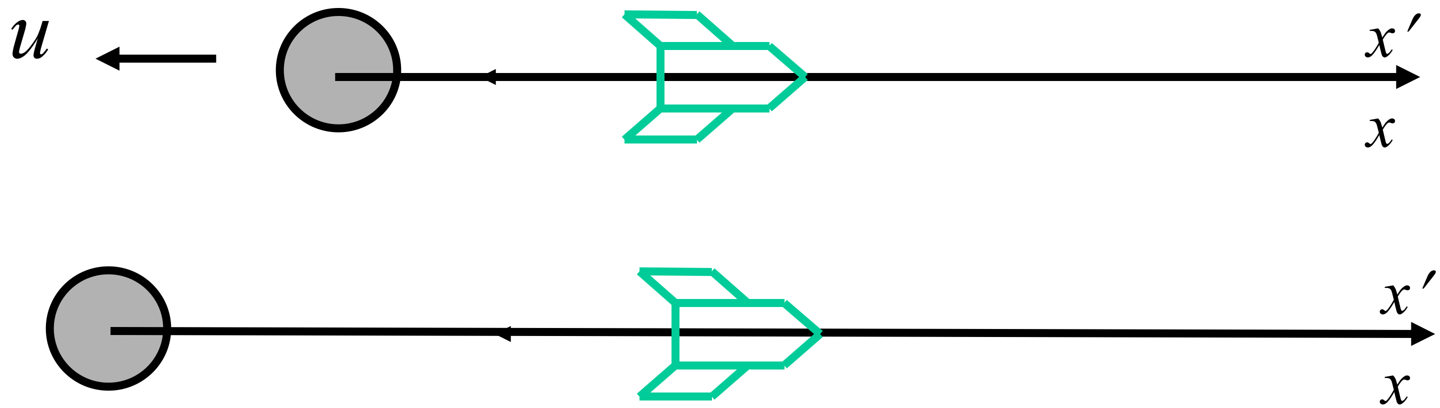
例：飞船正以4c/5飞离地球. 宇航员发射一电信号时，经地球反射，60S后宇航员才收到返回信号

（1）在地球发射信号的时刻，从飞船上测得的地球离飞船多远

（2）当飞船接收到反射信号时，地球上测得飞船离地球多远



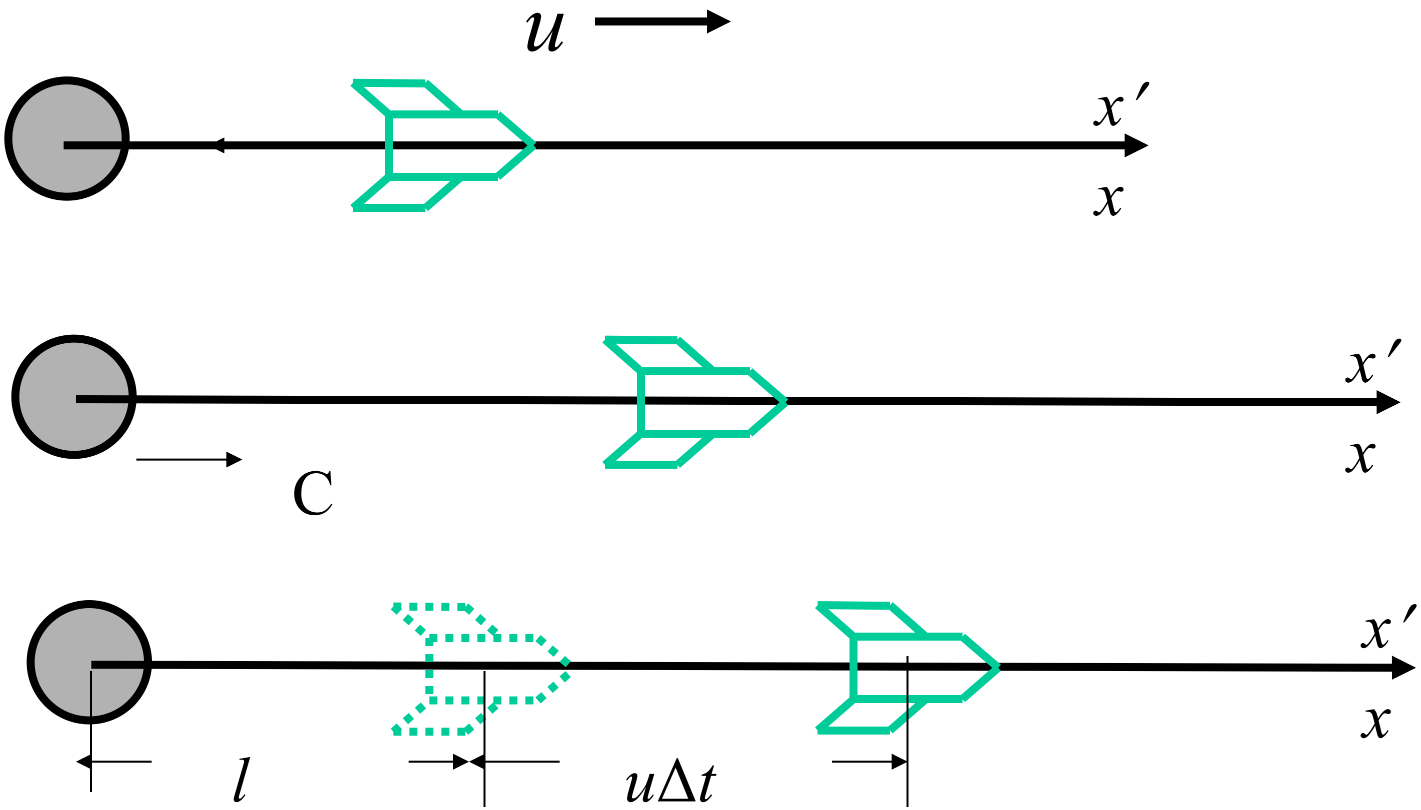
解. （1）飞船上测量



信号到达地球又返回，来回所用时间相等

地球离飞船 $L_1 = c \times 30 = 9 \times 10^9 m$

（2）地球上测量



飞船上看是原时 $\Delta t' = 60s$

地球上测量 $\Delta t = \Delta t' / \sqrt{1 - u^2 / c^2} = 100s$

宇航员发射信号时，地球上测量飞船与地球的距离是原长。

飞船上测量 $l' = c \times 30 - \frac{4}{5} c \times 30 = 6c$

地球上测量 $l = l' / \sqrt{1 - u^2 / c^2} = 10c$

当飞船接收到反射信号时，地球上测得飞船离地球

$$L = l + u\Delta t = 10c + \frac{4}{5} c \times 100 = 90c = 2.7 \times 10^{10} m$$

事件一：宇航员发射信号 (x_1,t_1)， (x_1',t_1')

事件二：地球反射信号 (x_2,t_2)， (x_2',t_2')

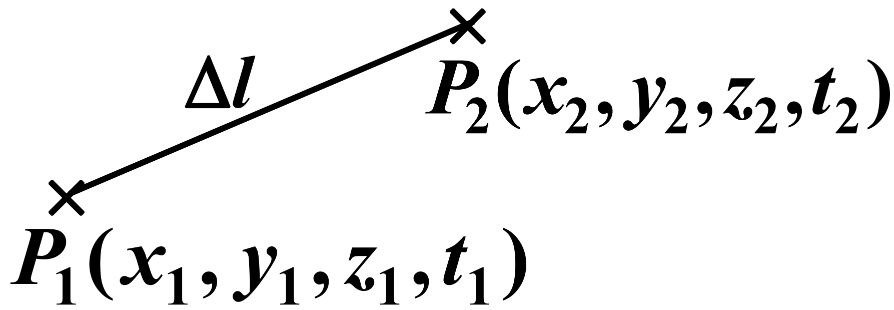
$$\Delta x_{12}=\frac{\Delta x_{12}'+u\Delta t_{12}'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}=\frac{30c+\frac{4c}{5}\times(-30)}{\sqrt{1-(\frac{4}{5})^2}}=10c$$

$$L=\Delta x_{12}+u\Delta t=10c+\frac{4}{5}c\times 100=90c=2.7\times 10^{10}m$$

*4. 由洛仑兹变换可以证明：

时空间隔ΔS为洛仑兹变换下的不变量。

时间和空间紧密相连，
两者构成统一的**四维**
时空（闵可夫斯基空间）



$$\Delta S = \sqrt{(c\Delta t)^2 - (\Delta l)^2}$$

$$\overset{（洛）}{=} \sqrt{(c\Delta t')^2 - (\Delta l')^2} = \Delta S'$$

空间间隔 $$\Delta l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

$$\Delta l' = \sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2}$$

▲用光信号联系的两个事件$\Delta S = 0$ $(\because \Delta l = c\Delta t)$

§6 相对论速度变换

Relativistic velocity transformation

速度的定义:同一参考系中坐标对时间的变化率

$$v_x = dx/dt \qquad v'_x = dx'/dt'$$

由洛仑兹坐标变换 ⟹

$$\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} = \frac{v_x - u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad \frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t} = \frac{1-\frac{u}{c^2}v_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

上面两式之比

$$\boxed{v'_x = \frac{v_x - u}{1-\frac{u}{c^2}v_x}}$$

由洛仑兹变换知

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt'} = \frac{dy/dt}{dt'/dt}$$

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1 - \frac{u}{c^2} v_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

由上两式得

$$v'_y = \frac{v_y}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

同样得

$$v'_z = \frac{v_z}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

洛仑兹速度变换式

正变换

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} v_x}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

逆变换

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x}$$

$$v_y = \frac{v'_y}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v_z = \frac{v'_z}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

讨论：

1. 满足“对应原理”

$$\boxed{v_x' = \frac{v_x - u}{1 - \dfrac{u v_x}{c^2}}}$$

若 $u << c$，

由洛仑兹速度变换

$\Rightarrow$

伽利略速度变换：　$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$

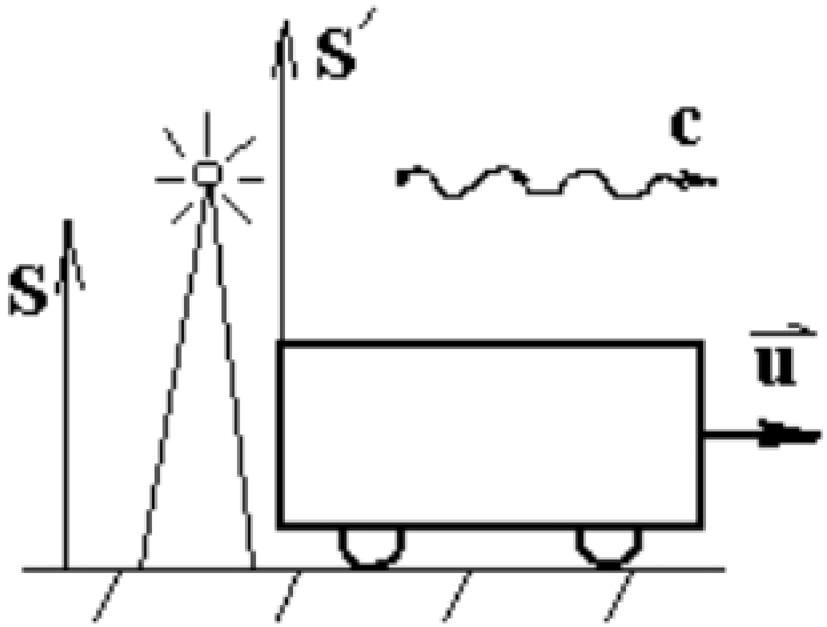
2. 在各惯性系中真空中的光速都是 C

例1. 在S系中一束光 沿 x方向传播, 速率为 v_x=c，在S' 系中，此束光的速率多大？

解

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \dfrac{u v_x}{c^2}} = \frac{c - u}{1 - \dfrac{u c}{c^2}}$$

$$= \frac{(c-u)c^2}{c(c-u)} = c$$



（与 u无关！）

例2. 在 S' 系中一束光沿 y' 方向传播，速率为 c，在 S 系中，此束光的速率多大？

解　由洛仑兹速度逆变换公式

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \dfrac{v'_x u}{c^2}} = \frac{0 + u}{1 + 0} = u,$$

$$v_y = \frac{v'_y}{\gamma\left(1 + \dfrac{u v'_x}{c^2}\right)} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\, c$$

$$v_x = u$$

$$v_y = \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\,c$$

$$v_z = \frac{v'_z}{\gamma\left(1+\frac{uv'_x}{c^2}\right)} = 0,$$

在 S'系中一束光沿 y' 方向传播，速率为 c，

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$= u^2 + \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)c^2 = c^2$$

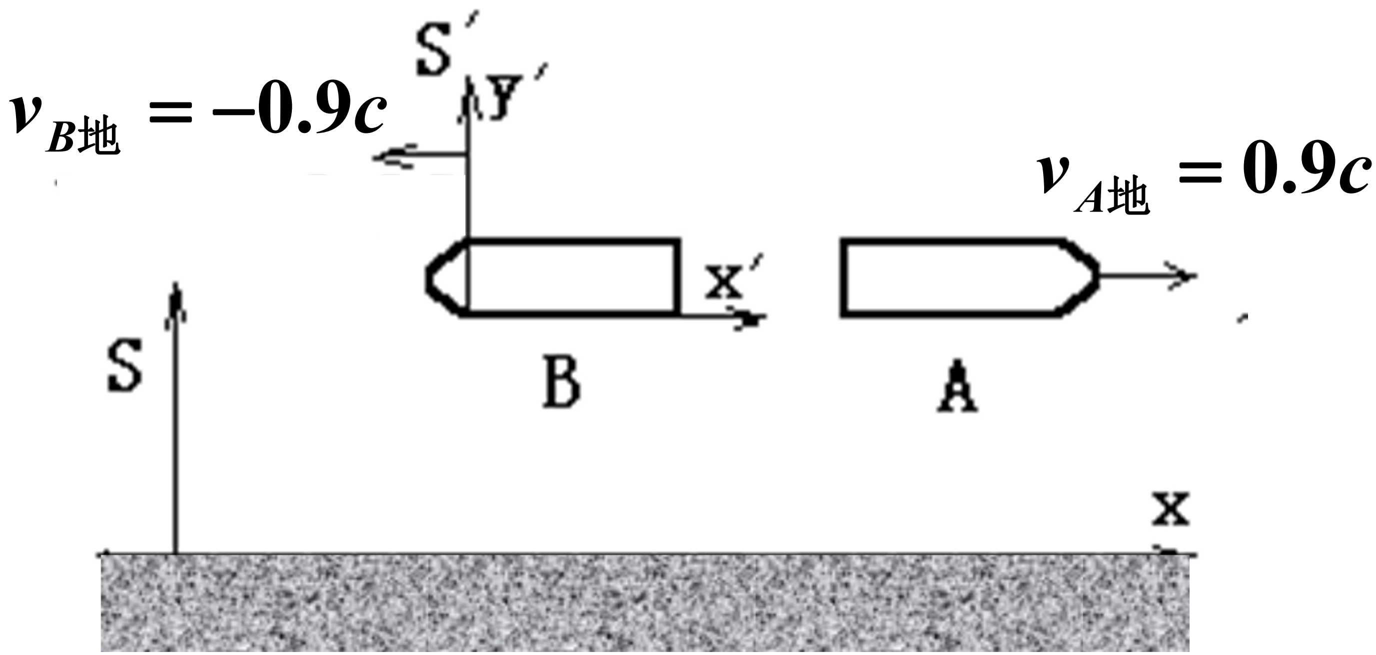
光的速度方向发生了改变，但光的速率不变。

3. 两个物体之间的相对速度不可能超过光速。

例. 已知:在地面上测得, 两飞船的速度

$v_{A地} = 0.9c \qquad v_{B地} = -0.9c$

求: A飞船相对于B飞船的速度。



【解】有人说：A飞船相对与B飞船的速度为 1.8 c，对不对？

在地面上建立参考系 S,

在飞船 B上建立参考系 S'，

参考系S中：飞船 A的速度 $v_{A地} = 0.9c = v_x$

参考系S' 的速度 $u = -0.9c$

参考系S' 中：飞船 A的速度

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u v_x}{c^2}} = \frac{0.9c - (-0.9c)}{1 - \frac{(-0.9c)}{c^2}(0.9c)} = 0.994c$$

A飞船相对于 B飞船的速度并没有超过光速。

注意：从地面测量，二者相互离开的速度还是 1.8c。

- 在同一个惯性系中，速度的合成法则由速度的矢量性来决定，这与速度的高低毫无关系。
- 不可将速度的合成与速度的变换相混淆。

讨论4. 由洛仑兹速度变换，进一步可得到加速度变换。

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} \qquad (x、y、z)$$

$$a'_x = \frac{\mathrm{d}v'_x}{\mathrm{d}t'} \qquad (x'、y'、z')$$

结果是：$\vec{a}' \neq \vec{a}$ （略）

加速度在伽里略变换中是不变量；在洛仑兹变换中不是不变量。