清华大学2022春季学期

电路原理C

第2次应用介绍课

一阶动态电路的应用

复习

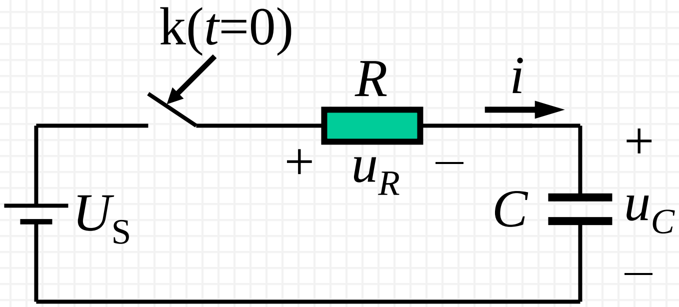
直流激励下一阶动态电路的直觉解法(**三要素法**)

$$f(t) = f(\infty) + [f(0^+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t > 0$$

RC 电路 $\tau = R_{等}C$

RL 电路 $\tau = \dfrac{L}{R_{等}}$

5 从另一个角度观察解

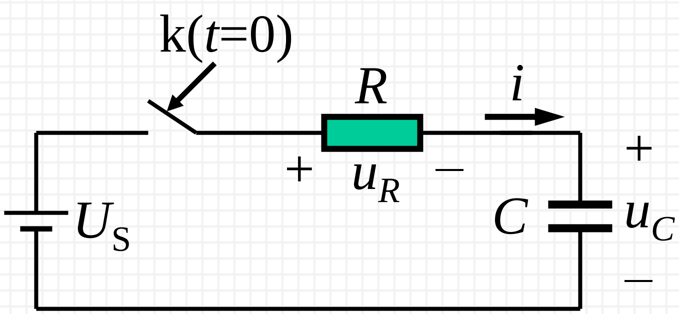


$u_C(0^-)=U_0$

求：电容电压$u_C(t)$。

$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

全响应

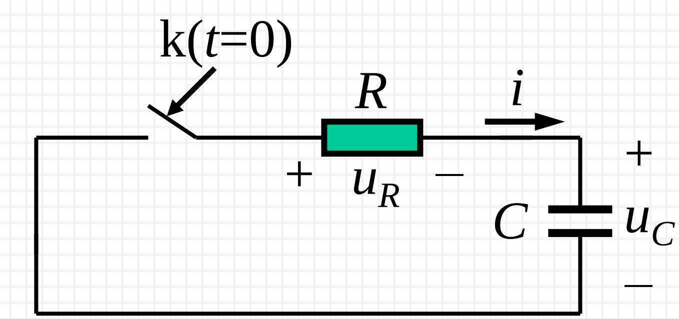


$u_C(0^-)=0$

零状态(储能元件无初始储能)

$u_C(0^+)=0$ $u_C(\infty)=U_S$ $\tau=RC$

$$u_C = U_S + (0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$



$u_C(0^-)=U_0$

零输入(没有外加电源)

$u_C(0^+)=U_0$ $u_C(\infty)=0$ $\tau=RC$

$$u_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

$$u_C = U_S(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (t \geq 0)$$

ZSR　　ZIR

零输入响应

(*zero-input response*) (**ZIR**)：

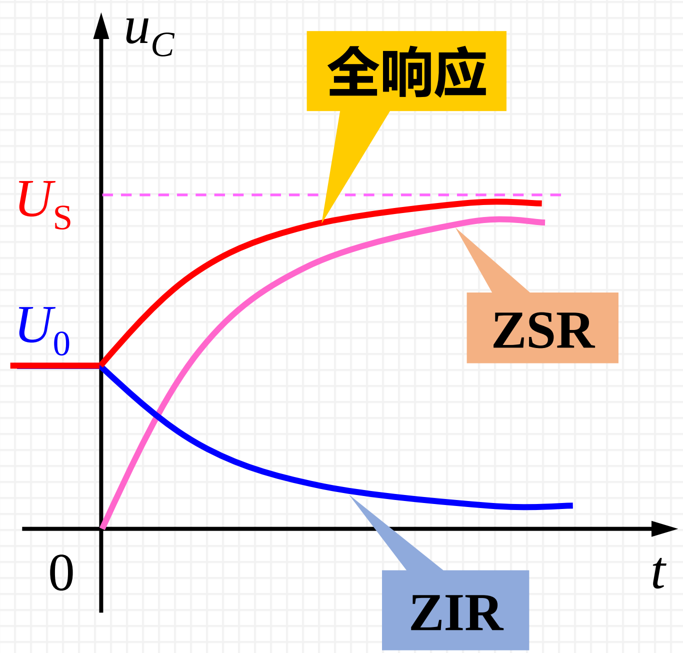
没有外加激励，由*L*、*C* 初始储能引起的响应。

零状态响应

(*zero-state response*) (**ZSR**)：

***L*、*C* 没有初始储能，由外加激励引起的响应。**

$$\begin{cases} u_C(0^-)=0 \\ i_L(0^-)=0 \end{cases}$$



$$u_C(t) = \underbrace{u_C(\infty)}_{\text{强制分量/非齐次特解}} + \underbrace{[u_C(0^+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{自由分量/齐次通解}}$$

数学视角

方程视角

$$= \underbrace{\left[u_C(\infty) - u_C(\infty)\,e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}_{\text{零状态响应}} + \underbrace{u_C(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{零输入响应}}$$

电路视角

能量视角

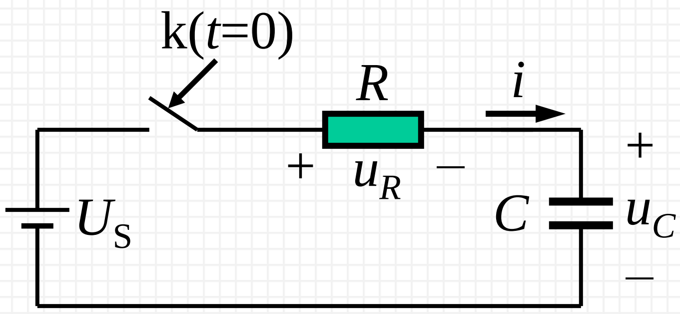
全响应 = 强制分量 + 自由分量

= 零输入响应 + 零状态响应

为什么要这样划分?

原因1：ZIR 和 ZSR 都是可能出现的过渡过程

原因2：ZSR 对于分析一般激励的响应非常重要



ZSR的激励 - 响应线性关系

$u_C(0^-)=0$ **零状态**

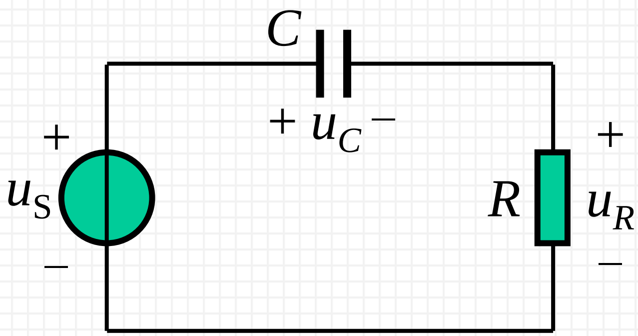
$$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$$

激励	响应
U_S	$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$
$2U_S$	$u_C = 2U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$
$U_{S1}+U_{S2}$	$u_C = (U_{S1}+U_{S2})(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$

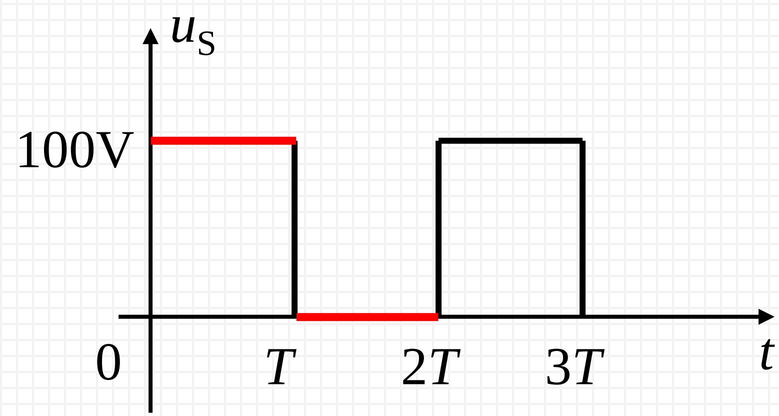
内容

1. 脉冲序列作用下的RC电路
2. 能量变换
   - AC - DC　　利用电容
   - DC - DC　　利用电感
3. 运算放大器的动态电路应用
   - 积分器和微分器　　负反馈电路
   - 脉冲序列发生器　　正反馈电路

1、脉冲序列作用下的RC电路



$u_C(0^-)=0$



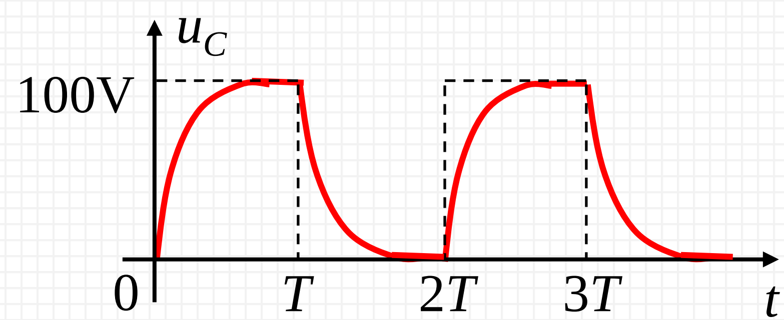
(1) $T >> \tau$

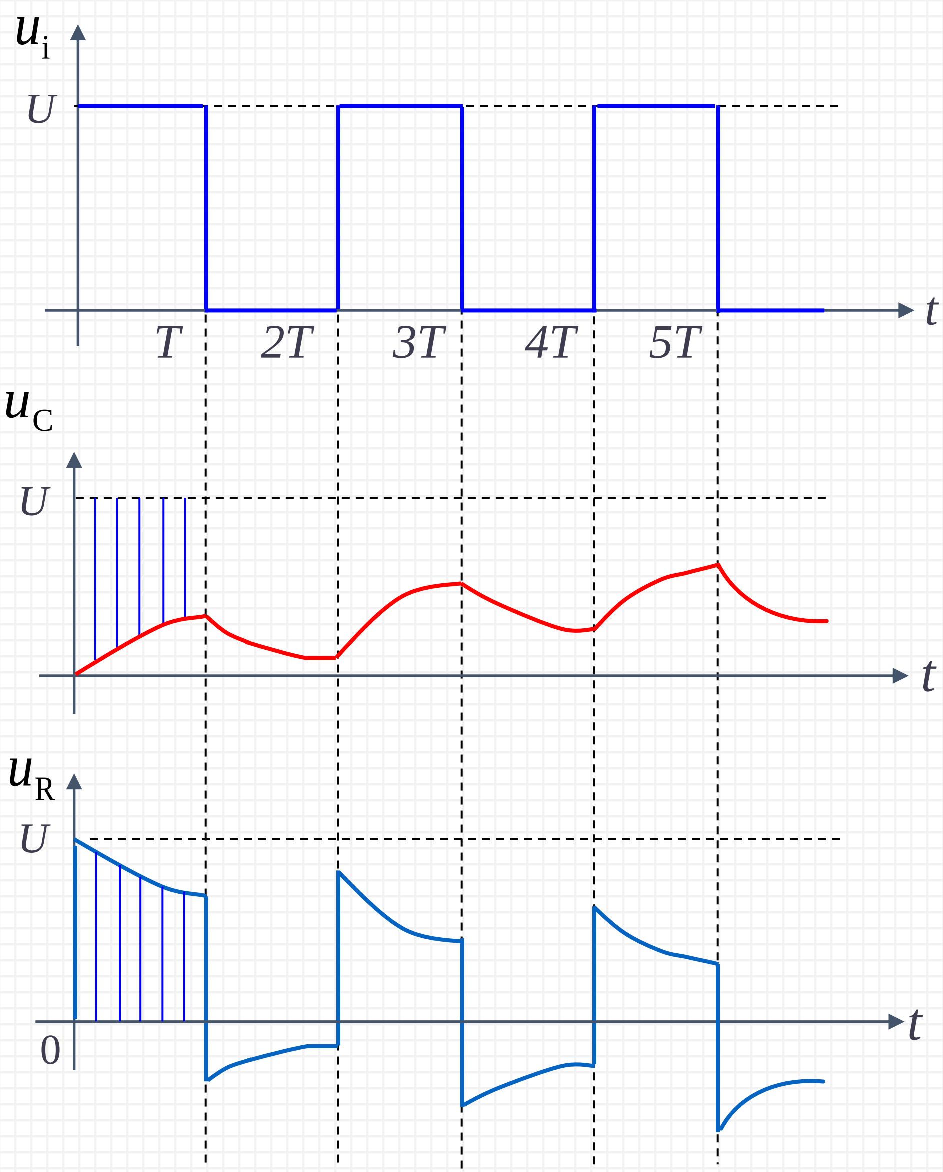
$0 < t < T$　　$u_C(0^+)=0$　　$u_C(\infty)=100\text{V}$

$$u_C = 100(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})\ \text{V}$$

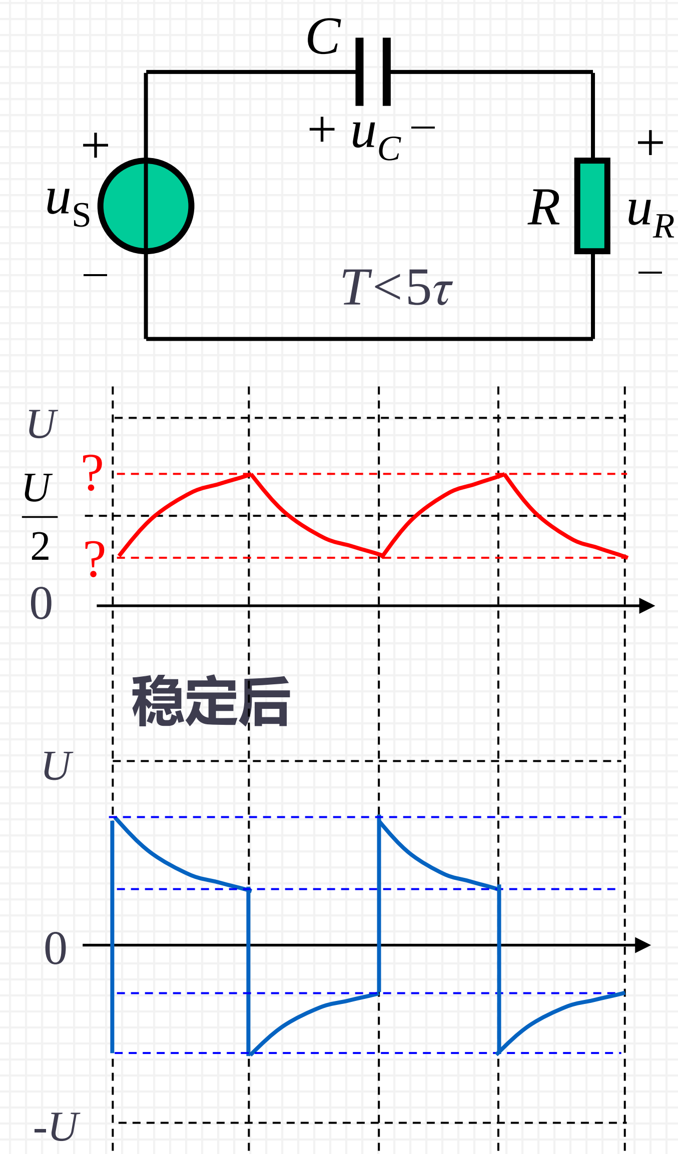
$T < t < 2T$　　$u_C(T^+)=100\text{V}$　　$u_C(\infty)=0$

$$u_C = 100\mathrm{e}^{-\frac{t-T}{RC}}\ \text{V}$$

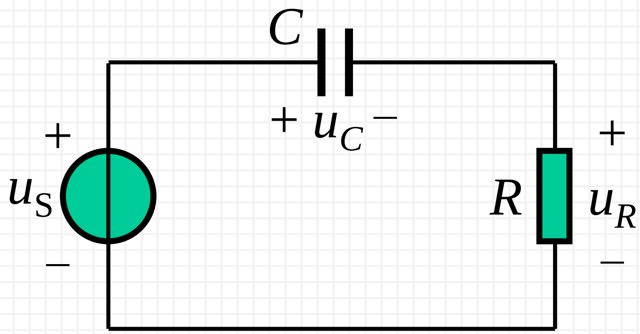




(2) T 与 τ 接近



(2) T 与 τ 接近



周期开始和结束两个时刻**支路量数值**相同

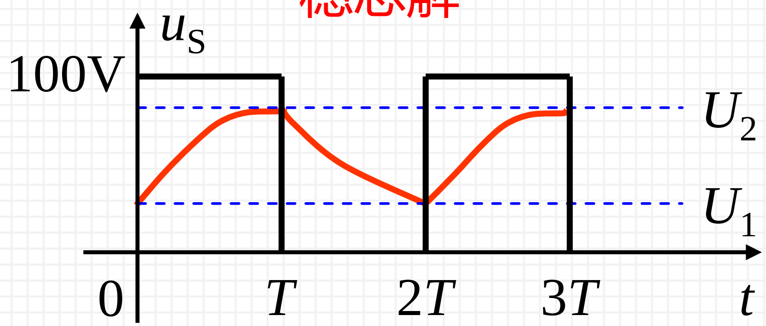
这类问题(周期激励下的一阶)的分析特点:

(1) 认为电路已经进入**稳态**

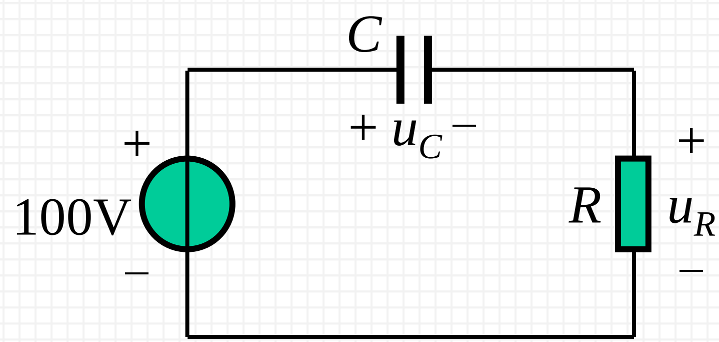
(2) 画不同状态下的电路图，求电路解

(3) 利用边界条件求出关键点电压/电流

稳态解



$0 < t < T$ 等效电路图

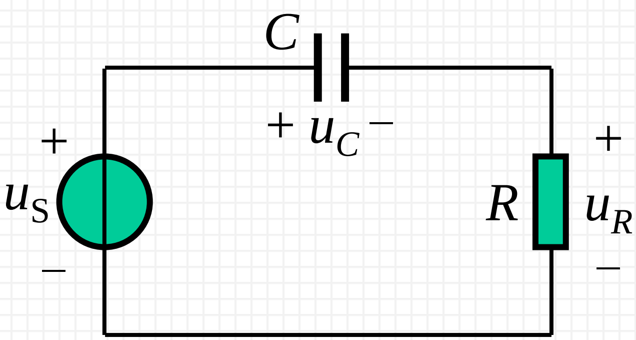


$$u_C(0^+) = U_1$$

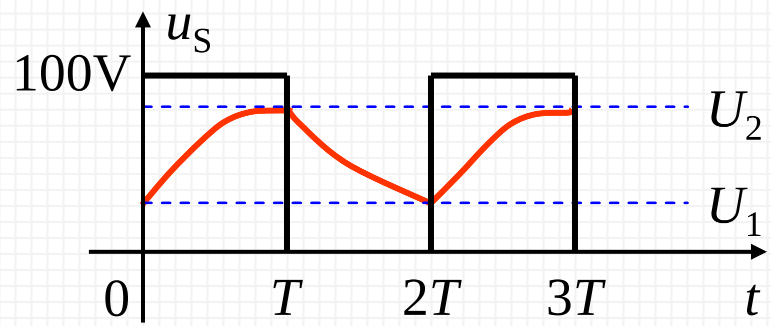
$$u_C(\infty) = 100\ \text{V}$$

$$\tau = RC$$

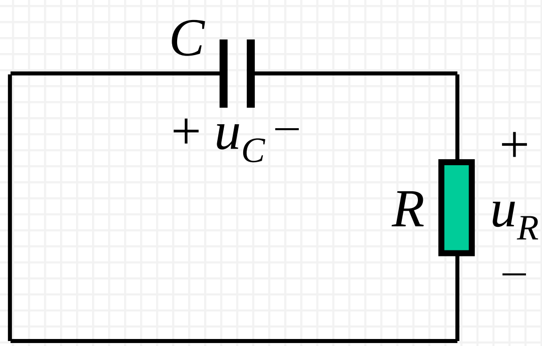
$$u_C = 100 + (U_1 - 100)e^{-\frac{t}{RC}}\ \text{V}$$



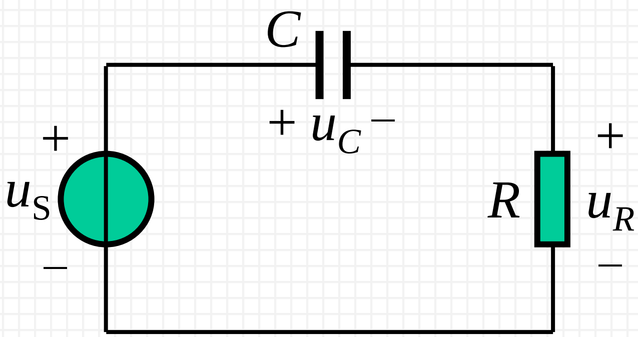
$u_C(0^-)=0$



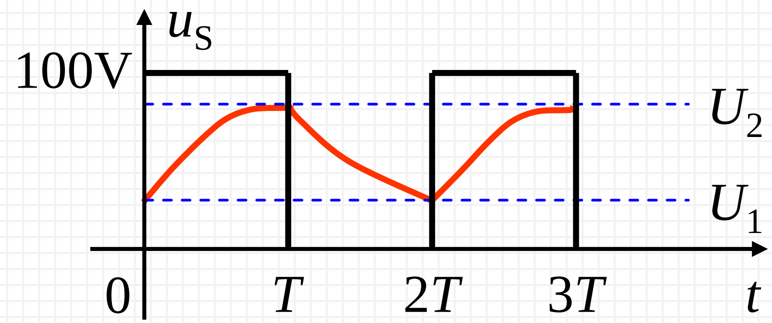
$T < t < 2T$ 等效电路图



$$\left.\begin{aligned} &u_C(T^+)=U_2 \\ &u_C(\infty)=0 \\ &\tau = RC \end{aligned}\right\} \Rightarrow u_C = U_2 e^{-\frac{t-T}{RC}} \text{ V}$$



$u_C(0^-)=0$



$0 < t < T$

$$u_C = 100 + (U_1 - 100)e^{-\frac{t}{RC}}$$

$T < t < 2T$

$$u_C = U_2 e^{-\frac{t-T}{RC}}$$

$t = T$

$$u_C = U_2 = 100 + (U_1 - 100)e^{-\frac{T}{RC}}$$

$t = 2T$

$$u_C = U_1 = U_2 e^{-\frac{2T-T}{RC}}$$

$$U_1 = \frac{100e^{-\frac{T}{RC}}}{1+e^{-\frac{T}{RC}}}$$

$$U_2 = \frac{100}{1+e^{-\frac{T}{RC}}}$$

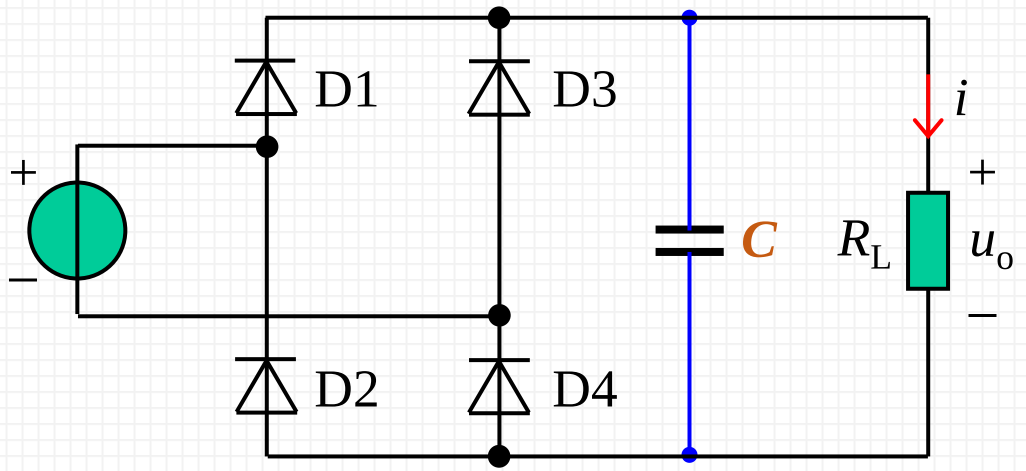
2、能量转换

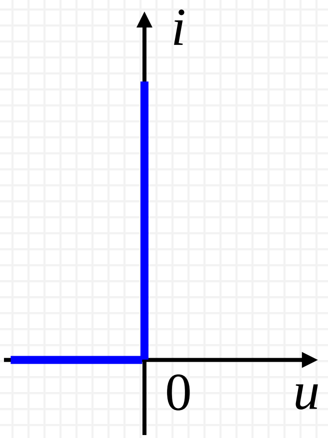
2.1 AC - DC变换

用二极管的**模型1**分析电路。

$u_s =$

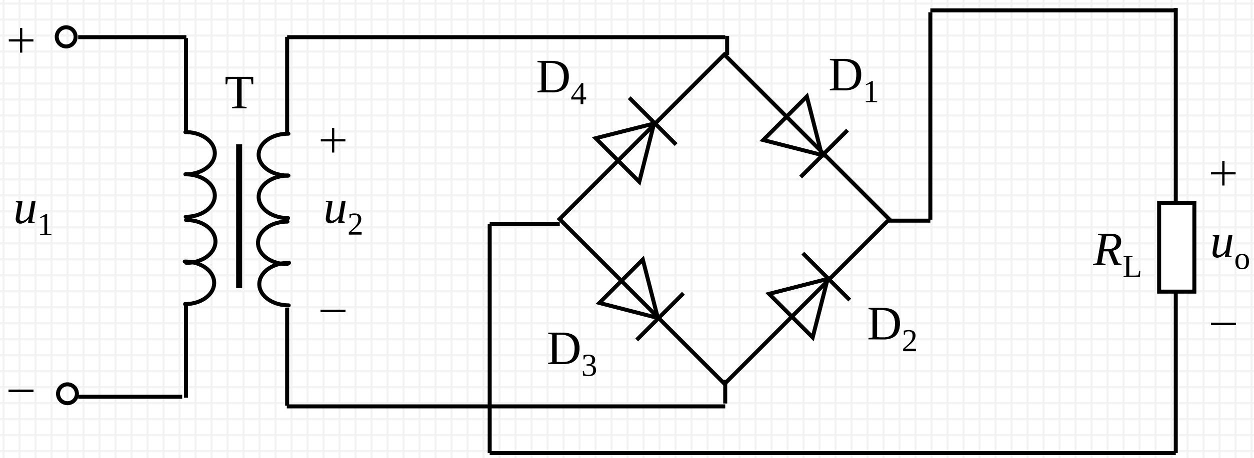
$100\sin t\ V$

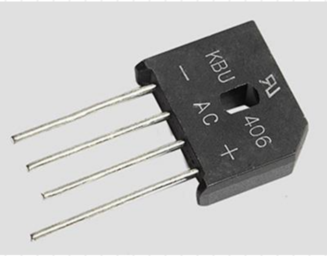


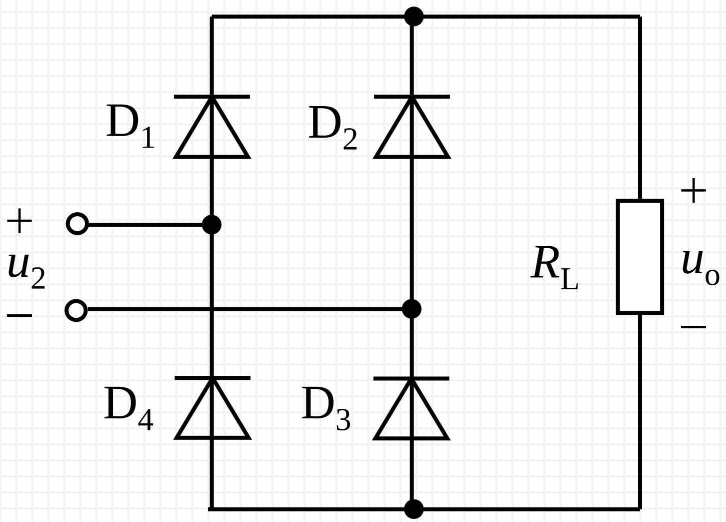


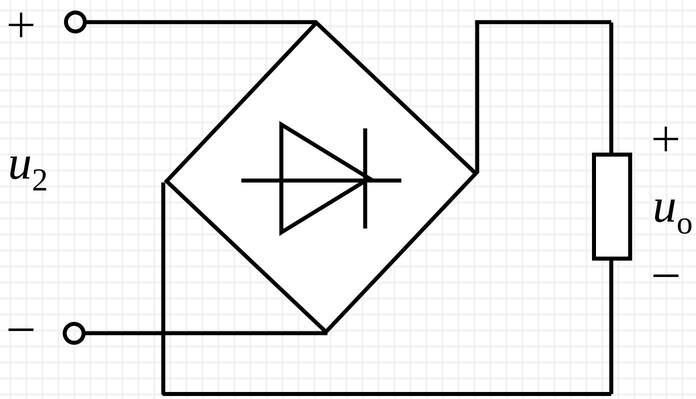
单相桥式整流电路

组成：由**四个二极管**组成**桥**路

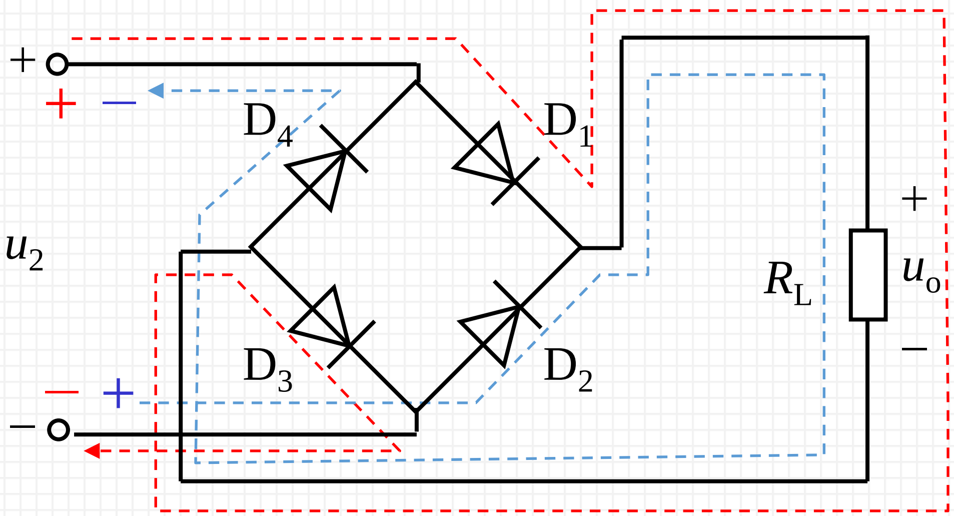








单相桥式整流电路原理

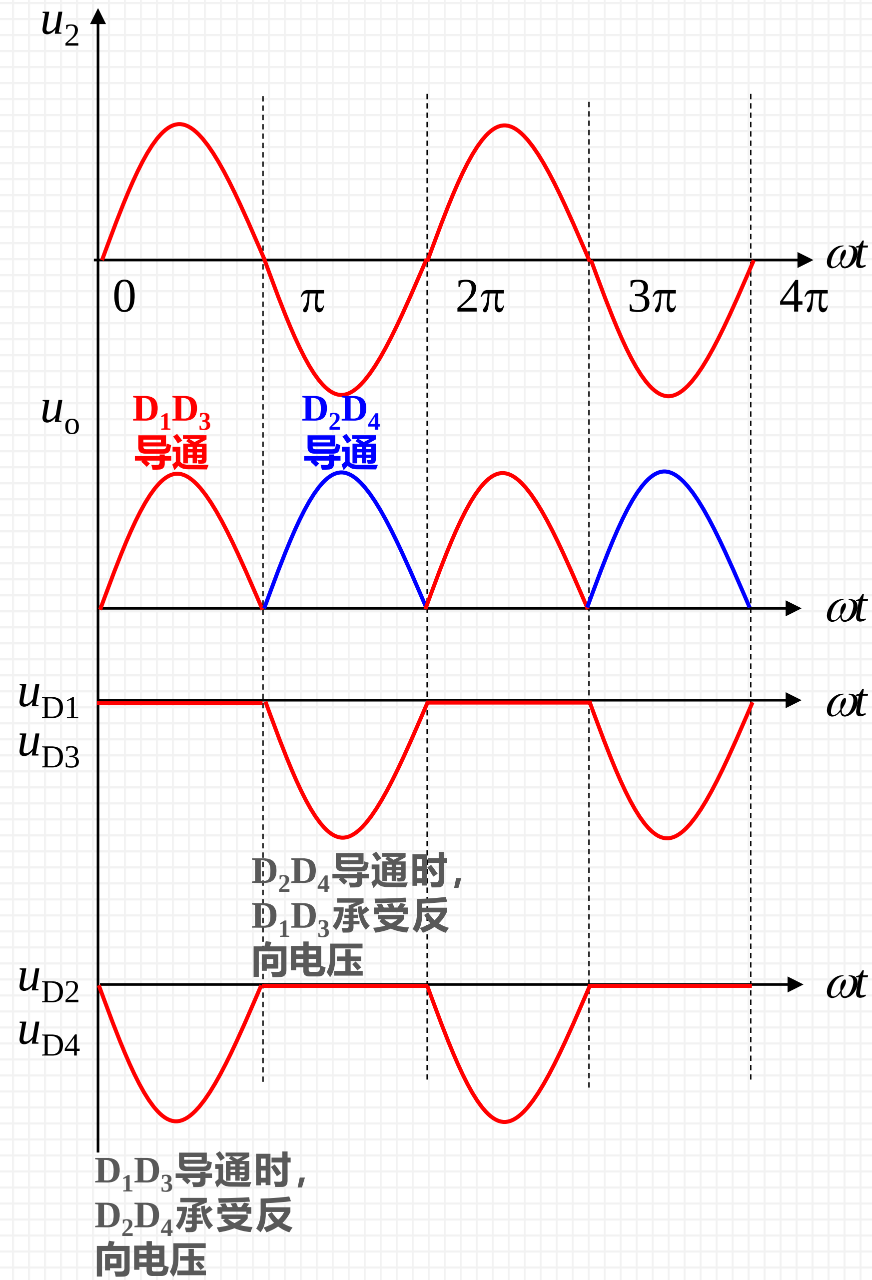


当u_2**正半周**时：

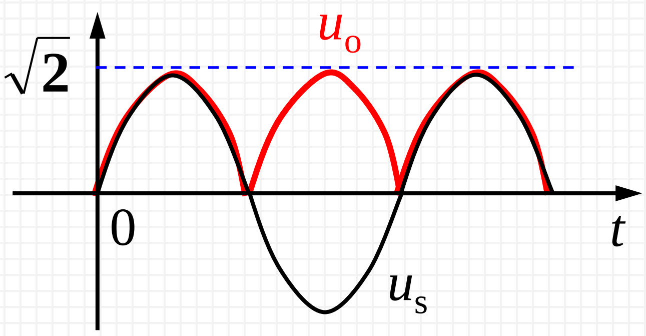
D_1、D_3导通，D_2、D_4截止。

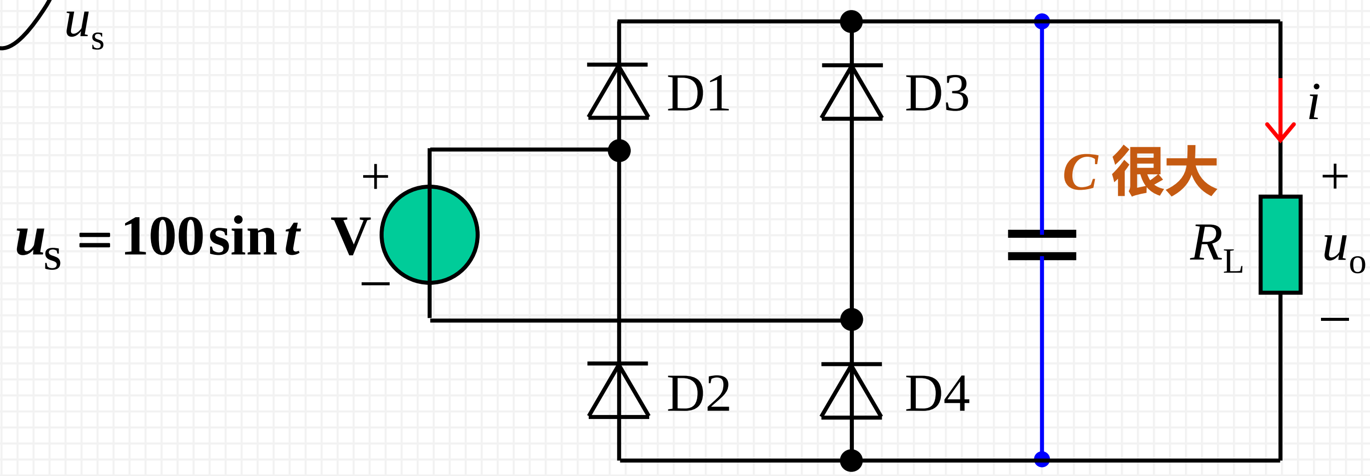
当u_2**负半周**时：

D_1、D_3截止，D_2、D_4导通。



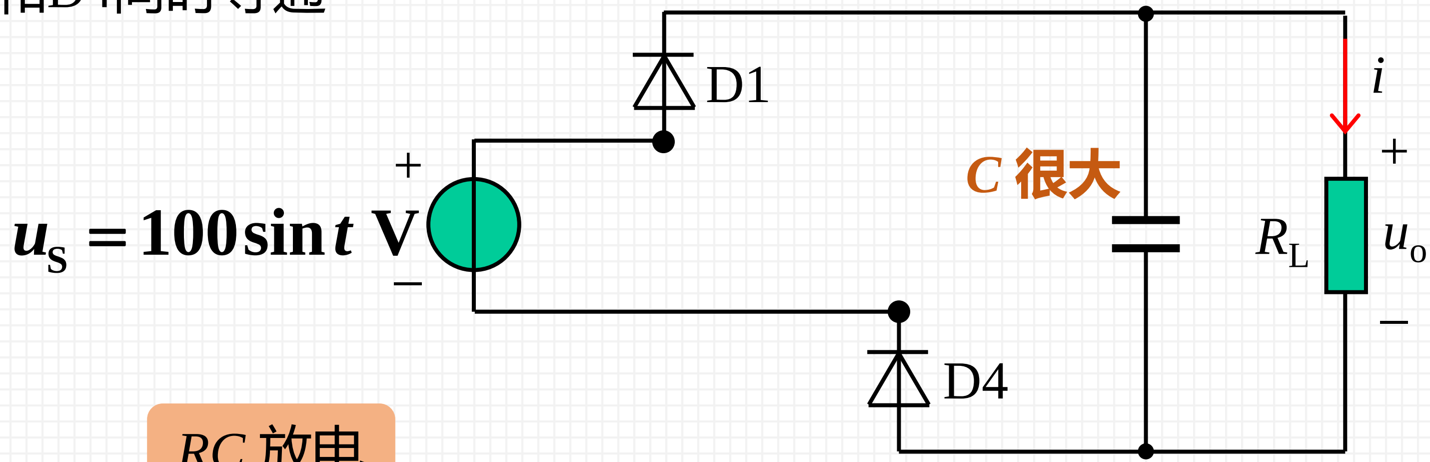
问题： 如何改进该直流电压的质量?

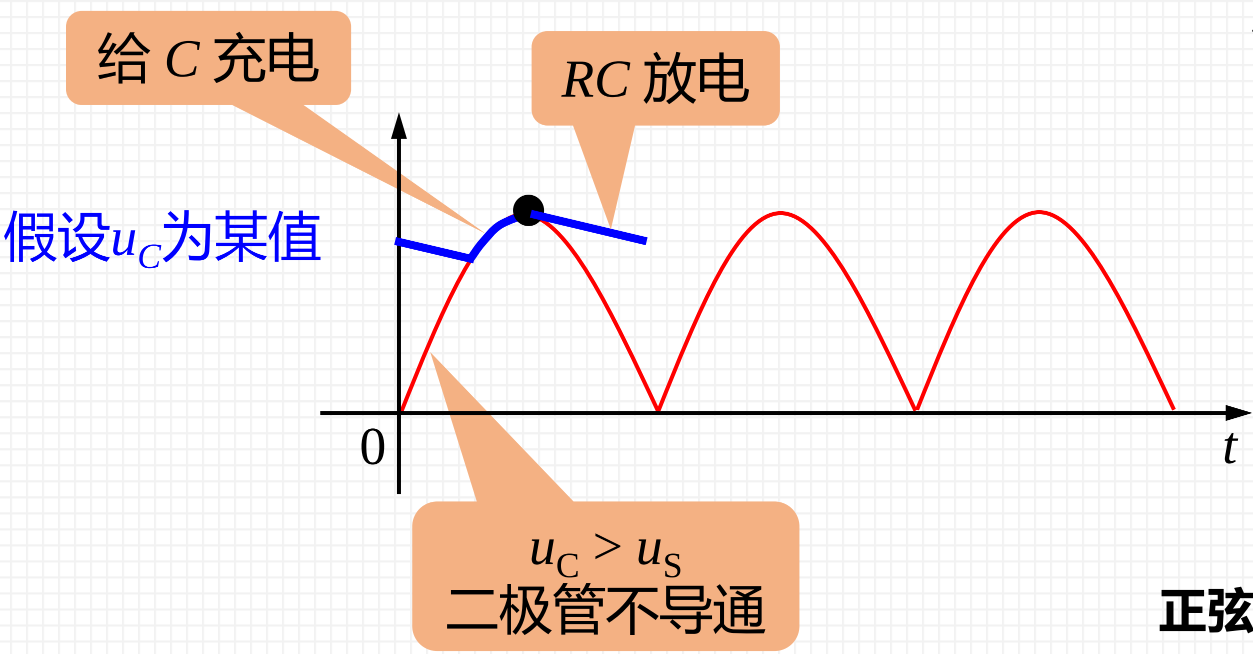




电容具有维持电压的能力

$u_S > 0$时， D1和D4同时导通





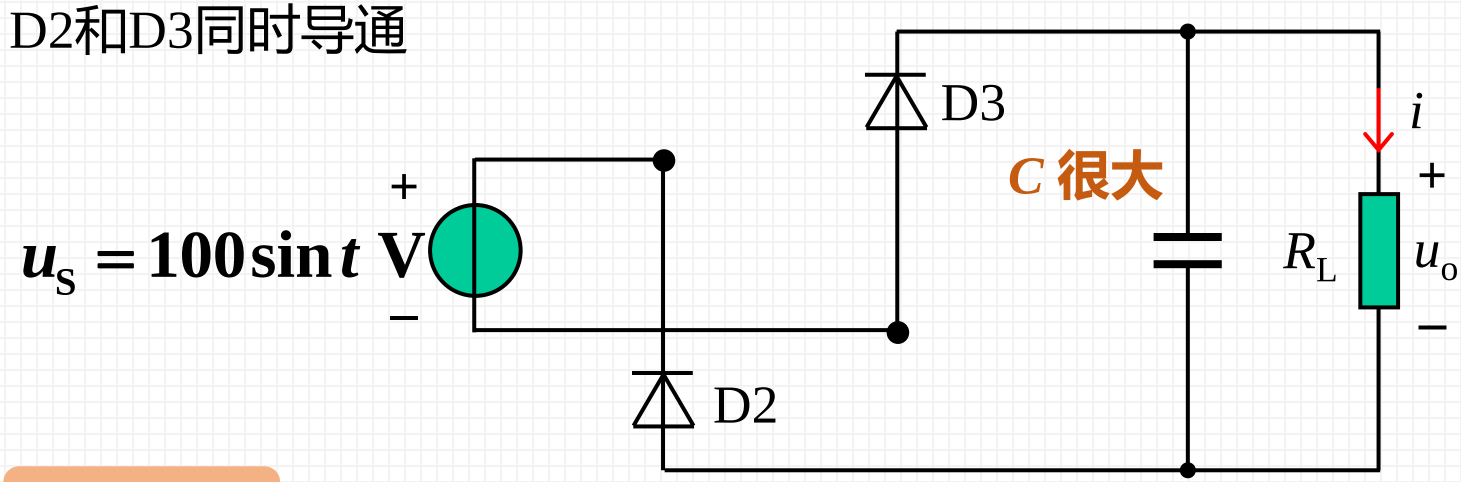
u_S下降，电容放电。

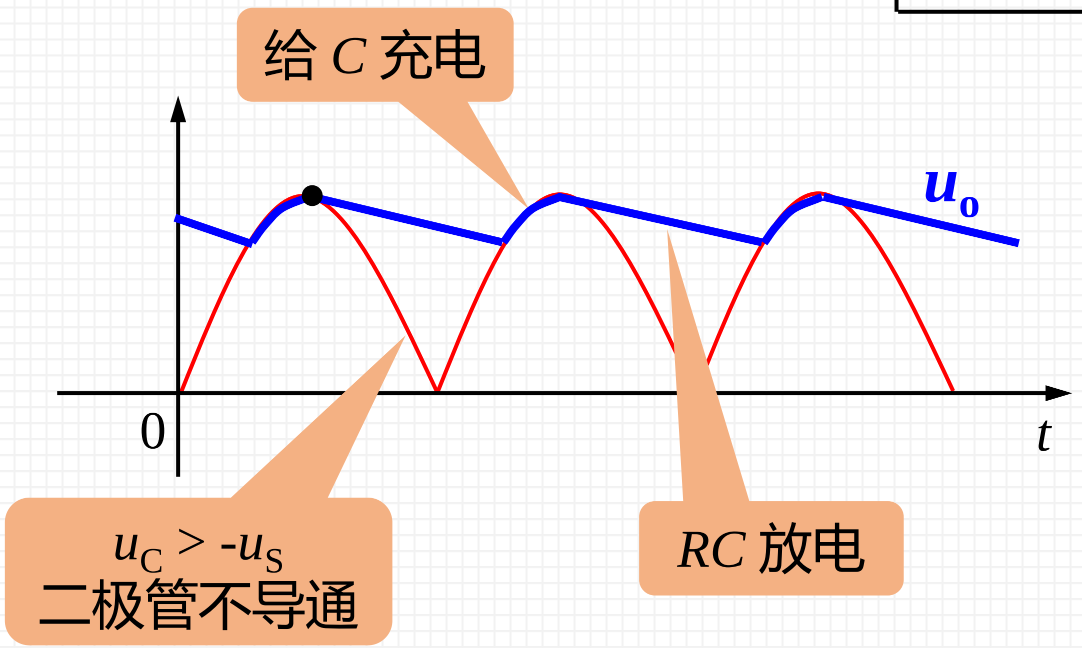
τ 很大，放电很缓慢。

正弦的衰减速度 > RC 放电速度。

$u_C > u_S$， D1和D4截止。

$u_S < 0$时，D2和D3同时导通





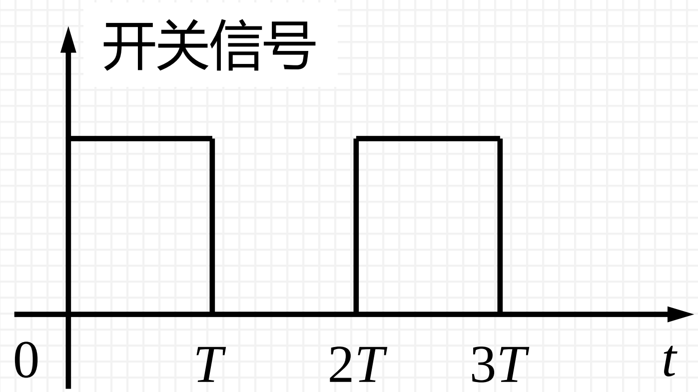
1. 直流电压平均值提高

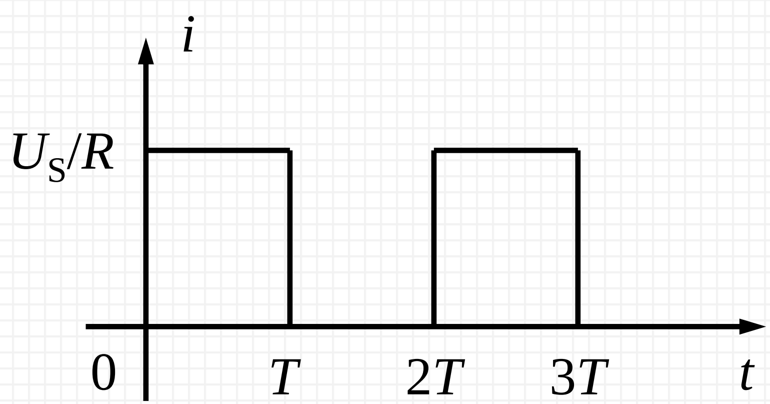
2. 直流电压脉动减小

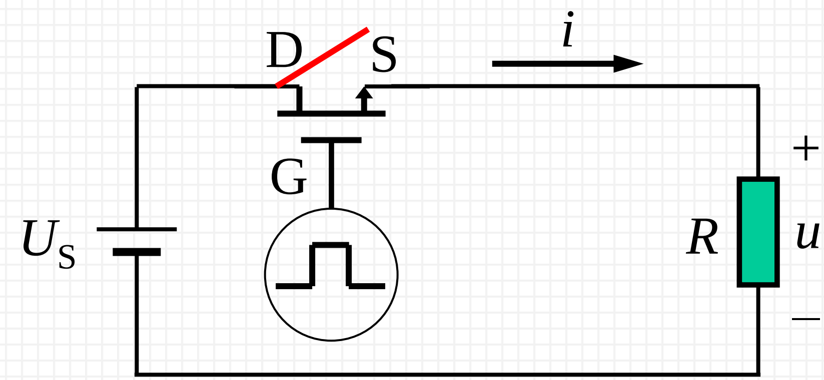
2.2 DC - DC变换

问题：如何比分压更高效率地改变直流电压?

方法一





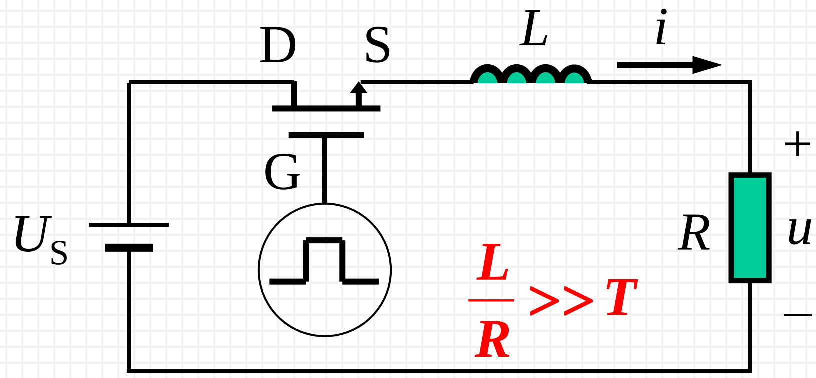


缺点：类似桥式整流，
直流质量较差。

改进思路：

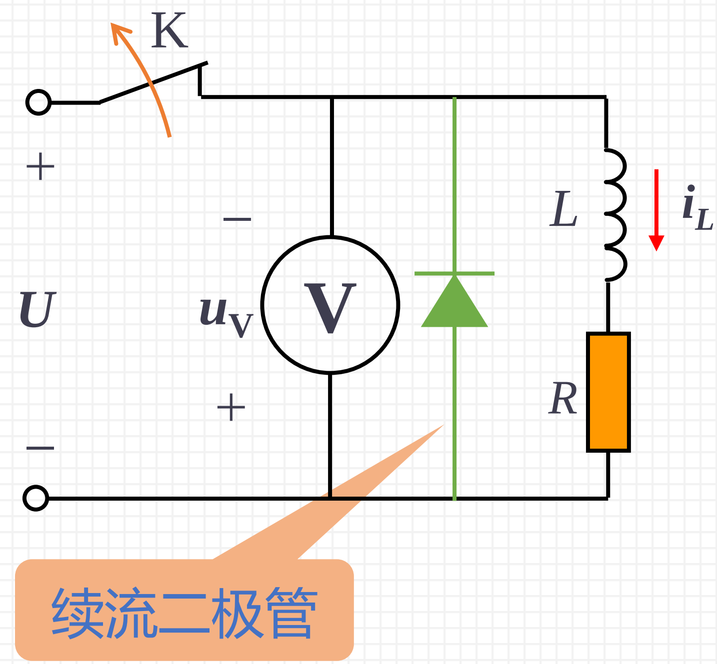
利用**电感**维持电流的能力。

方法二



有问题吗?

回忆

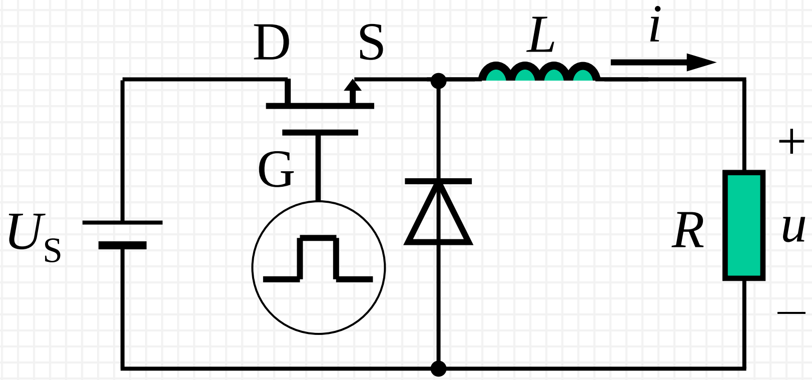


$U = 20\text{V}$、$R = 1\text{k}\Omega$、$L = 1\text{H}$

电压表内阻 $R_V = 500\,\text{k}\Omega$

……

$u_V(0^+) = 10000\text{V}$



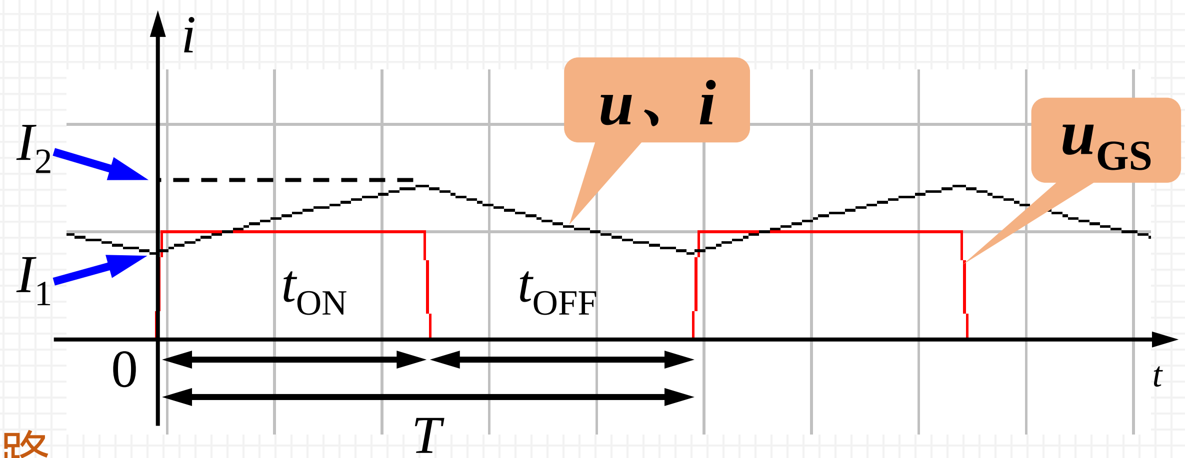
这类问题的分析特点：

（1）设电路已经进入稳态

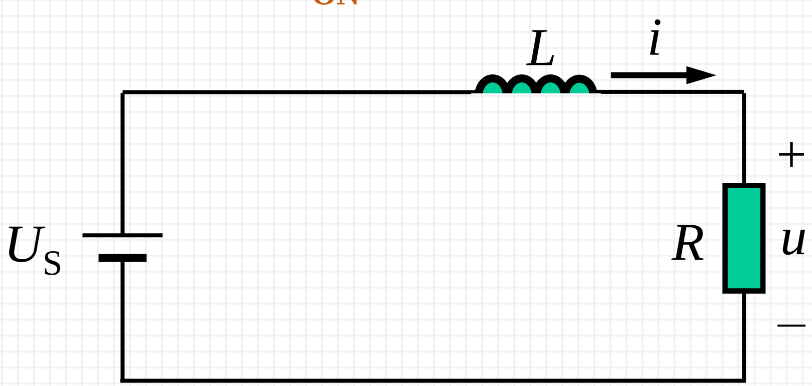
（2）画电路图，求电路解

（3）利用边界条件求出关键点电压/电流

设电流连续

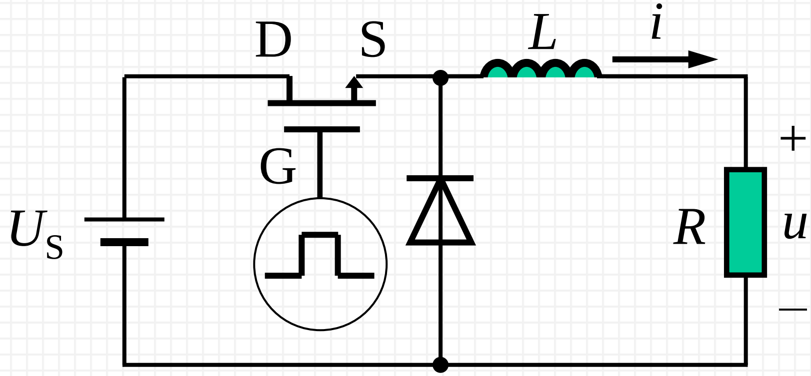


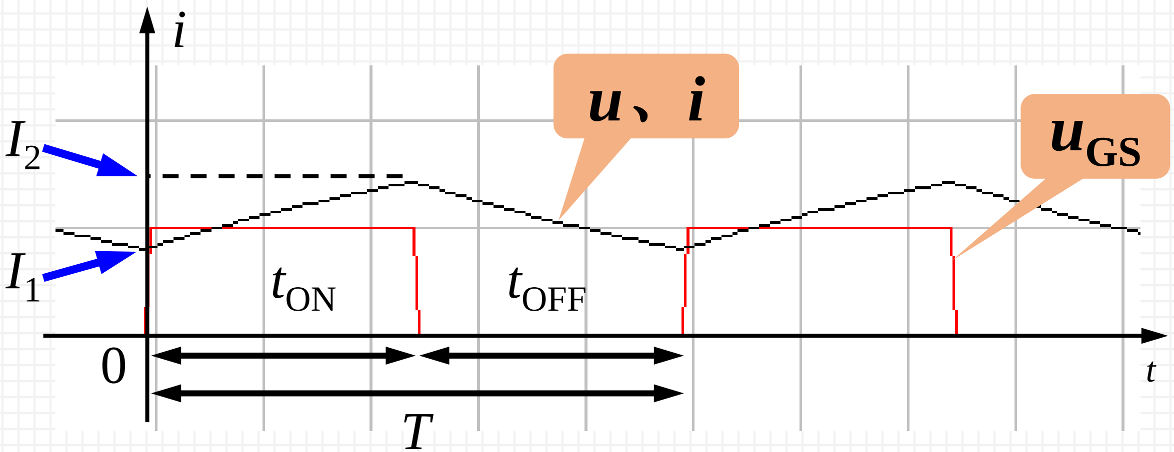
$0 < t < t_{ON}$ 时段等效电路



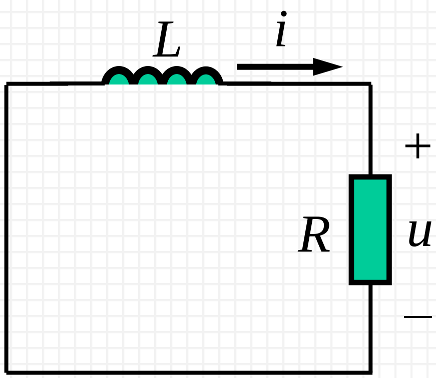
$$i'(0^+) = I_1 \qquad i'(\infty) = \frac{U_S}{R} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

$$i' = \frac{U_S}{R} + \left(I_1 - \frac{U_S}{R}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

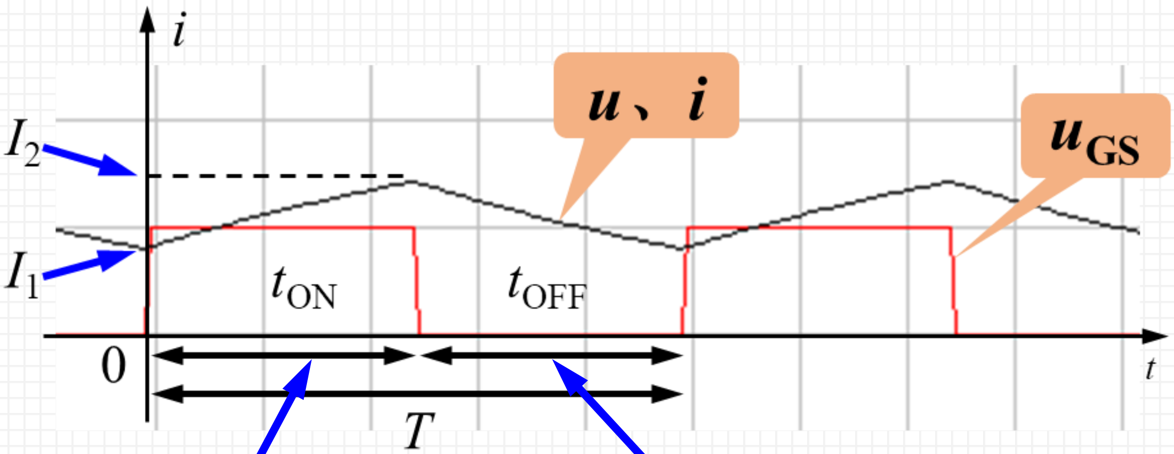




$t_{ON} < t <$ （$t_{ON} + t_{OFF}$） 时段等效电路



$$\left.\begin{aligned} i''(t_{ON}^{+}) &= I_2 \\ i''(\infty) &= 0 \\ \tau &= \frac{L}{R} \end{aligned}\right\} \Rightarrow i'' = I_2 e^{-\frac{(t - t_{ON})}{\tau}}$$



这类问题的分析特点：

（1）设电路已经进入稳态

（2）画电路图，求电路解

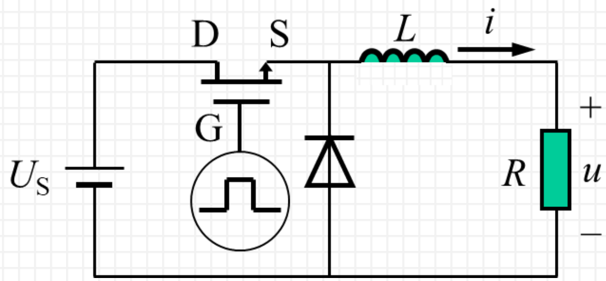
（3）利用边界条件求出关键点电压/电流

$$i' = \frac{U_S}{R} + (I_1 - \frac{U_S}{R})e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad i'' = I_2 e^{-\frac{(t-t_{ON})}{\tau}}$$

$$\begin{cases} i'(t_{ON}) = I_2 \\ i''\left(t_{ON} + t_{OFF}\right) = I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \dfrac{U_S}{R} \dfrac{1-e^{-t_{ON}/\tau}}{1-e^{-T/\tau}} e^{-\frac{t_{OFF}}{\tau}} \\ I_2 = \dfrac{U_S}{R} \dfrac{1-e^{-t_{ON}/t}}{1-e^{-T/t}} \end{cases}$$

I_{AVG}

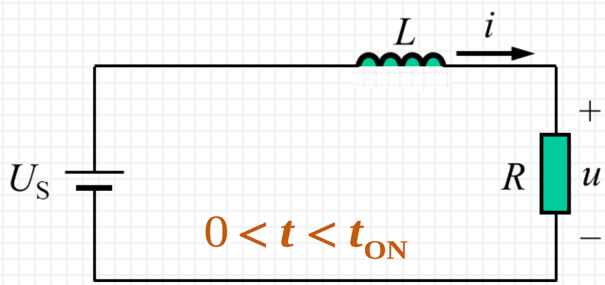
U_{AVG}

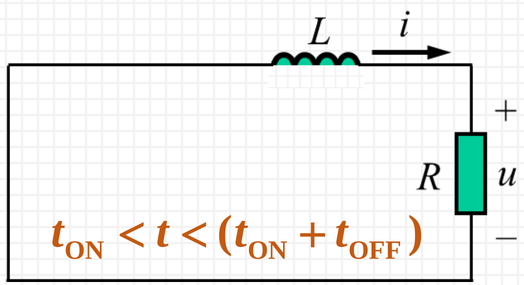


从**工程观点**来估计U

因为 L 值取得**较大**，
可看作 $i=I$ 不变，
因此 $u=U$ 也不变。

稳态时电感在前半个周期**吸收的能量**等于后半个周期**发出的能量**





电感吸收的能量为

$$W_{L\_abs}=(U_S-U)*I*t_{ON}$$

电感发出的能量为

$$W_{L\_dis}=U*I*t_{OFF}$$

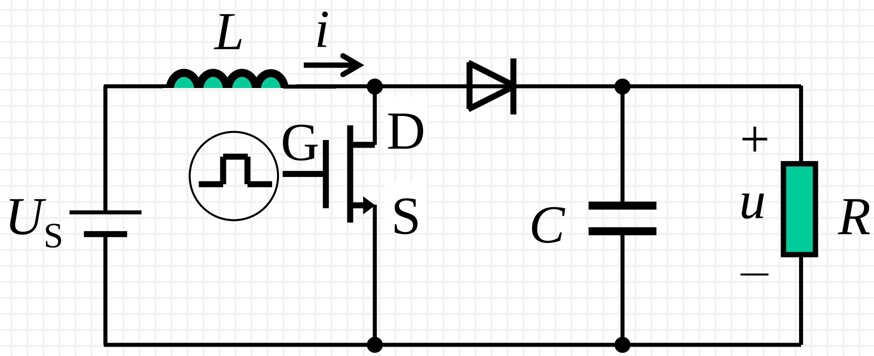
稳态时电感每周期能量守恒

$$(U_S-U)*I*t_{ON}=U*I*t_{OFF} \Rightarrow U=U_S\frac{t_{ON}}{T}$$

占空比

降压斩波器

Buck Converter



用**工程观点**分析这个电路

L、*C* 值取得**较大**，可看作 $i = I$ 不变，$u=U$ 不变。

该电路实现了怎样的功能?

稳态时电感在前半周期(t_{on})**吸收**的能量等于后半周期(t_{off})**发出**的能量

$$W_1 = U_S * I * t_{ON}$$

$$W_2 = \left(U - U_S\right) * I * t_{OFF}$$

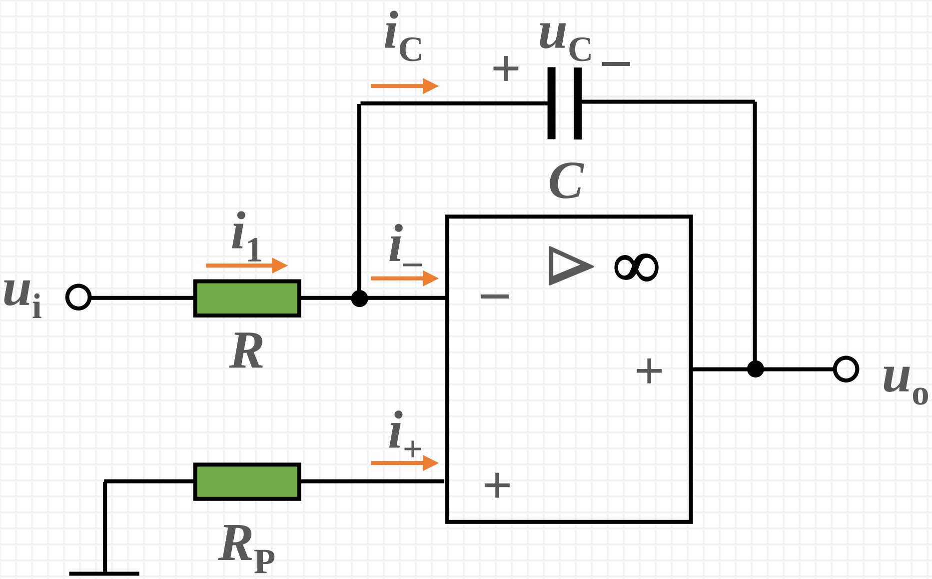
$$U_S * t_{ON} = \left(U - U_S\right) * t_{OFF}$$

$$U = U_S \frac{T}{t_{OFF}}$$

升压斩波器
Boost Converter

3、运算放大器的动态电路应用

(1) 反相积分器



$$u_- = u_+ = 0$$

$$i_1 = \frac{u_i}{R}$$

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

$$u_C = -u_o$$

$$i_C = -C\frac{du_o}{dt}$$

$$i_+ = i_- = 0$$

$$i_1 = i_C$$

$$\frac{u_i}{R} = -C\frac{\mathrm{d}u_o}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{u_o = -\frac{1}{RC}\int_0^t u_i \mathrm{d}t - u_C(0)}$$

如果 $u_C(0) = 0$

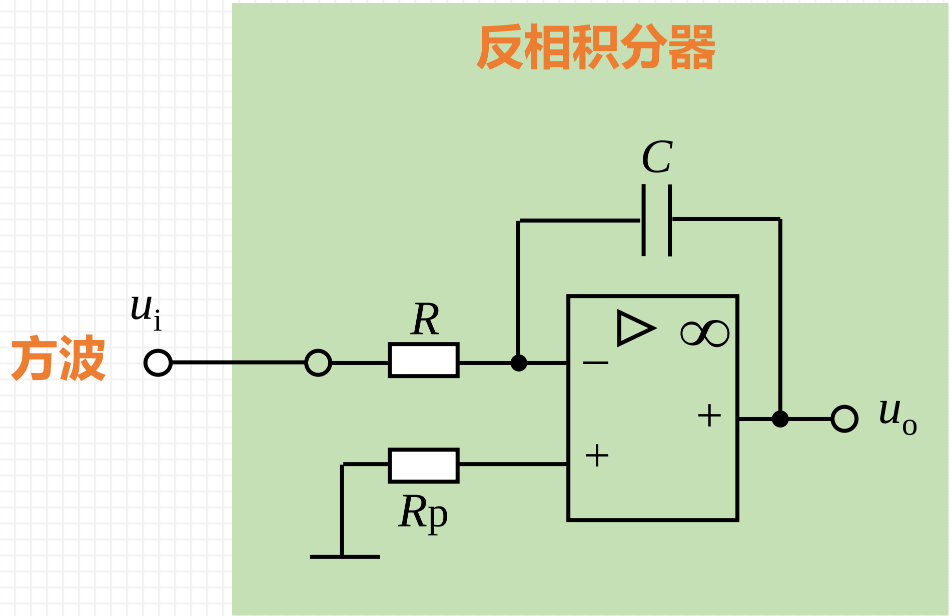
$$\boxed{u_o = -\frac{1}{RC}\int_0^t u_i \mathrm{d}t}$$

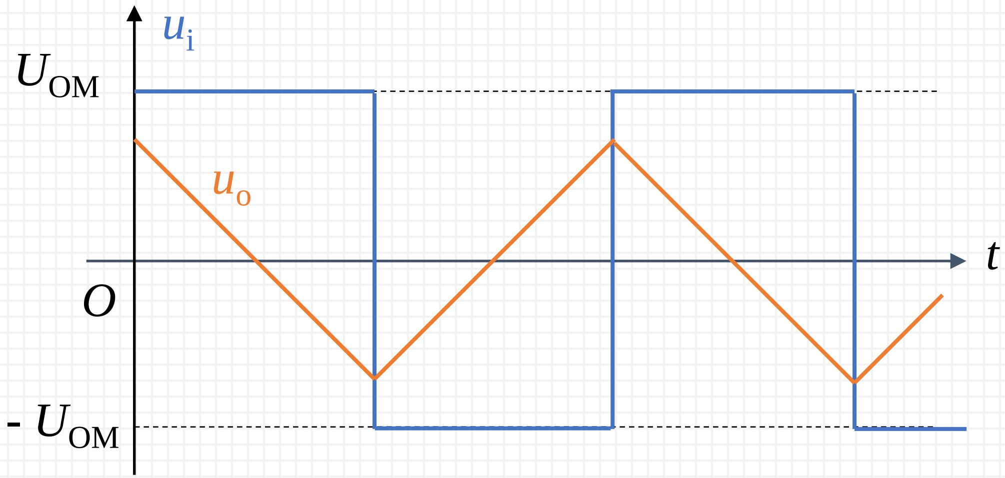
$$u_o = -\frac{1}{RC}\int u_i \mathrm{d}t$$

如果$u_i = U_S$（常数），则

$$u_o = -\frac{U_S}{RC}t$$

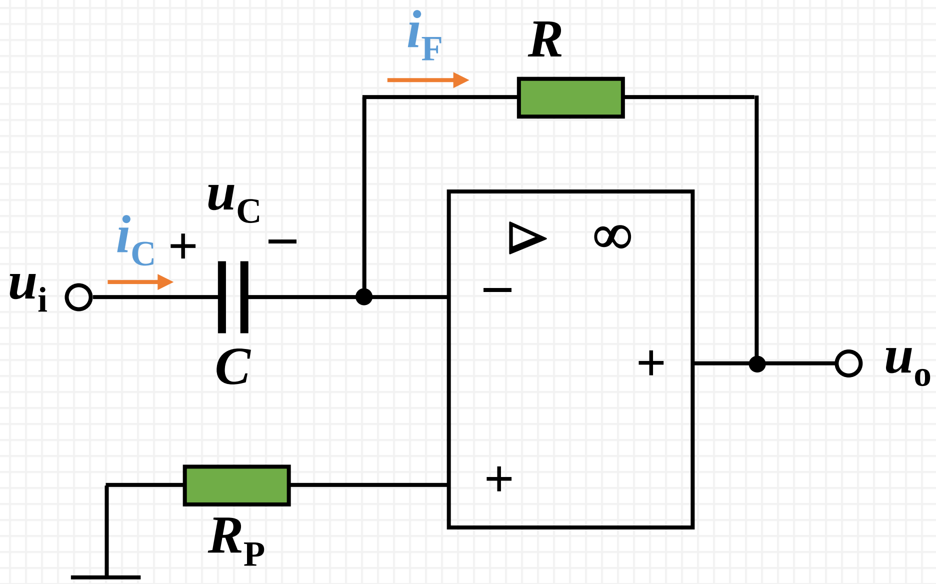
线性函数





方波 → 三角波

(2) 微分器



如果 $u_i = U_S t$（线性函数），则

$$u_o = -RCU_S$$ 常数

三角波 → 方波

$$u_- = u_+ = 0$$

$$u_C = u_i$$

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{du_i}{dt}$$

$$i_F = -\frac{u_o}{R}$$

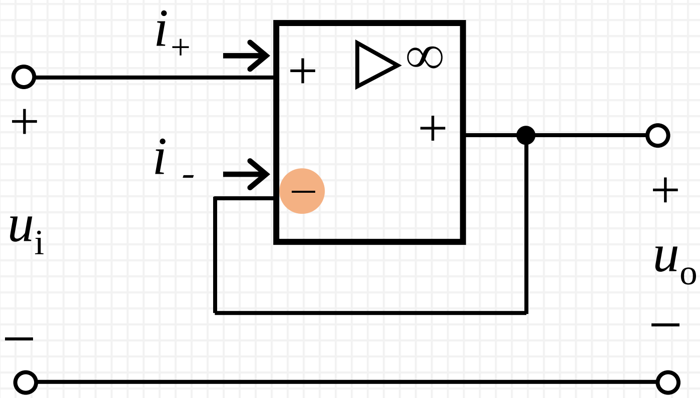
$$i_- = 0$$

$$i_C = i_F$$

$$C\frac{du_i}{dt} = -\frac{u_o}{R}$$

$$u_o = -RC\frac{du_i}{dt}$$

负反馈



理想运算放大器:

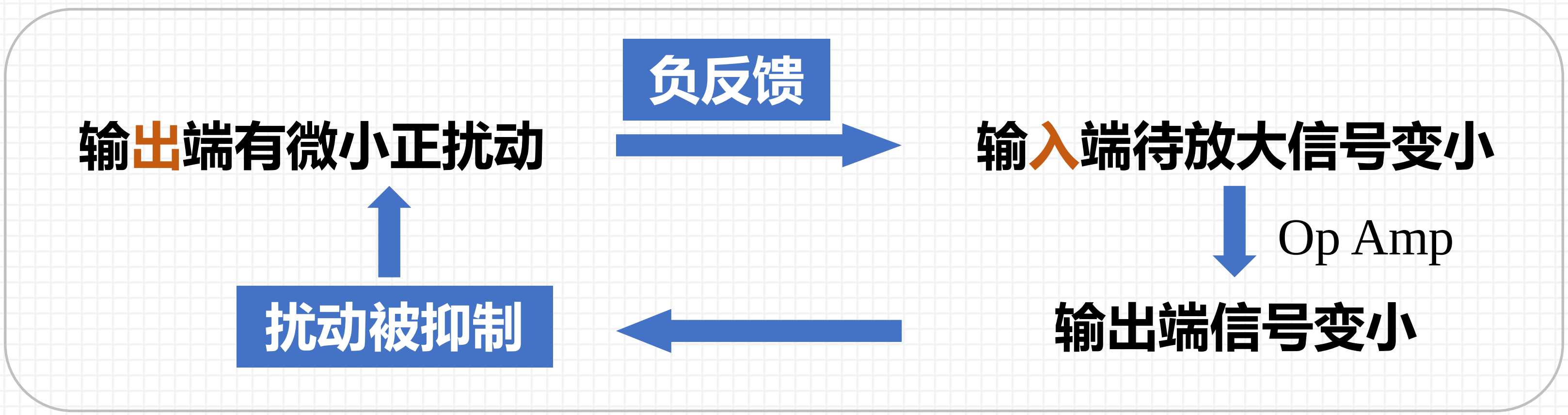
（1）放大倍数 ∞

（2）输入电阻 ∞

（3）输出电阻 0

将Op Amp的输出引到反相输入端

（**负反馈**）



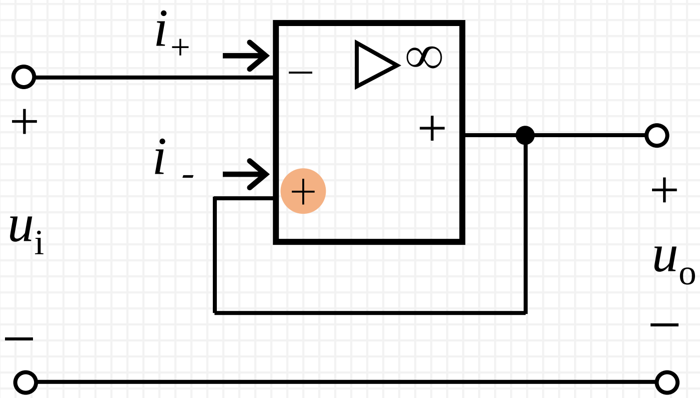
Op Amp负反馈电路分析方法:

（1）$u_+ = u_-$， **虚短**（放大倍数∞ + 线性工作区） $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u_o = u_i}$

（2）$i_+ = i_-$， **虚断**（输入电阻∞）

正反馈

将Op Amp的输出引到同相输入端



虚短不再适用

虚断适用吗?

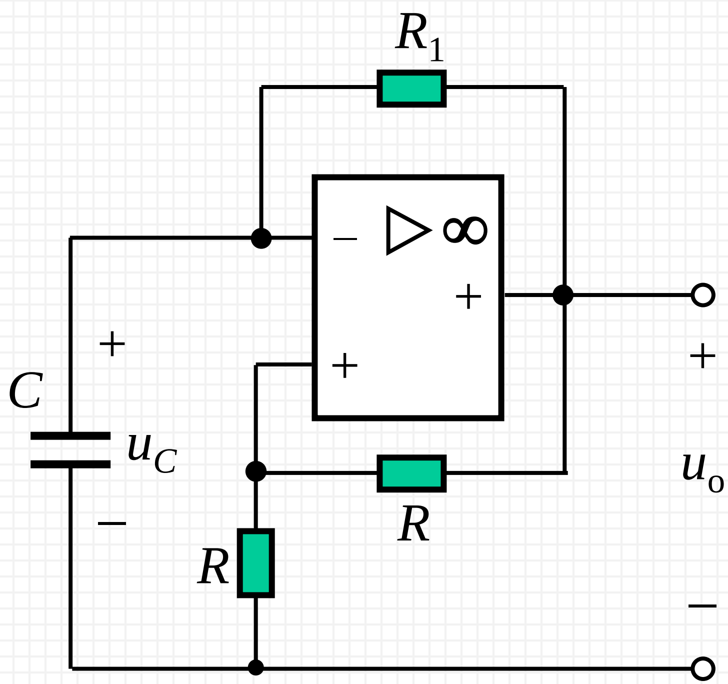
输出端有微小正扰动 → **正反馈** → **输入端待放大信号变大**

↓ Op Amp

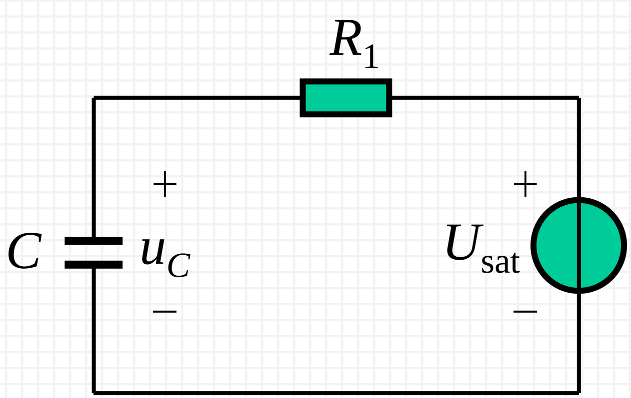
输出端信号变大 → **扰动被放大** → **输出端有微小正扰动**

u_0 **为** U_{sat} **或** $-U_{sat}$

(3) 用Op Amp构成脉冲序列发生器



设此时u_C=0，等效电路为



虚短不再适用

虚断仍然适用

是**正反馈**吗？

是！

电路开始工作时存在小扰动。

由于正反馈，u_0为U_{sat} 或 $-U_{sat}$

设 $u_o=U_{sat}$，则 $u_+=\dfrac{U_{sat}}{2}$

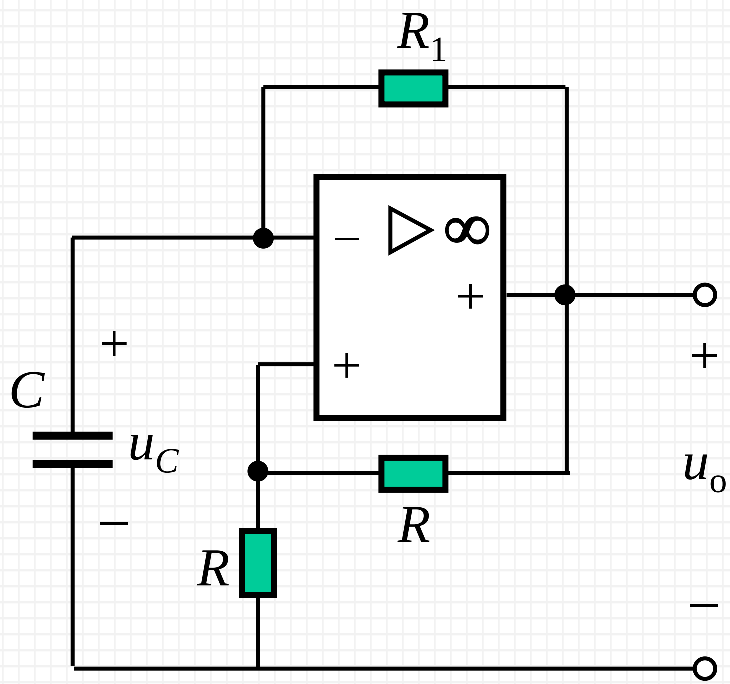
$$u_C(0^+)=0$$

$$u_C(\infty)=U_{sat}$$

$$\tau=R_1C$$

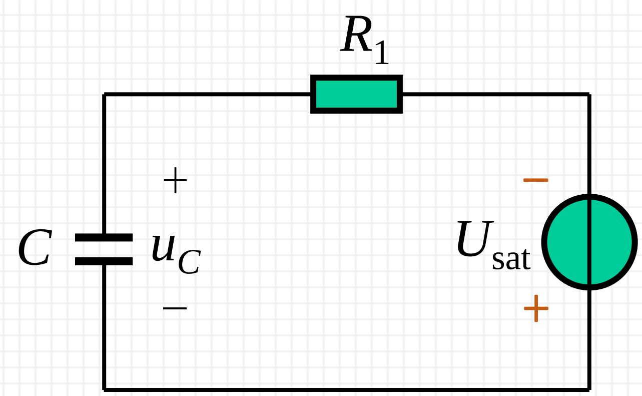
$$u_C=U_{sat}(1-e^{-t/R_1C})$$

上升至 $u_C=\dfrac{U_{sat}}{2}$ 时， $u_o=-U_{sat}$



u_o= $-U_{sat}$

此时u_C=U_{sat}/2，等效电路为

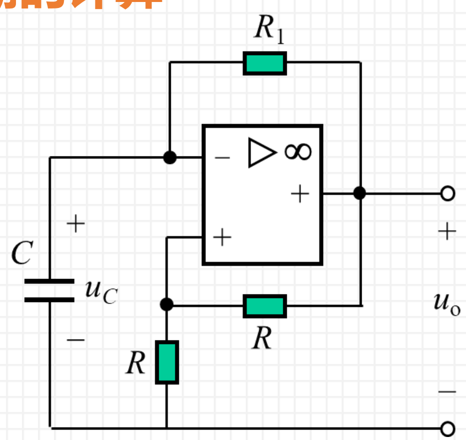


$$u_C(0^+) = \frac{U_{sat}}{2} \qquad u_C(\infty) = -U_{sat} \qquad \tau = R_1 C$$

$$u_C = -U_{sat} + \left(U_{sat}/2 + U_{sat}\right)e^{-t/R_1C}$$

下降至 $u_C = -\frac{U_{sat}}{2}$ 时，u_o= $+U_{sat}$

周期的计算



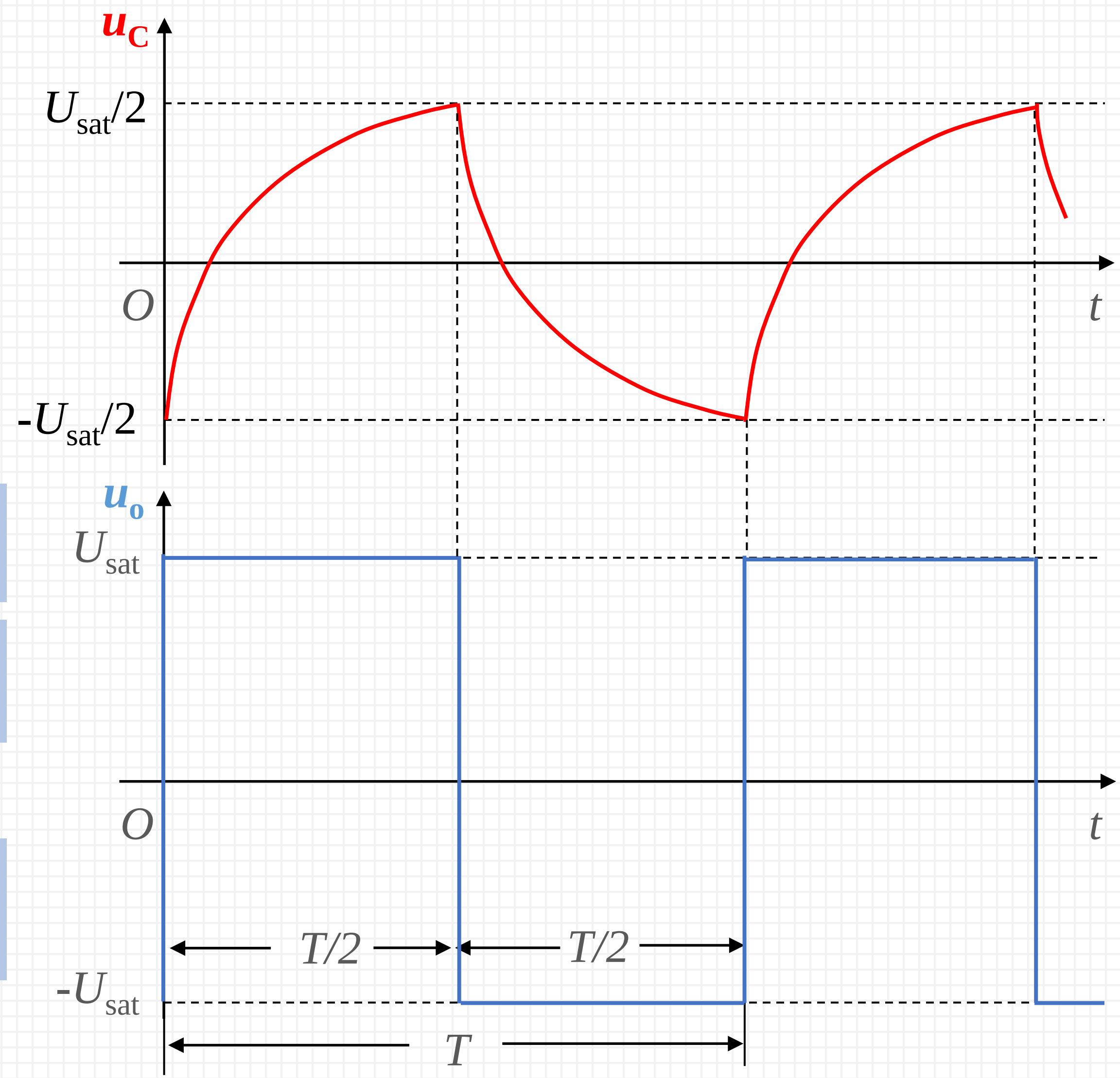
$$u_C = U_{sat} + (-U_{sat}/2 - U_{sat})e^{-t/R_1C}$$

$$u_C = -U_{sat} + (U_{sat}/2 + U_{sat})e^{-(t-\frac{T}{2})/R_1C}$$

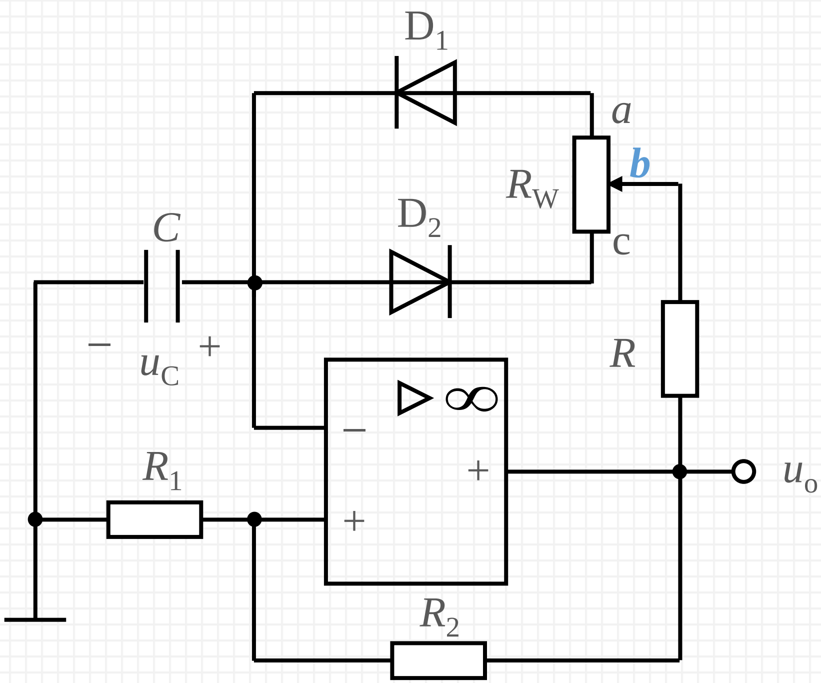
$t=T/2$时

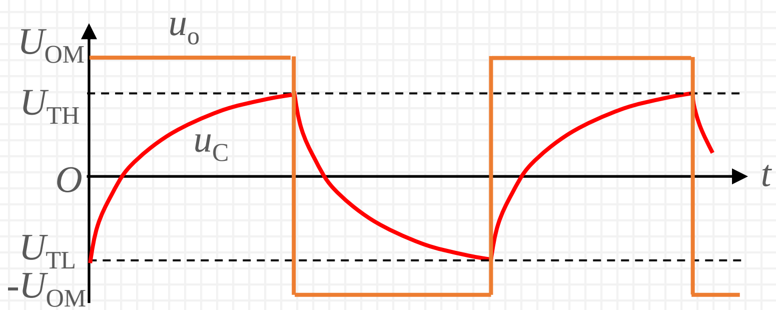
$$U_{sat}/2 = U_{sat} - 3/2\, U_{sat} e^{-T/2R_1C}$$

$$T = 2R_1C\ln 3$$



思考题： 点 b 是电位器 R_W 的中点，点 a 和点 c 分别是电位器的上、下端点 。试定性画出电位器可动端分别处于 a、b、c 三点时的 u_o 、u_C 相对应的波形图。分析时忽略二极管导通时的正向电阻。





电位器位于b点时的u_o波形

电位器可动端位于b点， u_o波形?

电位器可动端位于c点， u_o波形?

电位器可动端位于a点， u_o波形?

判断：这是哪一种情况的波形?