第一章 质点运动学

§ 1.1 参考系

§ 1.2 质点的位矢、位移和速度

§ 1.3 加速度

Δ § 1.4 匀加速运动

Δ § 1.5 抛体运动

§ 1.6 圆周运动

§ 1.7 相对运动

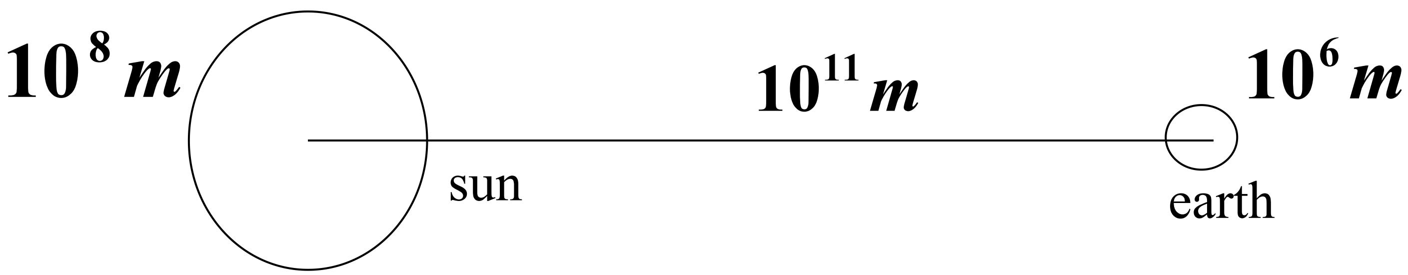
§1.1 参考系

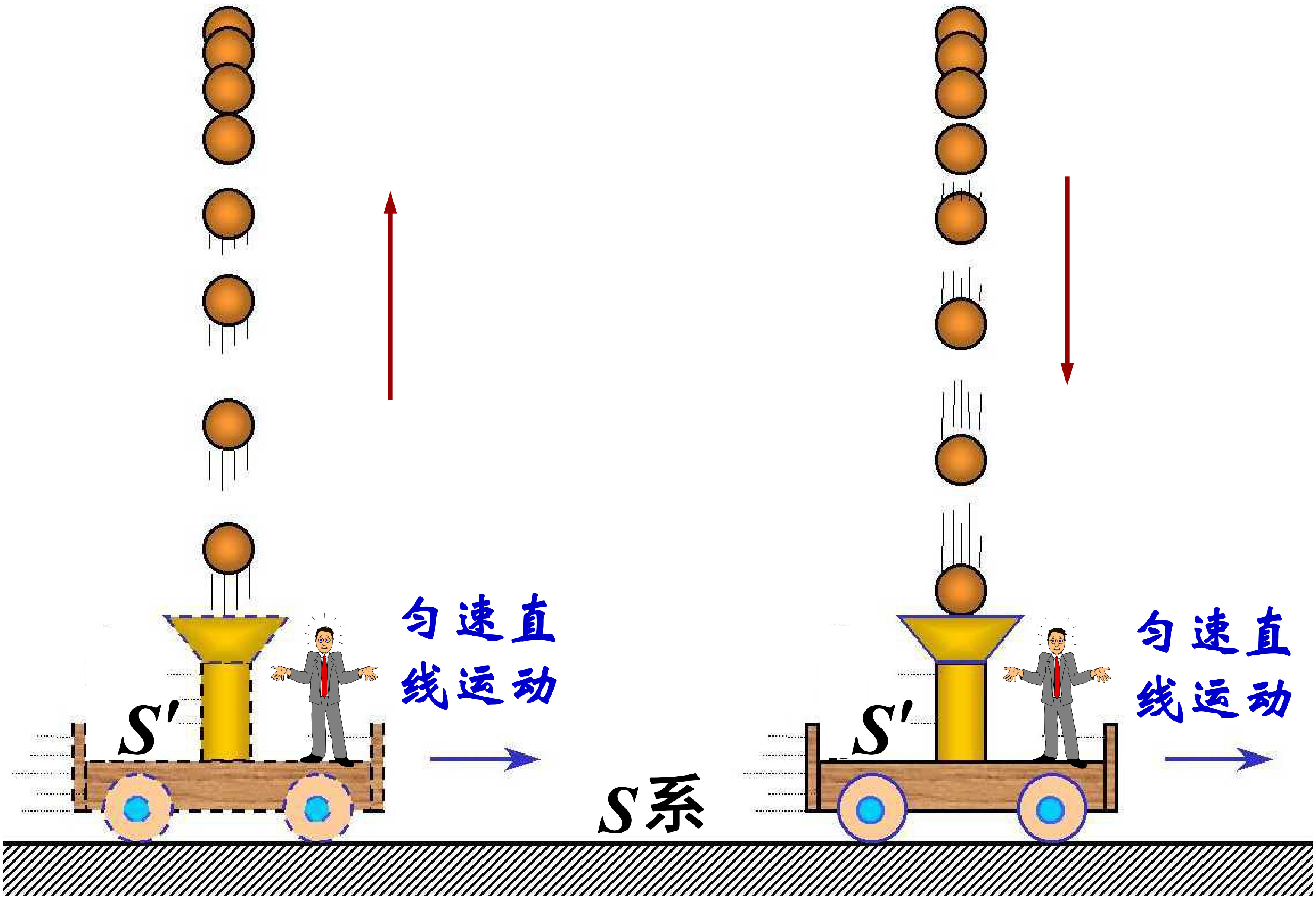
一、质点：

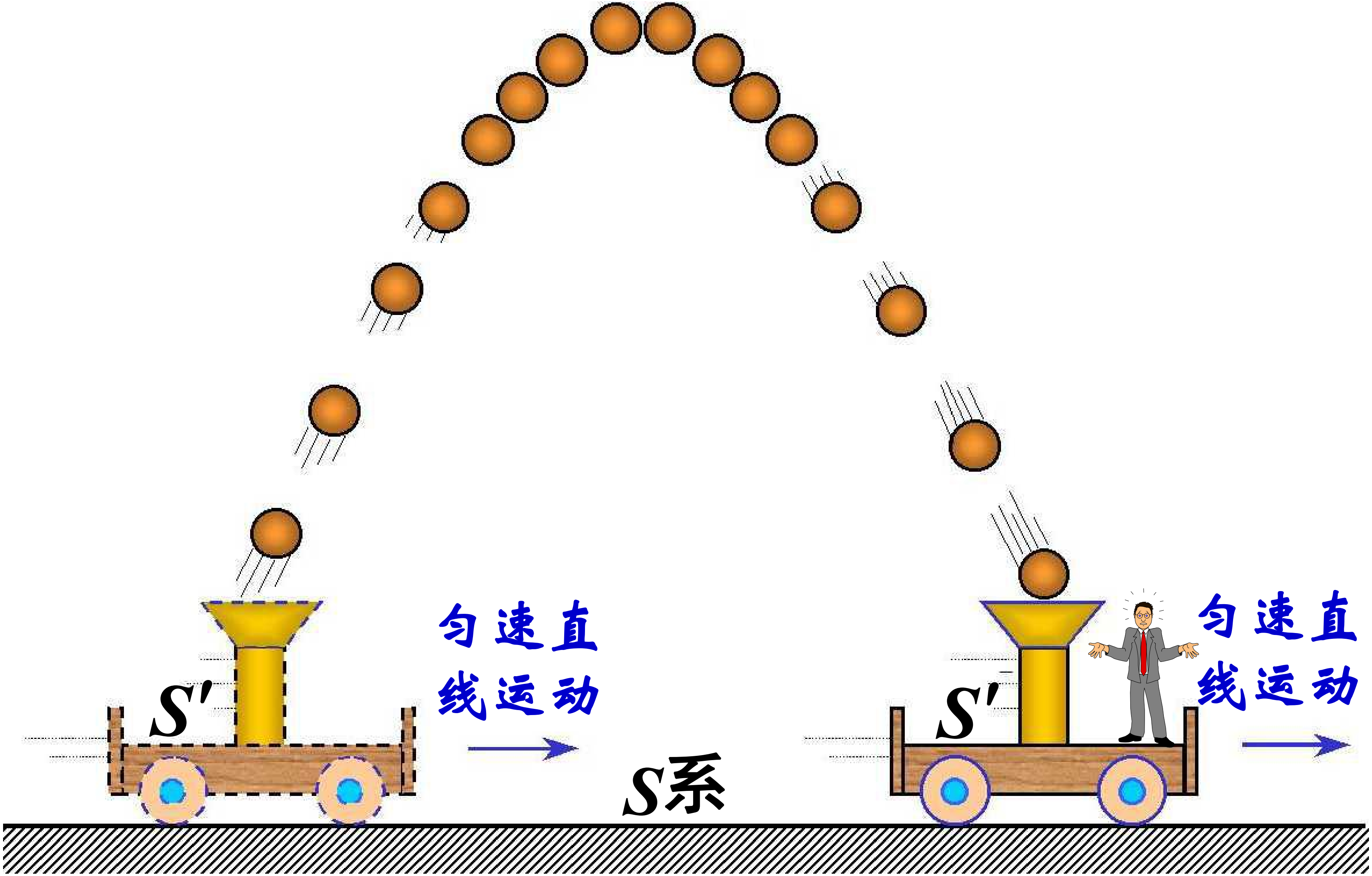
力学模型——具有质量的几何点

例：地球绕太阳转——地球近似为质点

地球自转问题——地球不能看成质点




匀速直
线运动
S′
S系
S′
匀速直
线运动


匀速直
线运动
S′
S系
S′
匀速直
线运动

二、参考系、坐标系

1. 参考系

用来描述物体运动而选作参考的物体或物体系。

相对性　可任选

常用参考系：太阳　地心　地面或实验室　质心

2. 坐标系

固结在参考系上的一组有刻度的射线、曲线或角度。

坐标系为参考系的数学抽象。

常用坐标系：　直角　球极　柱　“自然”

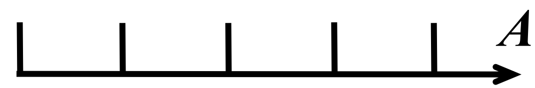
§ 1.2 质点的位矢、位移和速度

一. 位置矢量（或矢径）

1. 矢量

标量； 矢量 (满足三角求和法则)

矢量表示： $\boldsymbol{A}$； $\vec{\mathrm{A}}$； $\mathrm{A}\hat{\mathrm{A}}$

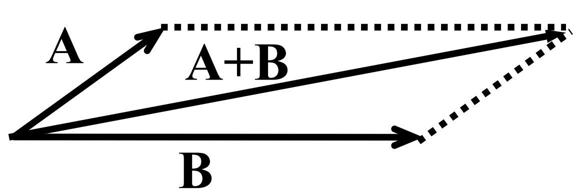


分量： (A_x, A_y, A_z)； (A_1, A_2, A_3)

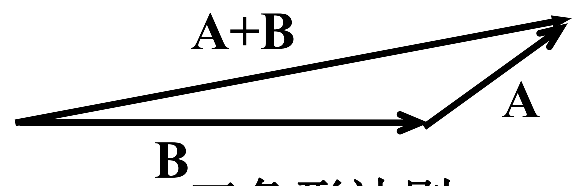
$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$$

矢量大小（模）: $\left|\vec{A}\right|$ 单位矢量: $\left|\vec{A}\right| = 1$

矢量合成:



平行四边形法则

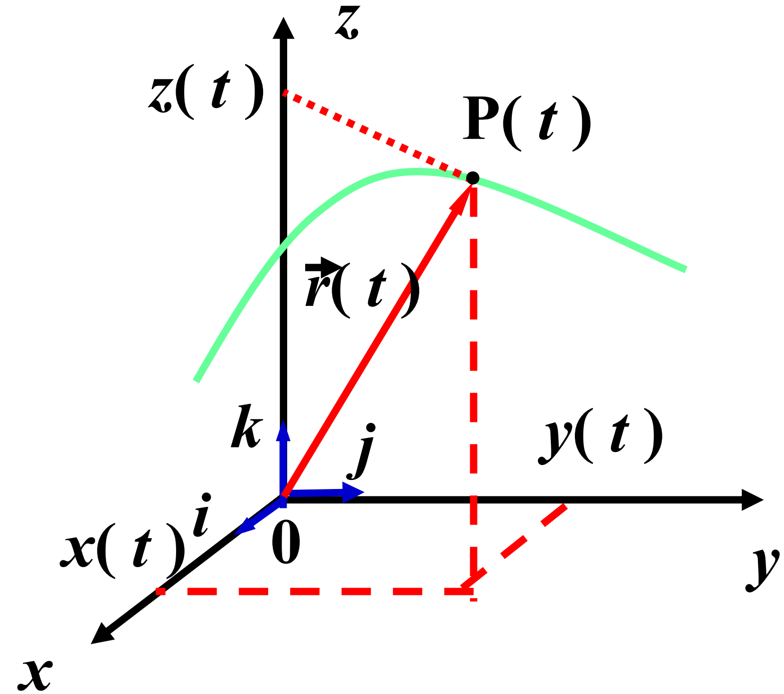


三角形法则

$$\vec{A}+\vec{B}=(A_x+B_x, A_y+B_y, A_z+B_z)$$

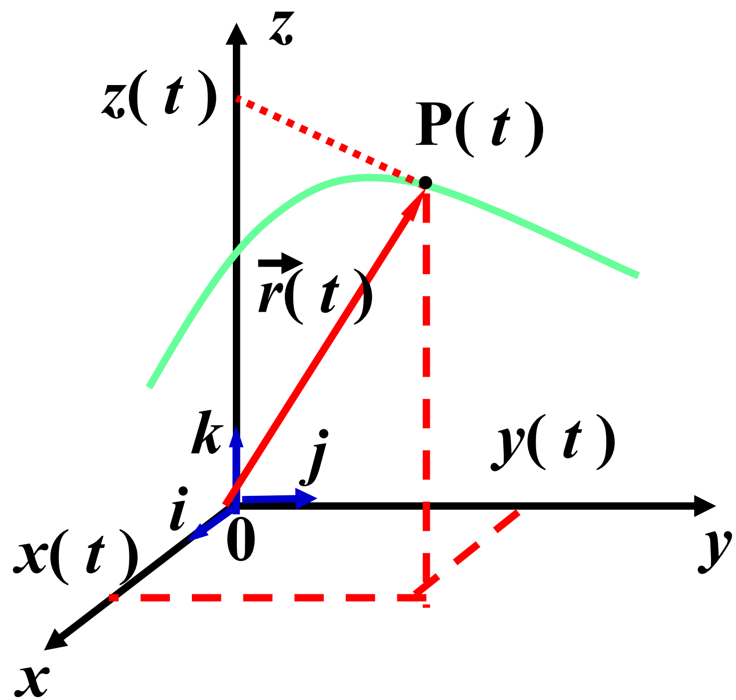
2. 位置矢量

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$



3. 运动函数

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$



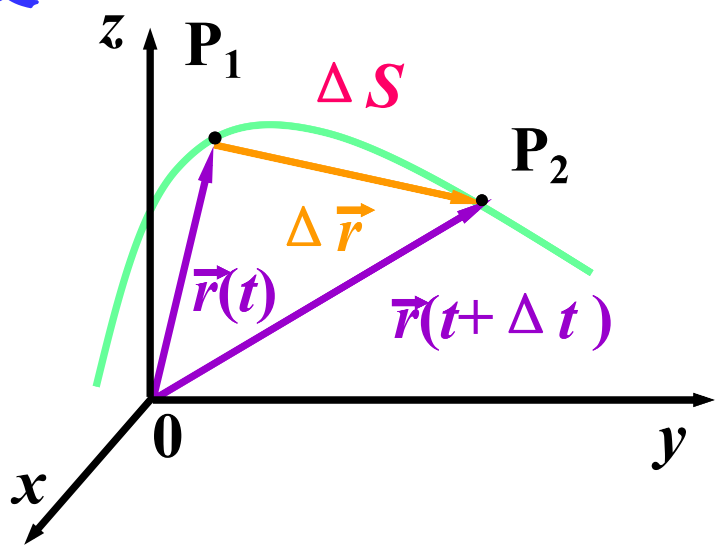
$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

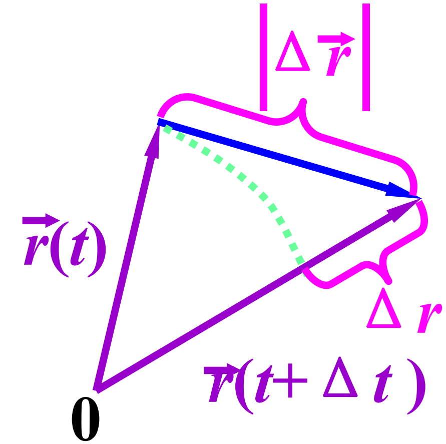
或 $x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$

二. 位移、速度

1.位移

(displacement)





$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\Delta \vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

2. 路程（path）

$$\Delta s \neq |\Delta \vec{r}|, \text{但} ds = |d\vec{r}|$$

注意

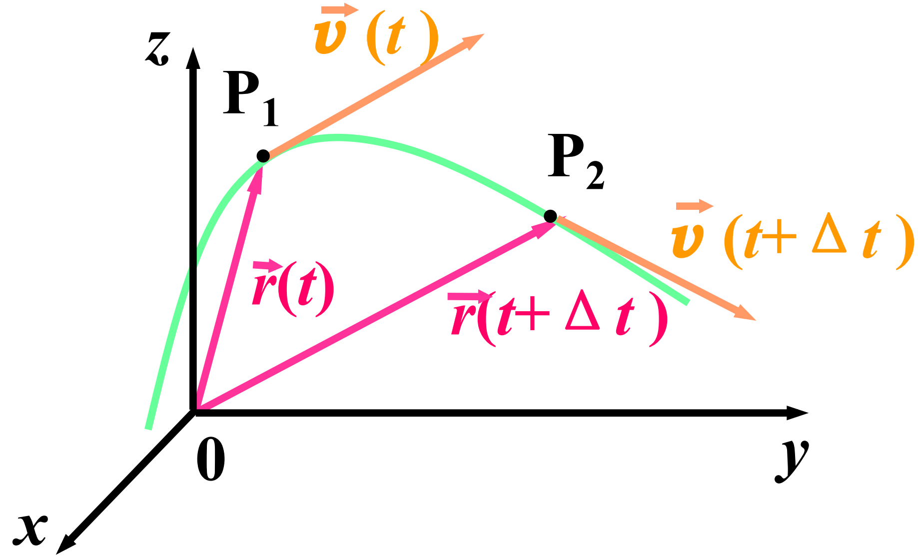
$$|\Delta \vec{r}| \neq \Delta r, |d\vec{r}| \neq dr$$

$$\Delta r = r(t+\Delta t) - r(t)$$

3. 速度

平均速度 $\overline{\vec{v}} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

无实用价值



瞬时速度

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} = \left(v_x, v_y, v_z\right)$$

速度的方向一定沿轨道的切向

速度的叠加：速度是各分速度之矢量和

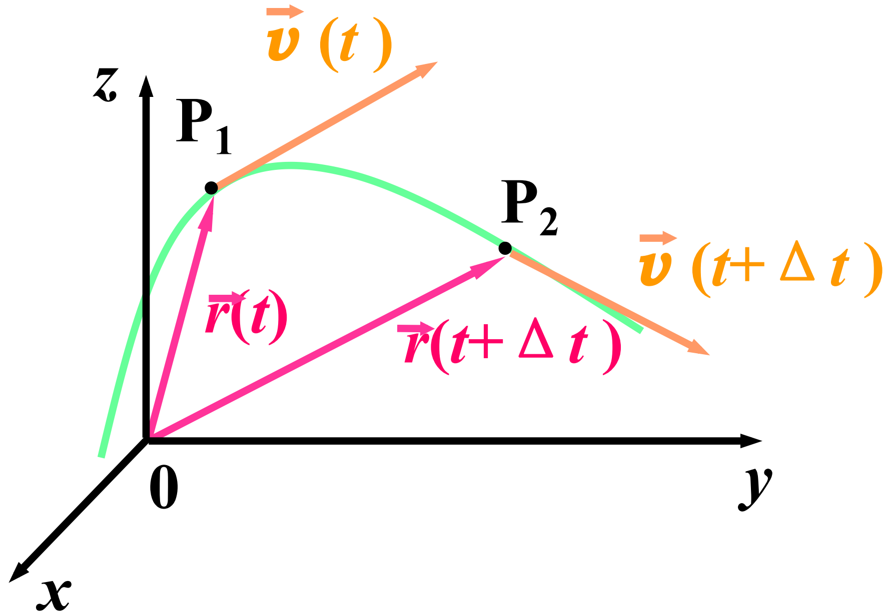
速率 $$v=|\vec{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

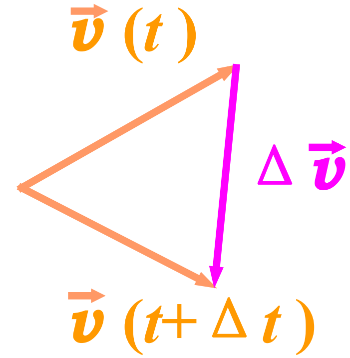
注

$$v=|\vec{v}|=\frac{|d\vec{r}|}{dt}=\frac{ds}{dt}\neq\frac{dr}{dt}$$

§ 1.3 加速度

1. 加速度





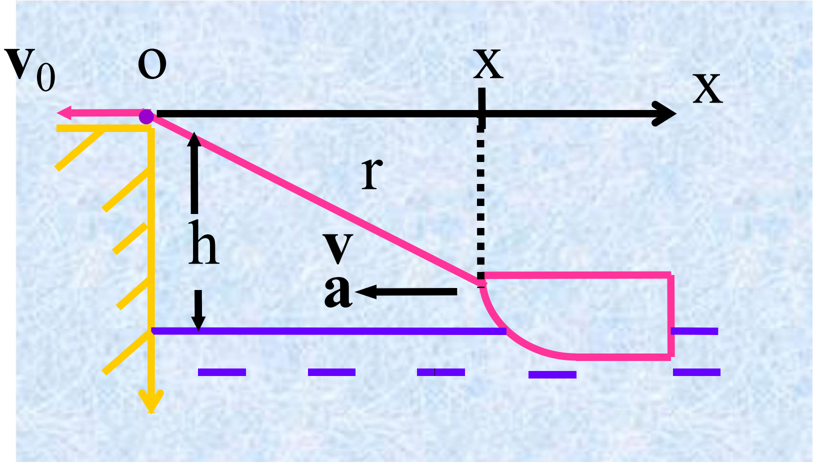
加速度 $$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}+\frac{dv_z}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$$

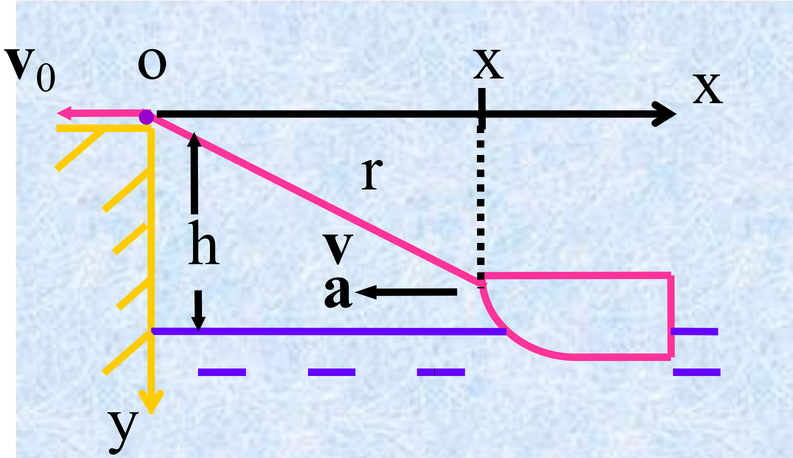
2. 分量计算的物理意义

运动的分解与合成

例：如图，已知收绳速率v_0=－dr/dt=常数, h
求：距岸x处船的$\vec{v},\vec{a}$



解： $x=\sqrt{r^2-h^2}$



$$v_x=\frac{dx}{dt}=\frac{d(r^2-h^2)^{\frac{1}{2}}}{dt}$$

$$=\frac{1}{2}(r^2-h^2)^{\frac{1}{2}-1}\frac{d(r^2-h^2)}{dt}$$

$$=\frac{1}{2}(r^2-h^2)^{-\frac{1}{2}}\frac{2rdr}{dt}=\frac{-rv_0}{\sqrt{r^2-h^2}}=\frac{-rv_0}{x}$$

$$y=h \qquad v_y=\frac{dh}{dt}=0$$

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=\frac{rv_0}{x^2}\frac{dx}{dt}-\frac{v_0}{x}\frac{dr}{dt}=-\frac{v_0^2(r^2-x^2)}{x^3}=-\frac{v_0^2h^2}{x^3}$$

$$a_y=0$$

运动学的两类问题：

$$\vec{r}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftarrows}} \vec{v}, \vec{a}$$

矢量描述的优点：便于一般性陈述；

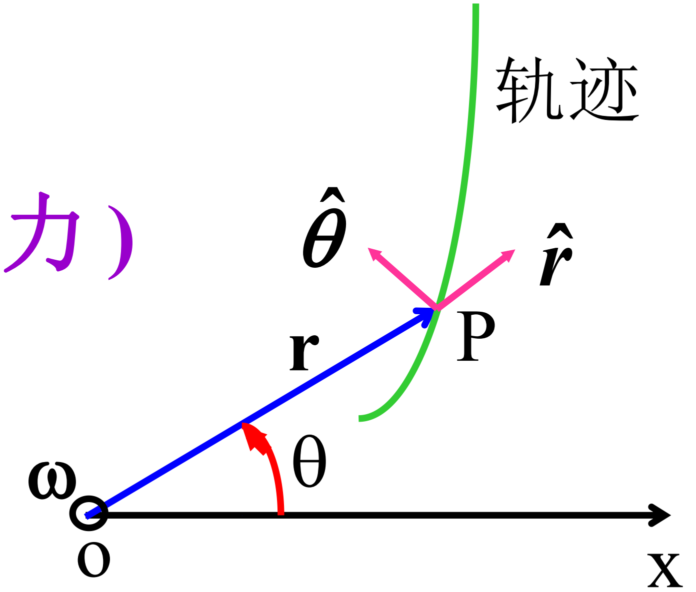
普遍、简练

自学：匀加速运动、抛体运动

（书第一章第4、5节）

§1.6 圆周运动

一. 平面极坐标系(用于有心力)



1. 坐标系: 极点o; 极轴ox

变量 r, θ

定义两个方向，设两个单位矢量, 基矢: $\hat{r}$ $\hat{\theta}$

$\hat{r}$: r增加的方向 径向

$\hat{\theta}$: θ增加的方向 横向

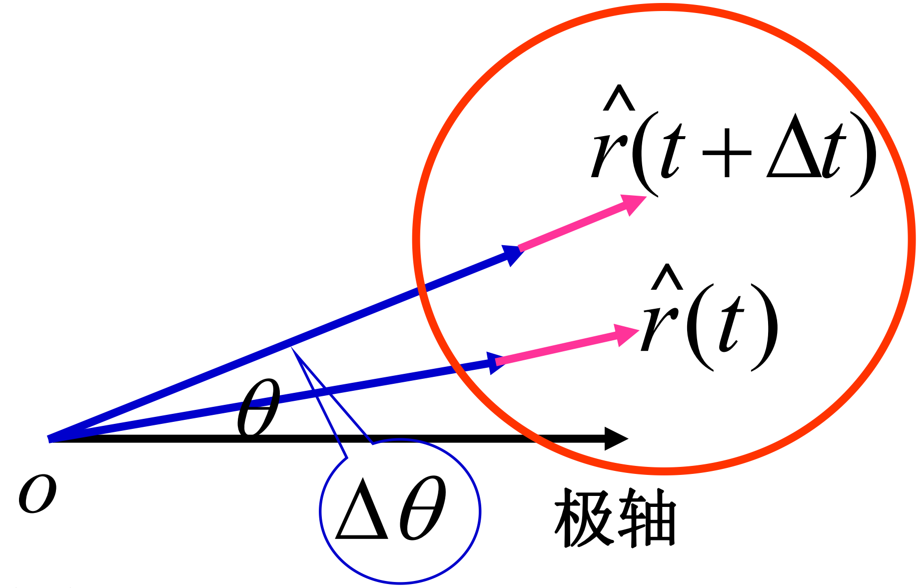
$\hat{r} \perp \hat{\theta}$ 正交坐标系

2.单位矢量的变化率

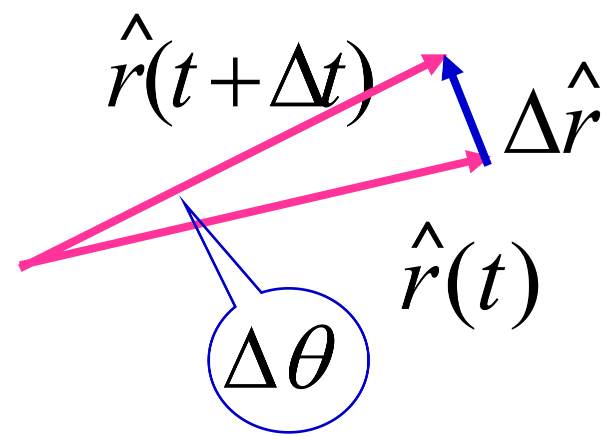
在极坐标系中，单位矢量不是常矢量，方向随时间而变，

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \hat{r}}{\Delta t}$$

$$\boxed{\Delta t \to 0, \quad \Delta\theta \to d\theta}$$

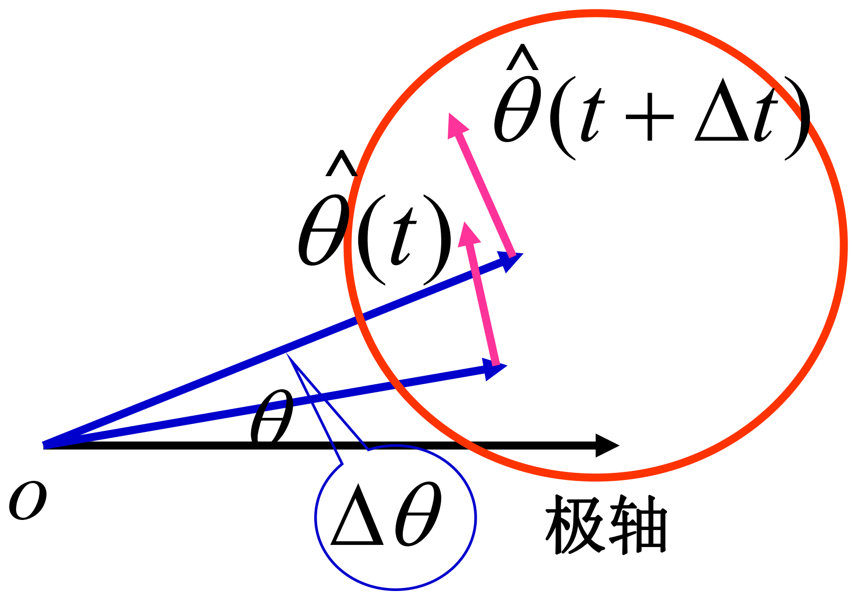


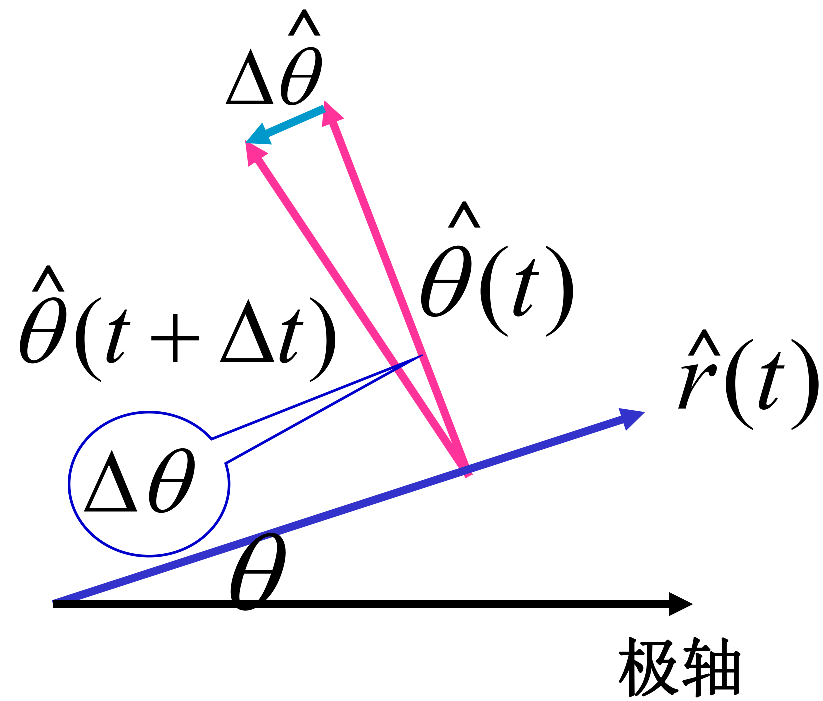
$\boxed{\Delta \hat{r} \to d\hat{r}}$ 方向 $\perp \hat{r}(t)$



$$\left|d\hat{r}\right| = \left|\hat{r}(t)\right| d\theta = d\theta$$

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\hat{\theta}$$





同样 $$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\hat{\theta}}{\Delta t} = -\frac{d\theta}{dt}\hat{r}$$

$$\boxed{\frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\hat{\theta} \qquad \frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\hat{r}}$$

3. 分量表达式

$$\boxed{\vec{r} = r\hat{r}}$$

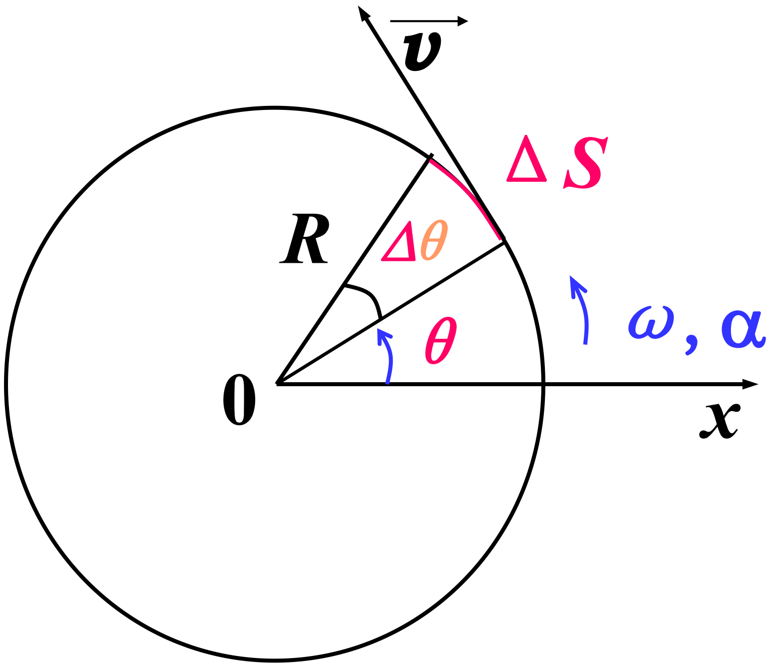
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\theta}{dt}\hat{\theta}$$

$$\boxed{\vec{v} = v_r\hat{r} + v_\theta\hat{\theta}}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{a} = a_r\hat{r} + a_\theta\hat{\theta}}$$

二. 匀速率

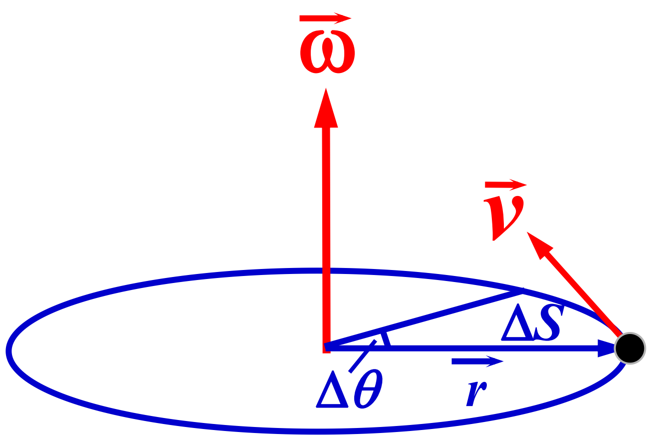


线速度

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{Rd\theta}{dt} = R\omega$$

角速度

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$



匀速率圆周运动也就是以恒定的角速度运动。

二. 变速率圆周运动

角速度是一变化的值

$$\vec{r} = R\,\hat{r}$$

变

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = R\frac{d\hat{r}}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}\hat{\theta} = R\omega\hat{\theta} = v\hat{\theta}$$

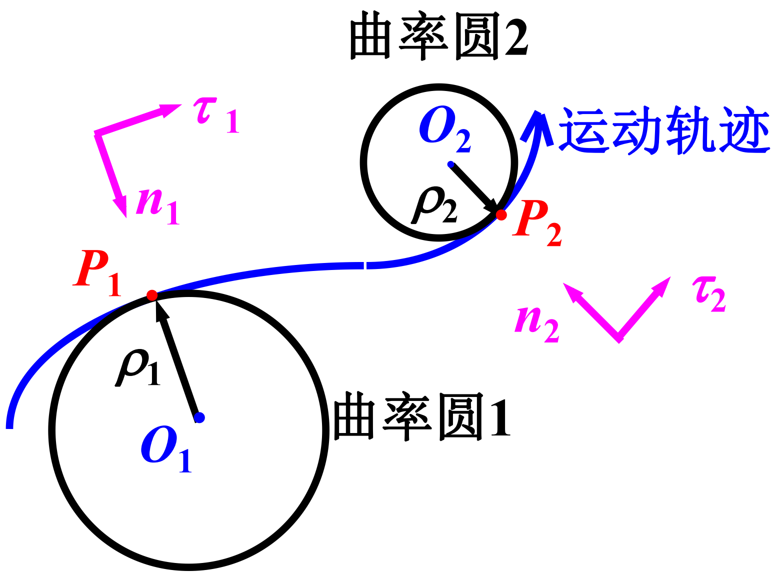
$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v\hat{\theta}) = \frac{dv}{dt}\hat{\theta} + v\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{\theta} - v\frac{d\theta}{dt}\hat{r}$$

$$= \frac{dv}{dt}\hat{\theta} + v\omega(-\hat{r}) = \frac{dv}{dt}\hat{\theta} + \frac{v^2}{R}\hat{n}$$

切向加速度 $a_\theta = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

法向加速度或向心加速度 $a_n = \dfrac{v^2}{R}$

三. 平面曲线运动

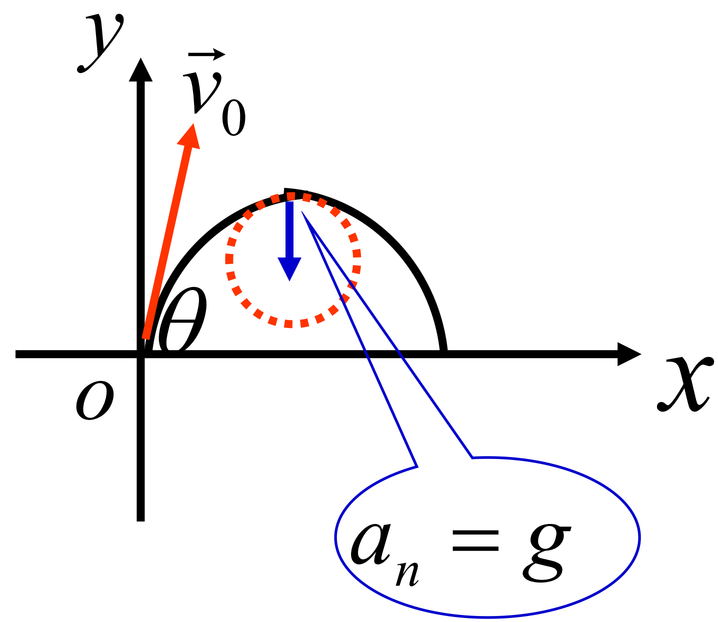


$$\vec{a} = \hat{\tau}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \hat{n}\frac{v^2}{\rho}$$

自然坐标系：在曲线上的各点固结一系列由当地的切线和法线所组成的坐标轴

注意：自然坐标系是固结在所选定的参考系上的，它并不随质点运动。

例 求如图所示的抛体轨道顶点处的曲率半径



解：在轨道顶点只有水平速度

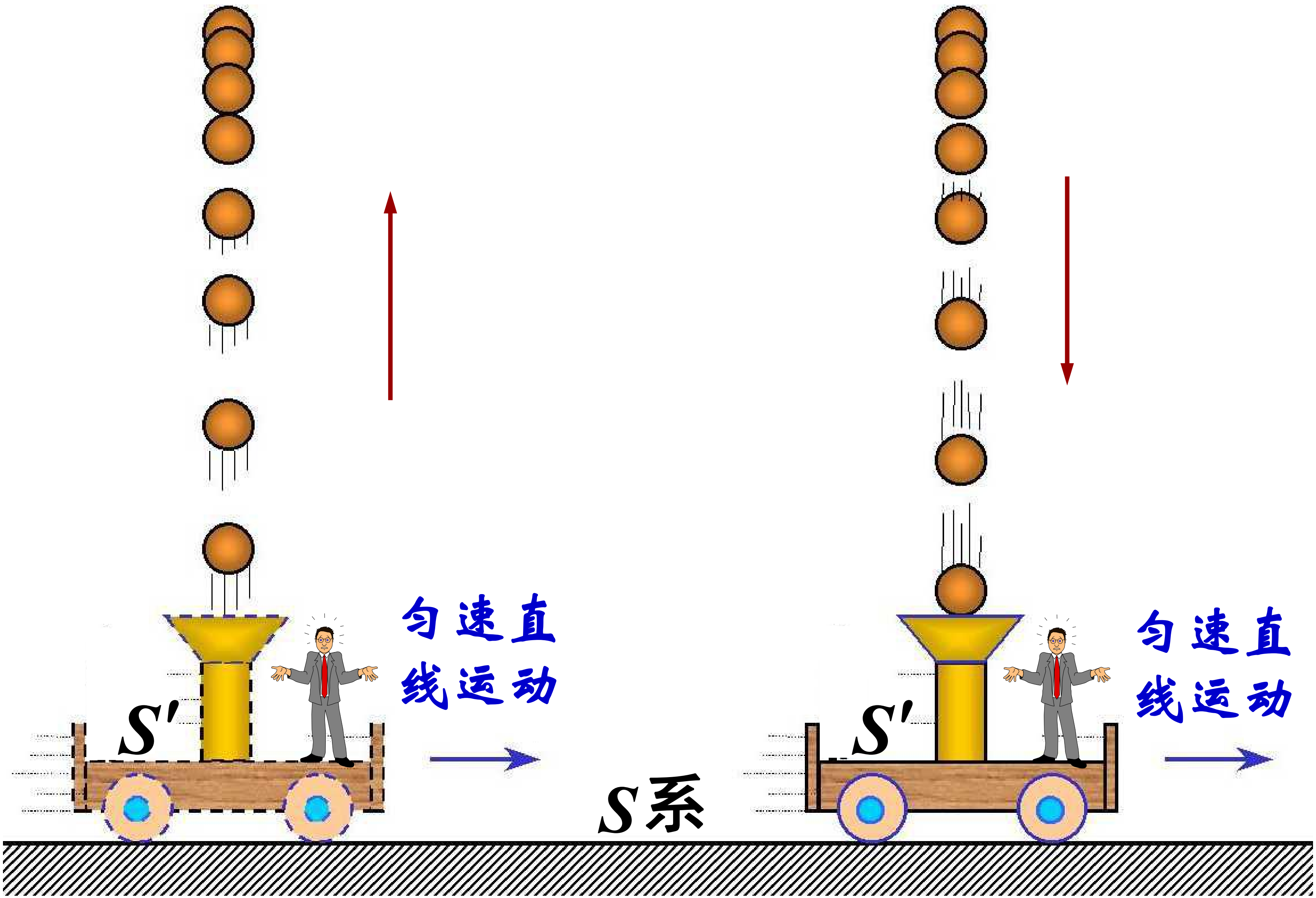
$$v = v_x = v_0 \cos\theta$$

$$a_n = g$$

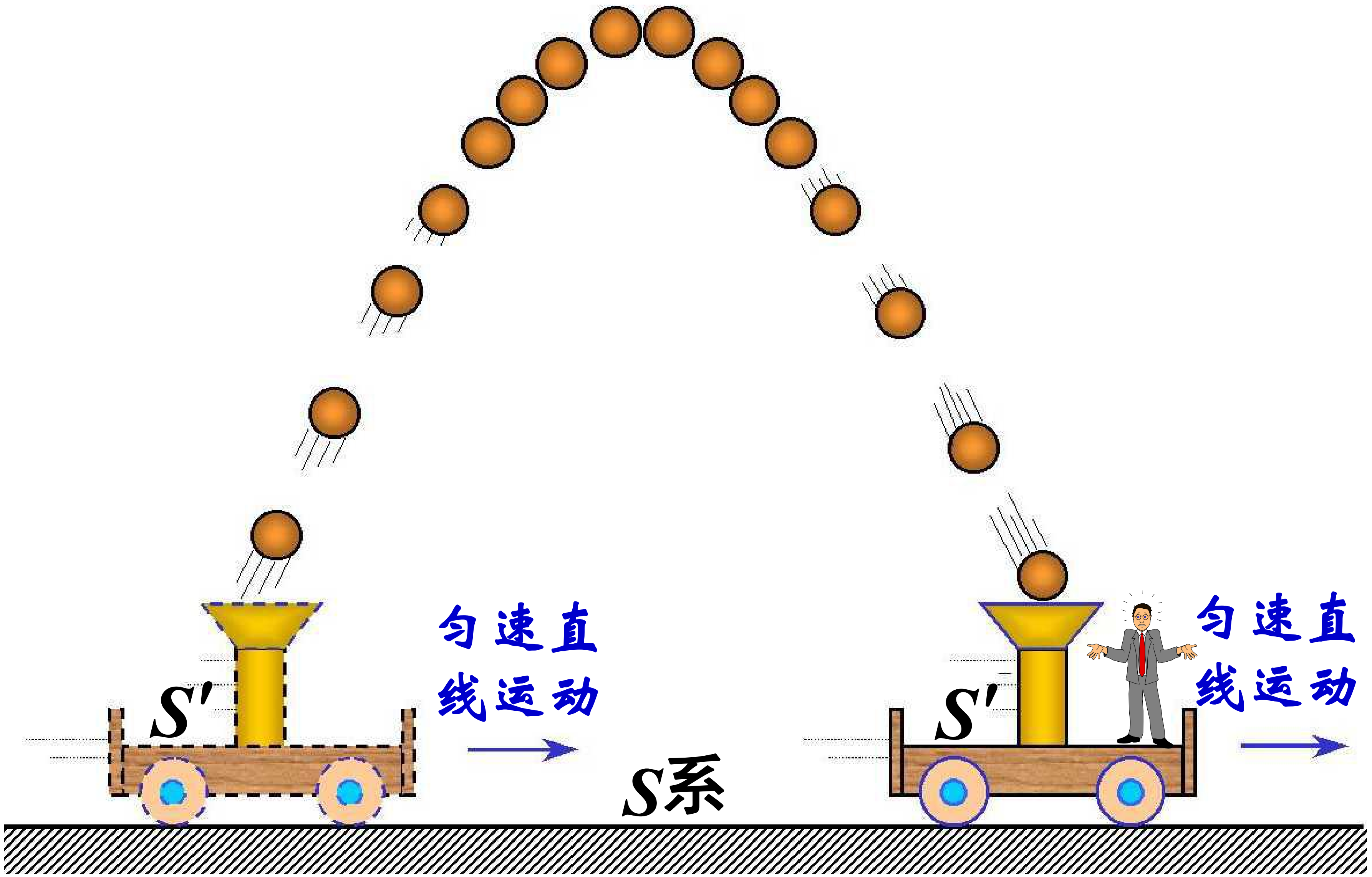
由 $a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$

$$\boxed{\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(v_0 \cos\theta)^2}{g}}$$

轨迹上不同位置，其曲率半径和中心均不同！



匀速直
线运动
S'
S系
S'
匀速直
线运动



匀速直
线运动
S′
S系
S′
匀速直
线运动

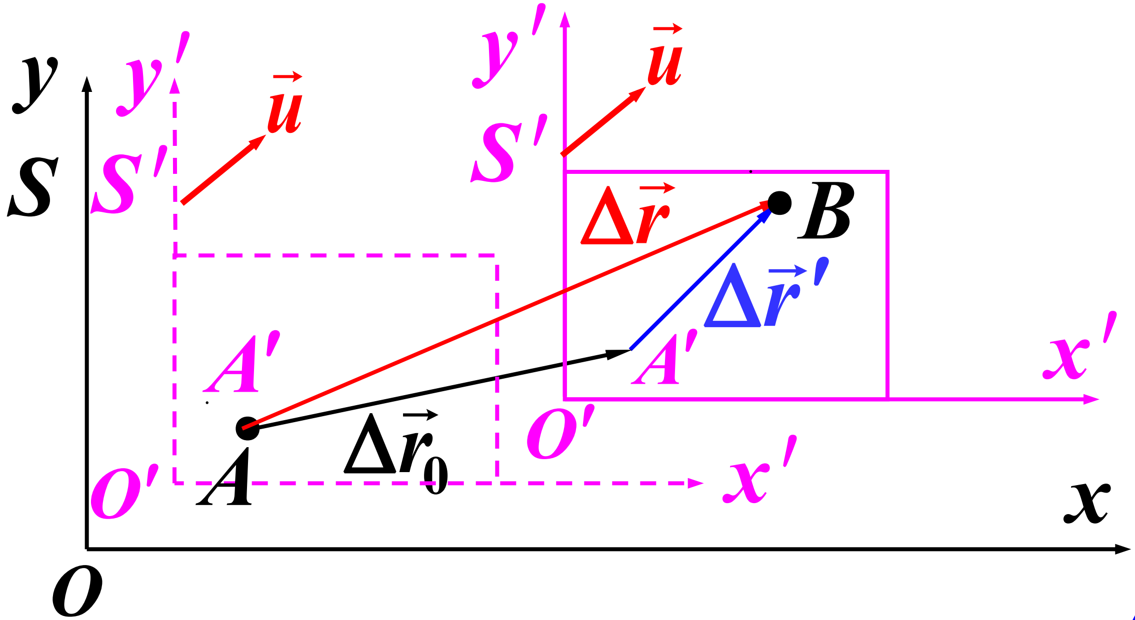
§1.7 相对运动

相对运动是指不同参考系中观察同一物体的运动。

绝对时空观：对于不同的参考系，长度和时间的测量结果是相同的。

在弱引力、低速（远低于真空光速）运动情况下，绝对时空观符合实验结果。

仅讨论一参考系 S' 相对另一参考系 S 以速度 $\vec{u}$ 平动时的情形：



位移关系：

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}' + \Delta\vec{r}_0}$$

速度关系：

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}}$$

伽利略速度变换

$\vec{v}$ 称为绝对速度（absolute velocity）

$\vec{v}'$ 称为相对速度（relative velocity）

$\vec{u}$ 称为牵连速度（connected velocity）

加速度关系： 在 S'相对于S平动的条件下

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0}$$

若 $\vec{u} = \text{const}$. 则$\vec{a}_0 = \dfrac{d\vec{u}}{dt} = 0$, 有$\vec{a} = \vec{a}'$

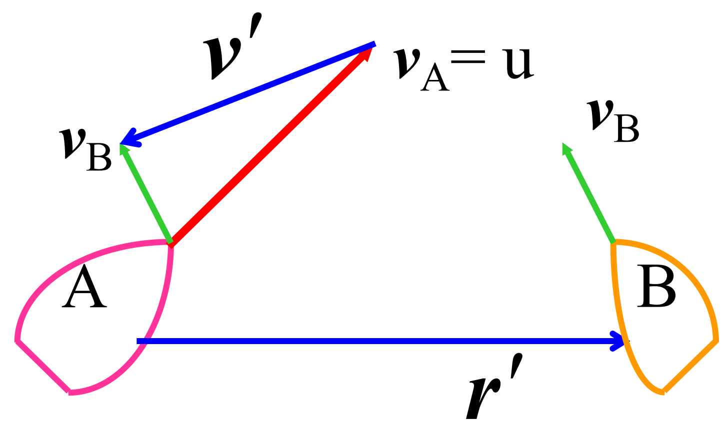
例: A，B船分别以 $\vec{v}_A$，$\vec{v}_B$ 匀速直线运动，如图试判断两船是否相遇

解：S:地球； S':A船

B船为运动质点

$$\vec{v} = \vec{v}_B \qquad \vec{u} = \vec{v}_A$$

$$\therefore \vec{v}' = \vec{v} - \vec{u} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$



不遇

注意：

1. 不可混淆的两件事情:

运动的合成与分解… 是在同一个参考系中

速度的变换关系... 是在两个参考系之间

2. 以上结论是在绝对时空观下得出的:

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0}$$

它已经假定了:

长度的测量不依赖于参考系（绝对空间）。

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}}$$

它已经假定了:

时间的测量也不依赖于参考系（绝对时间）。