清华大学2022春季学期

电路原理C

第10讲

恒定激励下一阶动态电路的求解

内容

1 电容电感及动态电路简介

2 初值的获得 ← 重点

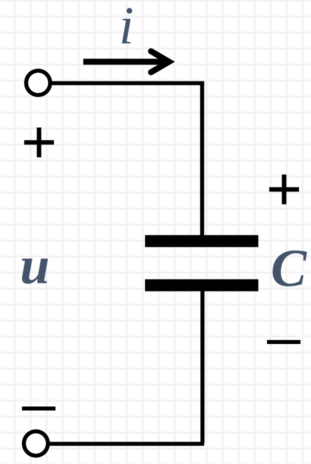
3 经典解法

4 直觉解法 ← 重点

5 从另一个角度观察解

电容 (capacitor, capacitance)

电路符号



(1) 线性非时变电容元件

$$C \overset{\text{def}}{=} \frac{q}{u}$$

变量 电压 u 、电荷 q

单位 法

符号 F

$$u(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,\mathrm{d}\tau$$

$$= \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i\,\mathrm{d}\tau + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\,\mathrm{d}\tau$$

$$= u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\,\mathrm{d}\tau$$

(2) 线性电容电压、电流关系

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

关联参考方向

当 u 为常数(直流)时，电容相当于**开路**。电容有**隔直作用**。

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i\,\mathrm{d}\tau$$

(3) 电容的储能

$$p_{吸} = ui = u \cdot C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$W_C = \int_{-\infty}^{t} Cu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}Cu^2\Big|_{u(-\infty)}^{u(t)} = \frac{1}{2}Cu^2(t) - \frac{1}{2}Cu^2(-\infty)$$

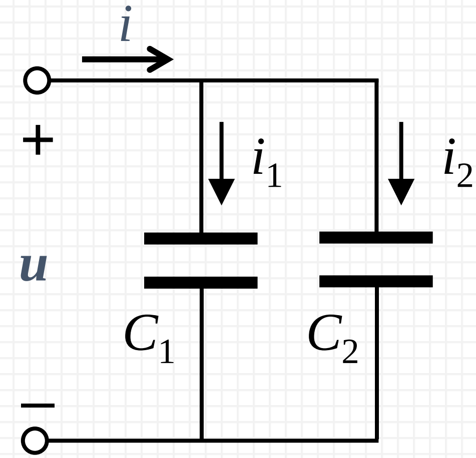
$$\overset{若u(-\infty)=0}{=} \frac{1}{2}Cu^2(t) = \frac{1}{2C}q^2(t) \geq 0$$

电容具备存储**电场能量**的能力。

从 t_0 到 t 电容储能的变化量

$$W_C = \frac{1}{2}Cu^2(t) - \frac{1}{2}Cu^2(t_0)$$

(4) 电容的并、串联



$$i_1 = C_1 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \qquad i_2 = C_2 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$i = i_1 + i_2 = C_1 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + C_2 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = (C_1 + C_2)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{C_{\mathrm{eq}} = C_1 + C_2}$$

电容的串联 $\boxed{\dfrac{1}{C_{\mathrm{eq}}} = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{C_k}}$ 串并特性与**电导**相同

电感 (inductor, inductance)

(1) 线性非时变电感元件

$$L \overset{\text{def}}{=} \frac{\psi}{i}$$

变量 电流 i , 磁链 ψ

单位 亨

符号 H

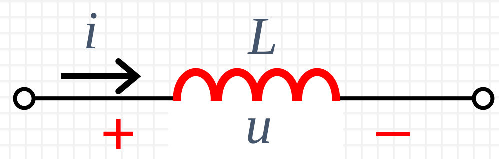
(2) 线性电感电压、电流关系

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

关联参考方向

当 i 为常数(直流)时，电感相当于**短路**

电路符号



$$i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u\,\mathrm{d}\tau$$

$$= \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t_0} u\,\mathrm{d}\tau + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u\,\mathrm{d}\tau$$

$$= i(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u\,\mathrm{d}\tau$$

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u\,\mathrm{d}\tau$$

(3) 电感的储能

$$p_{吸} = ui = i\,L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$W_{吸} = \int_{-\infty}^{t} Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}Li^2\Big|_{i(-\infty)}^{i(t)} = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(-\infty)$$

$$\overset{若i(-\infty)=0}{=} \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{1}{2L}\psi^2(t) \geq 0$$

电感具备存储**磁场能量**的能力。

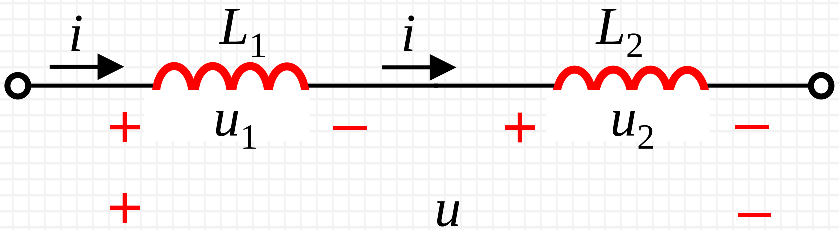
从 t_0 到 t 电感储能的变化量

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(t_0)$$

(4) 电感的串、并联

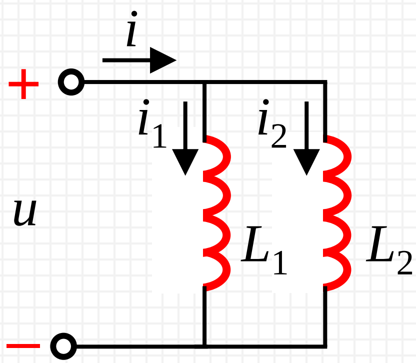
$$u_1 = L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 = L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$



$$u = u_1 + u_2 = L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = (L_1 + L_2)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{L_{\mathrm{eq}} = L_1 + L_2}$$



$$\boxed{\frac{1}{L_{\mathrm{eq}}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k}}$$

串并特性与**电阻**相同

电容元件与电感元件的比较

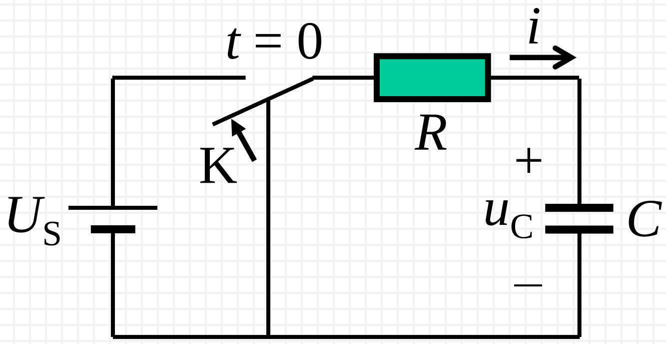
	电容 C	电感 L
变量	电压 u 电荷 q	电流 i 磁链 ψ
关系式	$q = Cu$ $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ $W_C = \dfrac{1}{2}Cu^2 = \dfrac{1}{2C}q^2$	$\psi = Li$ $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ $W_L = \dfrac{1}{2}Li^2 = \dfrac{1}{2L}\psi^2$

(1) 元件方程是同一类型；

(2) 若把 u-i，q-ψ，C-L，i-u互换,可由电容元件的方程得到电感元件的方程；

(3) C 和 L 称为**对偶**元件，q和ψ等称为**对偶**元素。

(1) 动态电路 (Dynamic circuit)

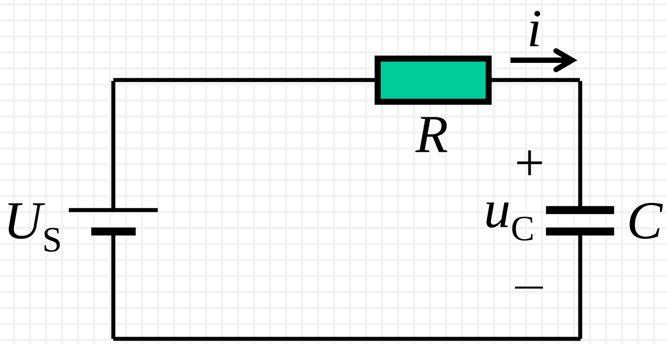


包含*L*、*C*储能元件的电路

稳态分析:

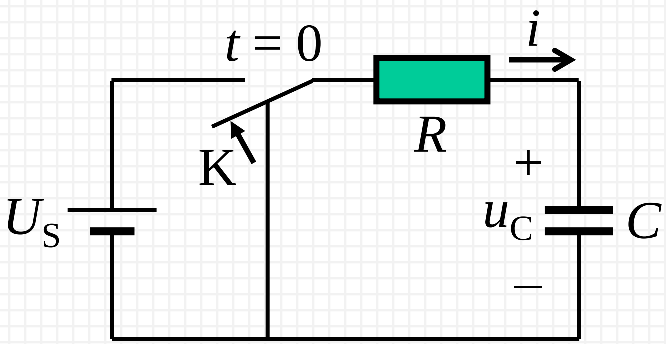
K 向上合闸之前:

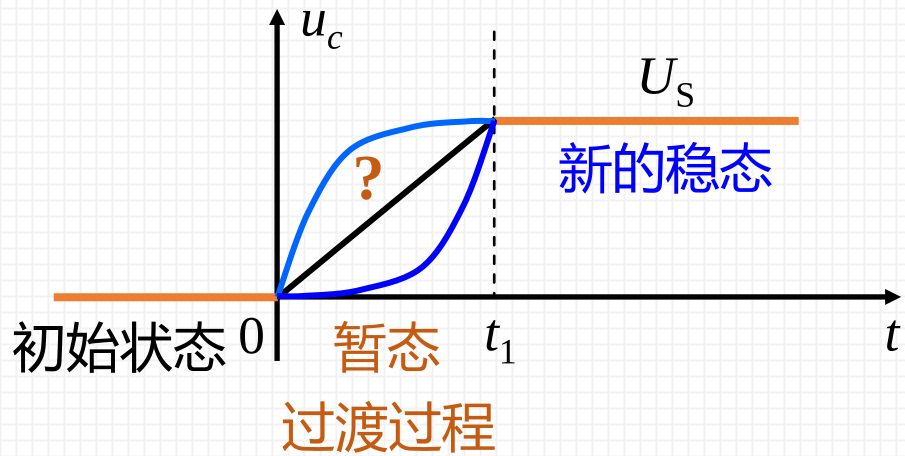
$i = 0$, $u_C = 0$



K 向上合闸很长时间以后:

$i = 0$, $u_C = U_S$

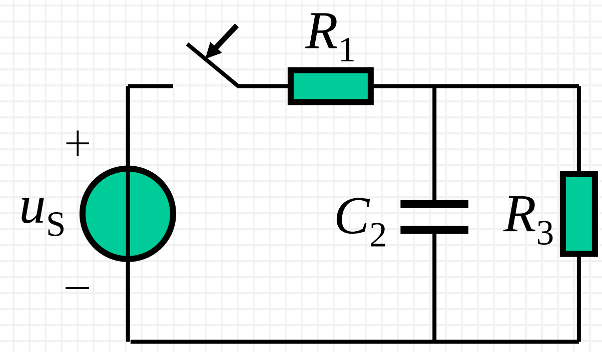




动态电路的产生：电路状态发生变化时，储能元件能量的改变需要一段时间。

电路由一个稳态过渡到另一个稳态需要经历的过程称作**过渡过程**（*transient process*）。

(2) 过渡过程发生的条件



开关元件的重要作用

1) 电路中存在储能元件 *L*、*C*

能量的存储和消耗需要一段时间

$$p = \frac{\Delta w}{\Delta t}$$

2) 电路的状态发生改变

$$\left.\begin{array}{l}\text{电源的开合}\\ \text{支路的连接与分离}\\ \text{元件参数的瞬时改变}\end{array}\right\}\ \textbf{换路}$$

(3) 稳态分析与暂态分析的区别

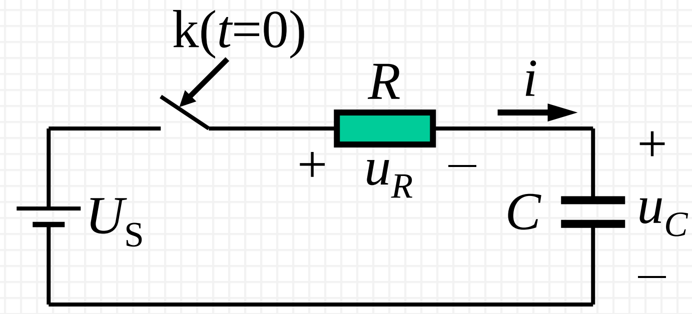
稳态分析	暂态分析
换路发生很**长**时间	换路**刚**发生
I_L、U_C **不变**	i_L、u_C 随时间**变化**
代数方程组描述电路	**微分方程**组描述电路

(4) 一阶(First-order) 与二阶(second-order) 电路

电路用一阶微分方程(ODE)来描述

电路用二阶微分方程(ODE)来描述

电路过渡过程分析的关键问题



换路前 $u_C = U_0$

求：换路后电容电压 $u_C(t)$。

- 如何根据电路列写**ODE**?
  - KCL+KVL+RLC的元件特性
- 如何获得ODE的初值?
  - 换路定理
- 如何求**非齐次**ODE的特解?
  - 对于直流和正弦激励，直接求其稳态解
  - 对于其他常见激励，查表寻找特解的函数类型
    - 将查表所得代入方程求出待定系数
  - 对于一般激励，利用**卷积积分**

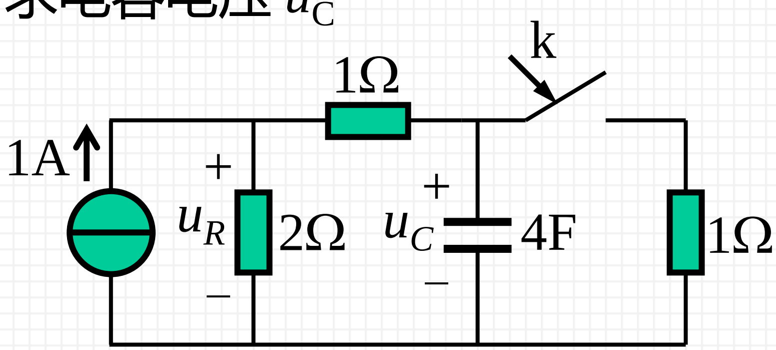
1 方程的列写

求电容电压u_C

$$U_S = u_C + Ri = u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

其他电路怎么办?

求电容电压 u_C



法1：**戴维南**等效

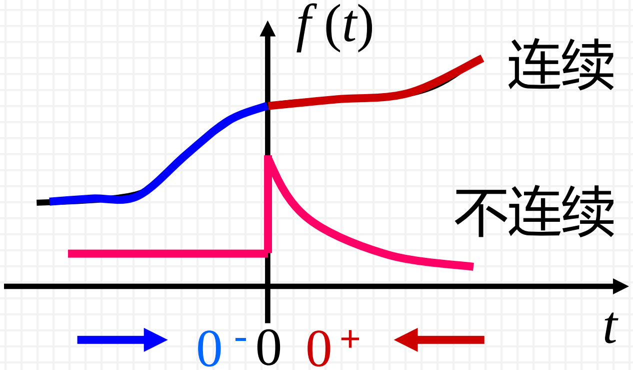
法2：不列方程

直觉求解

2、初值的获得

(1) $t=0^+$ 和 $t=0^-$ 的概念

换路发生在 t=0 时刻



0^- 换路的前一瞬间

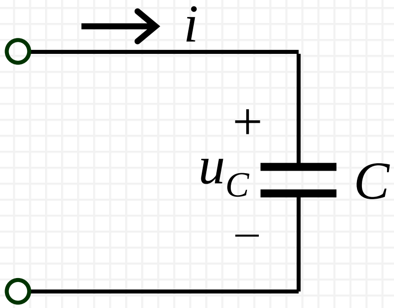
0^+ 换路的后一瞬间

$$f(0^-)=\lim_{\substack{t\to 0\\ t<0}} f(t) \qquad f(0^+)=\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} f(t)$$

希望获得 $t=0^+$时刻支路电压（电流）的初值和导数的初值。

(2) 换路定理

1)



$$u_C(t) = u_C(0^-) + \frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$t = 0^+$

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) + \frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

如果 $i(\tau)$ 为有限值

$$\int_{0^-}^{0^+} i(\tau)\mathrm{d}\tau \to 0 \quad \Longrightarrow \quad u_C(0^+) = u_C(0^-)$$

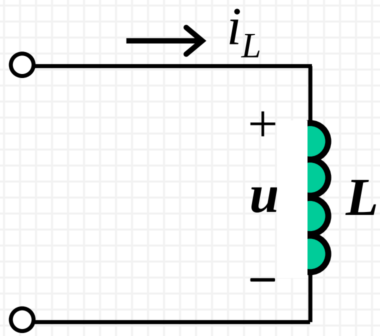
$q = C \times u_C$

$$q(0^+) = q(0^-) + \int_{0^-}^{0^+} i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$q(0^+) = q(0^-)$$

电荷守恒

2)



$$i_L(t)=i_L(0^-)+\frac{1}{L}\int_{0^-}^{t}u(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$t = 0^+$

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)+\frac{1}{L}\int_{0^-}^{0^+}u(\tau)\mathrm{d}\tau$$

如果 $u(\tau)$ 为有限值

$$\int_{0^-}^{0^+}u(\tau)\mathrm{d}\tau\rightarrow 0 \quad\Rightarrow\quad i_L(0^+)=i_L(0^-)$$

$\psi = Li_L$

$$\psi(0^+)=\psi(0^-)+\int_{0^-}^{0^+}u(\tau)\mathrm{d}\tau \qquad \psi(0^+)=\psi(0^-)$$

磁链守恒

换路定理

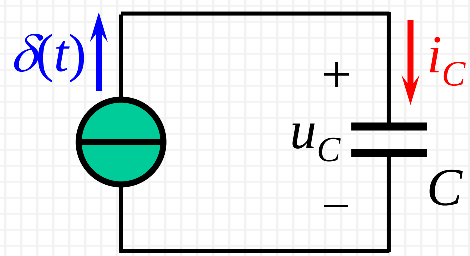
$$\begin{cases} q(0^+) = q(0^-) \\ u_C(0^+) = u_C(0^-) \end{cases}$$

条件：换路时流经电容的电流为有限值

$$\begin{cases} \psi(0^+) = \psi(0^-) \\ i_L(0^+) = i_L(0^-) \end{cases}$$

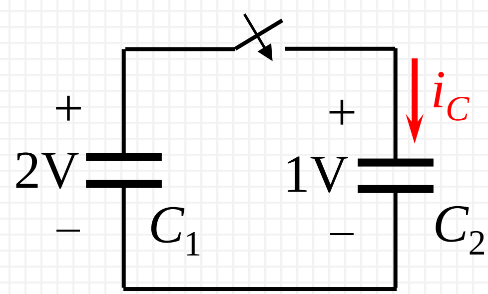
条件：换路时电感上的电压为有限值

什么时候i_C、u_L为无穷值?



激励为

冲激电流/电压

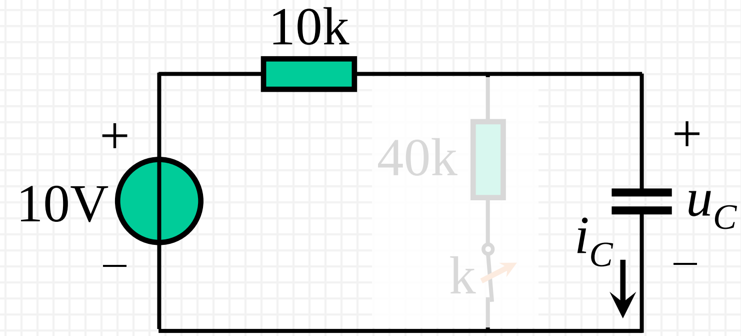


强制换路

电荷/磁链守恒

(3) 确定电路的初值

例1 求电容电流初值$i_C(0^+)$。



换路前 $u_C(0^-) = 8\text{V}$

根据换路定理 $u_C(0^+) = u_C(0^-) = 8\text{V}$

如何求 i_C 在(0^+)时刻的值?

KVL $10\text{k}\, i_C(0^+) + u_C(0^+) = 10$

$$i_C(0^+) = \frac{10-8}{10\text{k}} = 0.2\text{mA}$$

结论1：i_C可以发生变化

$i_C(0^-) = 0 \neq i_C(0^+)$

结论2：

求**初值**时**电容** C 可看作**独立电压源**

电感 L可看作**独立电流源**

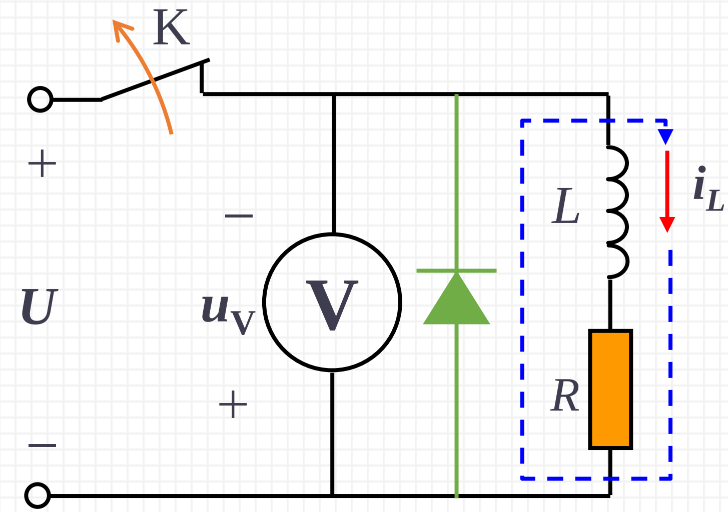
替代定理

例2 已知：$U=20\text{V}$、$R=1\text{k}\Omega$、$L=1\text{H}$

电压表内阻 $R_V=500\,\text{k}\Omega$

设开关 K 在 $t=0$ 时打开。

求：K打开的瞬间，电压表两端的电压。



换路前 $i_L(0_-)=\dfrac{U}{R}=\dfrac{20}{1}=20\text{mA}$

换路瞬间 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=20\text{mA}$

换路瞬间，i_L大小、方向都不变，电感等效为一个大小为 $i_L(0_+)$ 的**恒流源**

$$u_V(0_+)=i_L(0_+)\cdot R_V=20\times10^{-3}\times500\times10^3$$
$$=10000\text{ V}$$

注意：实际使用中（如直流电机、直流继电器）要加保护措施，用**续流二极管**为电感**提供放电回路**，否则线圈两端会产生高压，对设备造成损坏。

火花塞

点火器

小结：求电路初值的步骤

(a) 由换路前的稳态电路求 $u_C(0^-)$ 和 $i_L(0^-)$

0^- 电路（电阻电路） （**电容 C 开路**、**电感 L 短路**）

(b) 应用**换路定理**求 $u_C(0^+)$ 和 $i_L(0^+)$

$u_C(0^+) = u_C(0^-)$

$i_L(0^+) = i_L(0^-)$

(c) 画 0^+ 时刻的等效电路

* 保留电路拓扑结构

** 用独立电压源替代电容 C 、用独立电流源替代电感 L

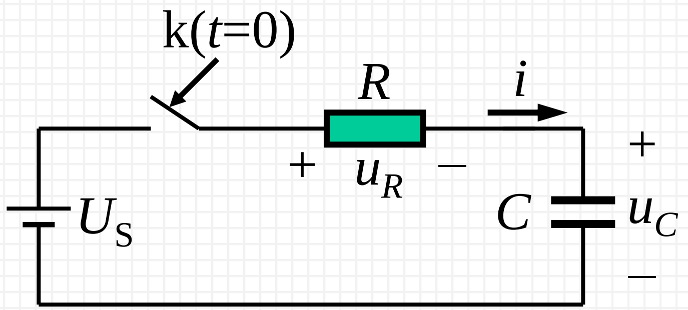
*** 独立电压源值为 $u_C(0^+)$ 、独立电流源值为 $i_L(0^+)$

(d) 由 0^+ 电路（电阻电路）求电路中其余支路量 0^+ 时刻的值

3 经典解法

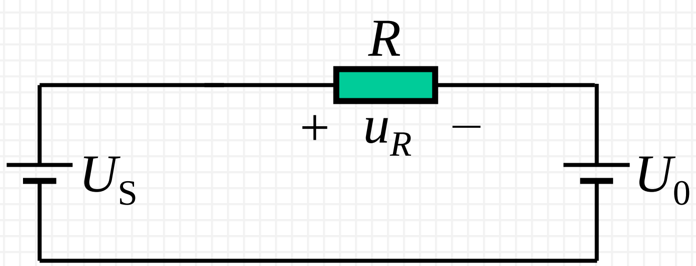
例1 已知： $u_C(0^-)=U_0$

求：电阻电压$u_R(t)$。



$$\begin{cases} u_R + u_C = U_S \\ i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \\ u_R = iR \end{cases} \Rightarrow u_R + \frac{1}{C}\int \frac{u_R}{R}\mathrm{d}t = U_S \Rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_R = 0}$$

$$\boxed{u_R(0^+) = U_S - U_0}$$



0^+电路

常系数线性微分方程的求解过程

$$\begin{cases} a_1 \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + a_2 y = b \\ y(0)=b_0 \end{cases}$$

齐次通解

$$y = y' + y''$$

非齐次特解

特征方程	$a_1 p + a_2 = 0$
特征根	$p = -\dfrac{a_2}{a_1}$
齐次通解	$y'' = Ae^{pt}$
非齐次特解	$y' = b / a_2$
全解	$y = Ae^{pt} + b / a_2$

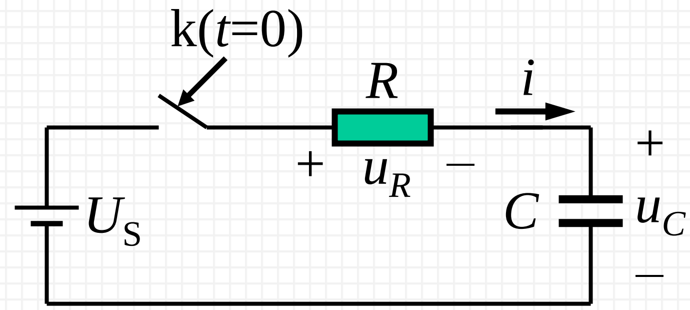
$y(0)=b_0$

$$A = b_0 - b / a_2$$

$$y = b / a_2 + \left(b_0 - b / a_2\right)e^{pt} \quad t \geq 0$$

例1 已知：$u_C(0^-)=U_0$

求：电阻电压$u_R(t)$。



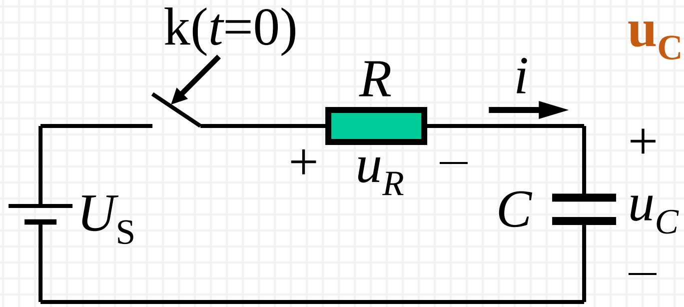
$$\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{RC}u_R=0 \;\Rightarrow\; p+\frac{1}{RC}=0 \;\Rightarrow\; p=-\frac{1}{RC}$$

$$u_R=A\mathrm{e}^{-t/RC} \quad t\geq 0$$

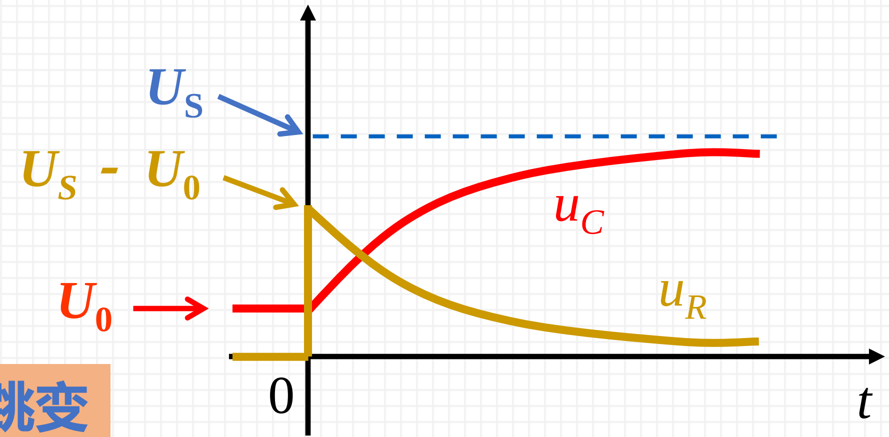
$$u_R(0^+)=U_S-U_0$$

$$A=U_S-U_0$$

$$u_R=(U_S-U_0)\mathrm{e}^{-t/RC} \quad t\geq 0$$



$u_C(0^-)=U_0$



u_R发生跳变

$$\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{RC}u_R=0 \;\Rightarrow\; p=-\frac{1}{RC} \;\Rightarrow\; u_R=(U_S-U_0)\mathrm{e}^{-t/RC} \quad t\geq 0$$

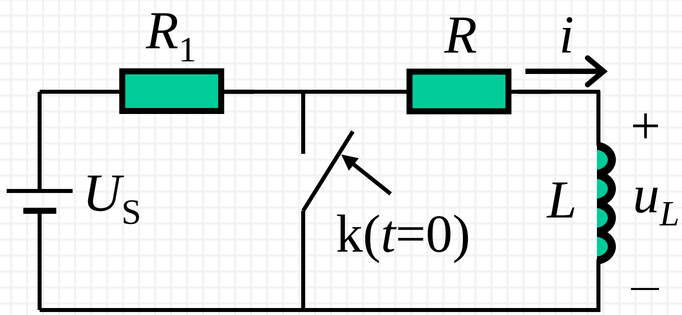
$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S \;\Rightarrow\; p=-\frac{1}{RC} \;\Rightarrow\; u_C=U_S+(U_0-U_S)\mathrm{e}^{-t/RC} \quad t\geq 0$$

令 $\tau=-1/p=RC>0$，一阶RC电路的时间常数(time constant)

激励和响应之间不是线性关系！

$$[\tau]=[RC]=[欧][法]=[欧]\left[\frac{库}{伏}\right]=[欧]\left[\frac{安秒}{伏}\right]=[秒]$$

例2 求图示电路中电流i。



$$L\frac{di}{dt}+Ri=0$$

$$i(0^-)=\frac{U_S}{R_1+R}$$

$$i(0^+)=i(0^-)=\frac{U_S}{R_1+R}=I_0$$

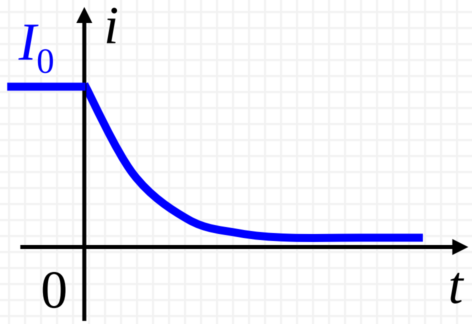
特征方程　$Lp+R=0$　　　特征根　$p=-\frac{R}{L}$

令　$\tau=L/R$ 为一阶RL电路的**时间常数**　$[\tau]=[\frac{L}{R}]=[秒]$

全解　$i(t)=0+Ae^{-t/\tau}$

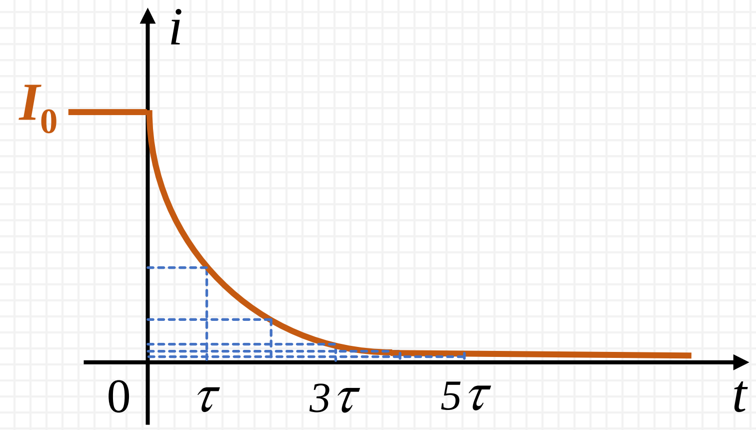
由初值确定 A　　$A=i(0^+)=I_0$

$$i=I_0e^{-\frac{t}{L/R}}\quad t\geq 0$$



关于 τ 的讨论

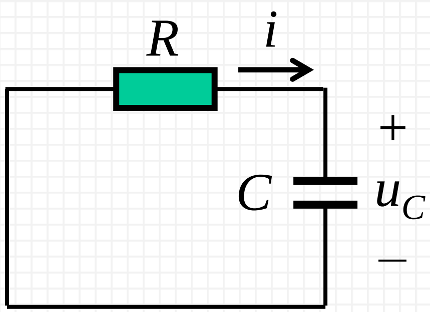
$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t \ge 0$$

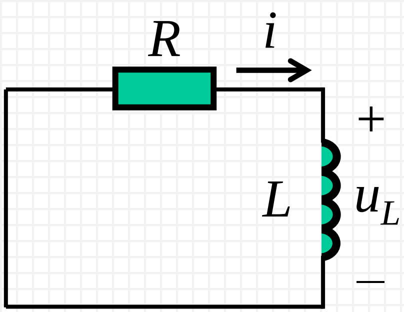


t	0	τ	2τ	3τ	5τ
$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$	I_0	$I_0 e^{-1}$	$I_0 e^{-2}$	$I_0 e^{-3}$	$I_0 e^{-5}$
	$\boxed{I_0}$	$\boxed{0.368\, I_0}$	$\boxed{0.135\, I_0}$	$\boxed{0.05\, I_0}$	$\boxed{0.007\, I_0}$

工程上通常认为 $3\,\tau \sim 5\,\tau$ 后过渡过程结束。

τ 越小，电压/电流变化越快。





$\tau = RC > 0$　　　　$\tau = L/R > 0$

工程上通常认为 $3\tau \sim 5\tau$ 后过渡过程结束。

τ 越小，电压/电流变化越快。

同样是电阻R，为什么在RC电路中就是**越大越慢**，在RL电路中就是**越大越快**?

动态电路的经典解法

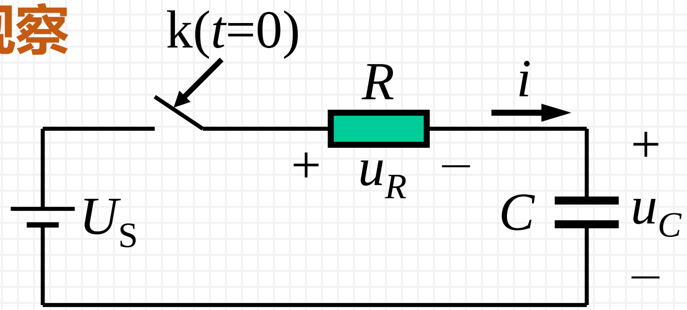
- 列（有关待求支路量的）微分方程。
- 由换路前0^-电路求 $u_C(0^-)$ 和 $i_L(0^-)$ 的值。
- 应用换路定理画 0^+电路，求待求支路量的 0^+时刻 值。
- 求微分方程对应的特征方程，得到齐次通解。
- 求出非齐次微分方程的1个特解，得到非齐次微分方程的全解。

  全解＝齐次解＋特解

- 由0^+时刻的值确定全解中的待定系数。

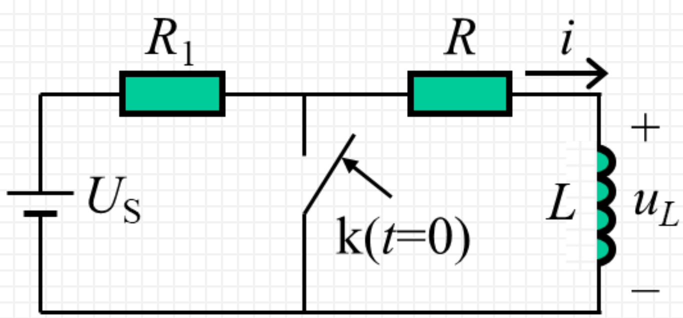
4 一阶电路的直觉解法（三要素法）

观察



$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{RC}} \qquad t \geq 0$$

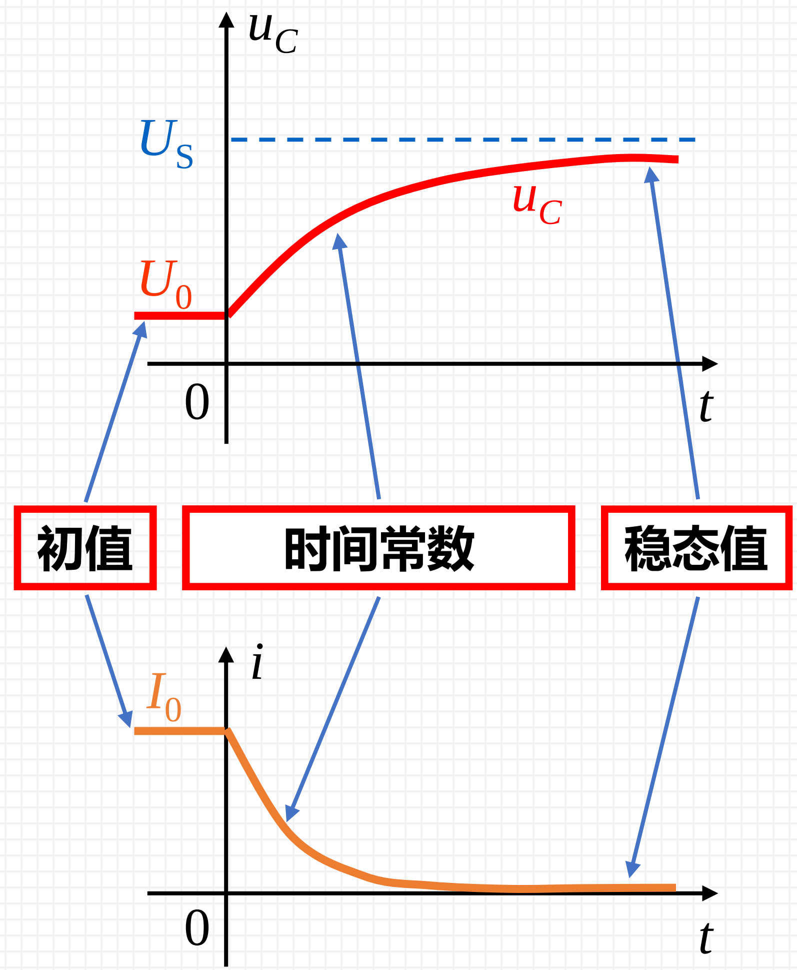
时间常数 > 0 → **特解 = 稳态解**



$$i = I_0 e^{-\frac{t}{L/R}} \qquad t \geq 0$$

如果能够方便地求得这3个值?

不用列常微分方程!



讨论一阶电路的一般情况

一阶常系数常微分方程

任意支路量 f 的方程

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}+af(t)=u(t)$$

$$a>0$$

特征根$(-a)<0$

时间常数$(1/a)>0$

待定系数

$$f(t)=\text{特解}+Ae^{-\frac{t}{\tau}} \xrightarrow{t\to\infty} \text{特解}=f(\infty)$$

$$f(t)=f(\infty)+Ae^{-\frac{t}{\tau}} \xrightarrow{f(0^+)=f(\infty)+A} A=f(0^+)-f(\infty)$$

$$f(t)=f(\infty)+[f(0^+)-f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

三要素
- $f(\infty)$ 稳态解
- $f(0^+)$ 初值
- τ 时间常数

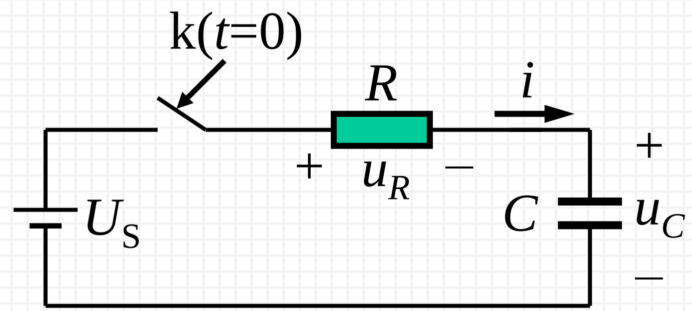
优点1：可适用于各支路量

优点2：不列写方程直接获得解

用直觉解法重做前面例

已知：$u_C(0^-)=U_0$

求：电阻电压$u_C(t)$, $u_R(t)$。



$$f(t)=f(\infty)+[f(0^+)-f(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad t\geq 0$$

$$u_C(0^+)=u_C(0^-)=U_0 \quad \xleftrightarrow{\text{电阻电路}} \quad u_R(0^+)=U_S-U_0$$

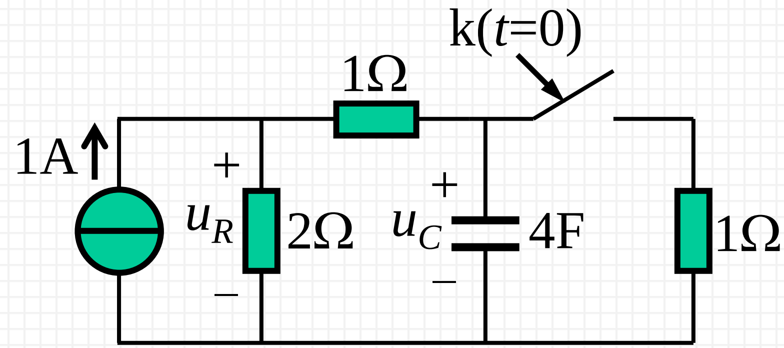
$$u_C(\infty)=U_S \quad \xleftrightarrow{\text{电阻电路}} \quad u_R(\infty)=0$$

$$\tau=RC \quad \xleftrightarrow{\text{电阻电路}} \quad \tau=RC$$

$$u_C=U_S+(U_0-U_S)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad t\geq 0$$

$$u_R=(U_S-U_0)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad t\geq 0$$

例 求图示电路中电压$u_R(t)$。

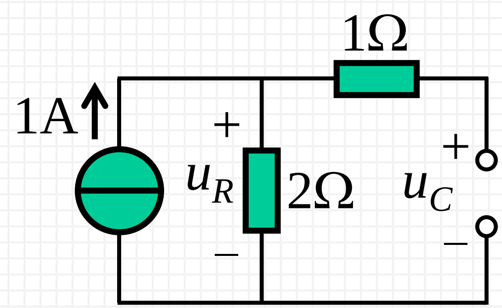


$$u_R(t)=u_R(\infty)+[u_R(0^+)-u_R(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

解 **0^-电路**

(换路前稳态电路) $u_C(0^-)=2\text{V}$

(第1个电阻电路)

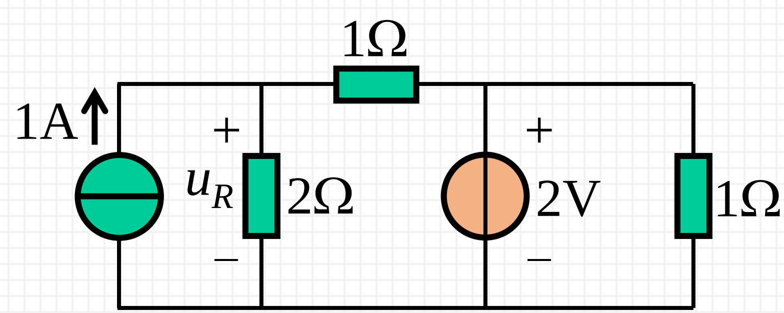


0^+电路

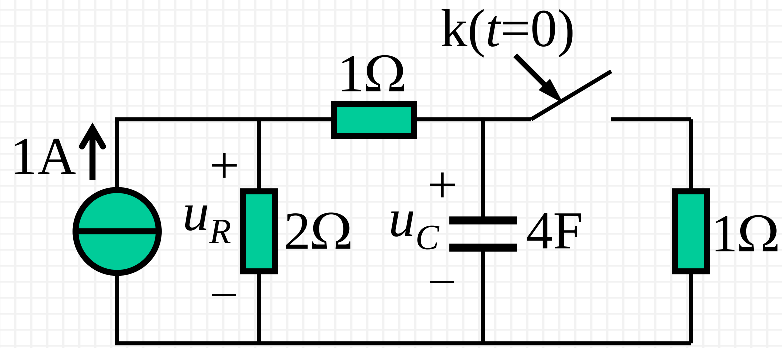
(第2个电阻电路)

$$\frac{u_R(0^+)-2}{1}+\frac{u_R(0^+)}{2}=1$$

$$\boxed{u_R(0^+)=2\text{V}}$$



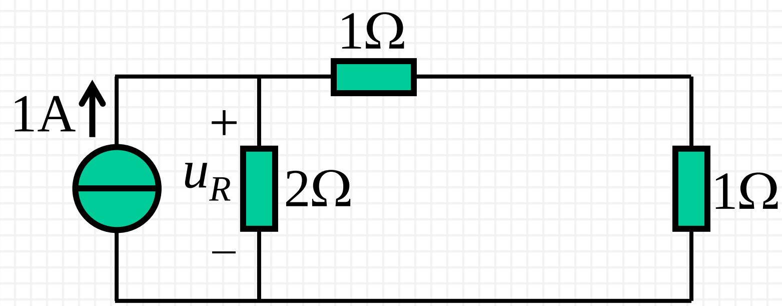
求电压$u_R(t)$。



$$u_R(0^+)=2\text{V}$$

换路后稳态电路

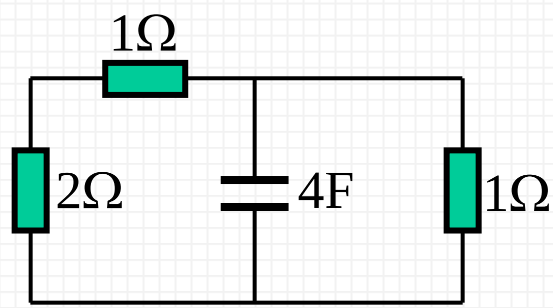
(第3个电阻电路)



$$u_R(\infty)=1\text{V}$$

求时间常数电路

(第4个电阻电路)



$$\tau=\frac{3}{4}\times 4=3\,\text{s}$$

$$u_R(t)=u_R(\infty)+[u_R(0^+)-u_R(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=1+e^{-\frac{t}{3}}\ \text{V}\qquad t\geq 0$$

关于直觉解法的讨论

$$f(t)=f(\infty)+[f(0^{+})-f(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad t\geq 0$$

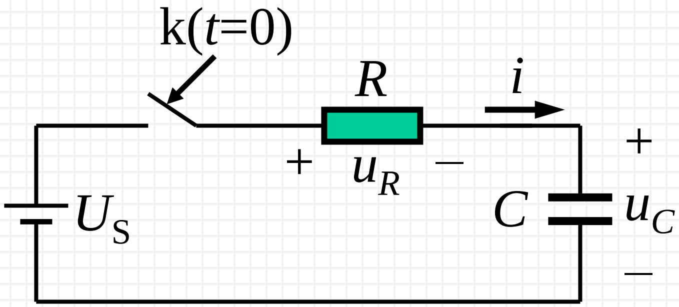
❖ 适用于：

- 时间常数、初值、终值比较容易求的场合
- 直流激励或正弦激励 → L15
- 可用于求电路任意支路的电压或电流

❖ 仅对1阶电路适用

❖ 时间常数的概念仅对1阶电路适用

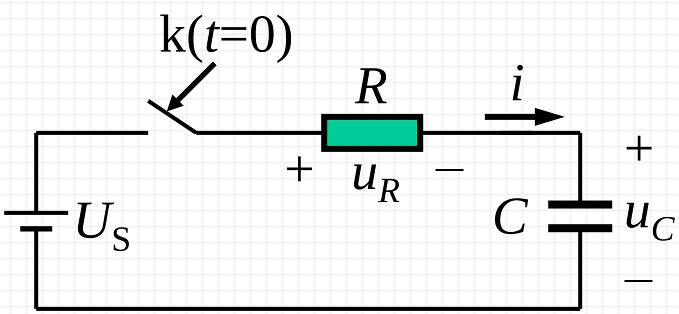
5 从另一个角度观察解



$u_C(0^-)=U_0$ 求：电容电压$u_C(t)$。

$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t \geq 0$$

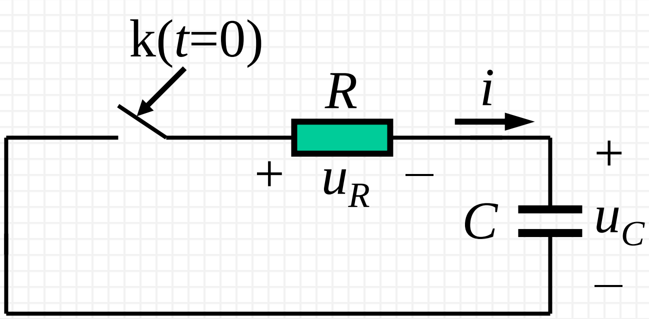
全响应



$u_C(0^-)=0$ 零状态(储能元件无初始储能)

$u_C(0^+)=0$ $u_C(\infty)=U_S$ $\tau=RC$

$$u_C = U_S + (0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t \geq 0$$



$u_C(0^-)=U_0$ 零输入(没有外加电源)

$u_C(0^+)=U_0$ $u_C(\infty)=0$ $\tau=RC$

$$u_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t \geq 0$$

零输入响应

(zero-input response) (**ZIR**)：

没有外加激励，由L、C初始储能引起的响应。

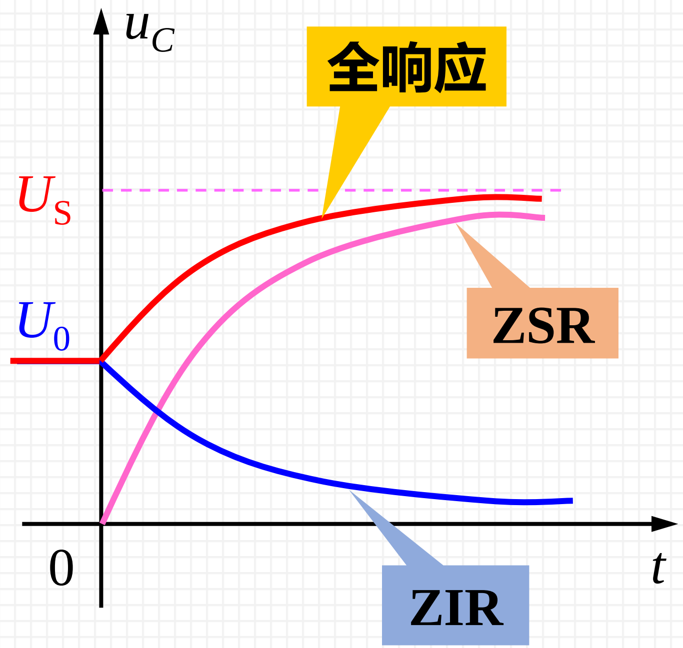
零状态响应

(zero-state response) (**ZSR**)：

L、C没有初始储能，由外加激励引起的响应。

$$\begin{cases} u_C(0^-)=0 \\ i_L(0^-)=0 \end{cases}$$

$$\underbrace{u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}_{\text{ZSR}} + \underbrace{U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{ZIR}} \qquad (t \ge 0)$$



$$u_C(t) = \underbrace{u_C(\infty)}_{\text{强制分量/非齐次特解}} + \underbrace{[u_C(0^+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{自由分量/齐次通解}}$$

数学视角

方程视角

$$= \underbrace{\left[u_C(\infty) - u_C(\infty)\,e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}_{\text{零状态响应}} + \underbrace{u_C(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{零输入响应}}$$

电路视角

能量视角

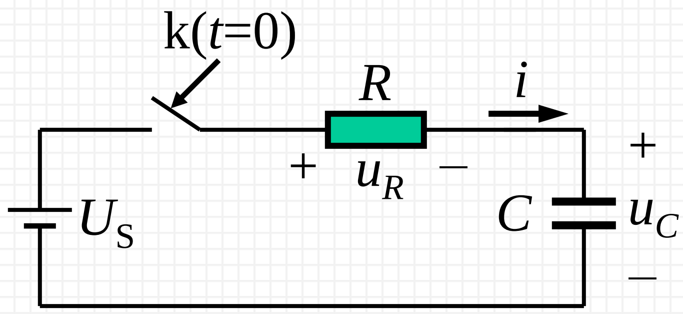
全响应 = 强制分量 + 自由分量

= 零输入响应 + 零状态响应

为什么要这样划分?

原因1：ZIR 和 ZSR 都是可能出现的过渡过程

原因2：ZSR 对于分析一般激励的响应非常重要



ZSR的激励－响应线性关系

$u_C(0^-)=0$ **零状态**

$$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$$

激励	响应
U_S	$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$
$2U_S$	$u_C = 2U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$
$U_{S1}+U_{S2}$	$u_C = (U_{S1}+U_{S2})(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$

謝謝