第二章 牛顿运动定律

§ 2.1 牛顿运动定律

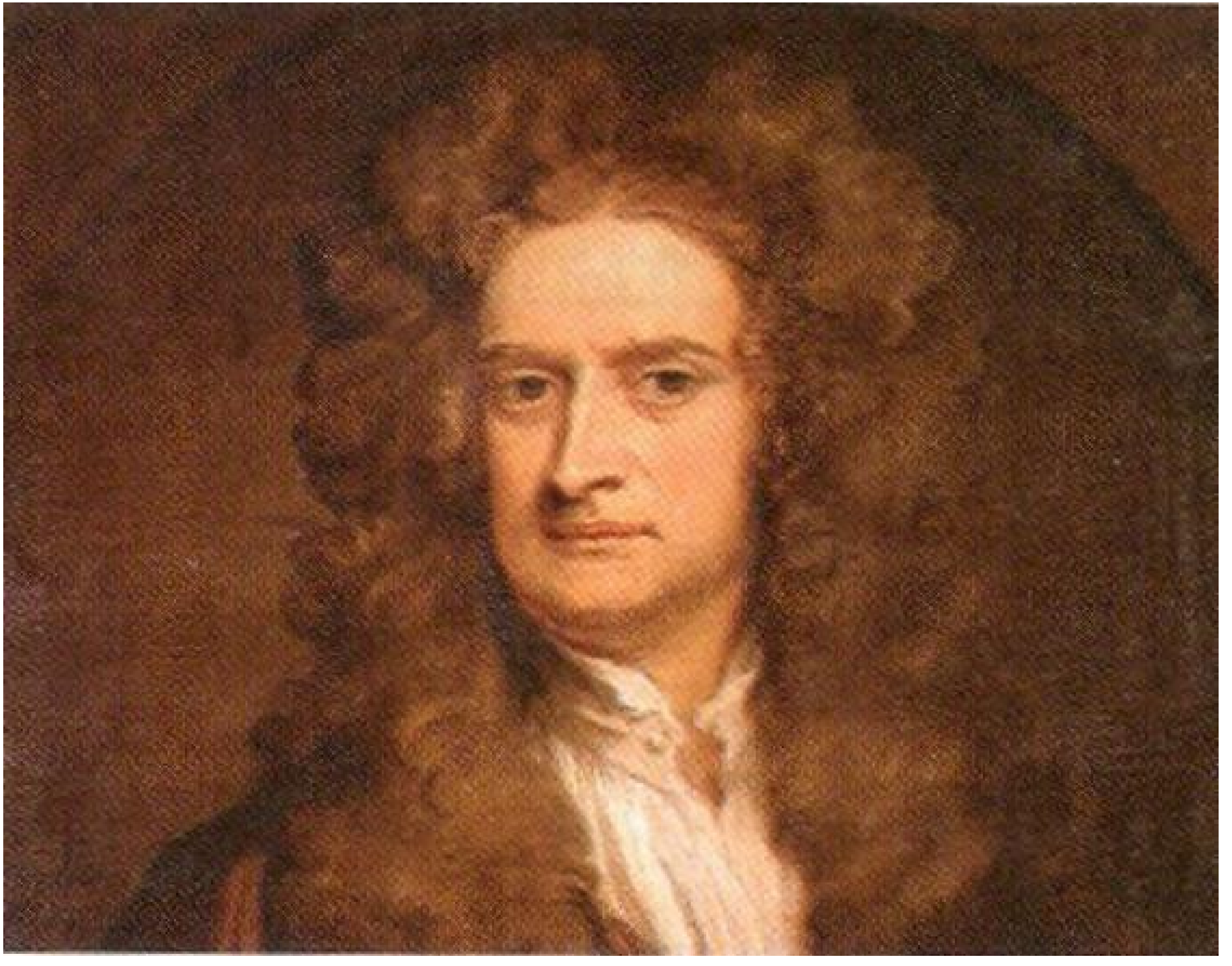
Δ § 2.2 常见的几种力

Δ § 2.3 基本的自然力

§ 2.4 应用牛顿定律解题

§ 2.5 非惯性系与惯性力

§ 2.6 科里奥利力



Isaac Newton（1642-1727）

§2.1 牛顿运动定律

一、牛顿第一定律——惯性定律

任何物体都保持其静止或沿一条直线做匀速运动状态，除非有力加于其上迫使它改变这种状态。

第一定律：定义了"惯性系"（**inertial frame**）

定性给出了"力"与"惯性"的概念

惯性系：牛顿第一定律成立的参考系。

力：改变物体运动状态的原因（并非维持物体运动状态的原因）。

二、牛顿第二定律

运动的改变（指动量变化）和引起运动所施加的运动力(指外力)成正比，且发生在所施加的运动力的方向上

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

***m*：质量（mass）**，它是物体惯性大小的量度，也称惯性质量（**inertial mass**）。

若$m = \text{const.}$，则有：

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

三、牛顿第三定律 ——作用与反作用定律

对每一个作用总存在一个相等的反作用与之对抗;或者说两物体彼此间相互作用永远相等，且各自指向对方

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

作用的相互性

自学: SI单位和量纲、技术中常见的几种力、基本自然力（书第二章第2、3节）

自学，搞清几个问题：1）基本量和导出量;

2）国际单位制（SI）和相应的基本单位;

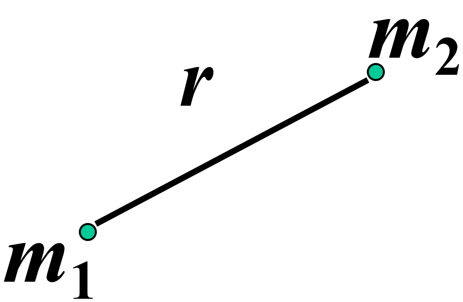
3）量纲

力的基本类型：引力 电磁力 强力 弱力

◆万有引力定律：

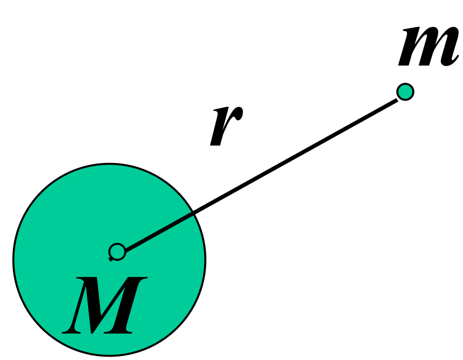
$$f_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

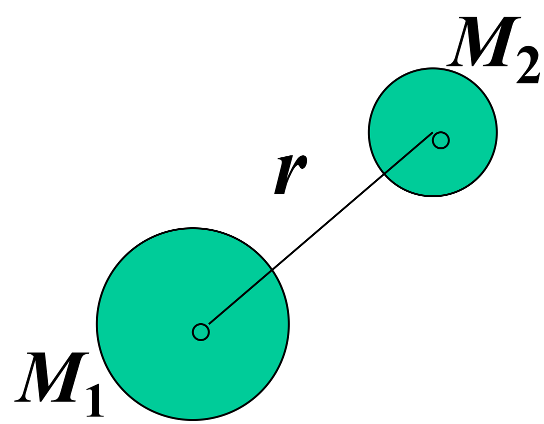
→ 引力质量



定律对两个质点得出。

由叠加可证：
可用于
球与质点；
两球之间。





◆实验：地面上同一地点一切自由落体加速度相同。

忽略地球自转的影响，由牛顿第二定律，有

$$a = \frac{f_G}{m_I} \propto \frac{m_G}{m_I}$$

$\xrightarrow{\boxed{\text{实验}}}$ $\frac{m_{1G}}{m_{1I}} = \frac{m_{2G}}{m_{2I}} = \cdots$ $\xrightarrow{\text{选单位}}$ $m_I = m_G = m$

即：一切物体的惯性质量和引力质量相等！

这一结论是广义相对论等效原理的基础!

§ 2.4 应用牛顿定律解题

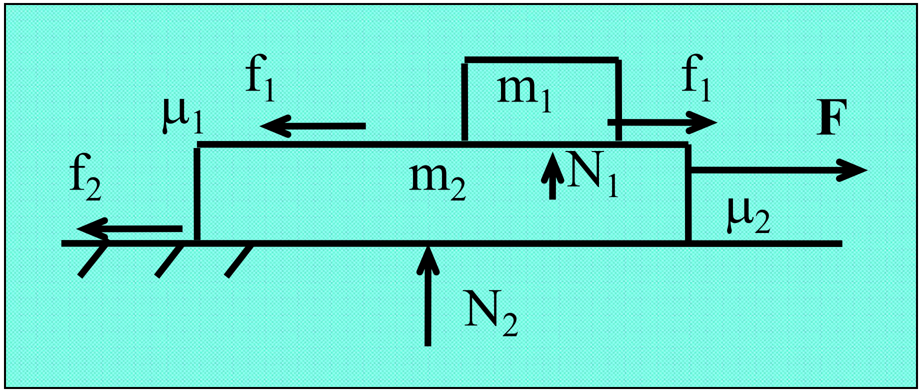
两类问题 力 ⟶ 运动 演绎

运动 ⟶ 力 归纳

一、代数方程组型

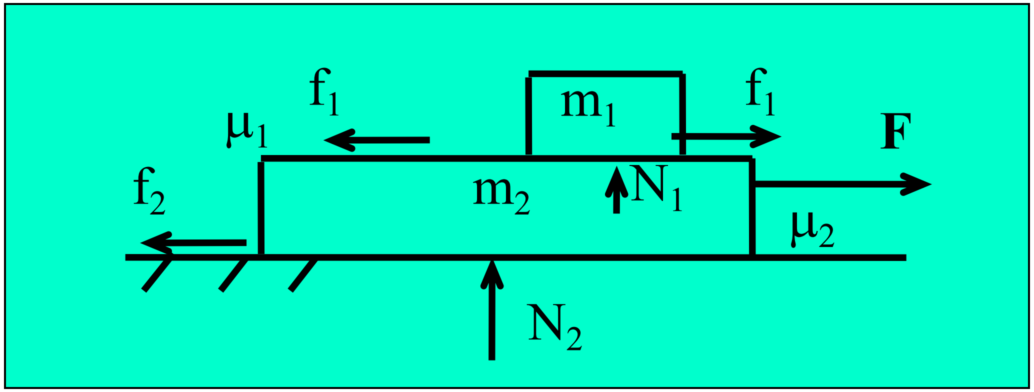
特点：力为常数；一般求a .

$\therefore$ 微分方程组 $\rightarrow$ 代数方程组



【例】已知：m_1，m_2；μ_1，μ_2

求：使m_2抽出的最小的F



解：设m_2尚未抽出，m_1，m_2相对静止,

f_1为静摩擦力

对m_1，m_2：　$F - (m_1+m_2)g\mu_2 = (m_1+m_2)a$

对m_1：　$m_1a = f_1 <= m_1g\mu_1$　　$a <= g\mu_1$

$\therefore$　$F - (m_1+m_2)g\mu_2 <= (m_1+m_2)g\mu_1$

$\therefore$ 使m_2抽出的最小的

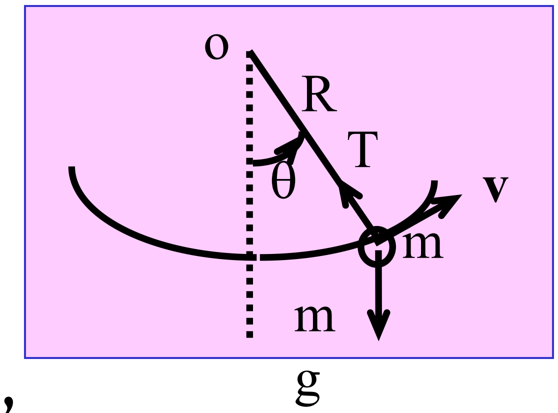
$F= (m_1+m_2)(\mu_1+\mu_2)g$

二、微分方程(组)型

一般F为变力，除求a外，还求v, r．需要积分

【例】轻绳系球m, $v|_{\theta=0} = v_0$

求: $v(\theta)$, $T(\theta)$



解：切向 $-mg\sin\theta = m\dfrac{dv}{dt}$

$$\therefore \quad -g\sin\theta = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R}\frac{dv}{d\theta}$$

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = -gR\int_0^{\theta} \sin\theta\, d\theta$$

得：$\dfrac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = gR(\cos\theta - 1)$

$$v(\theta) = [\, v_0^2 - 2gR(1 - \cos\theta)\,]^{1/2}$$

法向 $\mathrm{T}- mg\cos\theta = m v^2 / R$

$$\mathrm{T}= m\,[\,v_0^2 - 2gR(1 - 3\cos\theta\ /2)\,]\,/R$$

讨论

(1)此解适用条件——质点做圆周运动

(2)三种可能的运动：沿圆周摆动，沿圆周转动，脱离圆周运动

(3)由解分析：运动条件(v存在)

$$\sqrt{2gR(1-\cos\theta)} \equiv v_1(\theta) \le v_0$$

$v_1(\theta) = v_0$时 $\mathrm{v}(\theta) = 0$ 运动换向

不脱离圆周条件（$T \geq 0$）

$$\sqrt{2gR(1-\frac{3}{2}\cos\theta)} \equiv v_2(\theta) \leq v_0$$

$v_2(\theta) = v_0$ 时开始脱离圆周运动.

若$v_1(\theta)$先达到$\boldsymbol{v_0}$则运动换向；若$v_2(\theta)$ 先达到$\boldsymbol{v_0}$

则开始脱离圆周运动

§2.5 非惯性系和惯性力

一、惯性系与伽利略相对性原理

总能找到特殊的物体群（参考系），在这个参考系中牛顿第一定律成立。这个参考系称为惯性系。

牛顿第一、二定律只在惯性系中成立。

在非惯性系中通过引入"惯性力"，牛顿第一、二定律才形式上成立。

实用的惯性系：

1、FK4系：以1535颗恒星平均静止位形作为基准—目前最好。

2、太阳系：太阳中心为原点，坐标轴指向恒星—绕银河中心的向心加速度～$1.8\times10^{-10}m/s^2$

3、地心系：地心为原点，坐标轴指向恒星—绕太阳的向心加速度～$6\times10^{-3}m/s^2$（g的10^{-3}）

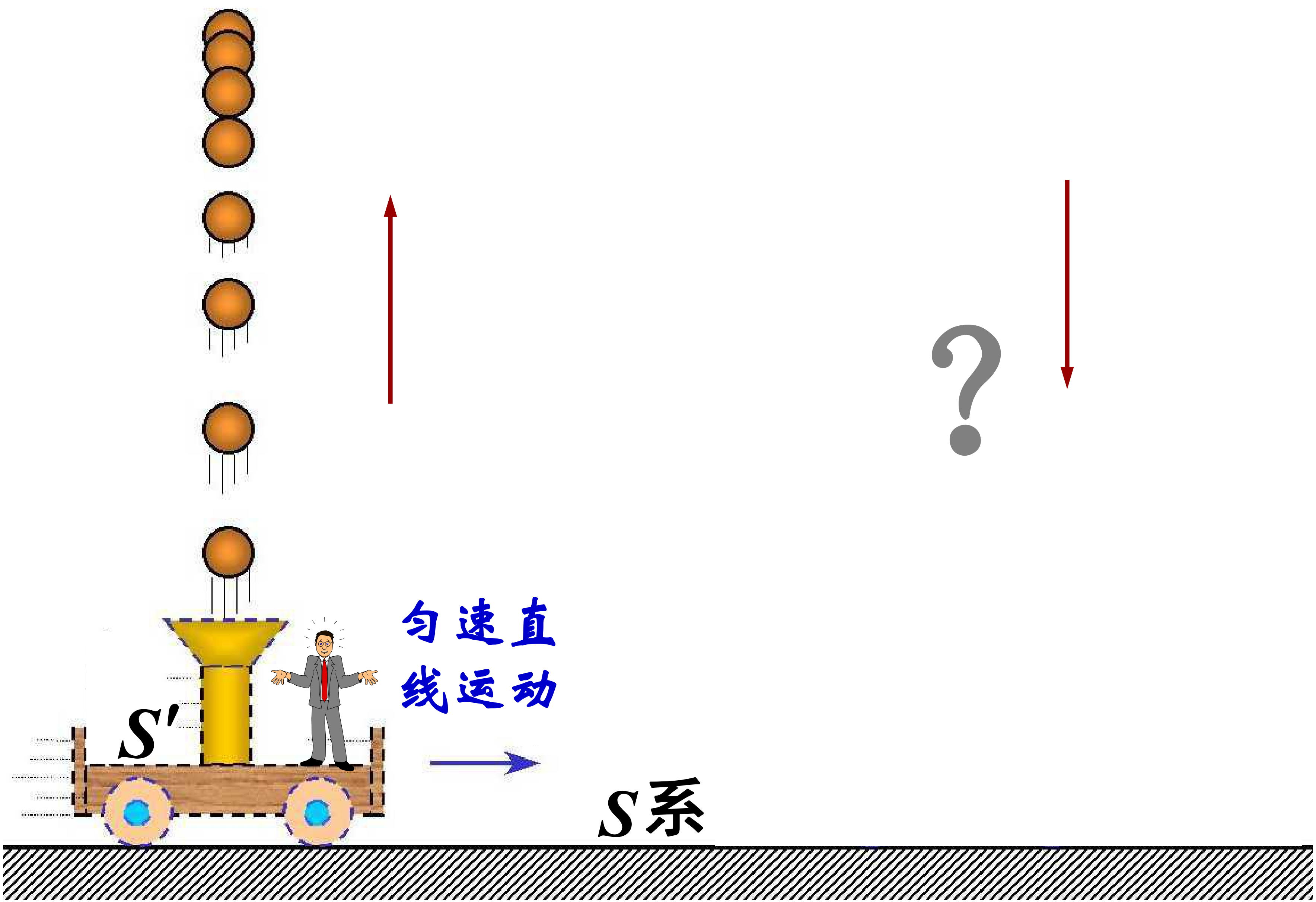
4、地面系（实验室系）：坐标轴固定在地面上—赤道处自转向心加速度～$3.4\times10^{-2}m/s^2$

对于描述力学规律来说，所有的惯性参考系都是等效的。

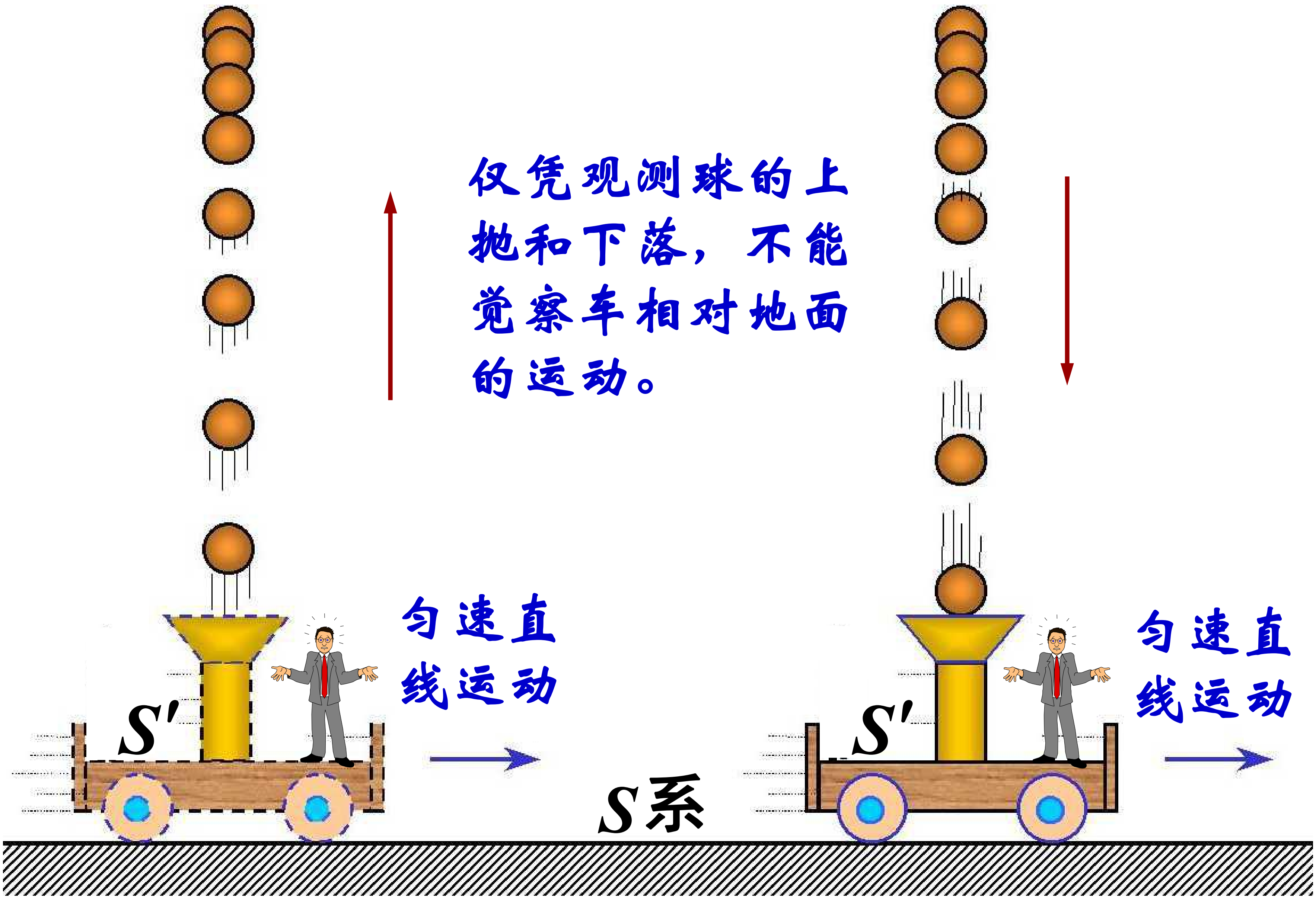
或者说：相对某惯性系作匀速直线运动的参考系，其内部发生的力学过程，不受系统整体的匀速直线运动的影响。

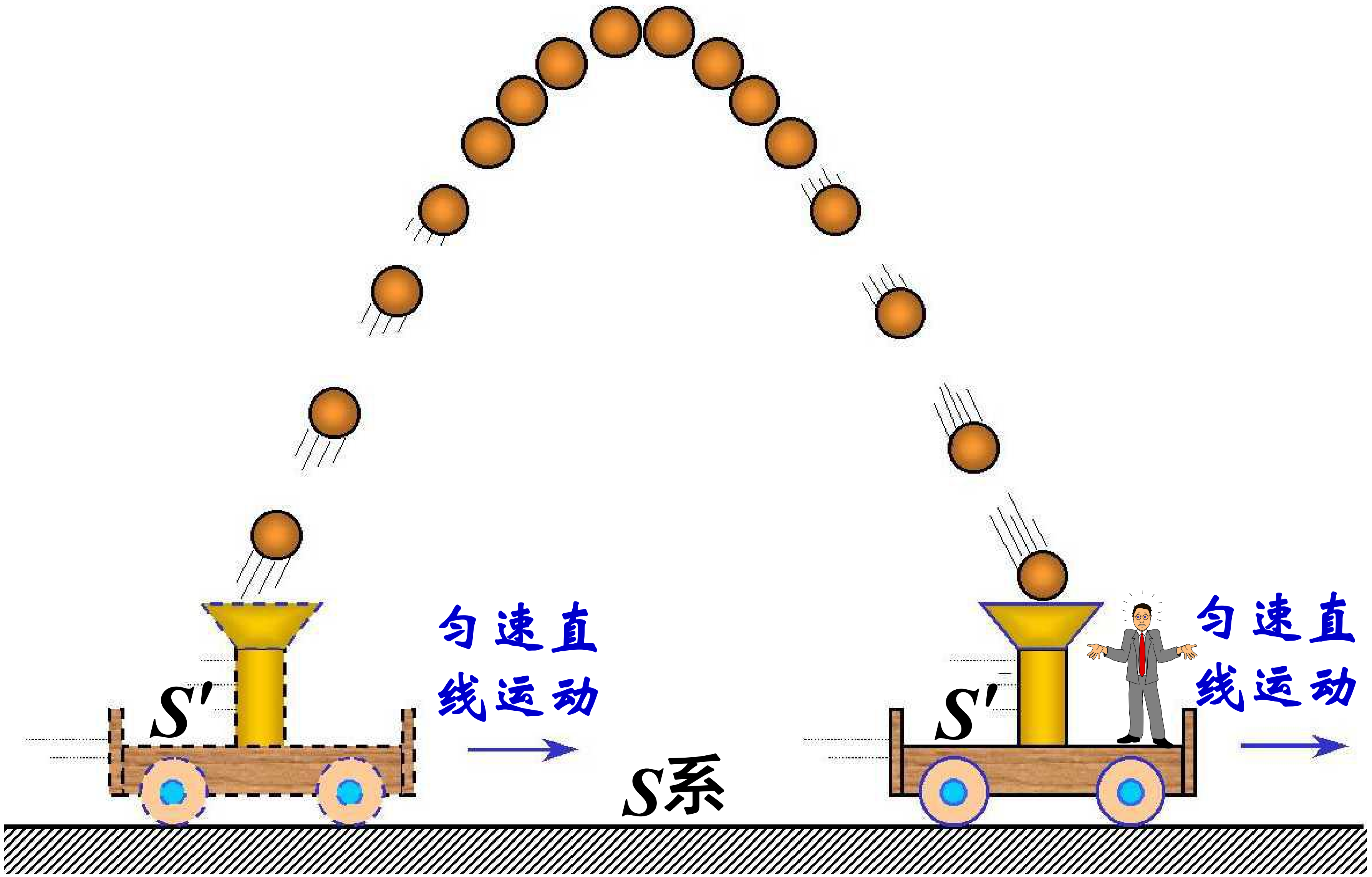
— 力学相对性原理，

或伽利略相对性原理。



匀速直
线运动
S′
S系
?


仅凭观测球的上抛和下落，不能觉察车相对地面的运动。
匀速直线运动
S′
S系
S′
匀速直线运动



S'
匀速直
线运动
S系
S'
匀速直
线运动

力学相对性原理数学表述：

$$m' = m\,,\ \vec{F}' = \vec{F}\,,\quad \vec{a}' = \vec{a}$$

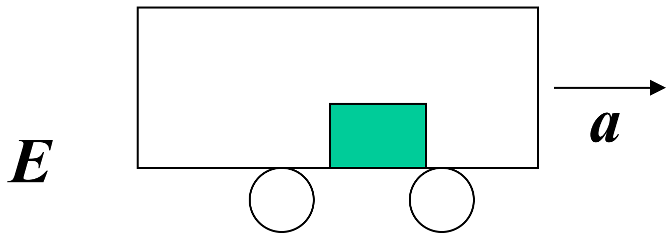
因此

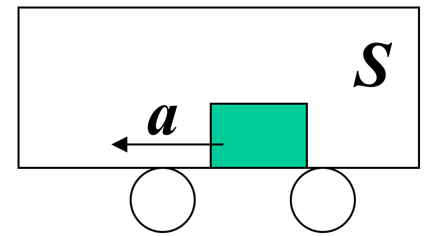
$$\vec{F}' = m'\vec{a}' \to \vec{F} = m\vec{a}$$

对于不同的惯性系，力学的基本规律——牛顿方程的形式相同。

或者说：牛顿方程具有伽利略变换协变对称性

二、非惯性系





在 E 参考系 运动符合牛顿定律，在 *S* 则不然

非惯性系中的如何研究运动的动力学规律？

任务：

寻求一普遍物理方法，

以使用统一的动力学规律，

研究惯性系和非惯性系中

的力学问题。

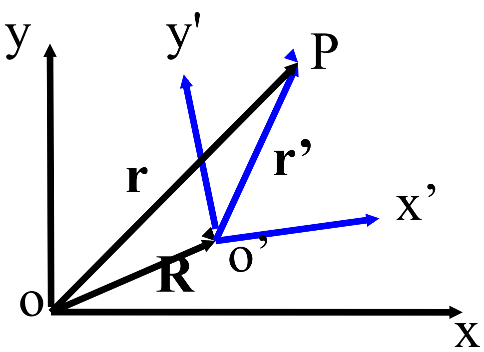
引入
惯性力

如何求得？

三、平动非惯性系中惯性力

$$\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{a}_0$$ (相对惯性系有加速度a_0)

惯性系 $\vec{F} = m\vec{a}$



$$\vec{F} = m(\vec{a}\,' + \vec{a}_0)$$

非惯性系 $\vec{F} - m\vec{a}_0 = m\vec{a}\,'$

设想有一附加的力----------惯性力

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$$

则有

$$\vec{F}\,' = \vec{F} + \vec{F}_i = m\vec{a}\,'$$

使用牛顿第二定律的形式

非惯性系相对惯性系的加速运动引起, 无施力者

◆对惯性力的认识：

惯性力：　非惯性系中的附加力

作用：使非惯性系中可用牛顿第二定律。

其大小∝惯性质量

（因而所产生的加速度与质量无关）

性质：既虚拟又真实。

"虚拟"（牛顿力学观点）：

无相互性。

"真实"：同真实力一样产生加速度。

二战中的小故事：

美Tinosa号潜艇携带16枚鱼雷，在太平洋离敌舰4000码斜向攻击，发射4枚，使敌舰停航。

但离敌舰875码垂直攻击发射11枚，均未爆炸。

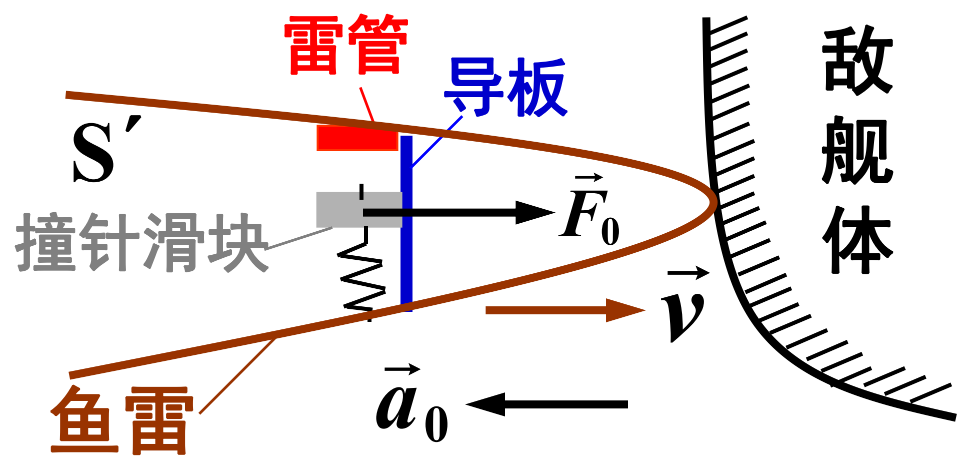
原因出在惯性力上!

近距离、垂直攻击

→ a_0 大 → F_0 大

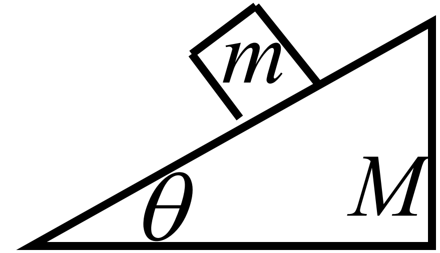
→ 滑块受摩擦力大

→ 雷管不能被触发！



例：如图　　m与M保持接触　　各接触面处处光滑

求：m下滑过程中，相对M的加速度 a_{mM}

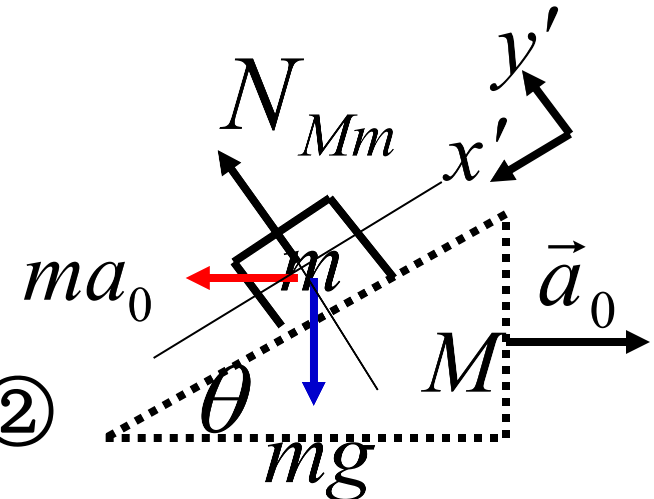


解：画隔离体受力图

以地面为参考系对M列方程

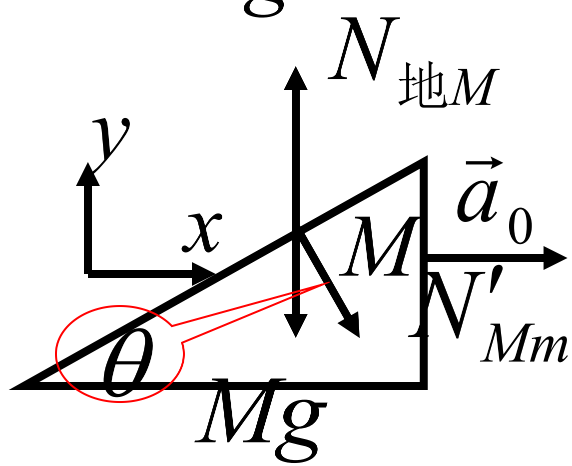
$$N_{mM}\sin\theta = Ma_0 \quad ①$$

以M为参考系对m列方程　(非)



$$ma_0\cos\theta + mg\sin\theta = ma_{mM} \quad ②$$

$$N_{mM} + ma_0\sin\theta - mg\cos\theta = 0 \quad ③$$



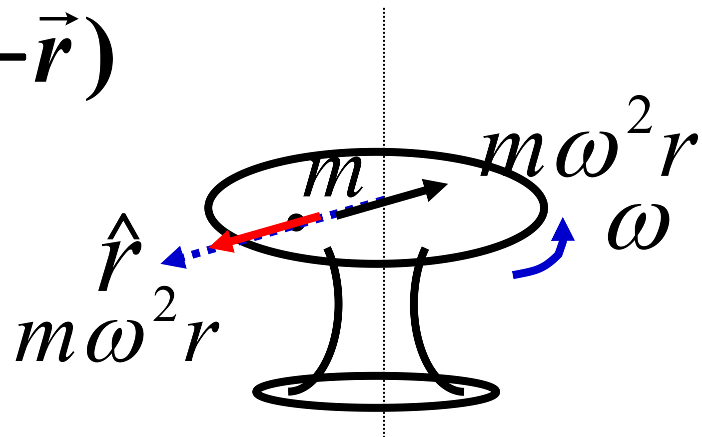
$$\boxed{a_{mM} = \frac{(M+m)\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}g}$$

四、匀速转动非惯性系中的惯性力

设S' 系相对惯性系S 匀速转动

物体 m 在 S′ 中静止

S： $\vec{f}_s = m\vec{a}_n = m\omega^2(-\vec{r})$



S′ $\vec{a}' = 0$

令 $\vec{f}_s + \vec{F}_0 = m\vec{a}' = 0$

则 $\vec{F}_0 = m\omega^2\vec{r}$

$m\omega^2\vec{r}$ — 惯性离心力

S' 中向心力与惯性离心力平衡，m静止

有关惯性离心力的几个问题：

▲ 失重：在绕地球旋转的飞船中观察，引力被惯性离心力完全抵消,出现失重

飞船中是真正能验证惯性定律的地方

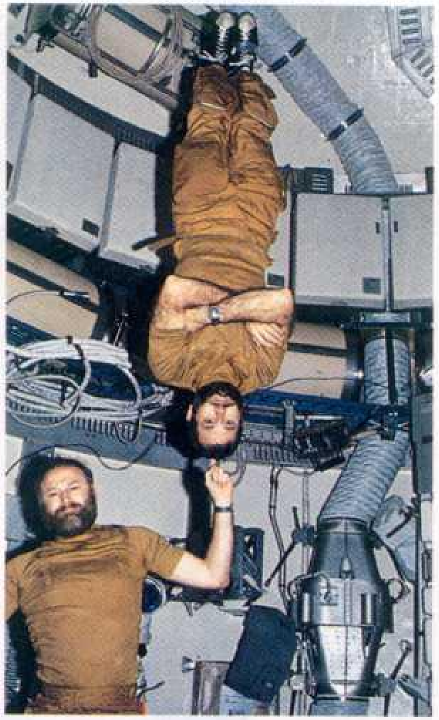
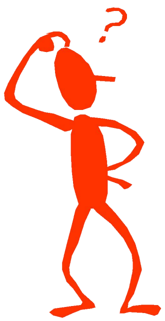


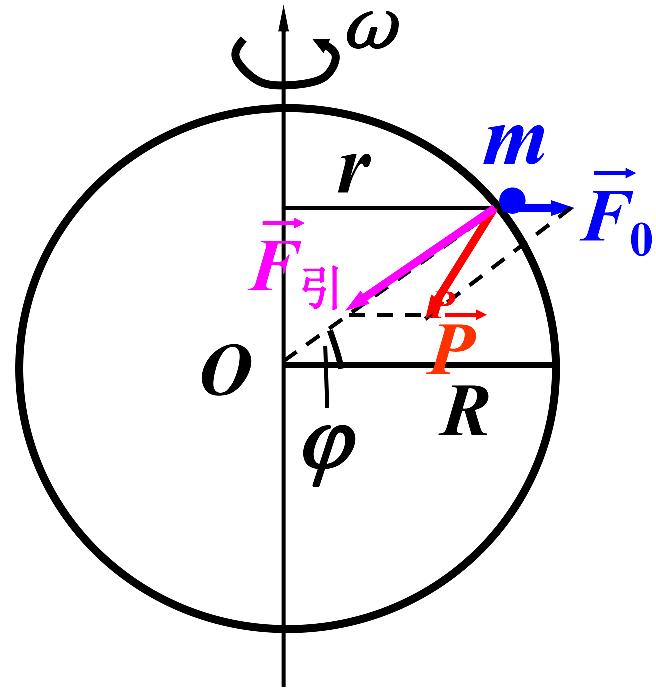
Figure 5.17 As they orbit the earth, these NASA astronauts float around in a state of apparent weightlessness.

▲ 重力和纬度的关系：

思考



- 重力是物体所受的地球的引力吗？
- 重力加速度 g 和地球纬度 φ 的关系式为：



$$\boxed{g \approx g_0\left(1 - \frac{a_0}{g_0}\cos^2\varphi\right)}$$

式中：$g_0 = \dfrac{GM_e}{R^2} \approx 9.83\,\mathrm{ms}^{-2}$，$a_0 = R\omega^2 \approx 0.034\,\mathrm{ms}^{-2}$

G — 万有引力常量，M_e — 地球质量，

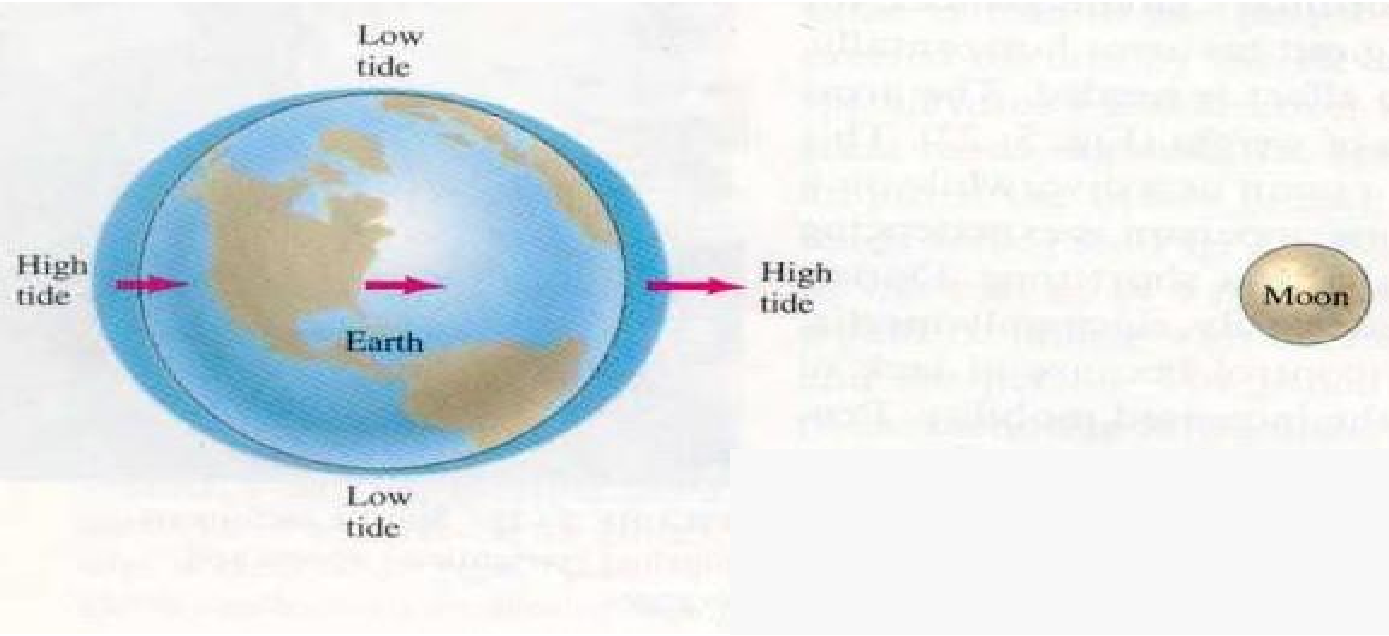
R — 地球半径，ω — 地球自转角速度。

▲ 潮汐（tide）与惯性力:

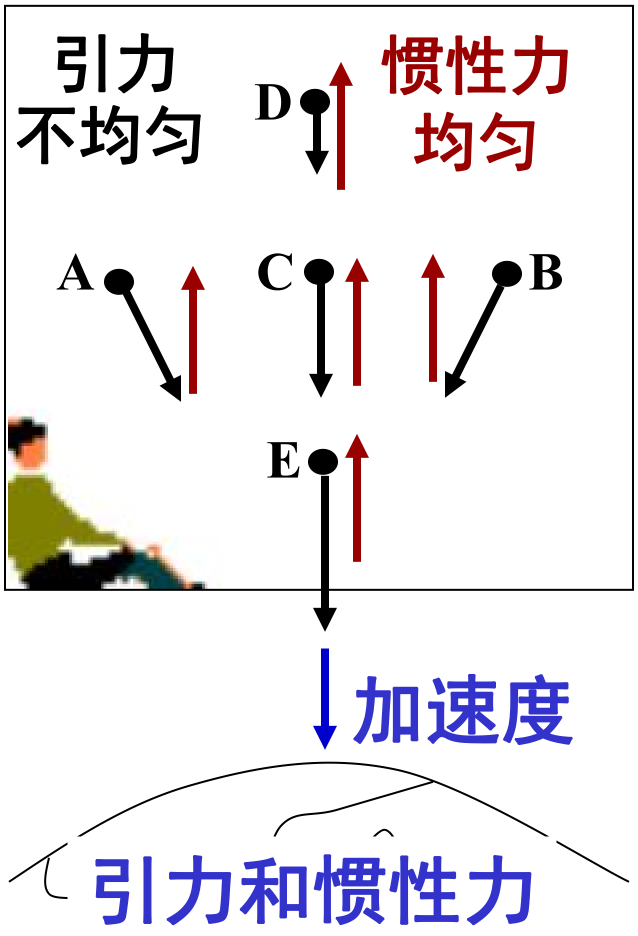
(1)为什么潮汐受太阳影响比月亮影响弱一些呢?

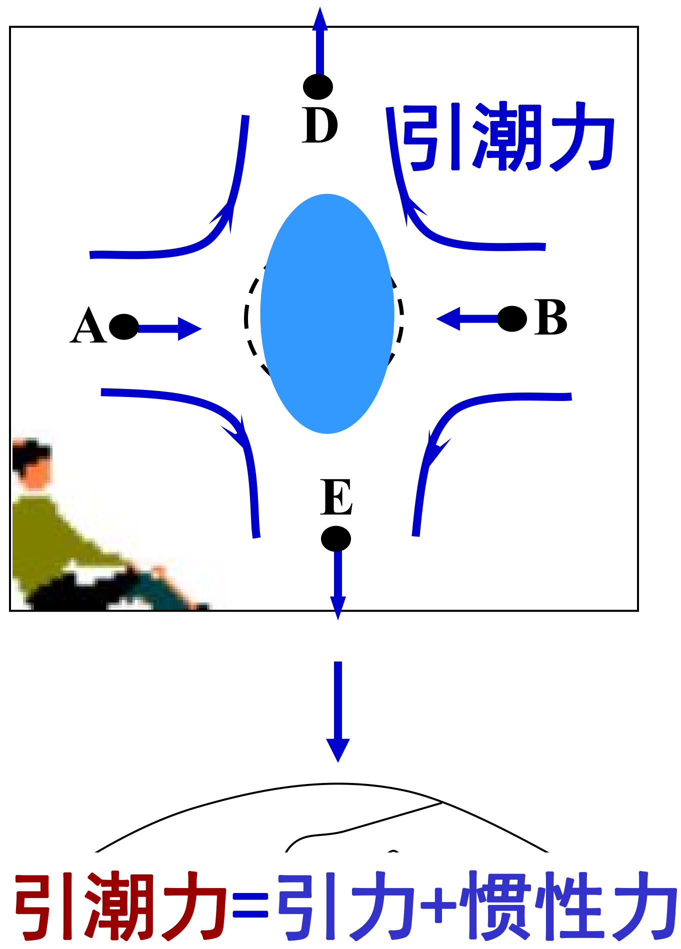
$$\frac{(F_{引})_{月}}{(F_{引})_{太阳}}=\frac{M_{月}}{M_{太阳}}\left(\frac{r_{太阳}}{r_{月}}\right)^2=\frac{7.35\times10^{22}\mathrm{kg}}{1.99\times10^{30}\mathrm{kg}}\left(\frac{1.50\times10^{8}\mathrm{km}}{3.82\times10^{5}\mathrm{km}}\right)^2=5.69\times10^{-3}$$

(2)为什么潮汐同时在向月和背月侧发生?



自由降落“大升降机”中的引潮力：

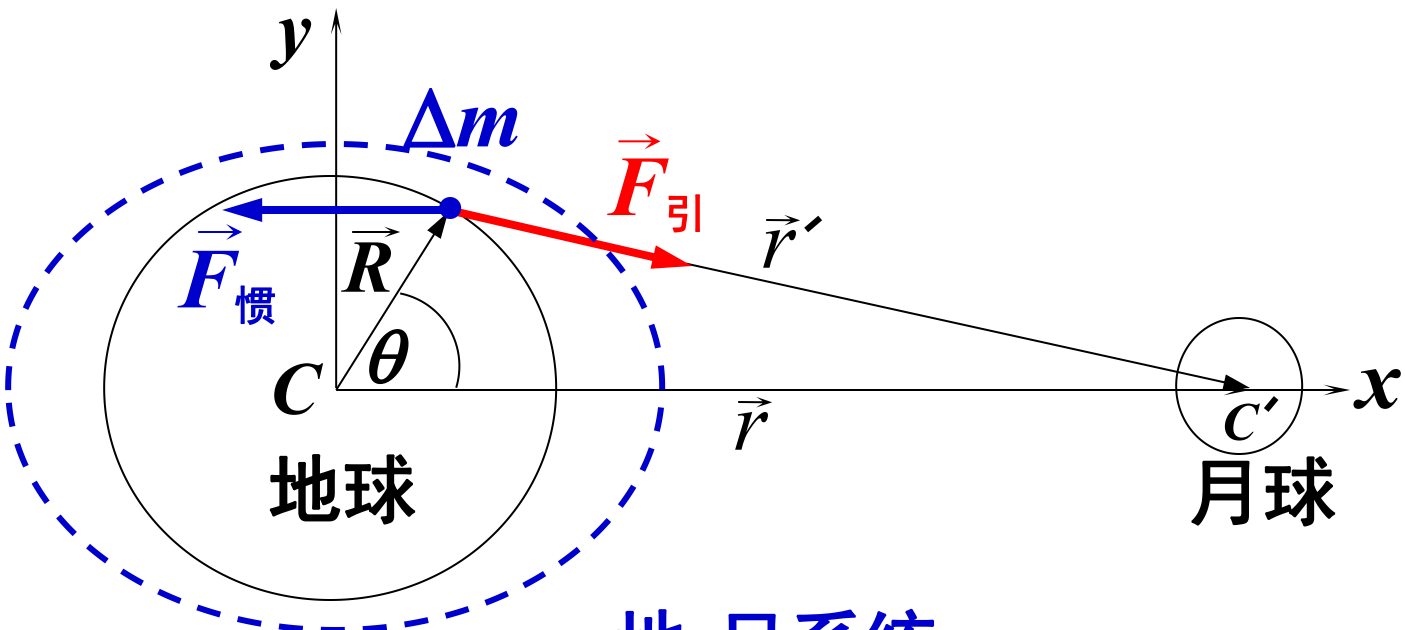




引潮力是被惯性力抵消后的“残余的力”。

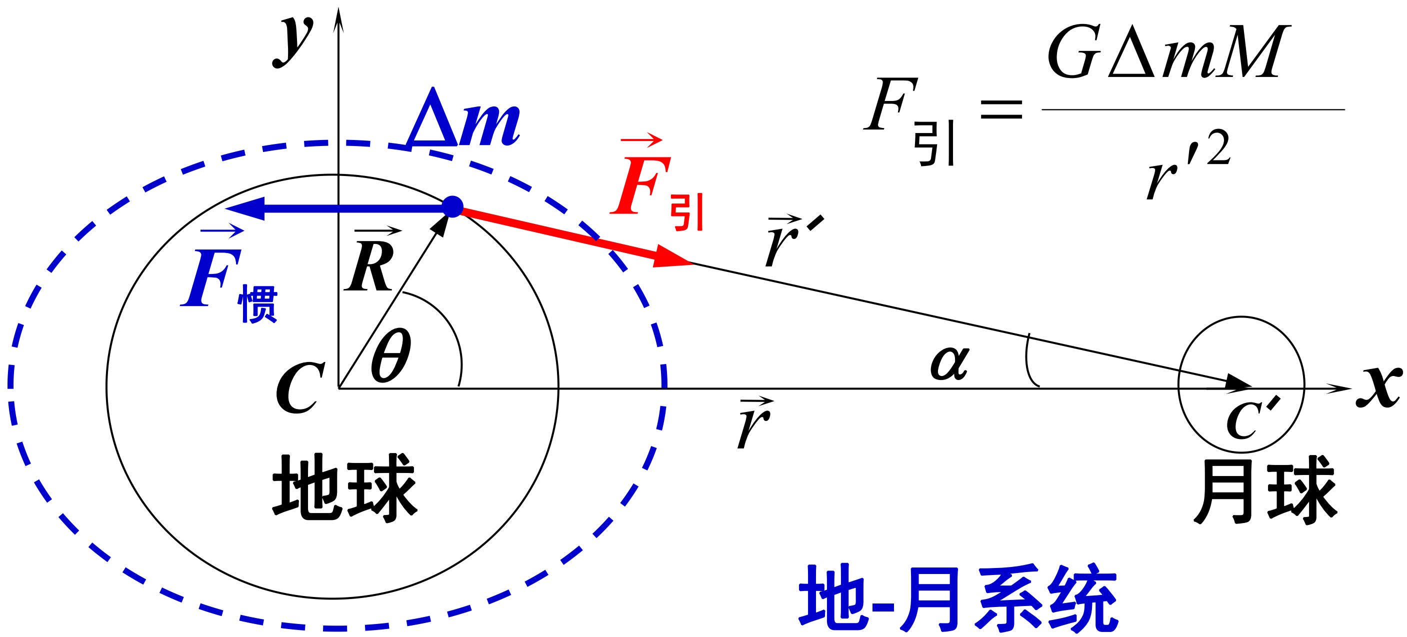
地球自转引起的惯性离心力顾及在海水视重中，只考虑在引力场中地球的平动。

忽略海水相对地球的流动引起的效应。



地-月系统

海水受的引力不均匀，不能与惯性力严格抵消，引起潮汐。



$$F_{引} = \frac{G\Delta mM}{r'^2}$$

地心 $F_{C引} - F_{惯} = 0 \quad F_{惯} = \frac{G\Delta mM}{r^2}$

$$F_{引x} = \frac{G\Delta mM}{r'^2}\cos\alpha = \frac{G\Delta mM}{r'^2}\frac{r - R\cos\theta}{r'}$$

$$= \frac{G\Delta mM}{(r^2 + R^2 - 2rR\cos\theta)^{3/2}}(r - R\cos\theta)$$

$$\approx \frac{G\Delta mM}{r^3\left(1-\frac{2R\cos\theta}{r}\right)^{3/2}}(r-R\cos\theta)$$

$$\approx \frac{G\Delta mM}{r^3}\left(1+\frac{3R\cos\theta}{r}\right)(r-R\cos\theta)\approx \frac{G\Delta mM}{r^3}(r+2R\cos\theta)$$

$$F_{潮x}=F_{引x}-F_{惯}=\frac{G\Delta mM}{r^3}(r+2R\cos\theta)-\frac{G\Delta mM}{r^2}$$

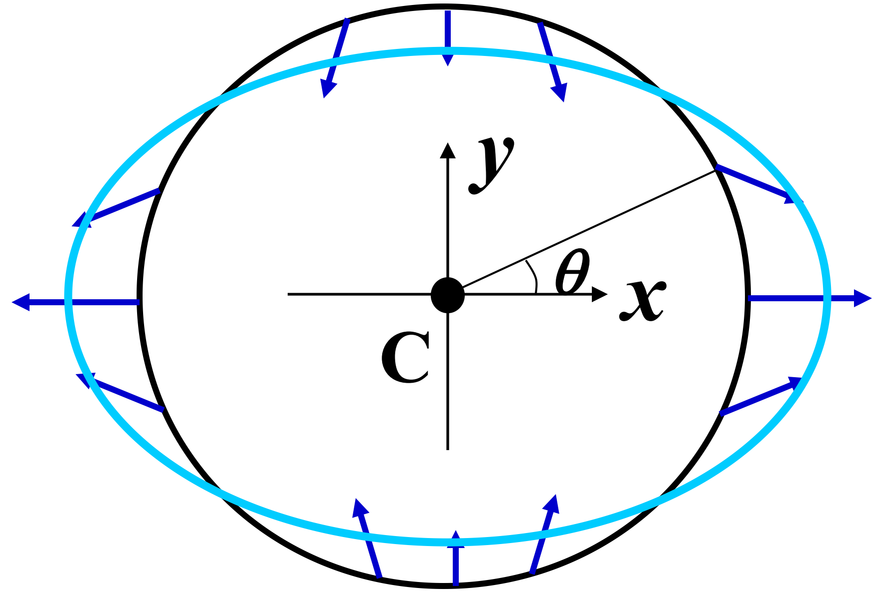
$$\left(F_{潮}\right)_x=\frac{2G\Delta mM_{月}}{r_{地月}^3}R_{地}\cos\theta$$

$$\left(F_{潮}\right)_y=-\frac{G\Delta mM_{月}}{r_{地月}^3}R_{地}\sin\theta$$

引潮力在地表分布：

$$\left(F_{潮}\right)_x = \frac{2G\Delta m M_{月}}{r_{地月}^3} R_{地} \cos\theta$$

$$\left(F_{潮}\right)_y = -\frac{G\Delta m M_{月}}{r_{地月}^3} R_{地} \sin\theta$$



$\theta=0$、π —背离地心，形成海水的两个高峰。

$\theta=\pm\pi/2$ — 指向地心，形成海水低谷。

地球自转，一昼夜有两个高峰和两个低谷扫过每一个地方，形成两次涨潮。

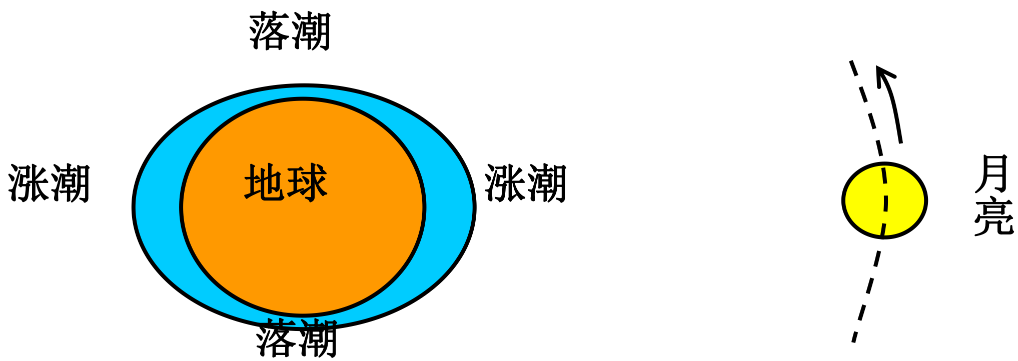
月球引潮力是太阳引潮力的 2.18 倍：

$$\frac{(F_{潮})_{月}}{(F_{潮})_{太阳}} = \frac{M_{月}}{M_{太阳}}\left(\frac{r_{地太阳}}{r_{地月}}\right)^3$$

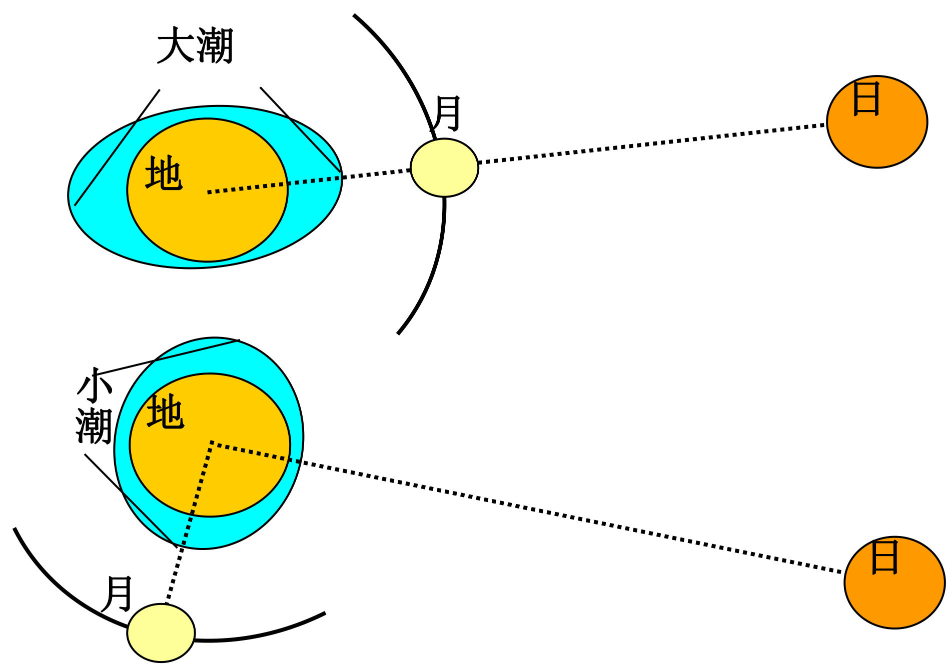
$$= \frac{7.35\times10^{22}\,\mathrm{kg}}{1.99\times10^{30}\,\mathrm{kg}}\left(\frac{1.50\times10^{8}\,\mathrm{km}}{3.82\times10^{5}\,\mathrm{km}}\right)^3$$

$$= 2.18$$

所以，潮汐主要由月球引力引起！



月球对地面上海水的引潮力



大潮与小潮

▲固体潮（形变）

若伴星轨道小到某一临界半径之内，会被主星的引潮力撕成碎片

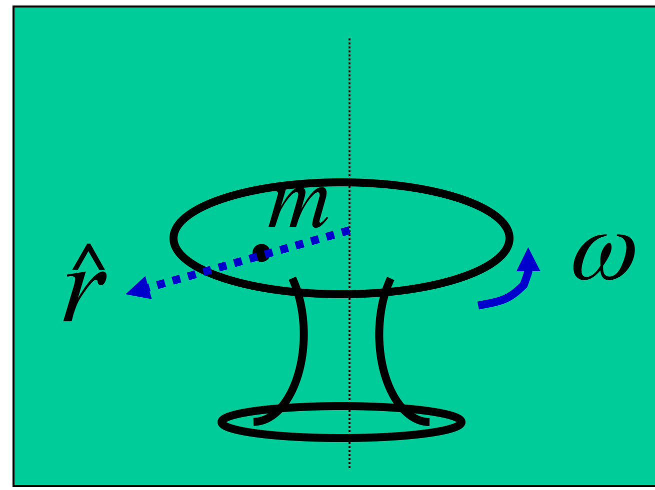
休梅克—列维9号彗星被木星引潮力撕碎

§ 2.6 科里奥利力

相对转动参考系运动的物体，除受到离心力外，还受到一个力 --- 科里奥利力

以最简单的情况来直观地说明科里奥利力的起因

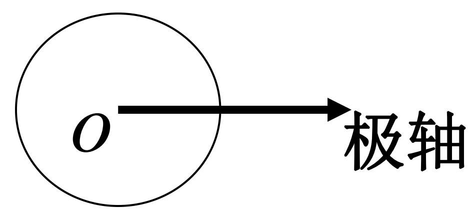
质点沿径向以 v' 匀速运动



地面参考系

取平面极坐标 t=0 时位置为极轴

极点在圆心



$$\vec{v} = v'\hat{r} + r\omega\hat{\theta}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = v'\frac{d\hat{r}}{dt} + \frac{dr}{dt}\omega\hat{\theta} + r\omega\frac{d\hat{\theta}}{dt} = v'\frac{d\theta}{dt}\hat{\theta} + v'\omega\hat{\theta} - r\omega\frac{d\theta}{dt}\hat{r} = -r\omega^2\hat{r} + 2v'\omega\hat{\theta}$$

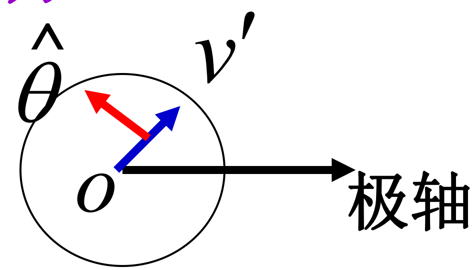
由牛顿第二定律

$$\vec{F} = -m\omega^2 r\hat{r} + 2mv'\omega\hat{\theta}$$

转动参考系

质点相对转动参考系匀速运动

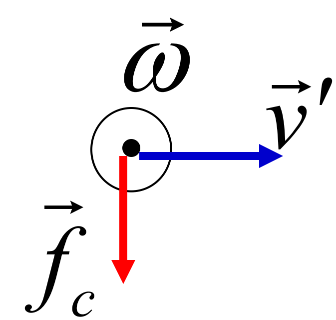
$$\vec{F} + m\omega^2 r\hat{r} - 2mv'\omega\hat{\theta} = 0$$



离心力

与物体速度有关的科氏力

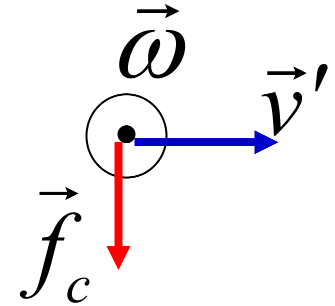
指向物体运动的右方



一般，用矢量表示

$$\boxed{\vec{f}_c = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}}$$

$$\vec{f}_i = m\omega^2 r\hat{r} \qquad \vec{f}_c = 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$$



科里奥利力的特征

*与相对速度成正比

只有相对转动参考系运动时才出现

*与转动角速度一次方成正比

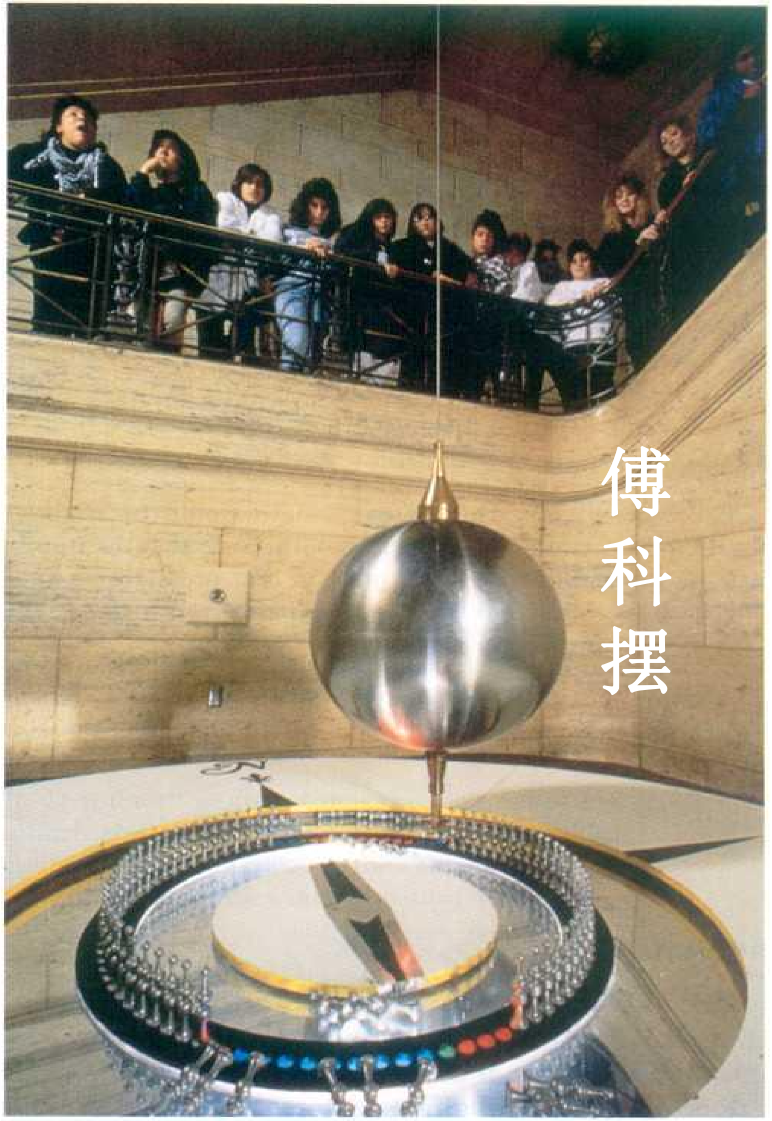
当角速度较小时，科氏力比离心力更重要

*科氏力方向垂直相对速度

该力不会改变相对速度的大小

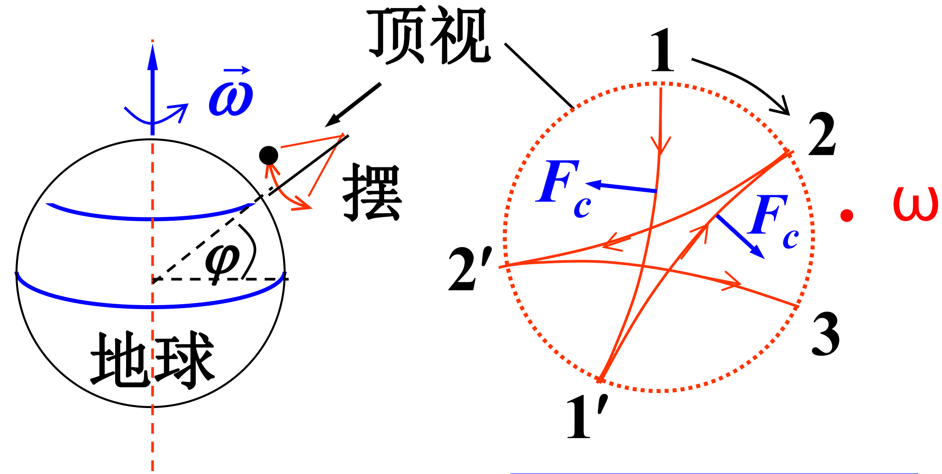
*科氏力在地球上的表现

▲ 傅科摆



摆长67m，

摆锤28kg，摆平面转动



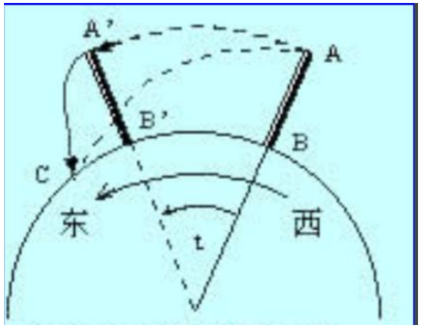
摆平面转动周期 $\boxed{T=\dfrac{24\text{小时}}{\text{Sin}\,\varphi}}$

巴黎，$\varphi\approx49^\circ$，$T=31$小时52分

北京，$\varphi\approx40^\circ$，$T=37$小时15分

这是在地球上验证地球转动的著名实验。

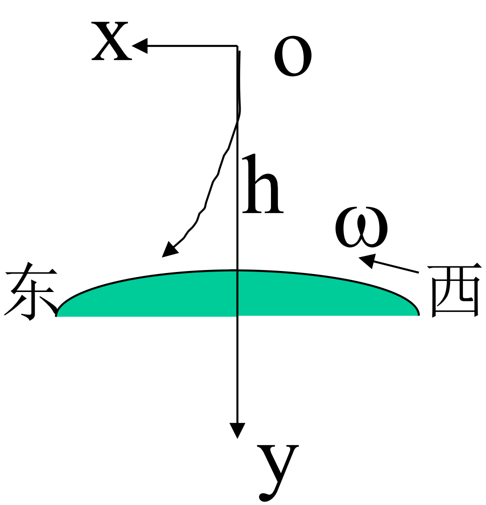
▲落体偏东：



例：质点从赤道上空高度h处自由落下，试近似计算由于科里奥利力引起的偏东值

解：t=0 开始下落

当质点自由下落时科氏力偏向图的左方。科氏力远小于重力，作用时间也短，偏离小。



$$v_y = gt$$

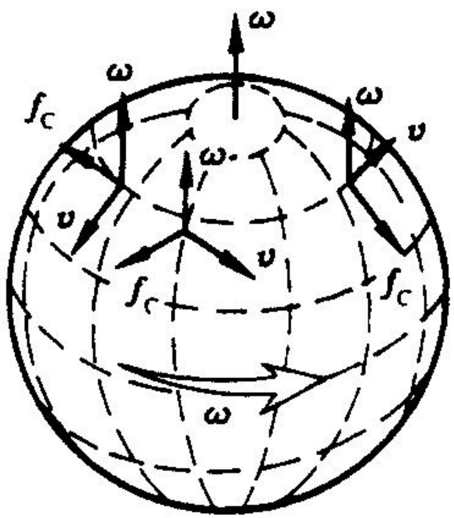
$$F_x = 2m\omega v_y = 2m\omega gt = m\frac{dv_x}{dt}$$

$$v_x = \omega g t^2 \qquad x = \omega g t^3/3$$

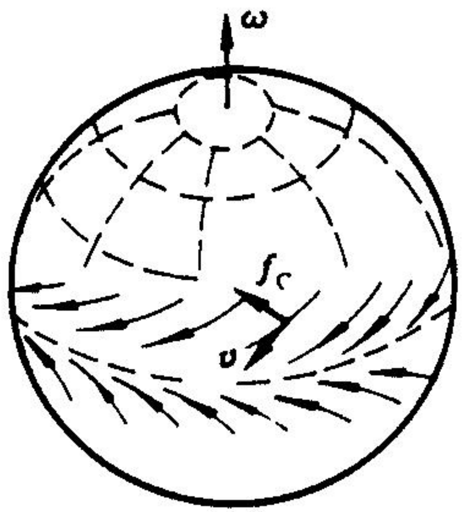
质点下落h时 $t = (\frac{2h}{g})^{1/2}$

▲河岸冲刷，双轨磨损（北半球右，南半球左）；

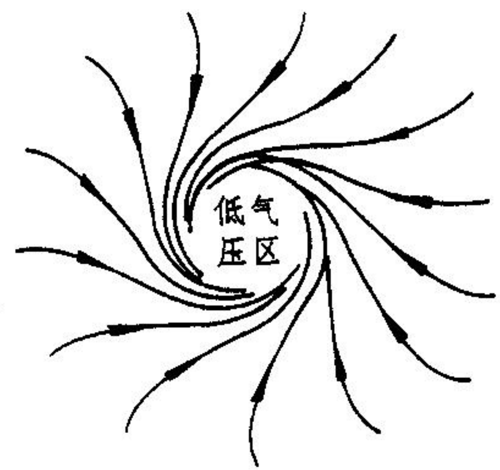
▲大气环流，赤道附近的信风（北半球东北，南半球东南）。



北半球上的科里奥利力



信风的形成



旋风的形成