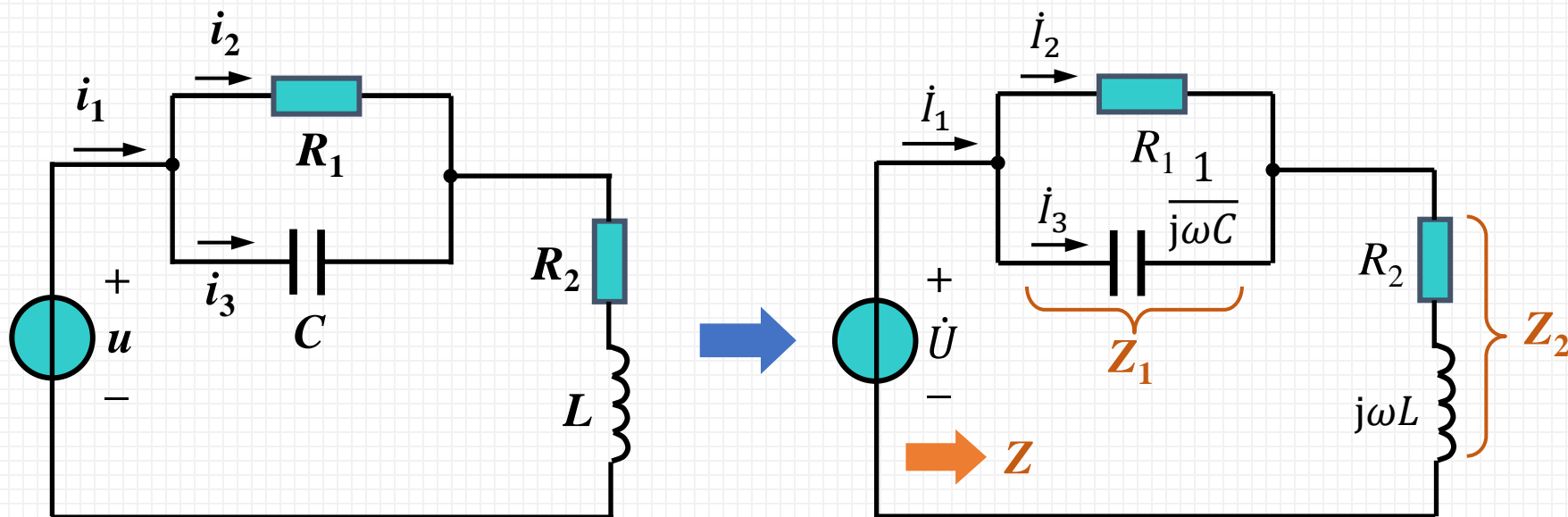


**例2 已知：**  $R_1 = 1000\Omega$  ,  $R_2 = 10\Omega$  ,  $L = 500\text{mH}$  ,  $C = 10\mu\text{F}$  ,  
 $U = 100\text{V}$  ,  $\omega = 314\text{rad/s}$  , **求各支路电流。**

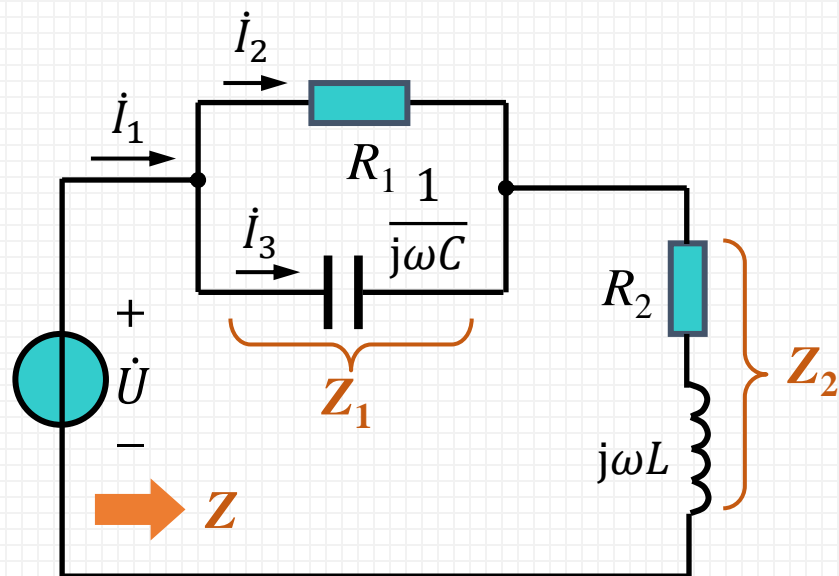


**解：** 先画出电路的相量模型，再列写方程求解

$$Z_1 = \frac{R_1(-j\frac{1}{\omega C})}{R_1 - j\frac{1}{\omega C}} = (92.20 - j289.3) \Omega$$

$$Z_2 = R_2 + j\omega L = (10 + j157) \Omega ;$$

$$Z = Z_1 + Z_2 = (102.2 - j132.3) \Omega$$



$$Z = (102.2 - j132.3) \Omega$$

设  $\dot{U} = 100 \angle 0^\circ \text{V}$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z} = 0.598 \angle 52.3^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{-j \frac{1}{\omega C}}{R_1 - j \frac{1}{\omega C}} \dot{I}_1 = 0.182 \angle -20.0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{R_1}{R_1 - j \frac{1}{\omega C}} \dot{I}_1 = 0.570 \angle 70.0^\circ \text{ A}$$

各支路电流的时域表达式为：

$$i_1 = 0.598\sqrt{2} \sin(314t + 52.3^\circ) \text{ A}$$

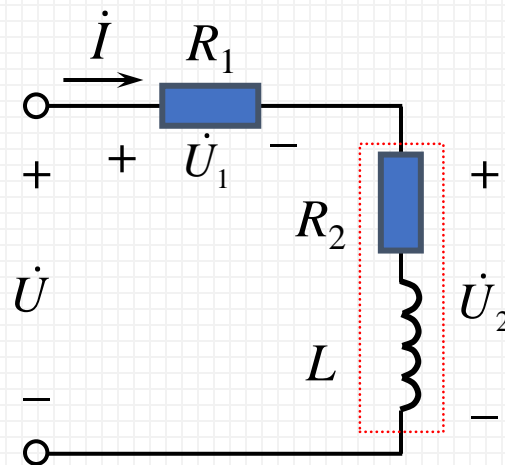
$$i_2 = 0.182\sqrt{2} \sin(314t - 20^\circ) \text{ A}$$

$$i_3 = 0.57\sqrt{2} \sin(314t + 70^\circ) \text{ A}$$

## (2) 相量图的应用

**例3** 已知：  $U=115\text{V}$  ,  $U_1=55.4\text{V}$  ,  $U_2=80\text{V}$  ,  
 $R_1=32\ \Omega$  ,  $f=50\text{Hz}$ 。

求： 电感线圈的电阻 $R_2$ 和电感 $L$ 。



**解法一： 列有效值方程求解**

$$I = U_1/R_1 = 55.4/32$$

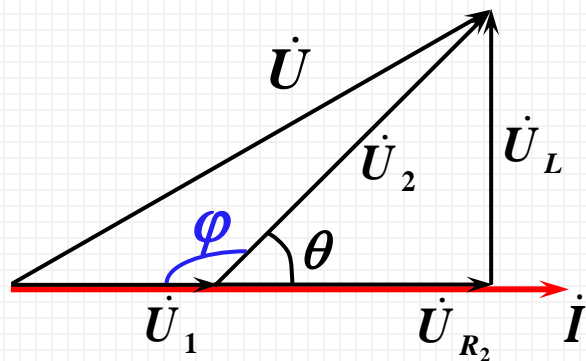
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2}} = I \\ \frac{U_2}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L)^2}} = I \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{115}{\sqrt{(32 + R_2)^2 + (314L)^2}} = \frac{55.4}{32} \\ \frac{80}{\sqrt{R_2^2 + (314L)^2}} = \frac{55.4}{32} \end{array} \right.$$

$$R_2 = 19.6\Omega$$

$$L = 0.133\text{H}$$

已知  $U=115\text{V}$ ,  $U_1=55.4\text{V}$ ,  $U_2=80\text{V}$

**解法二：画相量图求解**



$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = \dot{U}_1 + \dot{U}_{R2} + \dot{U}_L$$

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2 \cos \phi$$

代入 3 个已知的电压有效值：

$$\cos \phi = -0.4237 \quad \therefore \phi = 115.1^\circ$$

$$\theta = 180^\circ - \phi = 64.9^\circ$$

**电压三角形**

$$U_L = U_2 \sin \theta = 80 \times \sin 64.9^\circ = 72.45\text{V}$$

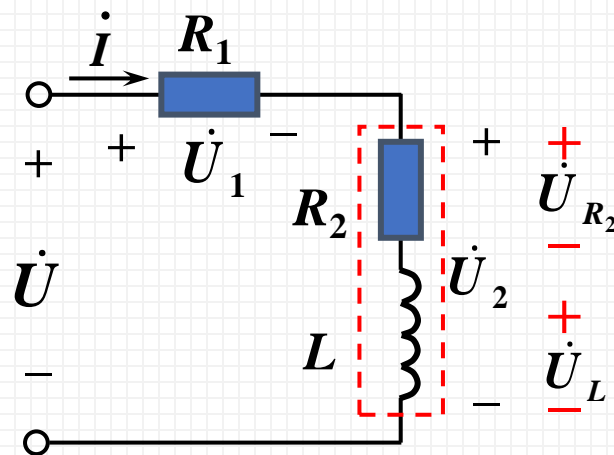
$$U_{R2} = U_2 \cos \theta = 80 \times \cos 64.9^\circ = 33.94\text{V}$$

$$I = U_1/R_1 = 55.4/32 = 1.731\text{A}$$

$$R_2 = U_{R2}/I = 33.94/1.731 = 19.6\Omega$$

$$\omega L_2 = U_L/I = 72.45/1.731 = 41.85\Omega$$

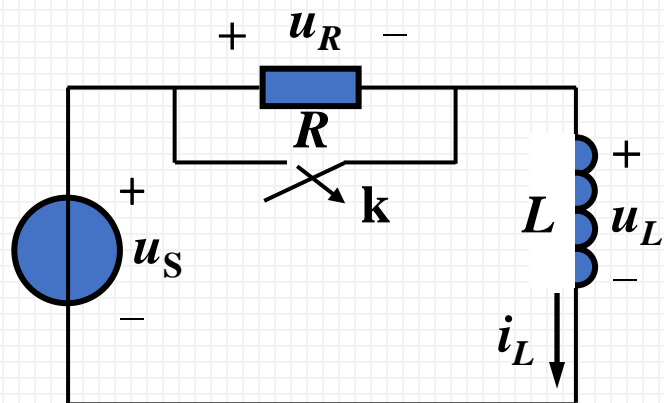
$$L = 41.85/314 = 0.133\text{H}$$





### (3) 求解正弦激励下动态电路的初值和过渡过程

**例4：试求图示电路的初值。**



**已知：**  $t = 0$ 时刻开关k打开，

$$u_S(t) = U_m \sin(\omega t + 60^\circ) \text{V}$$

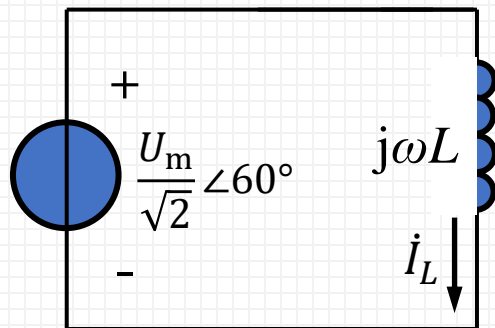
**求**  $i_L(0^+)$ ,  $u_L(0^+)$ ,  $u_R(0^+)$ 。

**解：**换路前，正弦激励作用，并处于稳态，故有：

$$i_L = \frac{\dot{U}_S}{j\omega L} = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}} \angle 60^\circ}{\omega L \angle 90^\circ} = \frac{U_m}{\omega L} \angle -30^\circ$$

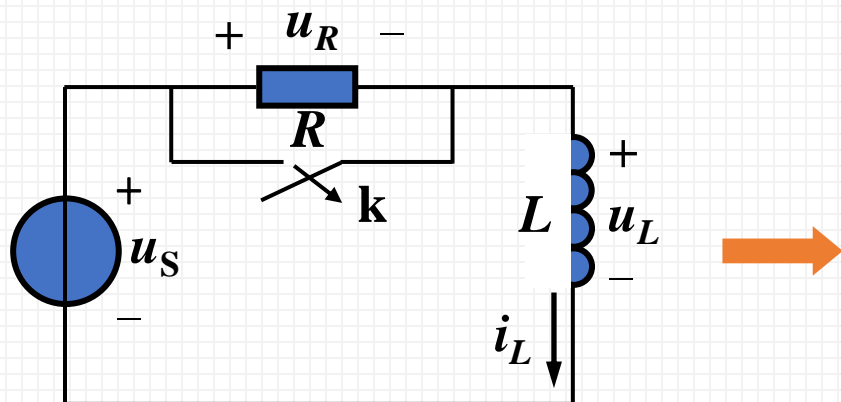
$$i_L(t) = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t - 30^\circ)$$

$$i_L(0^-) = -\frac{U_m}{2\omega L}$$

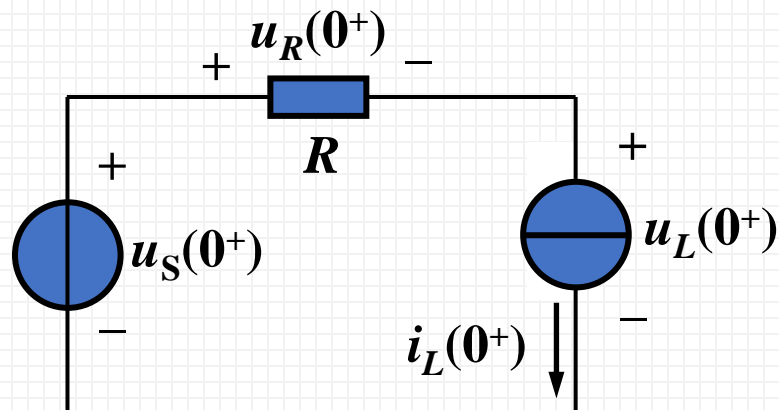




$$u_S(t) = U_m \sin(\omega t + 60^\circ) \text{V}$$



$$i_L(0^-) = -\frac{U_m}{2\omega L}$$



**0<sup>+</sup>时刻等效电路**

**根据换路定理，有：**

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = -\frac{U_m}{2\omega L}$$

$$u_S(0^+) = U_m \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}U_m}{2}$$

$$u_R(0^+) = Ri_L(0^+) = -\frac{RU_m}{2\omega L}$$

$$u_L(0^+) = u_S(0^+) - u_R(0^+)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{R}{2\omega L}\right)U_m$$

## 再论一阶三要素法

任意支路量  $f$  的方程

$$\begin{cases} a > 0 \\ \frac{df}{dt} + af(t) = u(t) \\ f(t)|_{t=0^+} = f(0^+) \end{cases}$$

一阶常系数线性常微分方程

特征根  $(-a) < 0$

时间常数  $(1/a) > 0$

$$f(t) = \text{特解} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

待定系数 (用时间边界条件求出来)

恒定激励

$t \rightarrow \infty$

正弦激励

$$\text{特解} = f(\infty)$$

$$f(0^+) = f(\infty) + A$$

$$A = f(0^+) - f(\infty)$$



$$f(t) = f(\infty) + [f(0^+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{特解} = f_t(\infty)$$

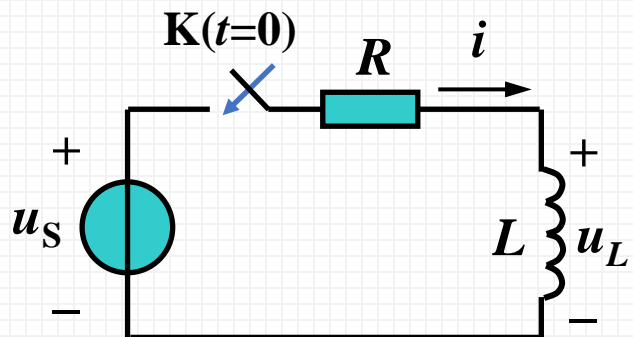
$$f(0^+) = f_t(\infty)|_{t=0} + A$$

$$A = f(0^+) - f_t(\infty)|_{t=0}$$



$$f(t) = f_t(\infty) + [f(0^+) - f_t(\infty)|_{0^+}]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

**例5** 试求正弦激励下所示电路中发生的过渡过程。



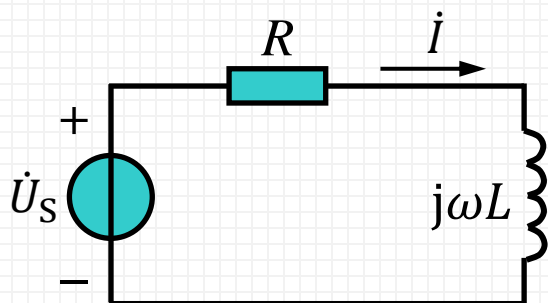
已知:  $u_S(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$

$i(0^-) = 0$

求: 换路后的电流  $i(t)$ 。

$$f(t) = f_t(\infty) + [f(0^+) - f_t(\infty)|_{0^+}]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

解: 用相量法求  $i_t(\infty)$



$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_S}{R + j\omega L} = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}} \angle \psi_u}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \angle \arctan \frac{\omega L}{R}}$$

$$\text{令 } I = \frac{U_m / \sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad \phi = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

$$i_t(\infty) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_u - \phi); \quad i_t(\infty)|_{0^+} = \sqrt{2}I \sin(\psi_u - \phi)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_u - \phi) - \sqrt{2}I \sin(\psi_u - \phi)e^{-\frac{t}{L/R}} \quad t \geq 0$$



清华大学2022春季学期

# 电路原理C

## 第14讲

## 正弦稳态电路的功率

# 内容

1 瞬时功率

2 平均(有功)功率

3 无功功率

4 复(数)功率

5 视在功率





## 本讲重难点

- 有功功率/无功功率/复数功率/视在功率的定义式
- 功率因数补偿
- 有功表的接法和读数计算

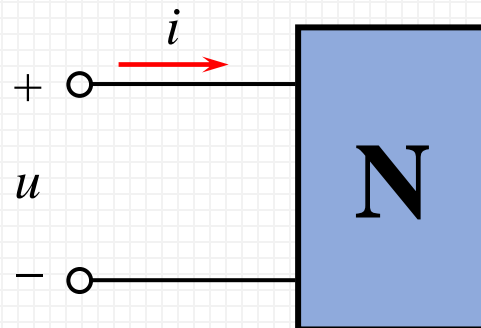


# 1、瞬时功率 (instantaneous power)

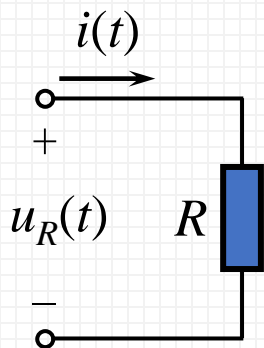
定义

$$p_{\text{吸}}^{\text{def}} = ui$$

单位: **W** (瓦)

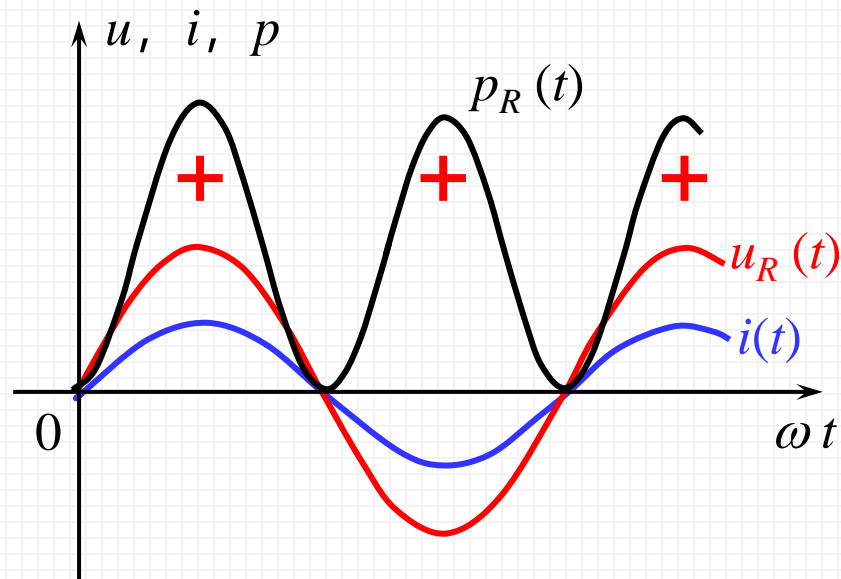


## (1) 电阻元件的瞬时功率



$$u_R(t) = \sqrt{2}U_R \sin \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin \omega t$$



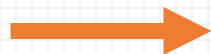
吸收的瞬时功率

$$2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$$

$$p_R(t) = u_R(t)i(t) = \sqrt{2}U_R \sin \omega t \sqrt{2}I \sin \omega t = U_R I (1 - \cos 2\omega t)$$

◆ 瞬时功率的角频率为  $2\omega$

◆  $p_R \geq 0$

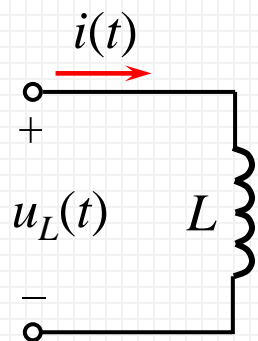


电阻总是吸收功率的



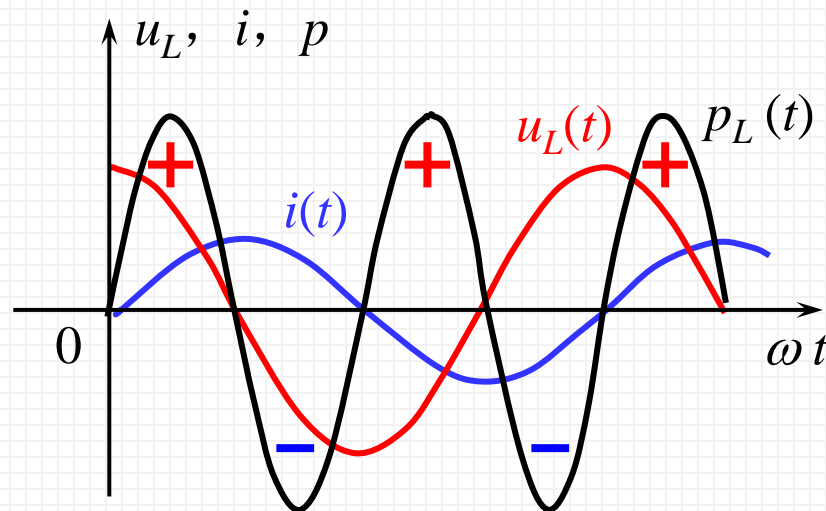
## (2) 电感元件的瞬时功率

交替吸收和发出等量的功率



$$i(t) = \sqrt{2}I \sin \omega t$$

$$u_L(t) = \sqrt{2}U_L \sin(\omega t + 90^\circ)$$



瞬时功率

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

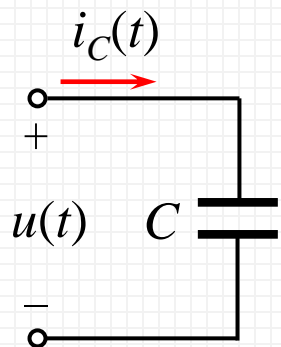
$$\begin{aligned} p_L(t) &= u_L(t)i(t) = \sqrt{2}U_L \sin(\omega t + 90^\circ)\sqrt{2}I \sin \omega t \\ &= -U_L I \cos(2\omega t + 90^\circ) = U_L I \sin(2\omega t) \end{aligned}$$

◆ 瞬时功率的角频率为 $2\omega$ 。



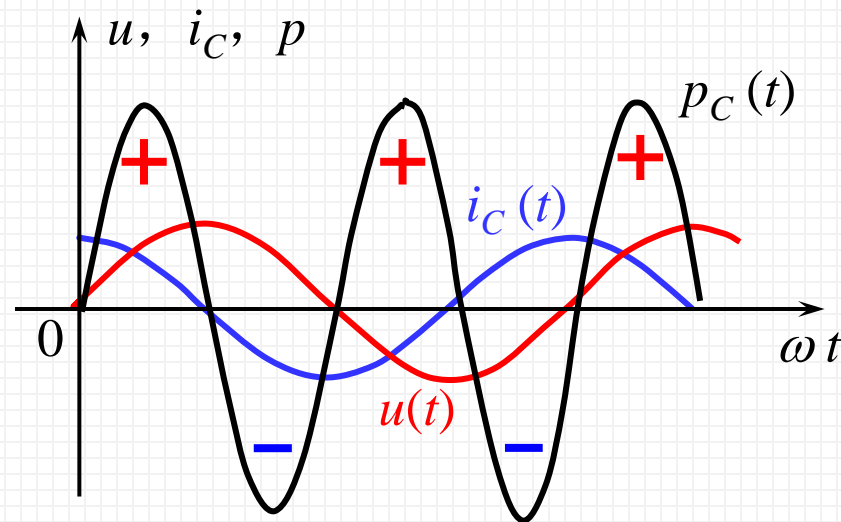
### (3) 电容元件的瞬时功率

交替吸收和发出等量的功率



$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$$

$$i_C(t) = \sqrt{2}I_C \sin(\omega t + 90^\circ)$$



瞬时功率

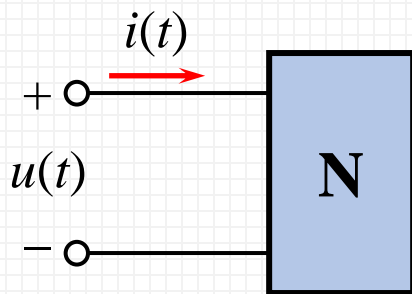
$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\begin{aligned} p_C(t) &= u(t)i_C(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t) \sqrt{2}I_C \sin(\omega t + 90^\circ) \\ &= -UI_C \cos(2\omega t + 90^\circ) = UI_C \sin(2\omega t) \end{aligned}$$

◆ 瞬时功率的角频率为 $2\omega$ 。



#### (4) 任意一端口网络吸收的瞬时功率



$$u(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

$$p(t) = u(t)i(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t \cdot \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

$$= \sqrt{2}U \sin \omega t \cdot \sqrt{2}I (\sin \omega t \cos \varphi - \cos \omega t \sin \varphi)$$

$$= 2UI \sin^2 \omega t \cos \varphi - 2UI \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi$$

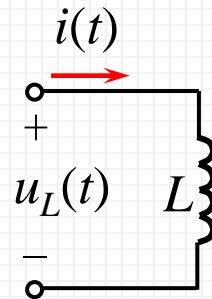
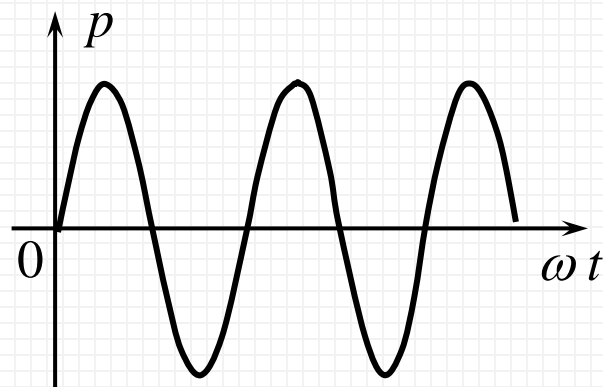
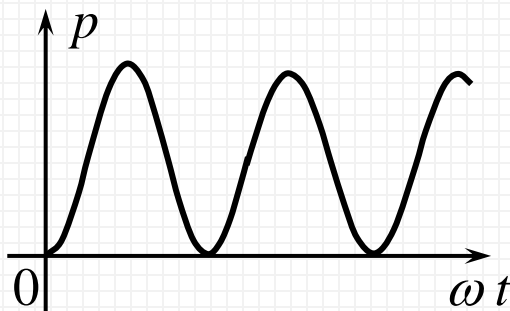
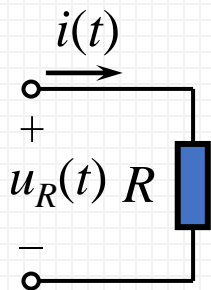
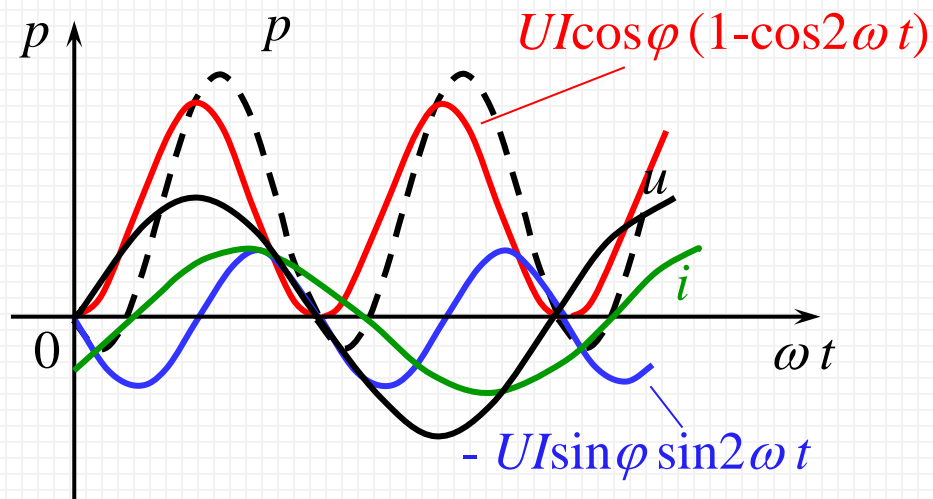
$$= UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \varphi \sin 2\omega t$$



$$p(t) = UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \varphi \sin 2\omega t$$

**不可逆部分**  
(类似  $R$  的瞬时功率)

**可逆部分**  
(类似  $L/C$  的瞬时功率)



## 2、平均功率

### (1) 平均功率 (average power)

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

**定义：** 瞬时功率的平均值。

常以符号  **$P$**  来表示。

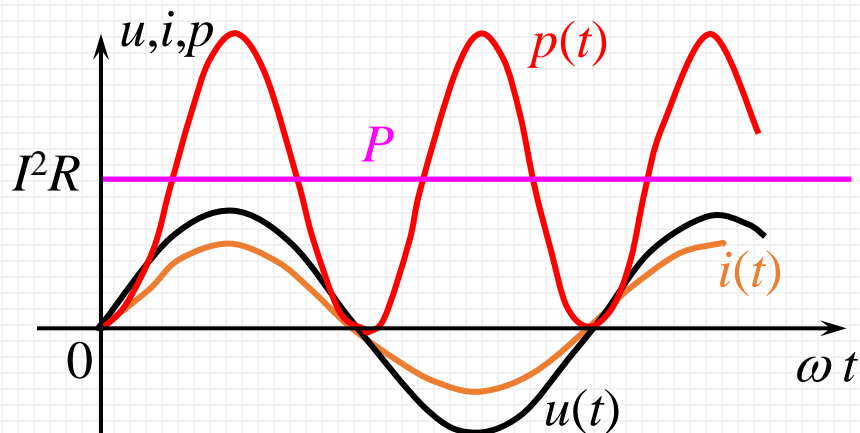
$$p(t) = u(t)i(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t \cdot \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

$$= UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \varphi \sin 2\omega t$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \phi \quad \text{平均功率 } \mathbf{P} \text{ 的单位也是 } \mathbf{W} \text{ (瓦)}$$

平均功率守恒：电路中所有元件吸收的平均功率的代数和为零。

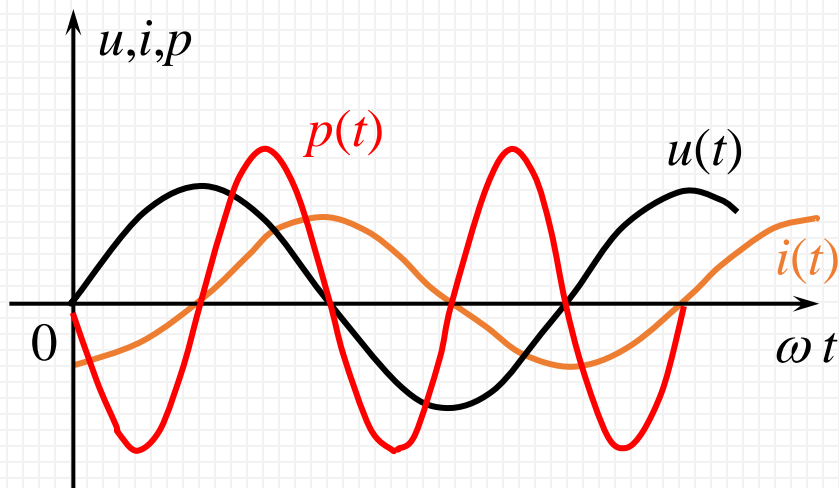
纯电阻(电阻元件或等效**纯阻性**网络) 条件下,  $\phi = 0^\circ$



$$P = UI \cos \phi = UI = I^2 R = U^2 / R$$

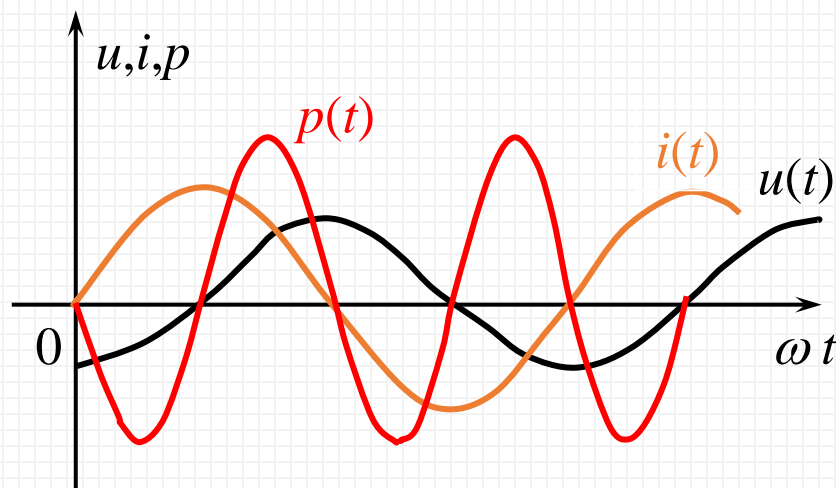
纯电感 (电感元件或等效**纯感性**网络) 条件下,  $\phi = 90^\circ$

$$P = UI \cos 90^\circ = 0$$



纯电容(电容元件或等效**纯容性**网络) 条件下,  $\phi = -90^\circ$

$$P = UI \cos(-90^\circ) = 0$$





$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \phi$$

$\cos \phi$  称为**功率因数**；  $\phi = \psi_u - \psi_i$ ，称作**功率因数角**。

对于无独立源网络，  $\phi$  即为其等效阻抗的**阻抗角**。

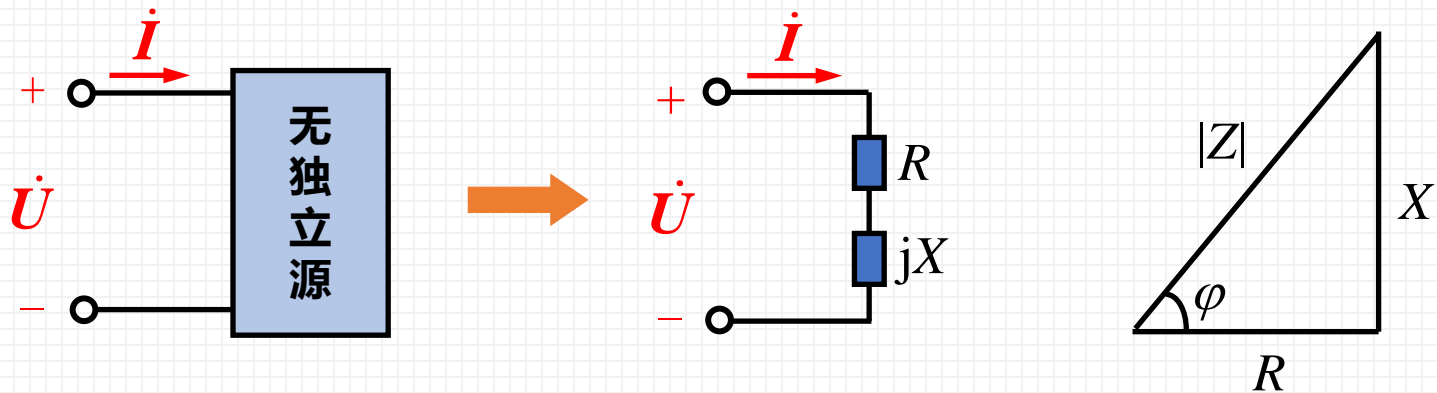
$$\text{功率因数} \quad \cos \phi \begin{cases} 1, & \text{纯电阻} \\ 0, & \text{纯电抗} \end{cases}$$

一般地，  $0 \leq \cos \phi \leq 1$

$X > 0, \phi > 0$  **感性**， (电流)**滞后**(电压)的功率因数

$X < 0, \phi < 0$  **容性**， (电流)**超前**(电压)的功率因数

**例**  $\cos \phi = 0.5$  (滞后)， 则  $\phi = 60^\circ$



$$P = UI \cos \varphi = |Z| \times I \times I \cos \varphi = I^2 |Z| \cos \varphi = I^2 R$$

平均功率就是

消耗在**电阻**上的功率。

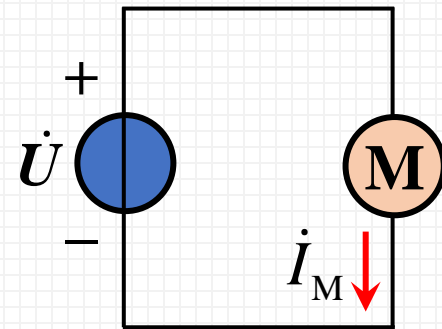


**有功功率**(active power)

有功功率反映了阻抗中**实部**消耗的功率

电动机如图，求其电流  $\dot{I}_M$

$U=220\text{V}$ ，电动机  $P_M=1000\text{W}$ ， $\cos\varphi_M=0.8$ （滞后）



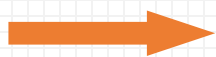
设  $\dot{U} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

$$I_M = \frac{P}{U\cos\varphi_M} = \frac{1000}{220 \times 0.8} = 5.68\text{A}$$

$$\cos\varphi_M = 0.8 \quad (\text{滞后})$$

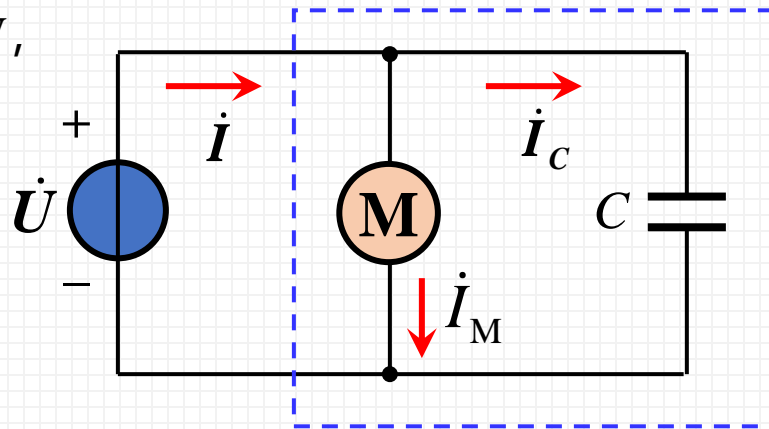
即：电动机的电流滞后电机电压

$$\varphi_M = 36.9^\circ$$



$$\dot{I}_M = 5.68\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

**例：**已知：  $U=220\text{V}$ ，  $f=50\text{Hz}$ ， 电动机  $P_M=1000\text{W}$ ，  
 $\cos\varphi_M=0.8$ （滞后），  $C=30\mu\text{F}$ 。 求虚线框中负载  
 电路的功率因数



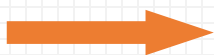
**解 设**  $\dot{U} = 220\angle 0^\circ \text{V}$

$$I_M = \frac{P}{U\cos\varphi_M} = \frac{1000}{220 \times 0.8} = 5.68\text{A}$$

$$\cos\varphi_M = 0.8 \quad (\text{滞后})$$

即：电动机的电流滞后电机电压

$$\varphi_M = 36.9^\circ$$



$$\dot{I}_M = 5.68\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = j\omega C 220\angle 0^\circ = j2.08\text{A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_M + \dot{I}_C = 4.54 - j1.33 = 4.73\angle -16.3^\circ \text{ A}$$

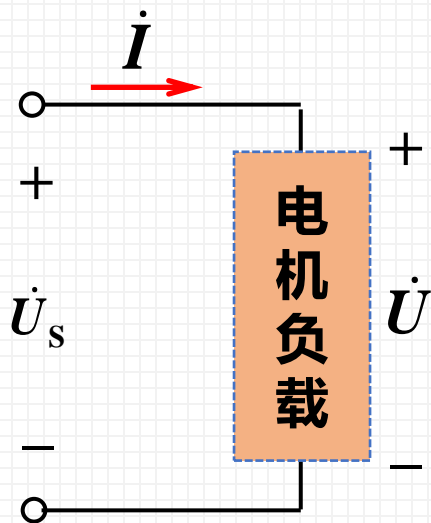
$$\cos\varphi = \cos[0^\circ - (-16.3^\circ)] = 0.96 \quad (\text{滞后})$$

在并入电容前后，从电源看入，虚线框所示负载的功率因数有什么变化？

## (2) 功率因数的提高

以异步电机为例：空载  $\cos\varphi = 0.2 \sim 0.3$ 满载  $\cos\varphi = 0.7 \sim 0.85$ 

需要提高功率因数！

设：电源电压有效值  $U_s = 10V$ ，负荷吸收的有功功率  $P = 10W$  (恒定)。◆  $\cos\varphi=1$  $I=1A$ ◆  $\cos\varphi=0.5$  $I=2A$ ◆  $\cos\varphi=0.1$  $I=10A$ 

$$P = UI \cos \phi$$

功率因数低带来的问题：

负载吸收相同有功功率时，(1)对电源有更高的要求(输出电流更大)；

(2) 线路上的损耗随之增大。

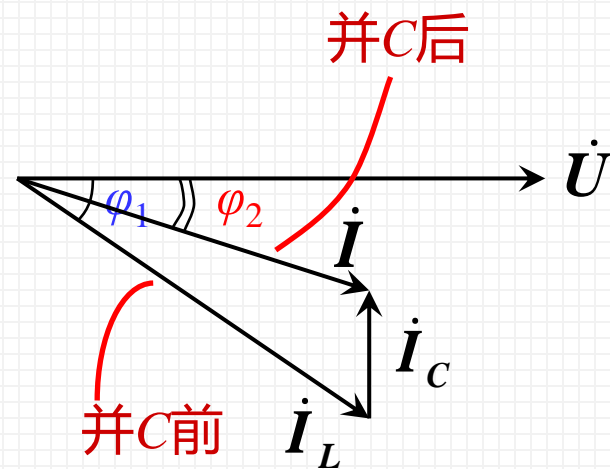
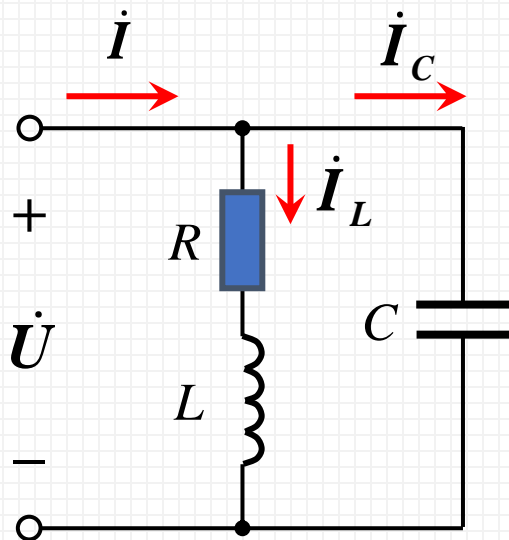




功率因数低的用电户尤其是用电大户，必须**提高功率因数**。

**解决办法：**在用户端**并联电容器**；改造用电设备。

原理分析  
(并电容)



提高了功率因数

一端口吸收的有功功率变了吗？

## 补偿容量的确定

$$I_C = I_L \sin \phi_1 - I \sin \phi_2$$

$$I = \frac{P}{U \cos \phi_2}$$

$$I_L = \frac{P}{U \cos \phi_1}$$

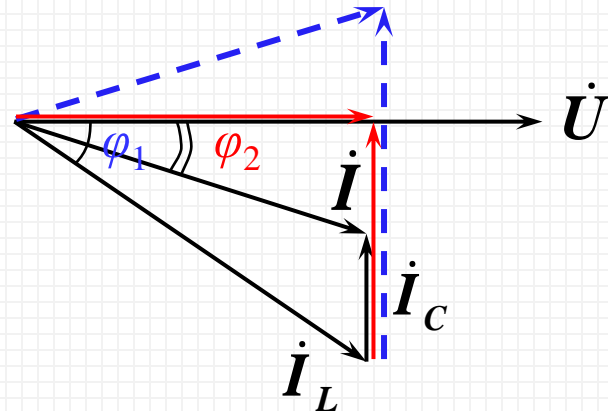
} 代入上式

$$I_C = \frac{P}{U} (\tan \phi_1 - \tan \phi_2)$$

$$\therefore C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \phi_1 - \tan \phi_2)$$

实际  
实施 { 性能  
成本

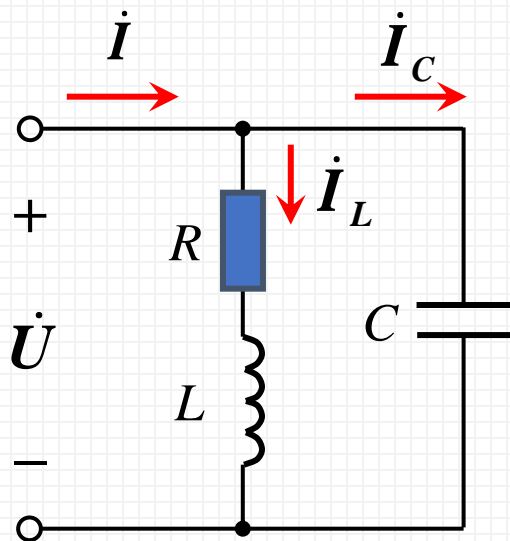
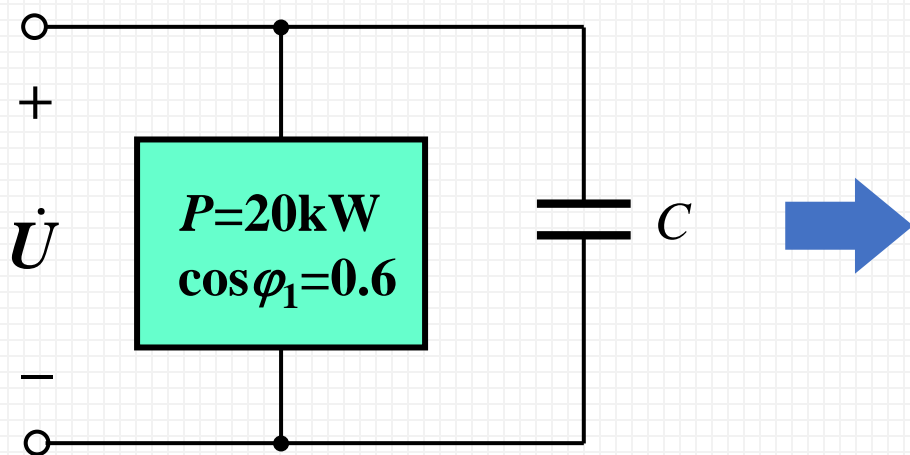
一般补偿到  $\lambda=0.95$  (滞后)



补偿容量不同 { 欠补偿  
全补偿  
过补偿



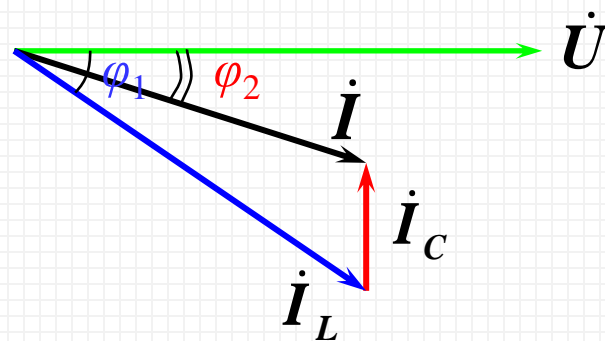
**例** 已知  $f=50\text{Hz}$ ,  $U=380\text{V}$ ,  $P=20\text{kW}$ ,  $\cos\varphi_1=0.6$ (滞后)。问：要使功率因数提高到0.9，需并联多大的电容  $C$ ？



**解** 由  $\cos\varphi_1=0.6$  得  $\varphi_1=53.13^\circ$

由  $\cos\varphi_2=0.9$  得  $\varphi_2=25.84^\circ$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{P}{\omega U^2} (\text{tg}\varphi_1 - \text{tg}\varphi_2) \\
 &= \frac{20 \times 10^3}{314 \times 380^2} (\text{tg}53.13^\circ - \text{tg}25.84^\circ) \\
 &= 375 \mu\text{F}
 \end{aligned}$$



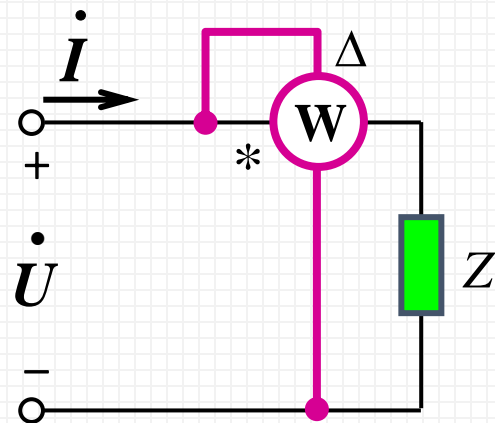
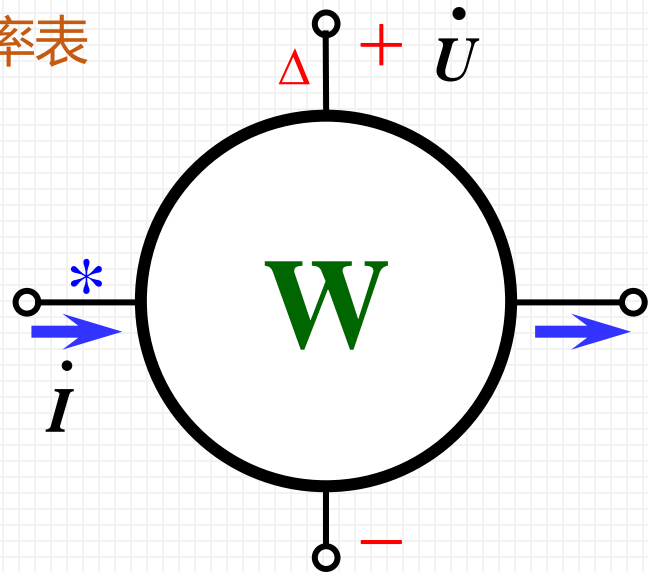
### (3) 有功功率的测量

$$P_{\text{吸}} = UI \cos \varphi$$

难点：要**3个数值**才能得到有功功率

- 1) **功率表接线**：如果接线方式是使得电流从“\*”端流入；电压线圈的“ $\Delta$ ”端接负载电压的正端  $\rightarrow$   
则功率表的示值反映的即为  $UI \cos(\psi_u - \psi_i)$
- 2) **功率表量程**：测量有功功率时， $P$ 、 $U$ 、 $I$  均不能超量程。

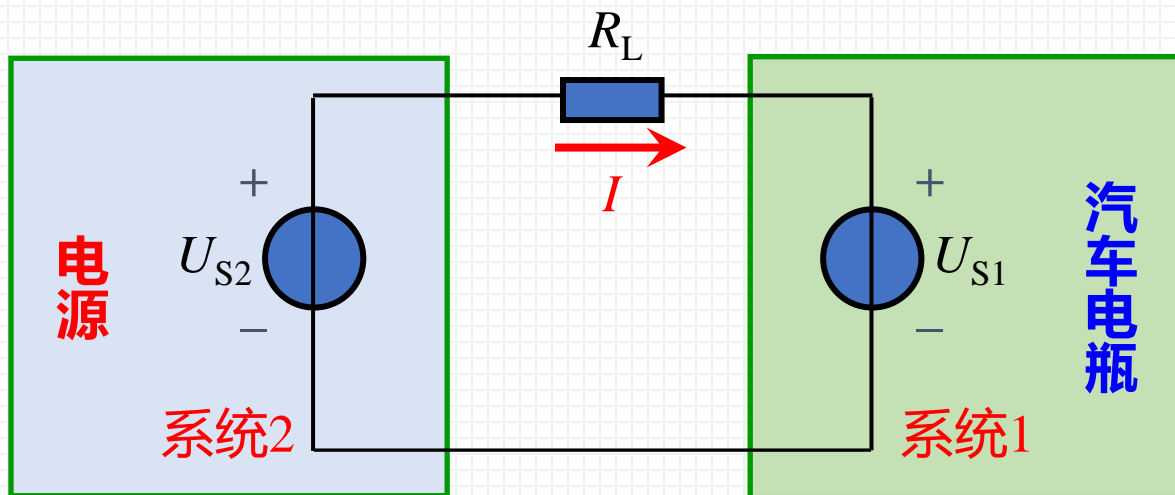
功率表



## (4) 电力系统中有功功率的传输

### 直流系统

$$I = \frac{U_{S2} - U_{S1}}{R_L}$$



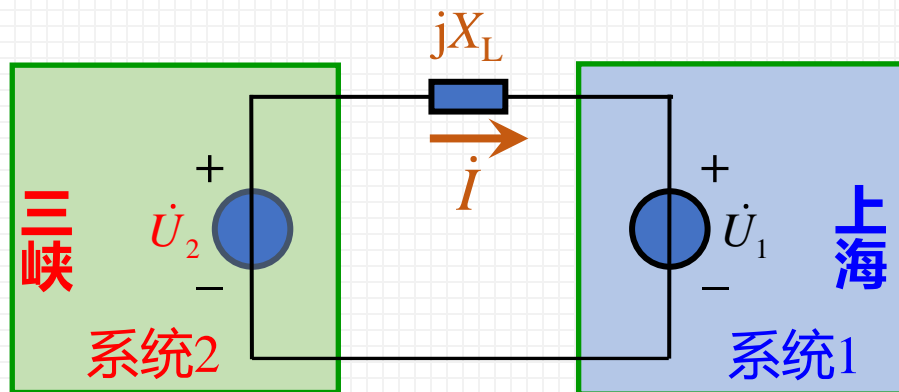
系统1（蓄电池）吸收的功率

$$P = U_{S1} \frac{U_{S2} - U_{S1}}{R_L}$$

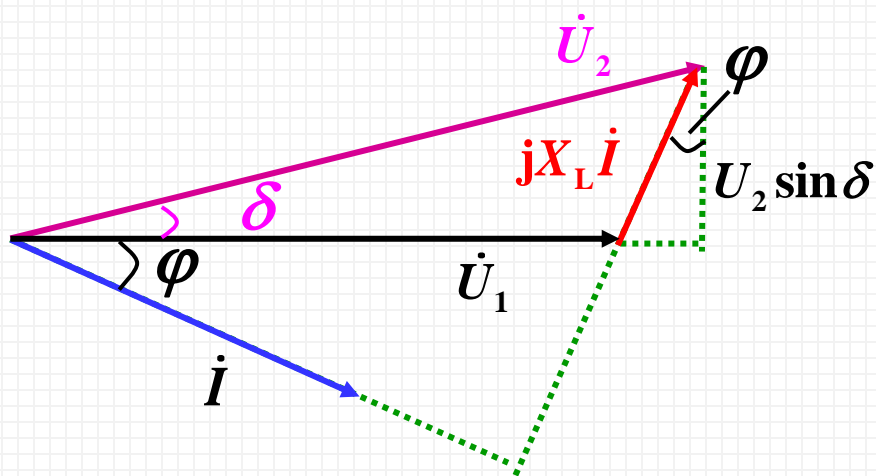
系统2向系统1输出的有功功率取决于：

- 电压  $U_{S1}$ ,  $U_{S2}$  （以及二者之差）
- 线路电阻  $R_L$

## 交流系统



$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 + jX_L \dot{I}$$



## 系统1吸收的有功功率

$$P = U_1 I \cos \varphi$$

$$= U_1 \frac{X_L I \cos \varphi}{X_L}$$

$$P = \frac{U_1 U_2 \sin \delta}{X_L}$$

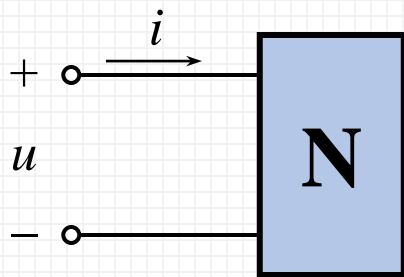
## 系统2向系统1输出的有功

功率取决于：

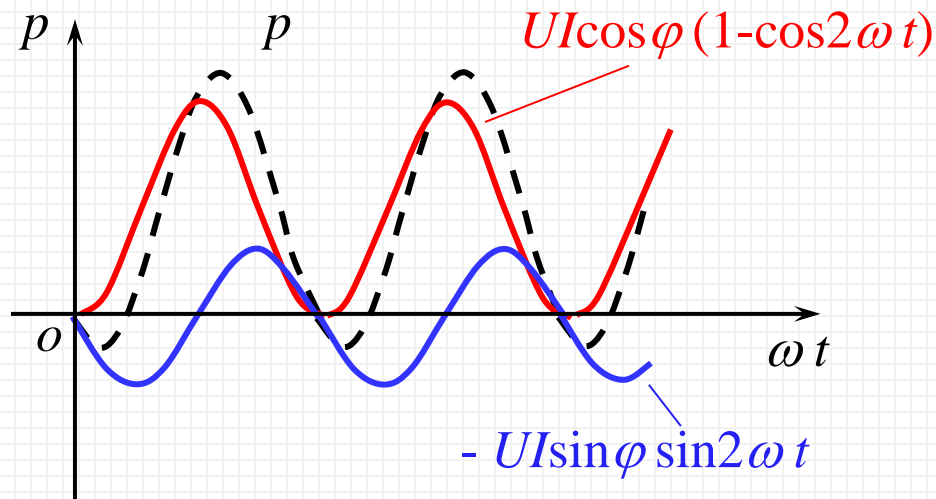
- 电压  $U_1, U_2$
- 相角差  $\delta$
- 线路电抗  $X_L$



### 3、无功功率



$$\begin{aligned} p(t) &= u(t)i(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t \cdot \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi) \\ &= UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \varphi \sin 2\omega t \end{aligned}$$



不可逆部分  
(类似  $R$  消耗瞬时功率)

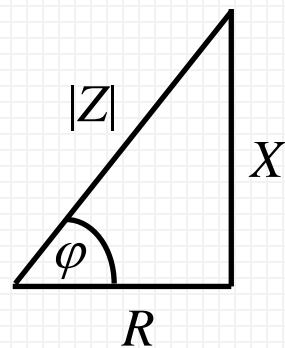
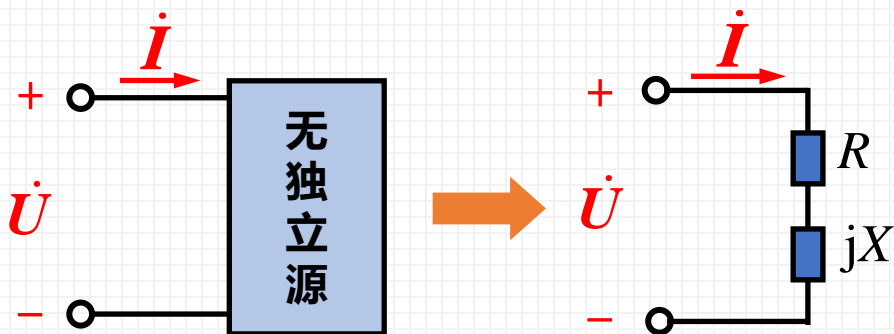
可逆部分  
(类似  $L/C$  瞬时功率)

## (1) 无功功率 (reactive power) $Q$

a) 定义  $p(t) = UI \cos \phi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \phi \sin 2\omega t$

$$Q \stackrel{\text{def}}{=} UI \sin \phi \quad \text{单位: var (乏)}$$

$$= |Z| I I \sin \phi = I^2 |Z| \sin \phi = I^2 X$$

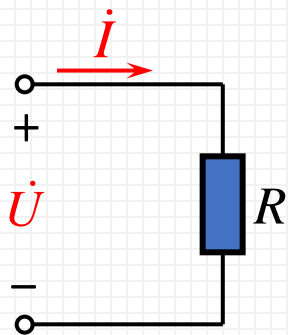


无功功率反映阻抗中**虚部**消耗的功率

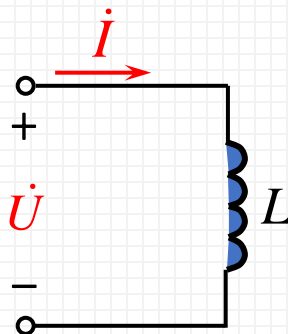
$$\phi = \psi_u - \psi_i \quad \text{功率因数角}$$

无功功率守恒：电路中所有元件吸收无功功率的代数和为零。



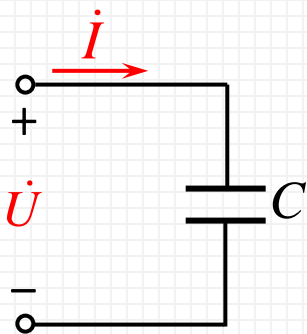
b)  $R$ 、 $L$ 、 $C$  元件吸收的无功功率

$$Q_R = UI \sin \varphi = UI \sin 0^\circ = 0$$



$$Q_L = UI \sin \varphi = UI \sin 90^\circ = UI = U^2/X_L = I^2 X_L > 0$$

$L$  永远吸收无功功率



$$\begin{aligned} Q_C &= UI \sin \varphi = UI \sin (-90^\circ) \\ &= -UI = -U^2/|X_C| = -I^2 |X_C| < 0 \end{aligned}$$

$C$  永远发出无功功率



## (2) 无功功率的物理意义

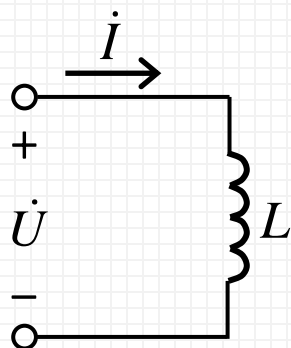
$$p(t) = UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \varphi \sin 2\omega t$$

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

对于电感而言

$$\varphi = 90^\circ$$



$$p_L(t) = -UI \sin 2\omega t$$

$$Q_L = UI$$

$$= -Q_L \sin 2\omega t$$

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt}$$

电感储能变化率的最大值

功率是能量的时间变化率

对**电容**可以得到相同的结论

储能元件的无功功率反映其能量变化的最大速率

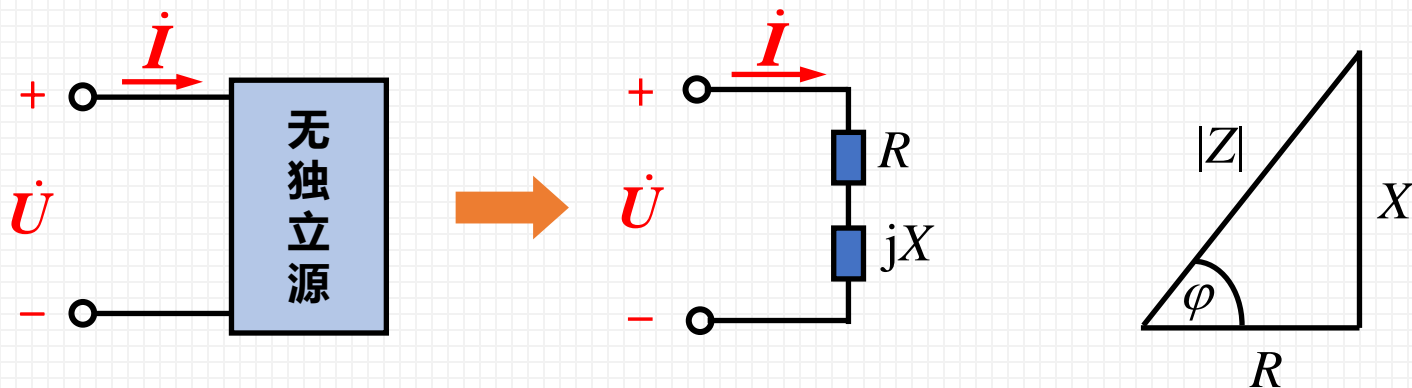


## 统一讨论负载吸收的无功功率和有功功率

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t)i(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t \cdot \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi) \\ &= UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \varphi \sin 2\omega t \end{aligned}$$

**不可逆部分**  
(类似  $R$  的瞬时功率)

**可逆部分**  
(类似  $L/C$  的瞬时功率)



有功功率反映负载吸收功率的平均值(都消耗在阻抗的电阻部分)

无功功率反映阻抗中电抗部分能量交换的最大速率

## 再论负载吸收的无功功率和有功功率

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t)i(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t \cdot \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi) \\ &= UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \varphi \sin 2\omega t \end{aligned}$$

**不可逆部分**  
(类似  $R$  的瞬时功率)

**可逆部分**  
(类似  $L/C$  的瞬时功率)

有功功率就是 “**有用**” 的功率

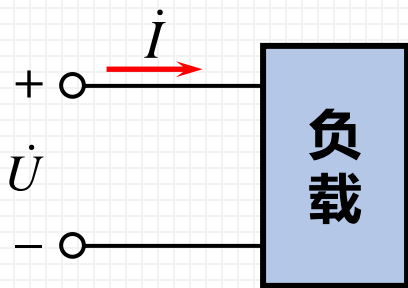
无功功率就是 “**没用**” 的功率吗？真是 “**乏**” 吗？

不少能量处理元件必须要同时处理无功功率和有功功率

有功功率：人的**智商**

无功功率：人的**情商**      鸣谢：清华电机系**夏清**教授

## 4、复(数)功率(complex power)



$$\dot{U} = U \angle \psi_u, \quad \dot{I} = I \angle \psi_i$$

$$P = UI \cos(\psi_u - \psi_i) = UI \cos \varphi$$

$$Q = UI \sin(\psi_u - \psi_i) = UI \sin \varphi$$

$$\dot{U}\dot{I}^* = U \angle \psi_u \times I \angle -\psi_i = UI \angle \psi_u - \psi_i$$

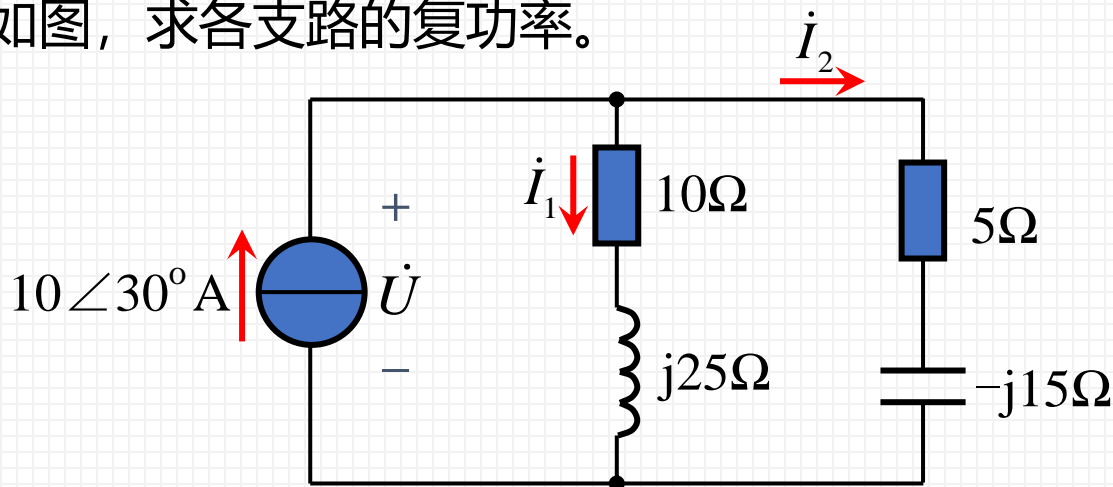
$$= UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi = P + jQ$$

记:  $\bar{S} = \dot{U}\dot{I}^*$  称为复功率, 单位: **VA[伏安]**

**复功率守恒**

$$\sum_{k=1}^b \bar{S}_k = \sum_{k=1}^b \dot{U}_k \dot{I}_k^* = 0$$

**例** 已知如图，求各支路的复功率。



**解**

$$\dot{I}_1 = 10\angle 30^\circ \times \frac{5 - j15}{10 + j25 + 5 - j15} = 8.77\angle(-75.3^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_s - \dot{I}_1 = 14.94\angle 64.5^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U} = 10\angle 30^\circ \times [(10 + j25) // (5 - j15)] = 236\angle(-7.1^\circ) \text{ V}$$

电流源  $\bar{S}_{\text{发}} = 236\angle(-7.1^\circ) \times 10\angle(-30^\circ) = 1882 - j1424 \text{ VA}$

支路1  $\bar{S}_{1\text{吸}} = 236\angle(-7.1^\circ) \times 8.77\angle(75.3^\circ) = 769 + j1923 \text{ VA}$

支路2  $\bar{S}_{2\text{吸}} = 236\angle(-7.1^\circ) \times 14.94\angle(-64.5^\circ) = 1116 - j3348 \text{ VA}$

## 5、视在功率

定义:  $S = UI$  <sup>def</sup> 单位: **VA** (伏安)

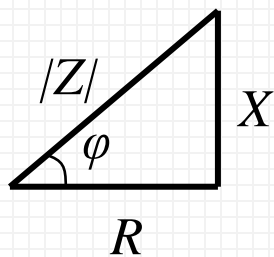
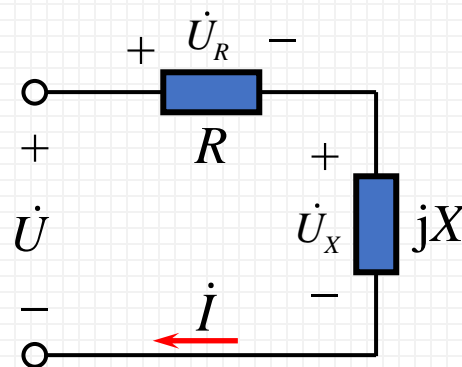
有功功率、无功功率与视在功率的关系

有功功率:  $P = UI \cos \varphi$  单位: W

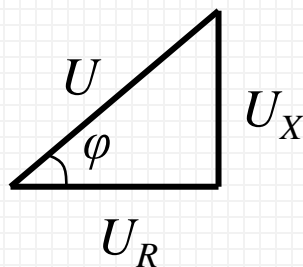
无功功率:  $Q = UI \sin \varphi$  单位: var

视在功率:  $S = UI$  单位: VA

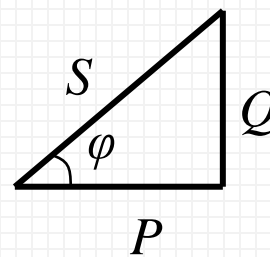
表征电气设备的容量  
(例如发电机的发电容量)



阻抗三角形



电压三角形



功率三角形