

## ❖ 基本内容

- 频率域校正的原理
- 超前校正
- 滞后校正
- 超前滞后校正

# 校正问题及其实现方式

## 工程上的指标:

- (1) 时间域指标: 从响应曲线读取, 调整时间、超调量等, 比较直观
- (2) 频率域指标: 从Bode图上读取, 便于计算

系统性能	频率域评价指标	期望范围
相对稳定性	相角裕量 $\gamma$	$45^0 \leq \gamma \leq 60^0$
	增益裕量 $K_g$	$K_g \geq 10dB$
精度	误差系数 $K_p, K_v, K_a$	—
响应速度	截止频率 $\omega_c$	—
超调	谐振峰 $M_r$	$1.0 < M_r < 1.4$

# 校正装置的设计方法：频率域法

## 频率域法（基于Bode图或者Nyquist图）

- (1) 改变频率特性形状使之满足设计指标
- (2) 常用指标：相角裕量  $\gamma$ ，增益裕量  $K_g$ ，静态误差系数
- (3) 频率响应与系统性能指标的关系
  - 低频段 — 稳态误差
  - 中频段 — 稳定裕度、响应速度等
  - 高频段 — 响应速度、干扰抑制等

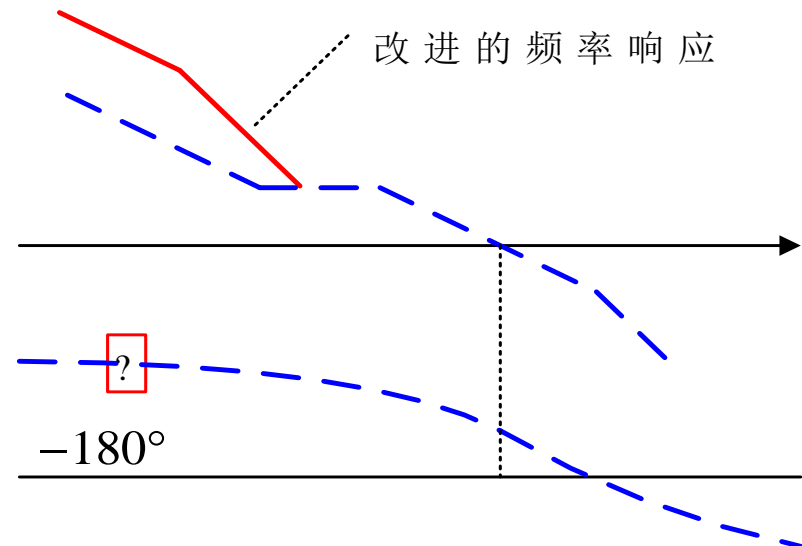
下面分几种情况分析系统可能存在的不足，及其校正方式

# 校正装置的设计方法：频率域法

## (i) 闭环系统稳定，但稳态误差过大

- 低频段响应的幅值过低

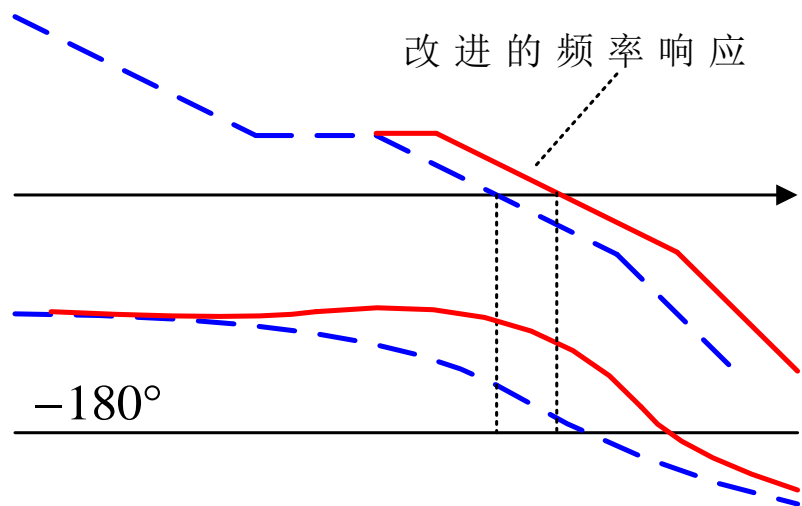
滞后校正：对应于添加 “**开环极点**”



## (ii) 闭环系统稳定，但时间响应过慢

- 截止频率  $\omega_c$  不够大

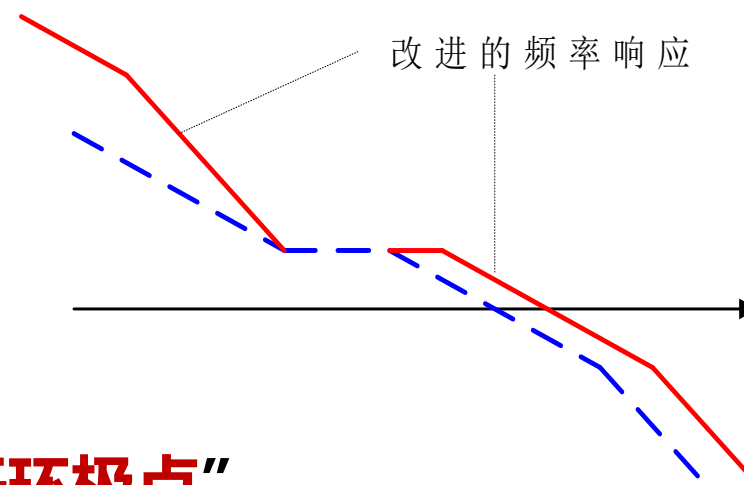
超前校正：对应于添加 “**开环零点**”



# 校正装置的设计方法：频率域法

## (iii) 闭环系统稳定，但稳态误差较大且响应较慢

- 低频段增益过低
- 截止频率 $\omega_c$ 不够大



超前-滞后校正：同时添加“开环零点”和“开环极点”

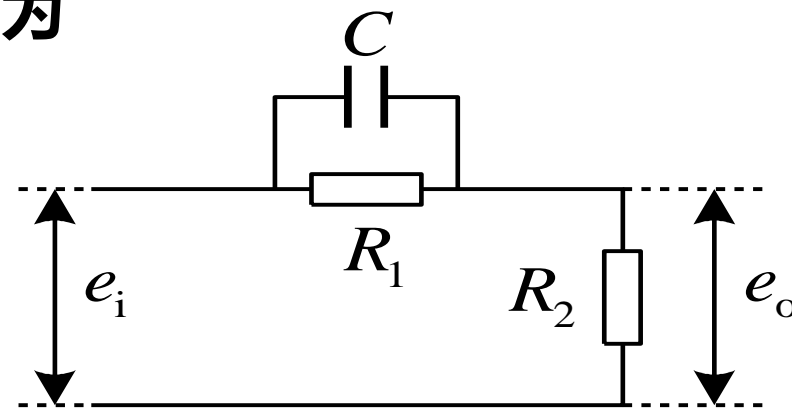
## (iv) 不存在使闭环系统开环稳定的增益

- 开环频率响应存在重大缺陷
- 必须对多个频率段的响应进行改进

# 超前校正装置的特性

电路网络实现：从  $E_i(s)$  到  $E_o(s)$  的传递函数为

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1 \frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC}}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 Cs + 1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} Cs + 1}$$



令  $T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$ ,  $\alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$ , 则传递函数可写为标准形式:

$$G_c(s) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\alpha T s + 1}{T s + 1} = \frac{s + \frac{1}{\alpha T}}{s + \frac{1}{T}}$$

# 超前校正装置的特性

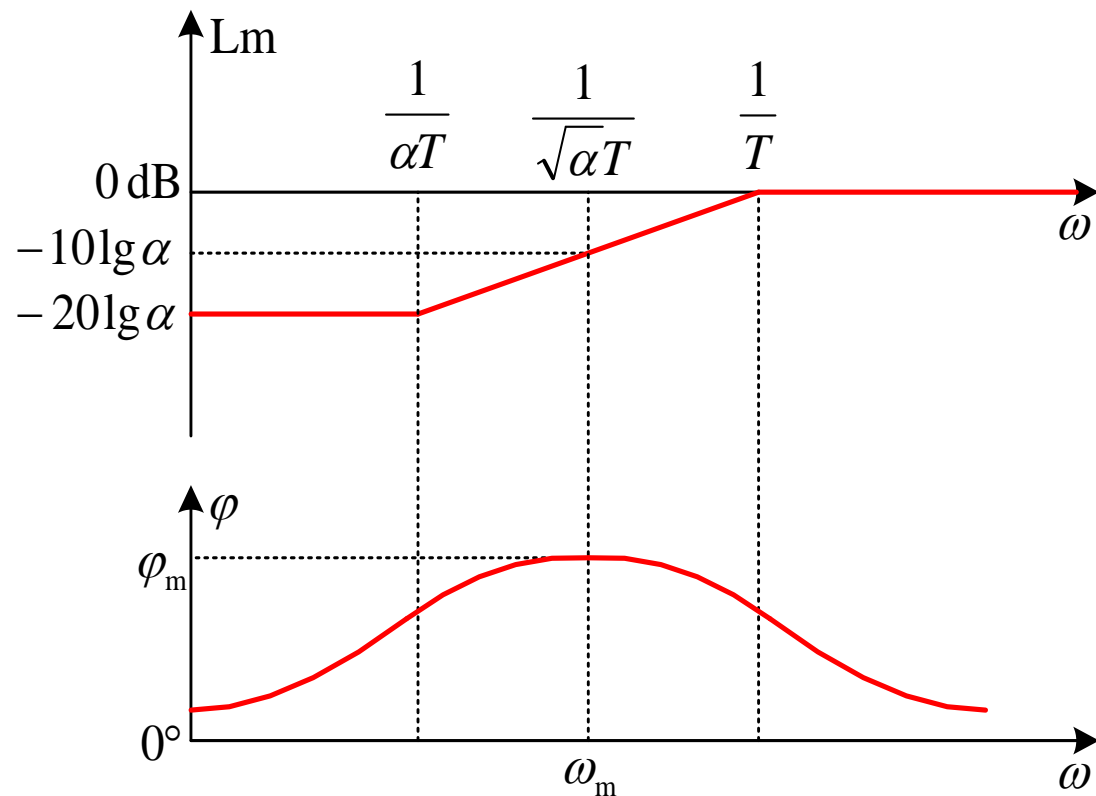
从Bode图上看:

- 从幅值特性看, 具有高通滤波器的特点
- 低频增益  $LmG(j0) = -20\lg \alpha < 0dB$ , 因此需要附加的增益以保证闭环稳态精度
- 最大超前角对应于角频率

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$$

处在  $\frac{1}{T}$  和  $\frac{1}{\alpha T}$  的几何中心

$$G(j\omega) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1 + j\alpha\omega T}{1 + j\omega T} \quad (\alpha > 1)$$



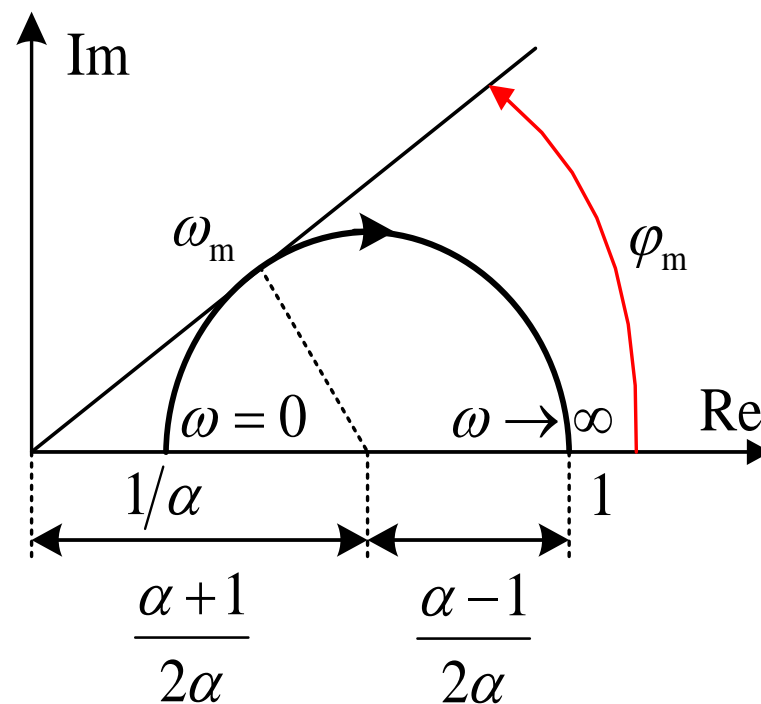
## 从Nyquist图上看:

$$\sin \varphi_m = \frac{\frac{\alpha - 1}{2\alpha}}{\frac{\alpha + 1}{2\alpha}} = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

**(例如 当  $\alpha = 10$  时,  $\varphi_m = 54.9^\circ$ )**

**(例如 需要  $\varphi_m = 60^\circ$  时, 选  $\alpha = 13.92$ )**

$$G(j\omega) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1 + j\alpha\omega T}{1 + j\omega T} \quad (\alpha > 1)$$





# 超前校正装置的特性

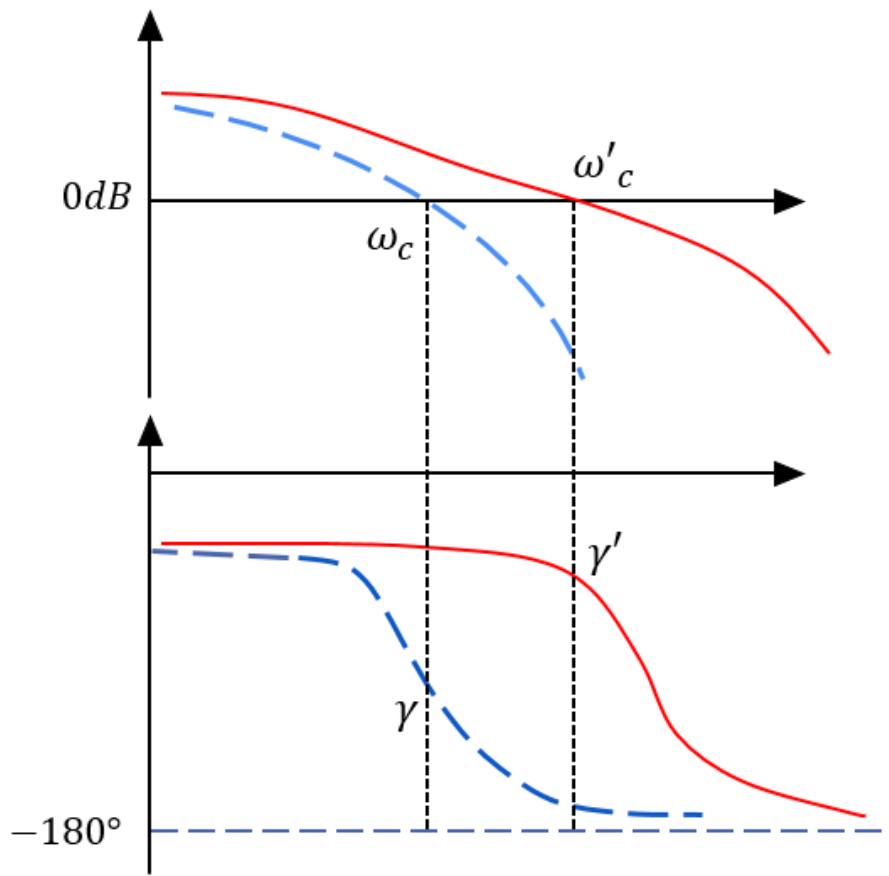
## 设计中常用的表达形式

$$G_c(s) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = \frac{s + \frac{1}{\alpha T}}{s + \frac{1}{T}} \xrightarrow{\text{配合比例环节}} G_c(s) = \frac{K_c}{\alpha} \cdot \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = K_c \cdot \frac{s + \frac{1}{\alpha T}}{s + \frac{1}{T}}$$

- 适于用Bode图设计:  $G_c(s) = K_c \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts}$ ,  $\alpha > 1$

# 基于Bode 图设计超前校正装置

## 从Bode图上看超前校正作用



- 当增益K已经确定时，超前校正作用如图所示。
- 幅频特性，提高剪切频率
- 相频特性，提供正的补偿相角，增大相角裕度。
- 当要求相角裕度且**不限制 $\omega_c$ 增大**时，可以使用超前校正。
- **会导致带宽变宽，高频干扰增大。**

- 对象相角裕度较小，则校正后  $\omega_c \uparrow$ ,  $\gamma \uparrow$

# 基于Bode图设计超前校正装置

## 基本设计思路

- (1) 根据稳态误差要求, 确定期望的开环增益 $K$  (低频段)
- (2) 计算该开环增益  $K$  下的相角裕度
- (3) 选取目标穿越频率 $\omega_c$ , 并计算在该处需提供的相角超前量 $\varphi$ ,  
并取 $\varphi_m = \varphi + (5 \sim 10)^\circ$
- (4) 计算校正装置参数:  $\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$
- (5) 计算校正装置时间常数:  $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_m}$
- (6) 分析并验证校正后系统的性能

# 基于Bode图设计超前校正装置

例：给定  $G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.01s)}$ ，设计串联校正装置，使校正后的系统满足如下性能指标：

$$\gamma \geq 30^\circ \quad \omega_c \geq 45 \text{ rad/s} \quad K_V \geq 100 \text{ s}^{-1}$$

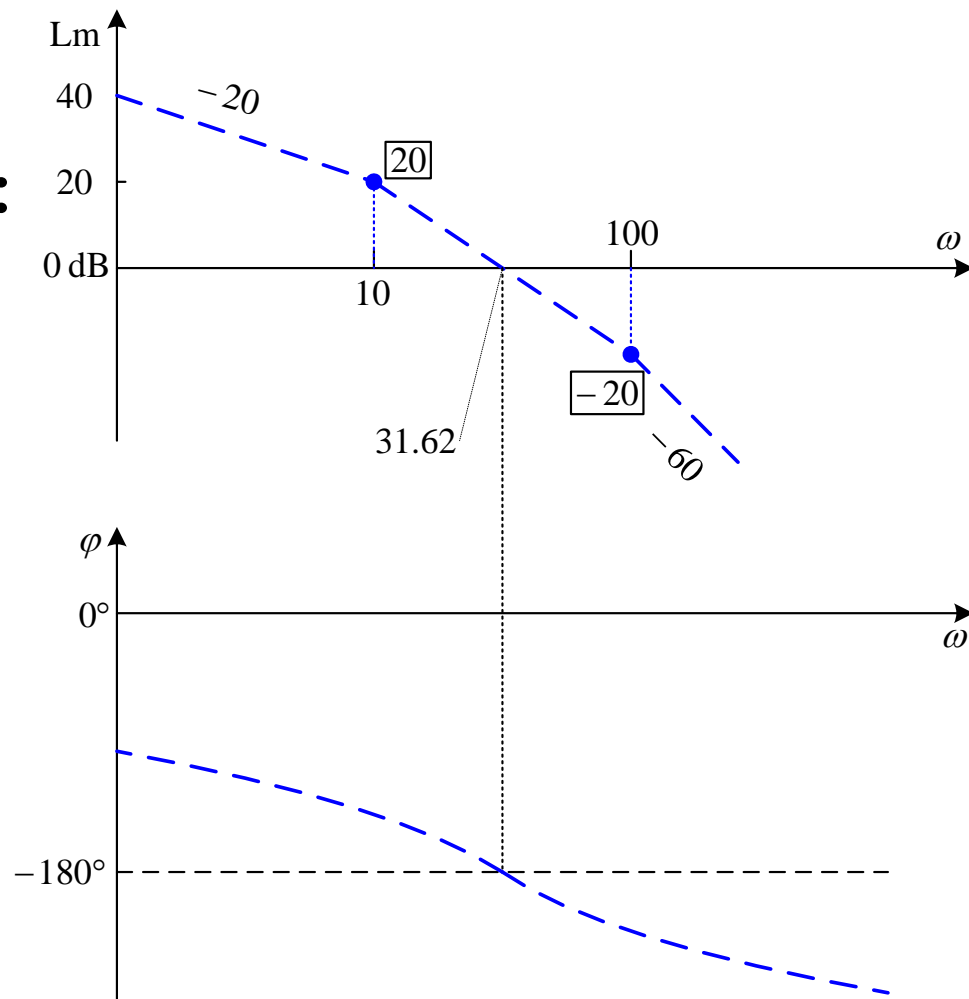
- 确定开环增益

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG_p(s) = K \Rightarrow K \geq 100$$

- 取  $K = 100$ （包含对象和校正装置），此时穿越频率可以计算得：

$$\omega_{gc} = \sqrt{10 \times 100} = 31.62 \text{ rad/s}$$

可以计算得  $\gamma = 0^\circ$ ,  $K_g = 0.8277 \text{ dB}$



带宽和相对稳定性都不够，需要超前校正

# 基于Bode图设计超前校正装置

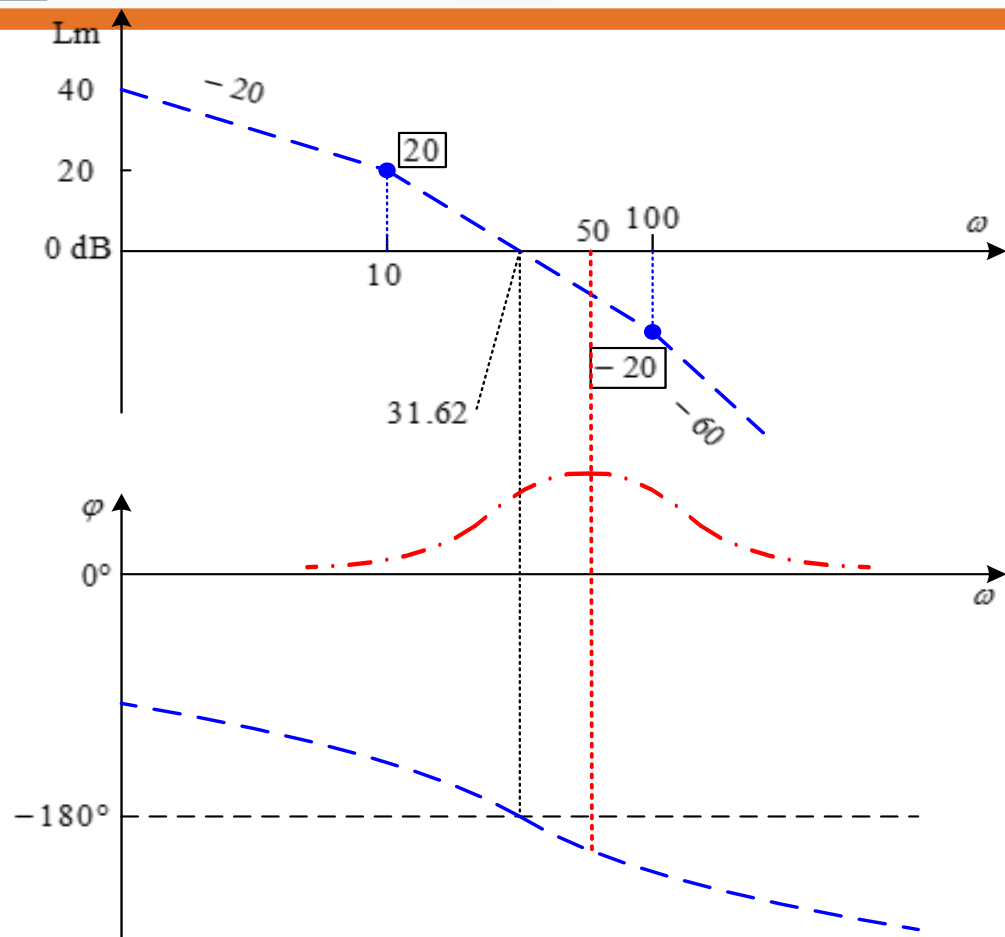
- 计算需要的相角超前量
- 取超前校正装置  $G_c(s) = \frac{1+\alpha Ts}{1+Ts}$   
(增益系数 $K_c$ 已经包含在总开环增益 $K$ 里)
- 选取目标穿越频率  $\omega_c = 50 > 45 \text{ rad/s}$ ,  
则校正前在该频率处的相位为:

$$\arg G_p(j50) = -90^\circ - \arctan 5 - \arctan 0.5$$

$$= -90^\circ - 78.69^\circ - 26.57^\circ = -195.26^\circ$$

由于要求的相角裕度为  $\gamma = 30^\circ$ , 对应相位  $\arg G_p(j50) = -150^\circ$ ,

故超前校正装置需提供  $\varphi = 45^\circ$ , 故选取  $\varphi_m = \varphi + (5^\circ \sim 10^\circ) = 55^\circ$



# 基于Bode图设计超前校正装置

- 根据提供相角 $\varphi_m$ 计算校正装置参数 $\alpha$

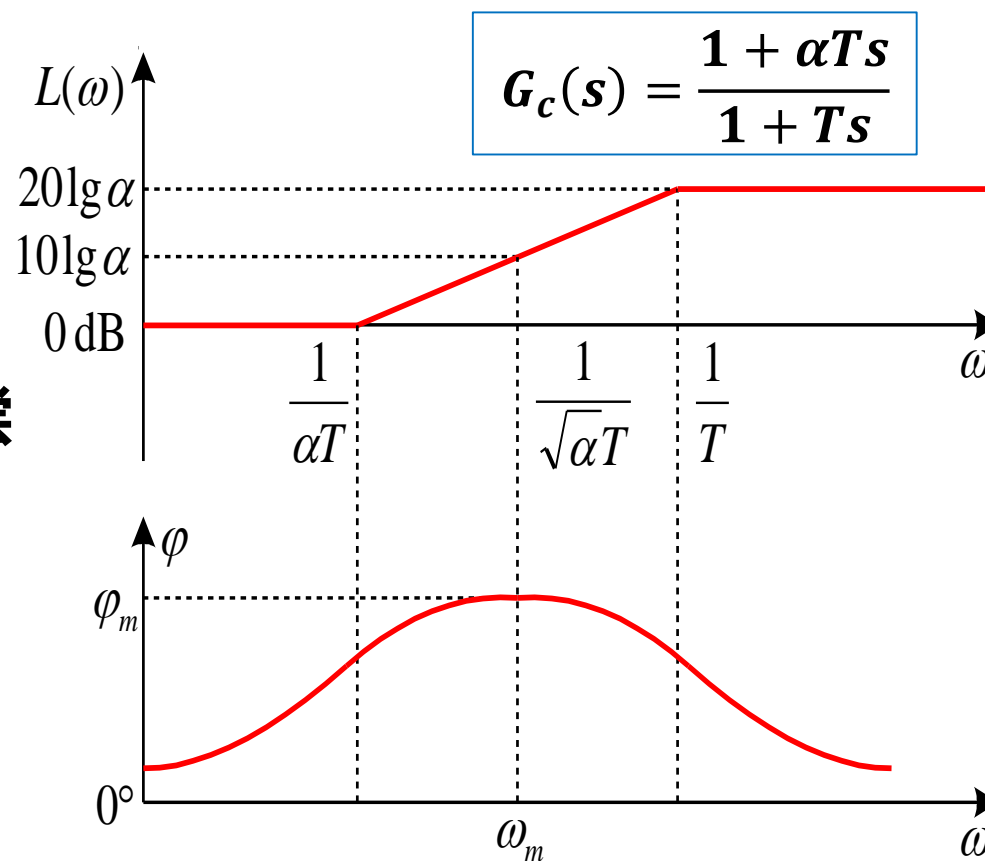
$$\alpha = \frac{1 + \sin 55^\circ}{1 - \sin 55^\circ} = 10$$

- 计算 $T$ ，以保证在 $\omega_c = 50 \text{ rad/s}$ 处补偿

相角最大，即  $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_c} = 0.006325$

- 综上得到超前校正装置传递函数

$$G_c(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = \frac{1 + 0.06325s}{1 + 0.006325s}$$



**注意：校正后的系统不一定满足设计要求，需要校验**

# 基于Bode图设计超前校正装置

$$G_p(s)G_c(s) = \frac{100(1 + 0.063s)}{s(1 + 0.1s)(1 + 0.01s)(1 + 0.0063s)}$$

校正后系统的性能指标:

- 根据折线近似计算

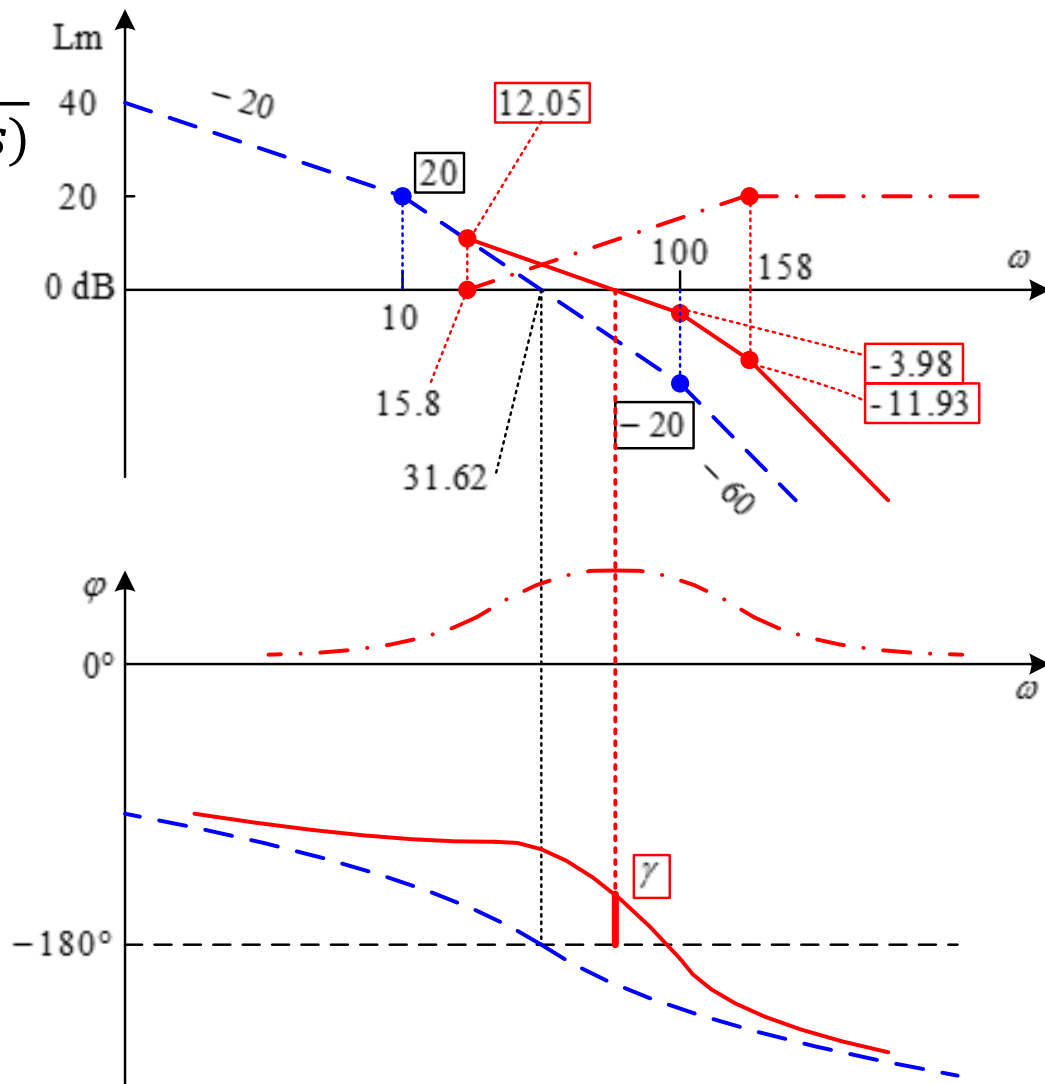
$$\omega_{gc} = 63.3 \text{ rad/s}, \gamma = 30.8^\circ$$

- 根据精确仿真计算

$$\omega_{gc} = 54.0 \text{ rad/s}, \gamma = 37.0^\circ$$

结论: 设计的校正装置满足要求

$$\gamma \geq 30^\circ \quad \omega_c \geq 45 \text{ rad/s} \quad K_V \geq 100 \text{ s}^{-1}$$



# 基于Bode图设计超前校正装置

## 校正前后的单位阶跃响应

- 校正前的闭环极点:

$$p_1 = -109.23$$

$$p_{2,3} = -0.39 \pm j30.26$$

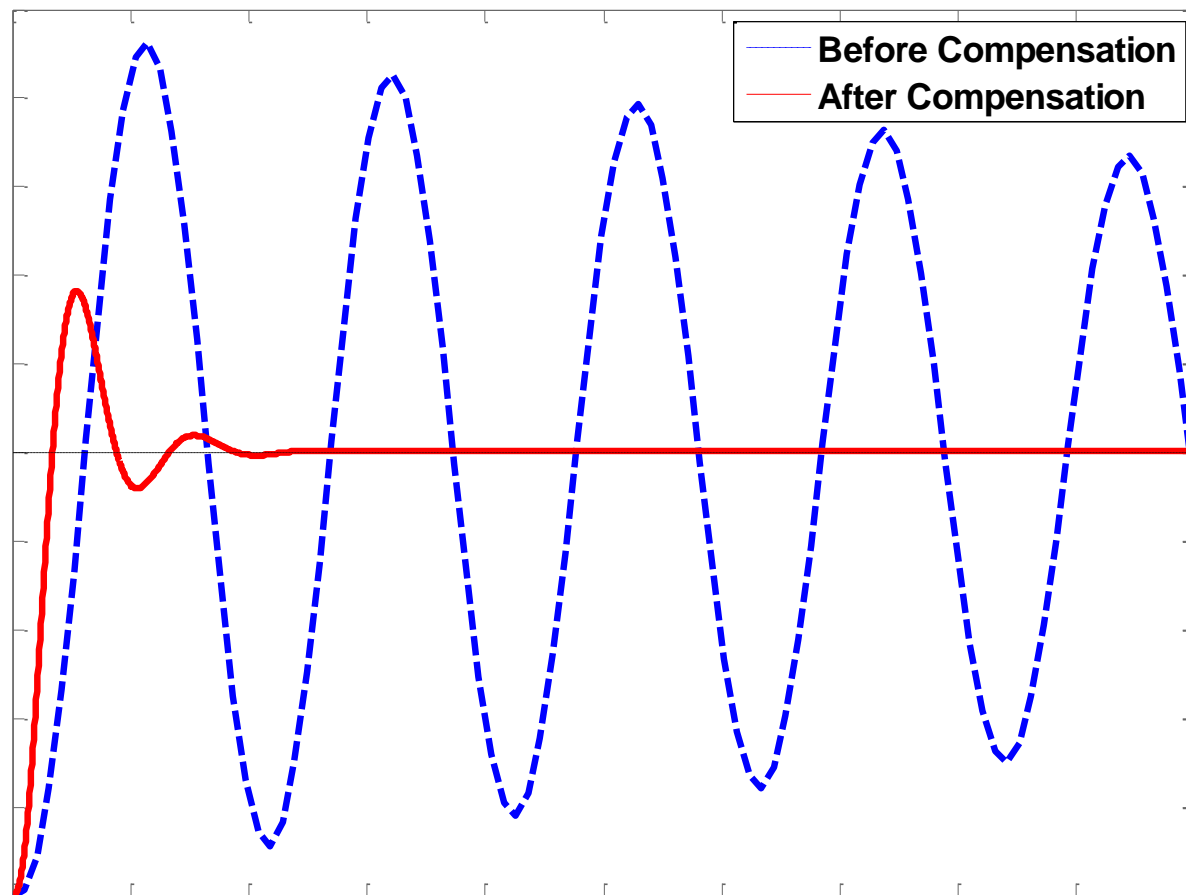
- 校正后的闭环零极点:

$$p_1 = -203.89$$

$$p_{2,3} = -23.47 \pm j62.75$$

$$p_4 = -17.27$$

$$z_1 = -15.81$$





# 超前校正装置的限制

---

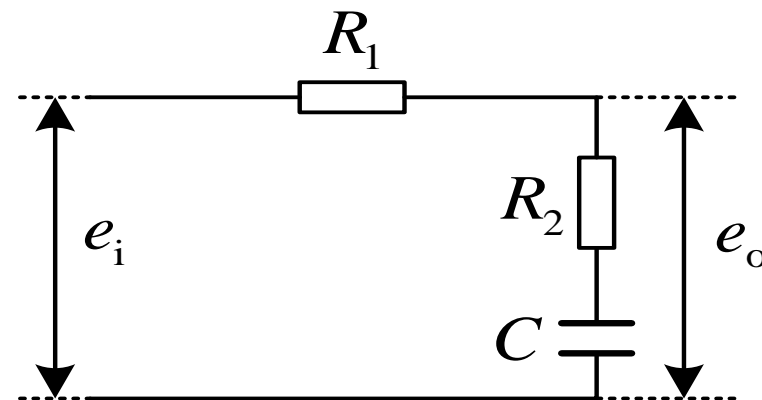
## 以下情况，超前校正是无效的

- (1) 原先不稳定的系统，需要过大的相角超前量，需要较大的  $\alpha$ ，需要使用多个超前校正
- (2) 穿越频率附近相角减少快的系统，如多个惯性环节的串联，会导致相角超前量过大
- (3) 穿越频率选取过大，会导致高频噪声抑制不足

# 滞后校正装置的特性

电路网络实现：从  $E_i(s)$  到  $E_o(s)$  的传递函数为

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{sC}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2Cs + 1}{(R_1 + R_2)Cs + 1}$$



令  $T = R_2C$ ,  $\beta = \frac{R_1+R_2}{R_2} > 1$ , 则传递函数可写为标准形式:

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

# 滞后校正装置的特性

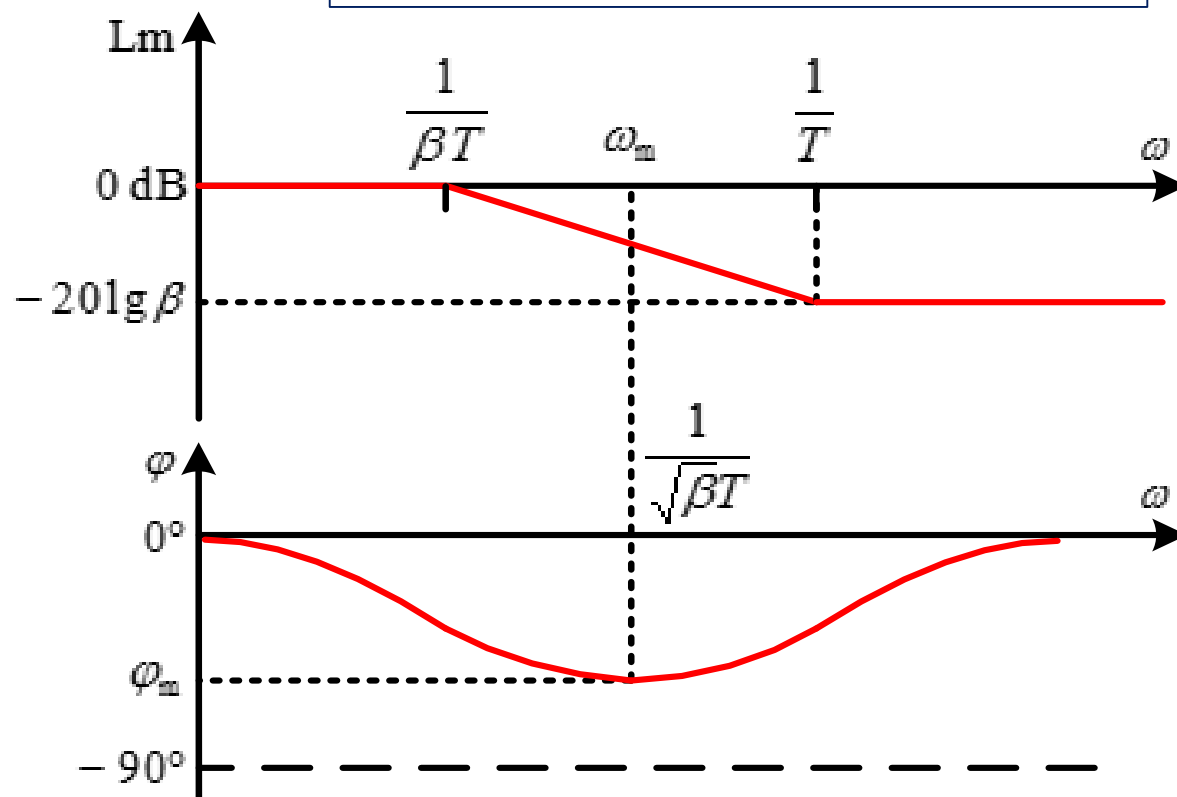
从Bode图上看:

- 从幅值特性看, 具有低通滤波器的特点, **高频部分降幅为 $\beta$ 倍**
- 一般会影响动态性能, 因此用于低频段以避免对中频段的影响
- 用于提高低频段的增益, 以改善稳态误差
- 最大滞后角对应于角频率

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\beta T}}$$

处在  $\frac{1}{T}$  和  $\frac{1}{\beta T}$  的几何中心

$$G(j\omega) = \frac{1 + j\omega T}{1 + j\beta\omega T} \quad (\beta > 1)$$



# 滞后校正装置的特性

从Nyquist图上看:

能够提供的最大滞后角 $\varphi_m$ 可如图计算:

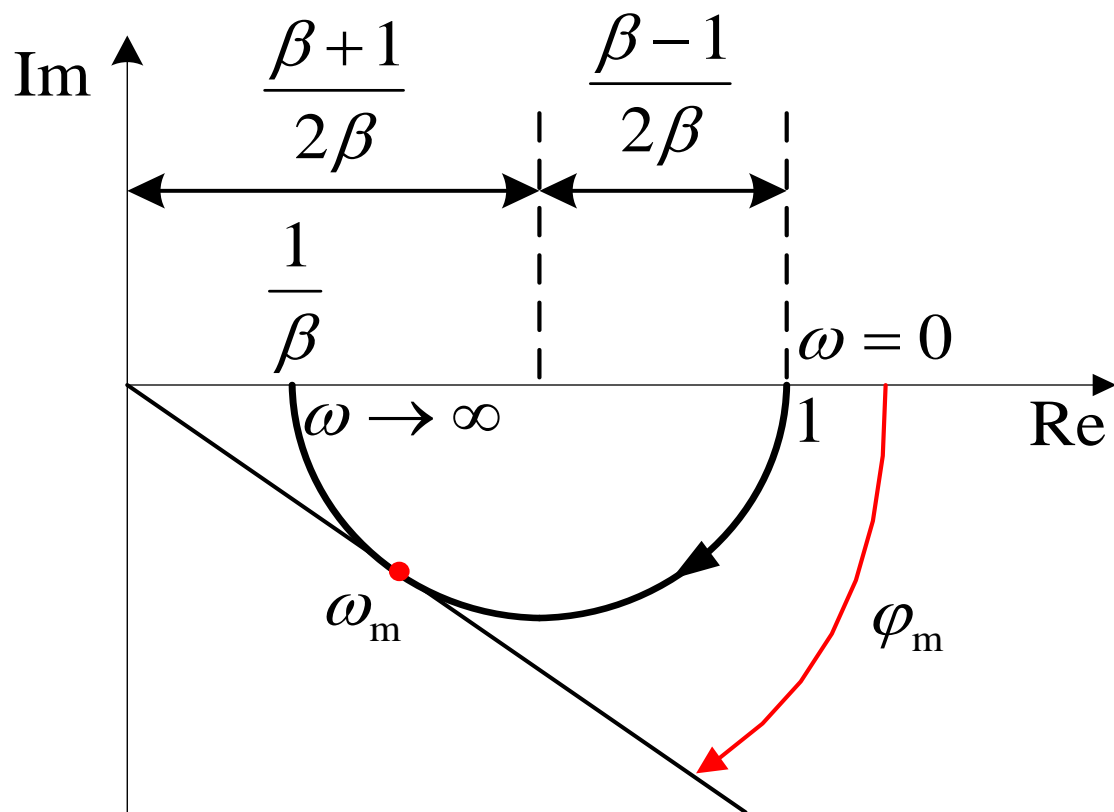
$$\sin \varphi_m = -\frac{\frac{\beta-1}{2\beta}}{\frac{\beta+1}{2\beta}} = -\frac{\beta-1}{\beta+1} < 0$$

因此得到

$$\varphi_m = -\arcsin \frac{\beta-1}{\beta+1} = -\arctan \frac{\beta-1}{2\sqrt{\beta}},$$

或者反之,  $\beta = \frac{1-\sin \varphi_m}{1+\sin \varphi_m}$

$$G(j\omega) = \frac{1+j\omega T}{1+j\beta\omega T} \quad (\beta > 1)$$



# 滞后校正装置的特性

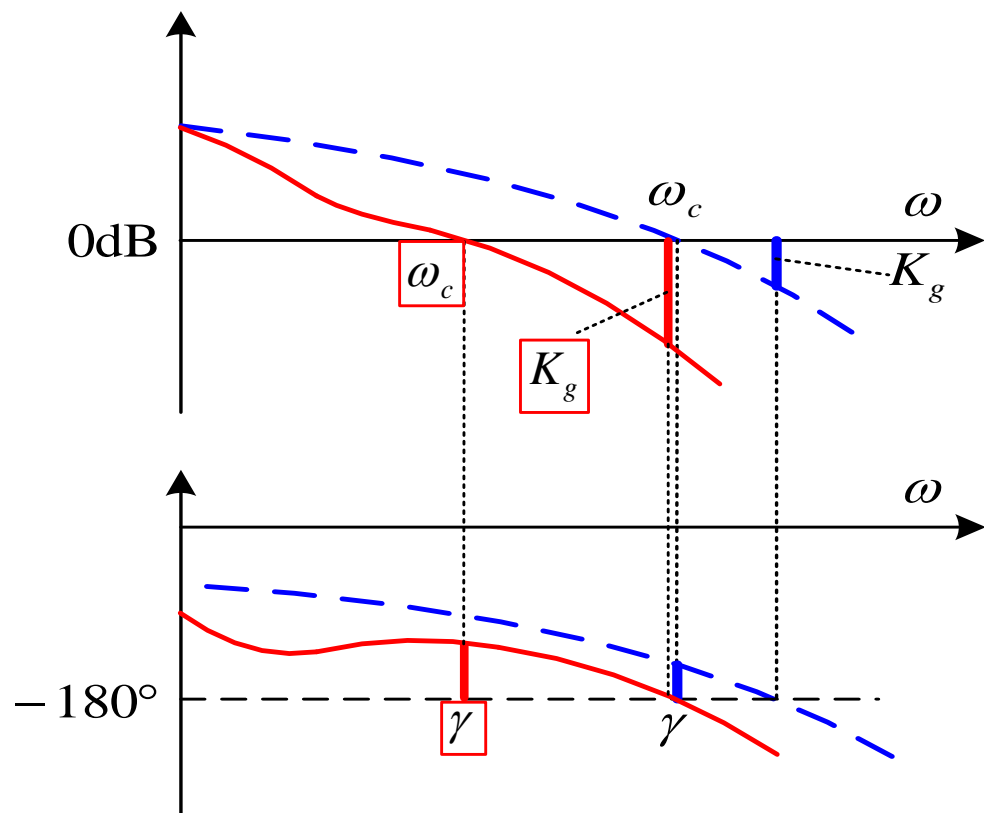
## 设计中常用的表达形式

$$G_c(s) = \frac{1 + Ts}{1 + \beta Ts} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} \xrightarrow{\text{配合比例环节}} G_c(s) = K_c \cdot \frac{1 + Ts}{1 + \beta Ts} = \frac{K_c}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

- 适于用Bode图设计:  $G_c(s) = K_c \cdot \frac{1+Ts}{1+\beta Ts}$ ,  $\beta > 1$

# 基于Bode图设计滞后校正装置

## 从Bode图看滞后校正的作用



- 当增益 $K$ 已经确定时，滞后校正作用如图所示。
- 幅频特性，降低剪切频率
- 相频特性，降低相角。但由于剪切频率降低，仍然可以提高相角裕度
- 当要求相角裕度且**不限制 $\omega_c$ 减小**时，可以使用滞后校正。
- **会导致带宽变窄，动态性能变差。**

- 对象增益较高，则  $\omega_c \downarrow$ ,  $\gamma \uparrow$ ,  $K_g \uparrow$

# 基于Bode 图设计滞后校正装置

## 基本设计思路

$$G_c(s) = K_c \cdot \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}$$

- (1) 根据稳态误差指标要求确定期望的开环增益
- (2) 绘制该增益下的Bode图，计算增益裕度和相角裕度
- (3) 根据期望的相角裕量选取适当的期望穿越频率 $\omega_{gc}$
- (4) 选  $T$  使得校正装置在 $\omega_{gc}$ 处相角影响可忽略  
(当  $T^{-1} < 0.1\omega_{gc}$  时，校正装置在 $\omega_{gc}$ 产生的相角不大于  $5^\circ$ )
- (5) 计算增益补偿所需的  $\beta$
- (6) 最后校验设计是否满足要求

# 基于Bode 图设计滞后校正装置

例： 给定  $G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.5s+1)}$ ，设计串联校正装置满足：

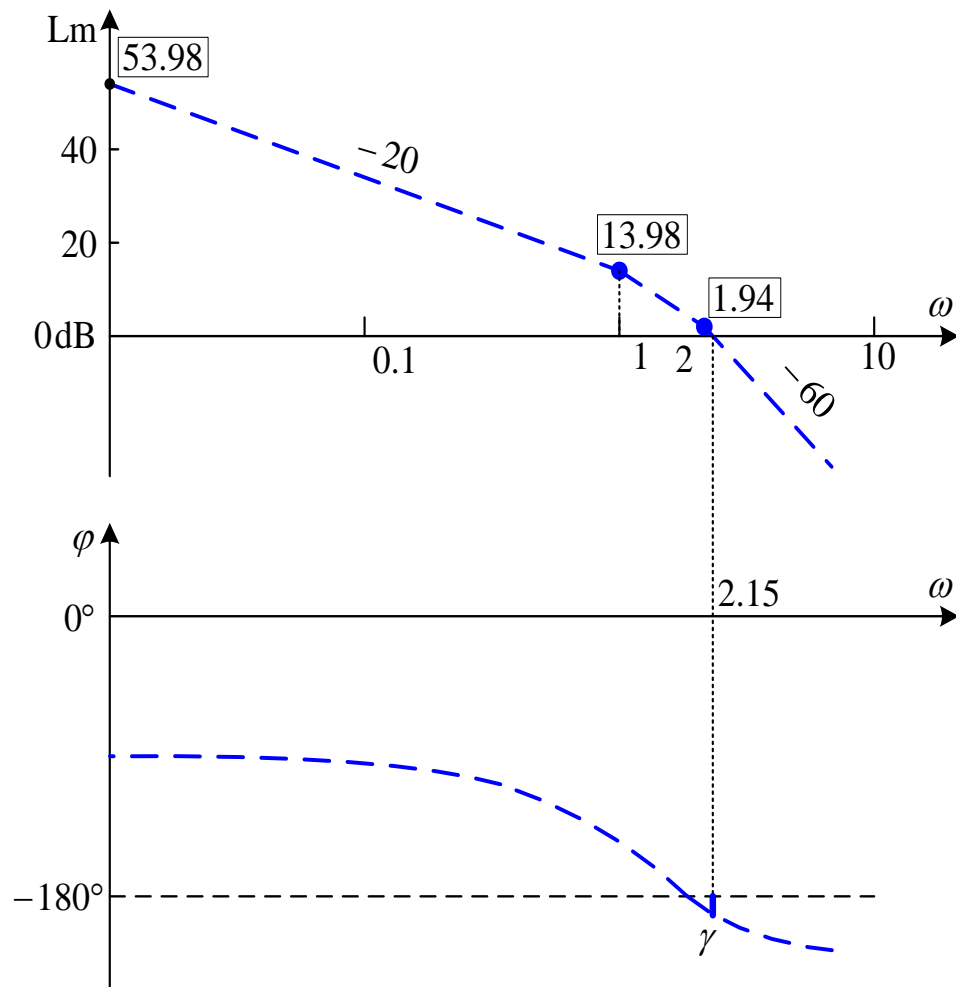
$$K_V \geq 5 \text{ s}^{-1}, \quad \gamma \geq 40^\circ, \quad K_g \geq 10 \text{ dB}.$$

(1) 由  $K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG_p(s) = K \geq 5$ ，  
取开环增益  $K = 5$ 。

(2) 画  $K = 5$  时的Bode图，计算得：

- $\gamma = -22.23^\circ$  ( $\omega_{gc} = 2.15 \text{ rad/s}$ )
- $K_g = -6 \text{ dB}$  ( $\omega_{pc} = 1.5 \text{ rad/s}$ )

闭环系统不稳定，采用滞后校正装置





# 基于Bode 图设计滞后校正装置

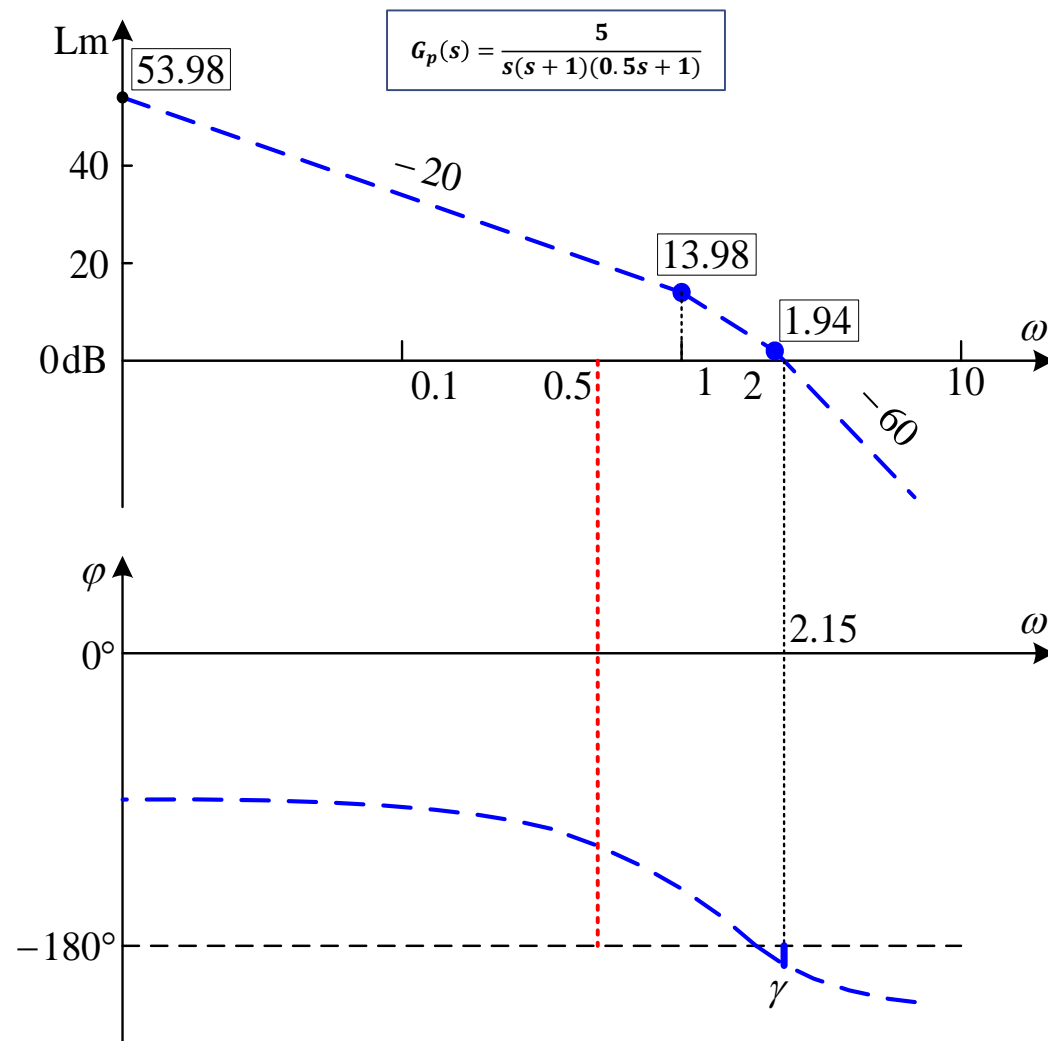
## (3) 选取期望的穿越频率 $\omega_{gc}$

在原 $\omega_{gc}$ 左侧相角较大区域选取新的 $\omega_{gc}$ , 使得 $G_p(s)$ 在该处的相角满足:

$$\begin{aligned}\arg [G_p(j\omega_{gc})] &= -180^\circ + \gamma + 12^\circ \quad (5 \sim 12)^\circ \\ &= -90^\circ - \arctan \omega_{gc} \\ &\quad - \arctan 0.5\omega_{gc} \\ &= -128^\circ\end{aligned}$$

解方程可得新的穿越频率

$$\omega_{gc} = 0.5 \text{ rad/s}$$



# 基于Bode 图设计滞后校正装置

选取  $G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$ , 使得校正后:

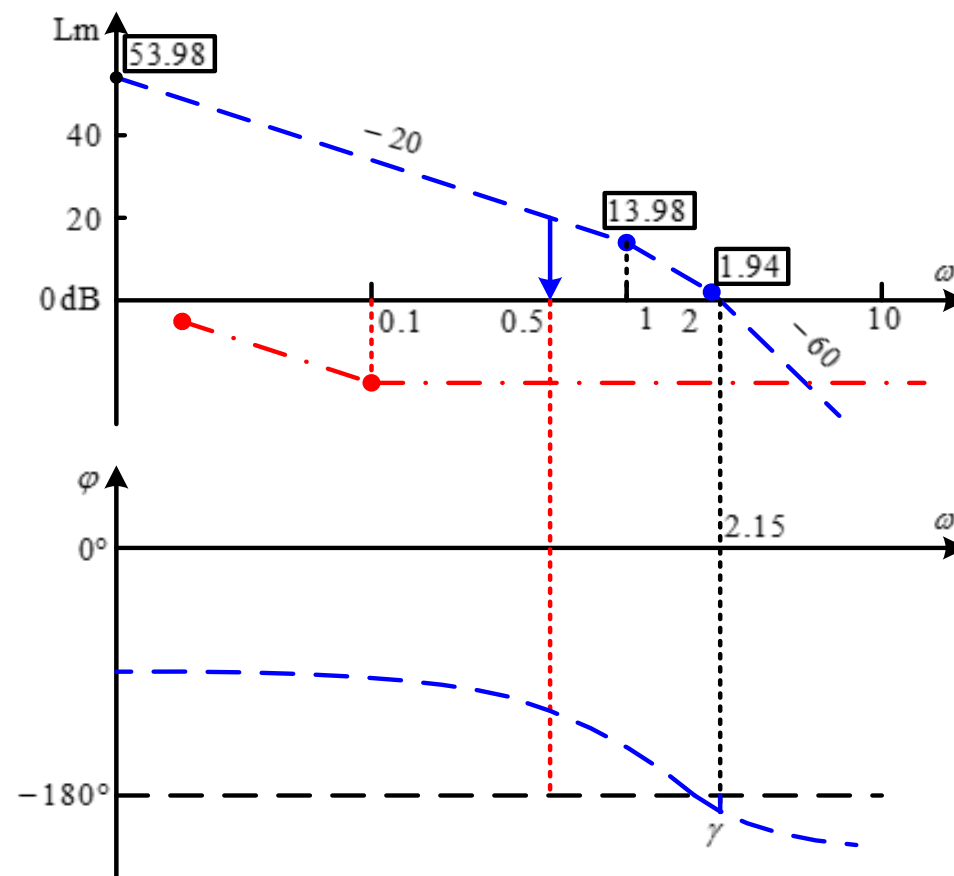
- $G_c(j\omega)G_p(j\omega)$  在  $\omega_{gc} = 0.5 \text{ rad/s}$  处穿越0dB 轴
- $\arg [G_c(j\omega_{gc})G_p(j\omega_{gc})] \approx \arg G_c(j\omega_{gc})$

(4) 当  $\omega_{gc}T \gg 1$  时,  $\arg G_c(j\omega_{gc}) \approx 0$

选取  $T = (0.2\omega_{gc})^{-1} = 10$

(5) 计算  $\beta$  的取值

$$\begin{aligned} |G_c(j\omega_{gc})G_p(j\omega_{gc})| &\approx \frac{1}{\beta} |G_p(j\omega_{gc})| \approx 1 \\ \Rightarrow \beta &\approx |G_p(j\omega_{gc})| \approx 10 \end{aligned}$$

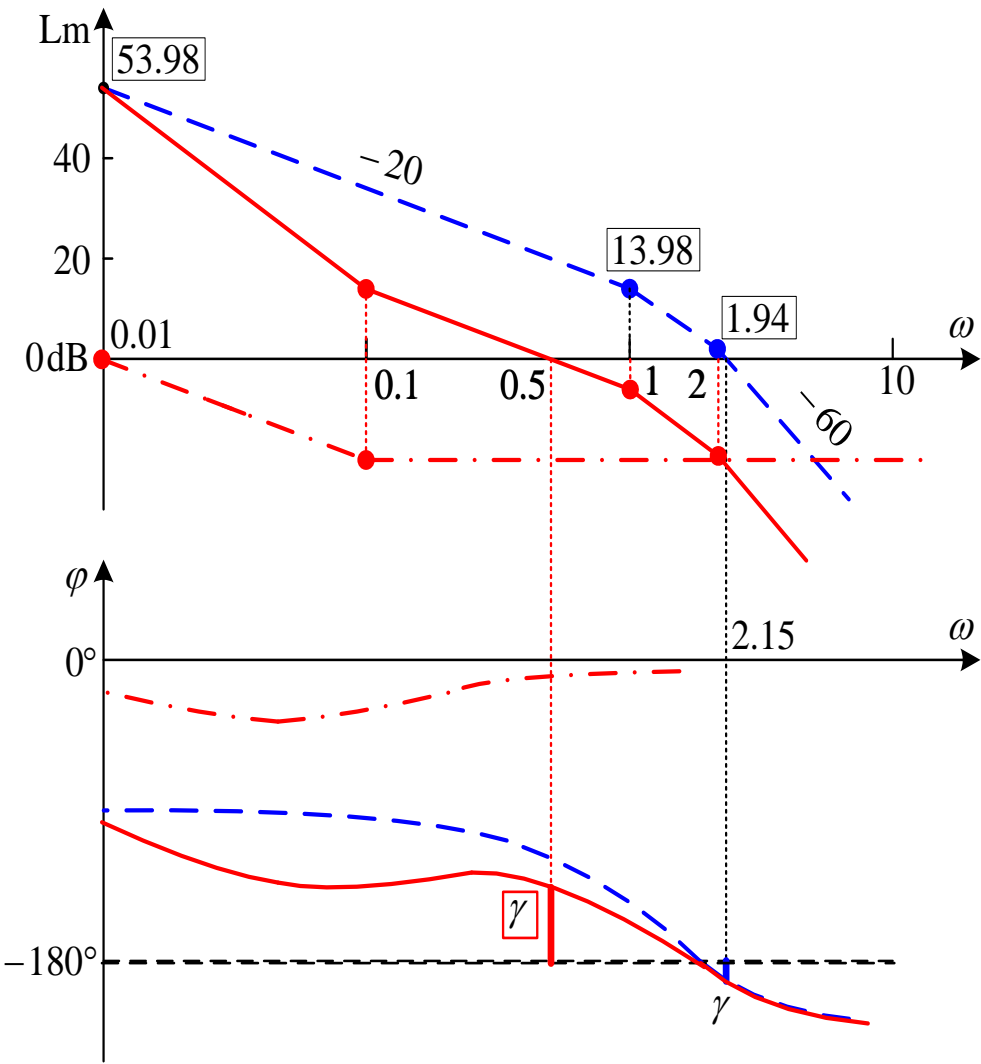


# 基于Bode 图设计滞后校正装置

## (6) 校正后系统性能检验

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{1 + 10s}{1 + 100s} \cdot \frac{5}{s(1 + s)(0.5s + 1)}$$

指标	近似计算	精确计算
$\omega_{gc}$	0.5 rad/s	0.454 rad/s
$\gamma \geq 40^\circ$	$39^\circ$	$41.6^\circ$
$\omega_{pc}$	1.32 rad/s	1.32 rad/s
$K_g \geq 10 \text{ dB}$	11 dB	14.3 dB
$K_V \geq 5 \text{ s}^{-1}$	$5 \text{ s}^{-1}$	$5 \text{ s}^{-1}$



# 滞后校正装置的限制

---

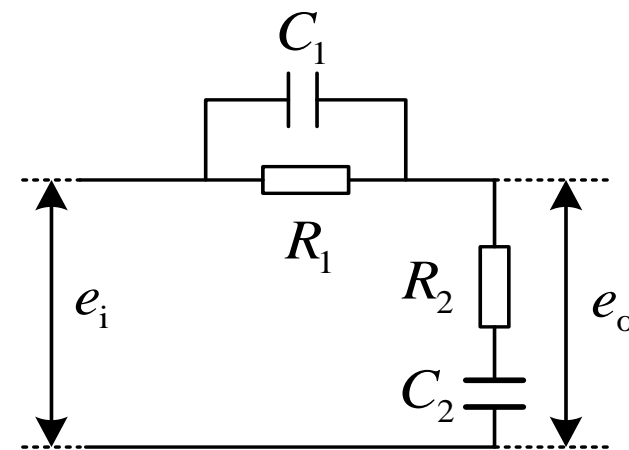
以下情况，滞后校正是无效的

- (1) 过低的穿越频率导致带宽不足，动态效果不好
- (2) 会出现过大的时间常数，即出现靠近原点的零极点，影响系统动态性能

# 超前-滞后校正装置的特性

电路网络实现：从  $E_i(s)$  到  $E_o(s)$  的传递函数为

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1) + R_1 C_2 s}$$



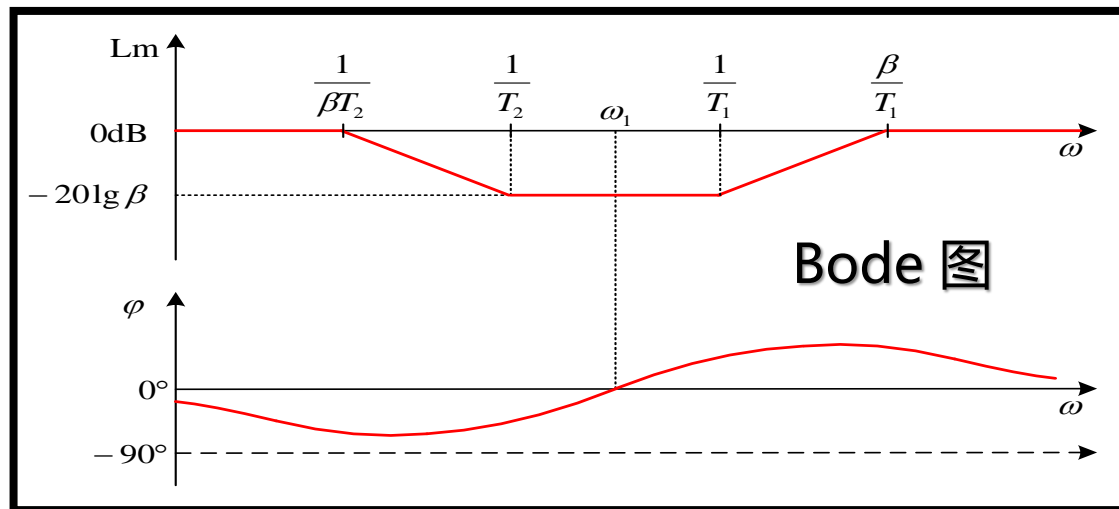
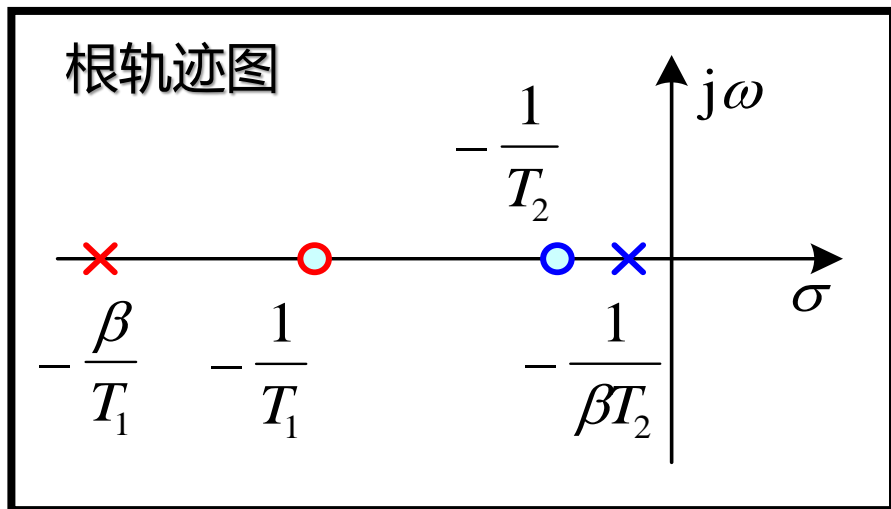
令  $T_1 = R_1 C_1$ ,  $T_2 = R_2 C_2$ ,  $R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 = \frac{T_1}{\beta} + \beta T_2$ ,

则传递函数可写为标准形式（通常选  $T_1 < T_2$ ,  $\beta > 1$ ）：

$$G_c(s) = \frac{T_1 s + 1}{\frac{T_1}{\beta} s + 1} \cdot \frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1} = \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\beta}{T_1}} \cdot \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}}$$

# 超前-滞后校正装置的特性

$$G_c(s) = \frac{T_1 s + 1}{\frac{T_1}{\beta} s + 1} \cdot \frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1} = \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\beta}{T_1}} \cdot \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}}$$



- 两对零极点，对应于超前校正（左）和滞后校正（右）装置的串联
- 在特征频率  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$  处，相角为零

# 超前-滞后校正装置的特性

## 设计中常用的表达形式

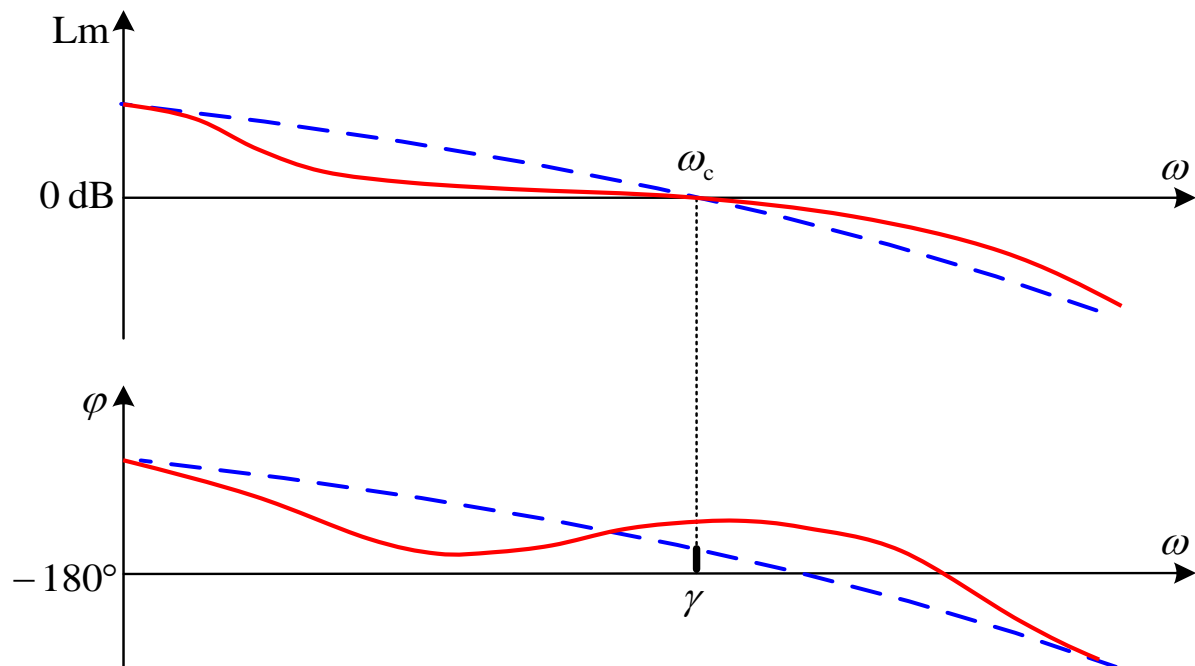
常引入附加增益 $K_c$ 和另一个独立的零极点比例系数 $\alpha$ ，得到更一般的形式：

$$G_c(s) = K_c \cdot \frac{1 + \alpha T_1 s}{1 + T_1 s} \cdot \frac{1 + T_2 s}{1 + \beta T_2 s} = \frac{K_c \alpha}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{\alpha T_1}}{s + \frac{1}{T_1}} \cdot \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}}$$

其中  $\alpha > 1, \beta > 1$ . 应用中可以  $\alpha = \beta$ , 也可以  $\alpha \neq \beta$ .

# 基于Bode图设计超前-滞后校正

## 从Bode图看超前-滞后校正的作用



- 当增益K已经确定时，超前-滞后校正作用如图所示。
- 幅频特性，维持剪切频率大致不变
- 相频特性，提供正的补偿相角，增大相角裕度
- 当要求相角裕度且要求 $\omega_c$ 尽可能保持不变时，可以使用超前-滞后校正



# 基于Bode图设计超前-滞后校正

## 设计思路 分别设计超前和滞后部分

- 根据稳态性能要求确定开环增益  $K$
- 超前环节：根据待校正系统在要求截止频率  $\omega_c$  处的相角裕度  $\gamma$  等要求计算超前环节需提供的相角最大提前量  $\varphi_m$ ，从而确定参数  $\alpha, T_1$
- 滞后环节：计算校正后系统在  $\omega_c$  处的增益（通常大于0），从而确定滞后环节参数  $\beta$  使得校正后系统在  $\omega_c$  处的增益为0，并通过  $\frac{1}{T_2} \approx (0.1 \sim 0.2)\omega_c$  确定  $T_2$

# 基于Bode图设计超前-滞后校正

例：给定  $G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.01s)}$ ，设计串联校正装置满足：

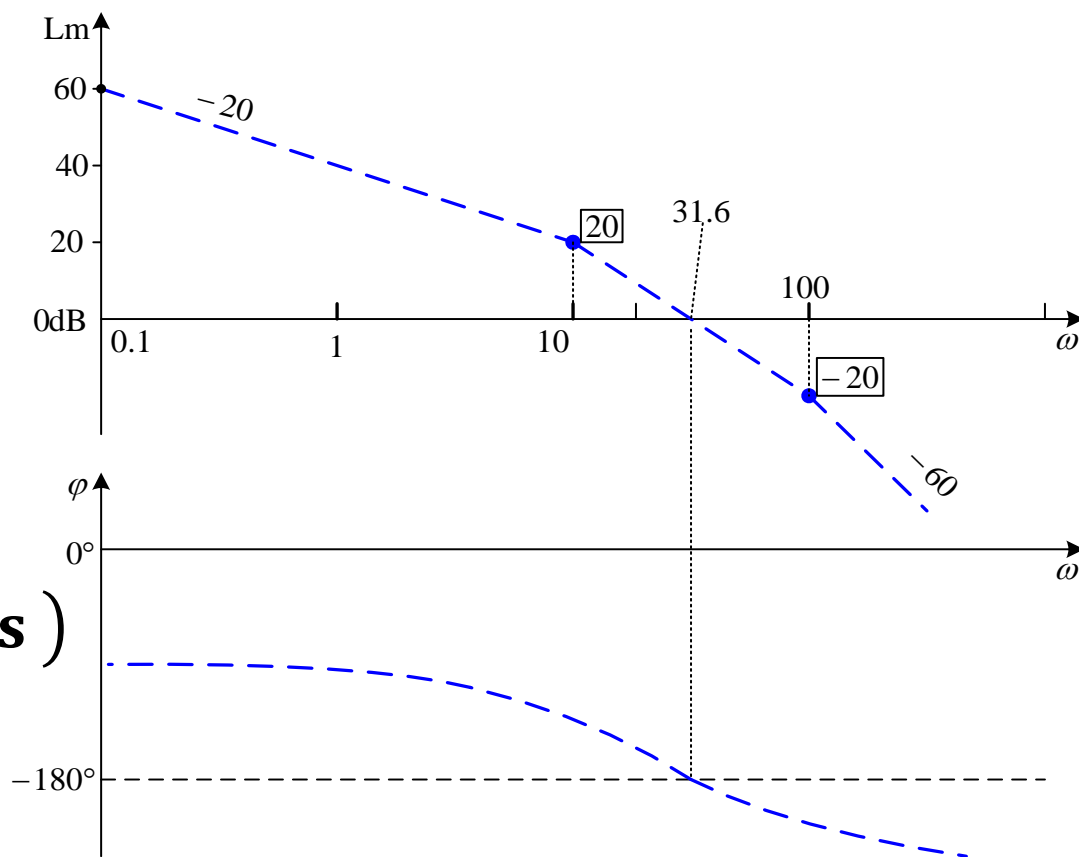
$$K_V \geq 100 \text{ s}^{-1}, \quad \gamma \geq 40^\circ, \quad \omega_c \geq 20 \text{ rad/s}.$$

(1) 由  $K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG_p(s) = K \geq 100$ ，  
取开环增益  $K = 100$ 。

(2) 画  $K = 100$  时的Bode图，计算得：

- $\gamma' = 0^\circ$  ( $\omega'_{gc} = 31.6 \text{ rad/s}$ )
- $K'_g = 0.83 \text{ dB}$  ( $\omega'_{pc} = 31.65 \text{ rad/s}$ )

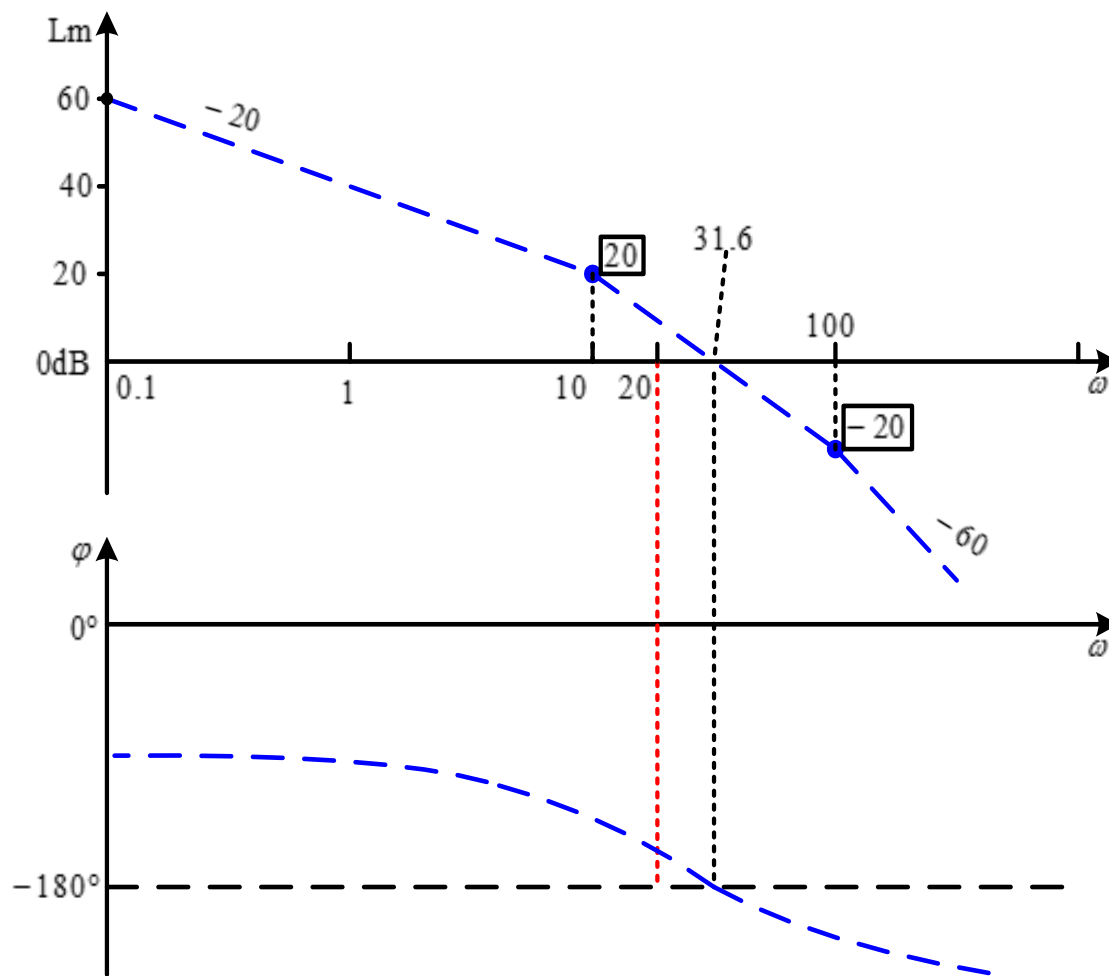
闭环系统处于临界稳定



# 基于Bode图设计超前-滞后校正

分析：为何不单独用超前/滞后校正？

- 若单独使用超前校正，会导致  $\omega_c$  进一步增大，无法满足  $\omega_c$  在 20rad/s 附近的目标
- $\omega_c$  过大对系统的响应速度提出了更高要求，可能带来实现上的困难，或导致系统带宽过大以至于输出噪声电平过高
- 若单独使用滞后校正，会极大减小系统的  $\omega_c$ ，导致系统反应迟缓



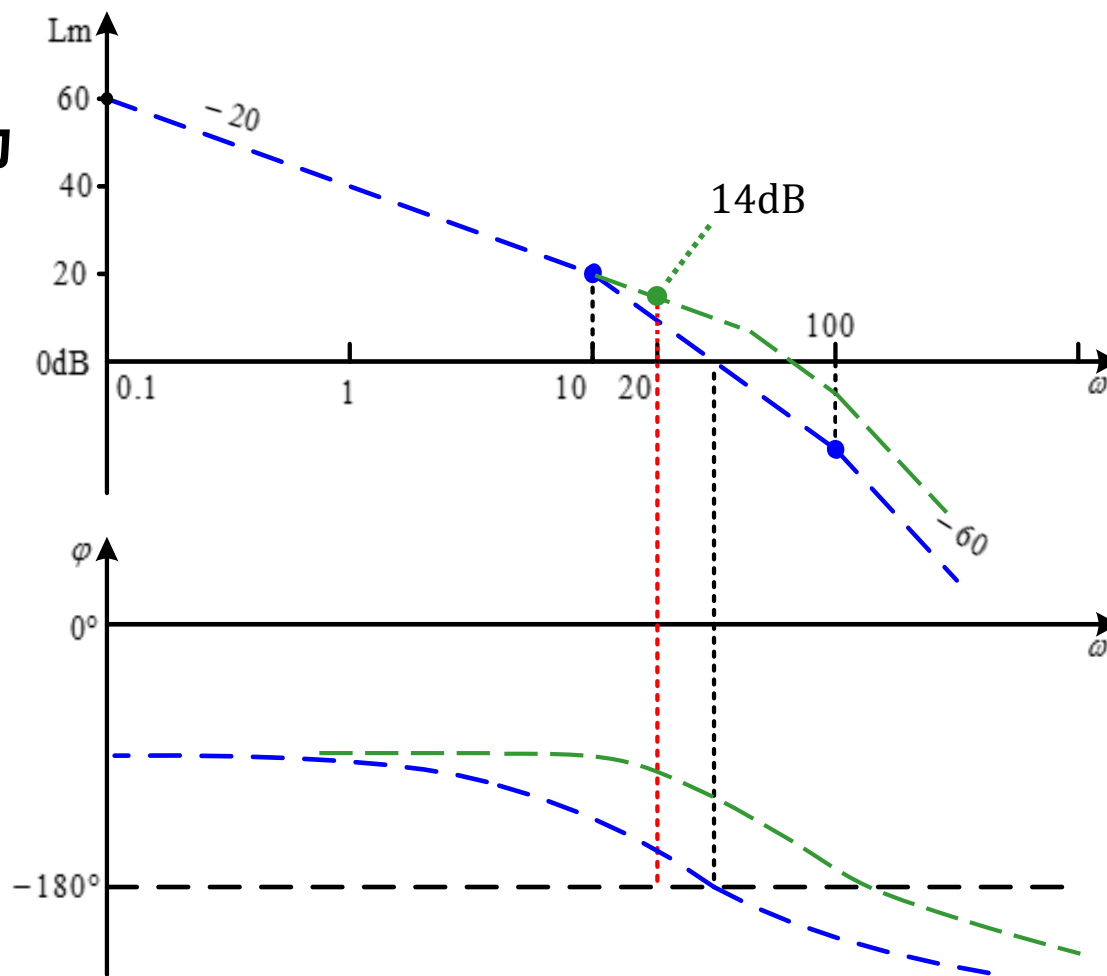
# 基于Bode图设计超前-滞后校正

## (3) 设计超前校正

- 在目标  $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$  处, 需要相角超前量为  $40^\circ - [90^\circ - (\arctan 2 + \arctan 0.2)] = 25^\circ$ , 取  $\varphi_m = 40^\circ$ ,
- 计算校正装置参数  $\alpha = \frac{1 + \sin 40^\circ}{1 - \sin 40^\circ} = 4.6$
- 计算校正装置参数  $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_c} = 0.023$
- 综上选取超前校正装置的传函

$$G_{c1}(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = \frac{1 + 0.107s}{1 + 0.023s} \Rightarrow \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.023s}$$

微调零点可用来对消对象的一个极点



# 基于Bode图设计超前-滞后校正

## (3) 设计滞后校正

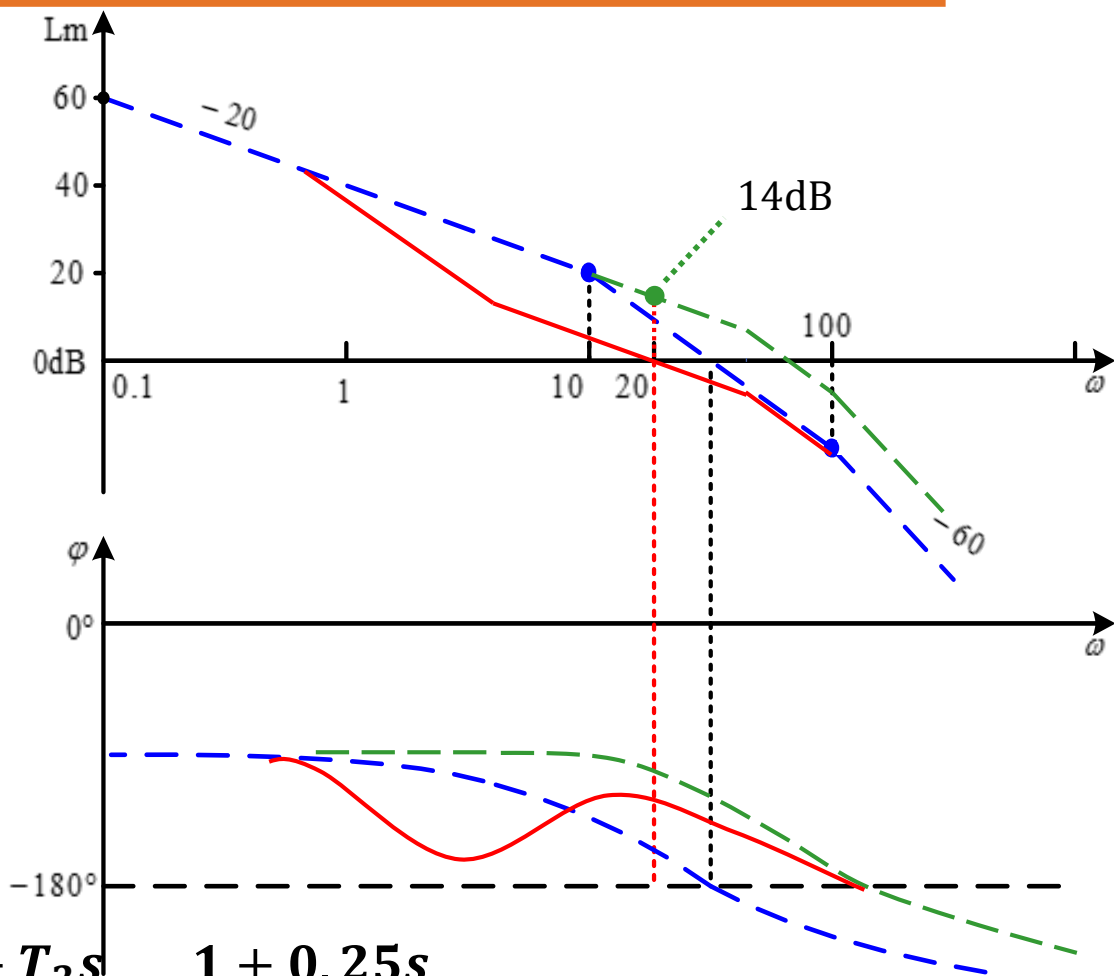
- 绘制超前校正后 $G_p(s)G_{c1}(s)$ 的Bode图
- 在 $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$ 处, 需要将增益降低至 0:  $20\lg|G_p(j20)G_{c1}(j20)| \approx 14 \text{ dB}$

- $\omega_c T_2 \gg 1$  时,  $|G_{c2}(j20)| \approx \frac{1}{\beta}$ , 故

$$20\lg \frac{1}{\beta} = -14 \text{ dB} \Rightarrow \beta \approx 5 (\neq \alpha)$$

- 取  $T_2 = 5\omega_c^{-1} = 0.25$ ,  $\beta T_2 = 1.25$

- 综上选取滞后校正装置的传函  $G_{c2}(s) = \frac{1 + T_2 s}{1 + \beta T_2 s} = \frac{1 + 0.25s}{1 + 1.25s}$



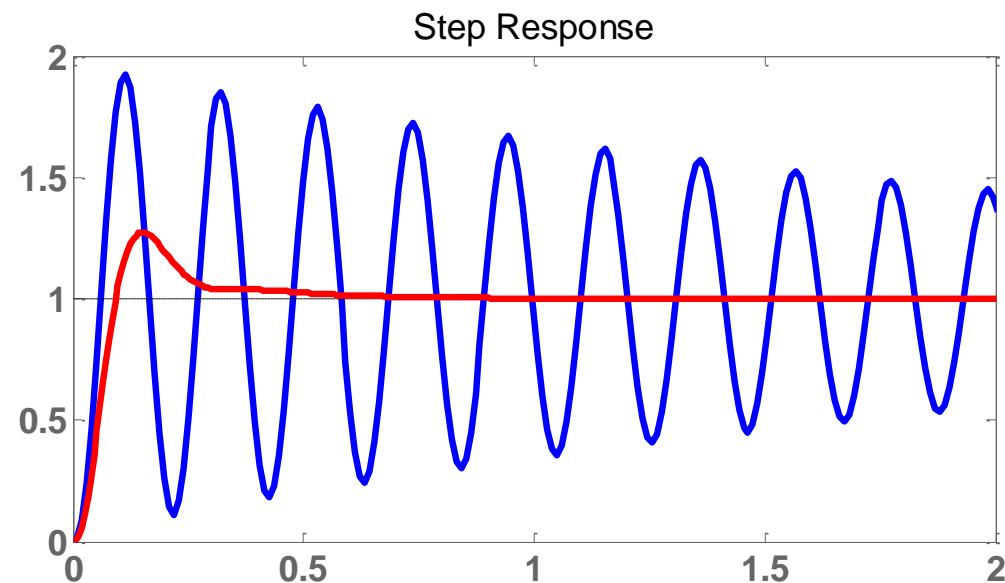
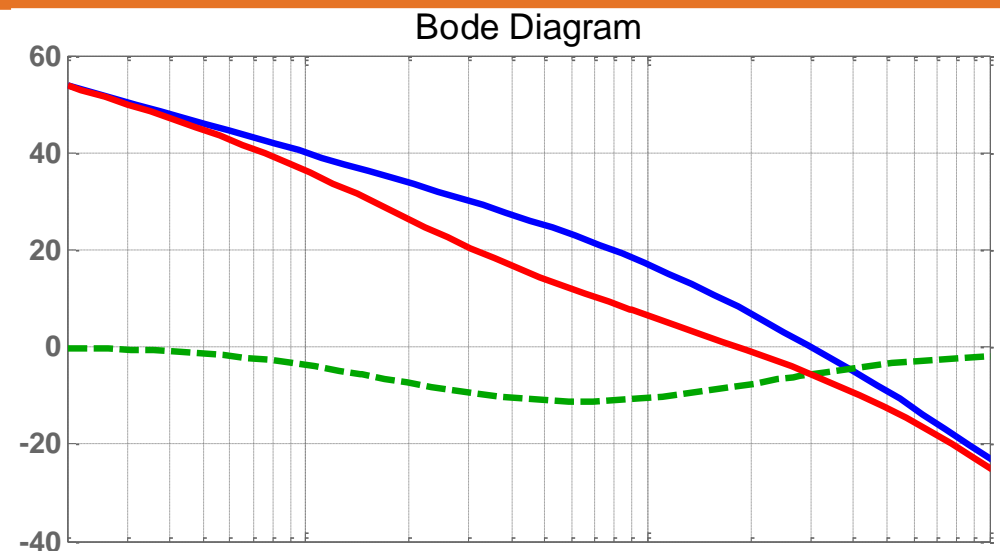
# 基于Bode图设计超前-滞后校正

## (4) 检验校正后的系统满足要求

$$G_c(s) = \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.023s} \cdot \frac{1 + 0.25s}{1 + 1.25s}$$

$$G_p(s) = \frac{100}{s(1 + 0.1s)(1 + 0.01s)}$$

	$\omega_{gc}$	$\gamma$	$K_V$
目标	20rad/s	40°	100 s <sup>-1</sup>
近似计算	20rad/s	45°	100 s <sup>-1</sup>
精确计算	18.50 rad/s	46.75°	100 s <sup>-1</sup>



# 基于Bode图设计超前-滞后校正

例：给定  $G_p(s) = \frac{K(100s+1)}{(10s+1)(s+1)^2}$ ，设计超前-滞后校正装置满足：

单位阶跃输入静差不超过0.01， $\gamma \geq 45^\circ$ ，动态调节过程不超过 0.6s ( $\Delta = 5\%$ )

(1)  $K = 100$

由动态调节时间  $t_s$  和  $\omega_c$  之间的经验公式

$$t_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c} (\Delta = 5\%) \text{ 可得: } M_r = \frac{1}{|\sin \gamma|} \approx 1.56,$$

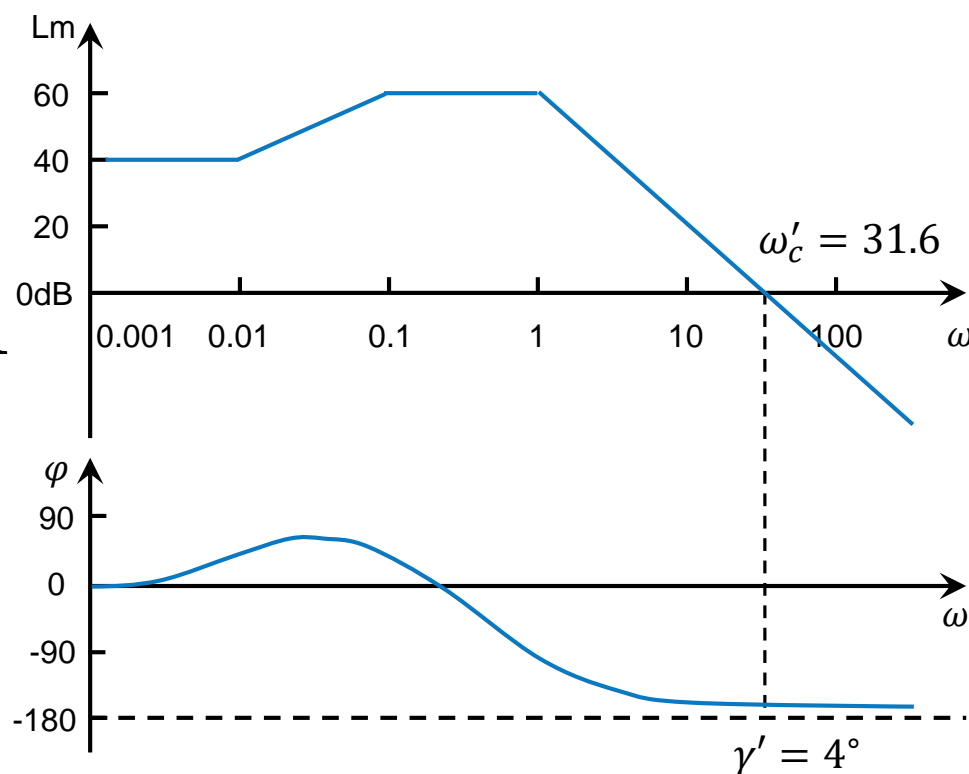
$$K_0 = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 \approx 3.61$$

从而可得： $\omega_c \geq \frac{K_0 \pi}{t_s} \approx 20 \text{ rad/s}$

(2) 画  $K = 100$  时的 Bode 图，可得：

$$\omega'_c = 31.6 \text{ rad/s}, \gamma' = 4^\circ$$

系统的截止频率不满足要求



# 基于Bode图设计超前-滞后校正

## (3) 设计超前校正

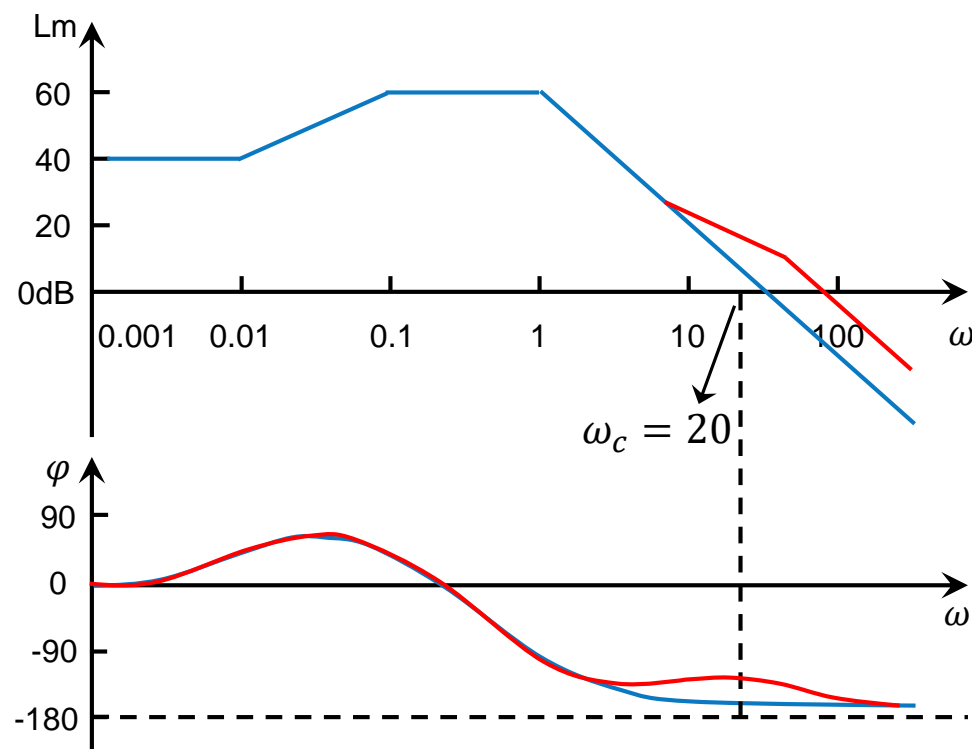
- 在目标  $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$  处, 需要相角超前量为  $45^\circ - [180^\circ + (\arctan 2000 - \arctan 200) -$

- 计算校正装置参数  $\alpha = \frac{1+\sin 50^\circ}{1-\sin 50^\circ} = 7.55$

- 计算校正装置参数  $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_c} = 0.018$

- 综上选取超前校正装置的传函:

$$G_{c1}(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = \frac{1 + 0.136s}{1 + 0.018s}$$





# 基于Bode图设计超前-滞后校正

## (3) 设计滞后校正

- 超前校正后系统  $G_p(s)G_{c1}(s)$  在  $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$  处的增益为

$$20\lg|G_p(j20)G_{c1}(j20)| \approx 16.7\text{dB}$$

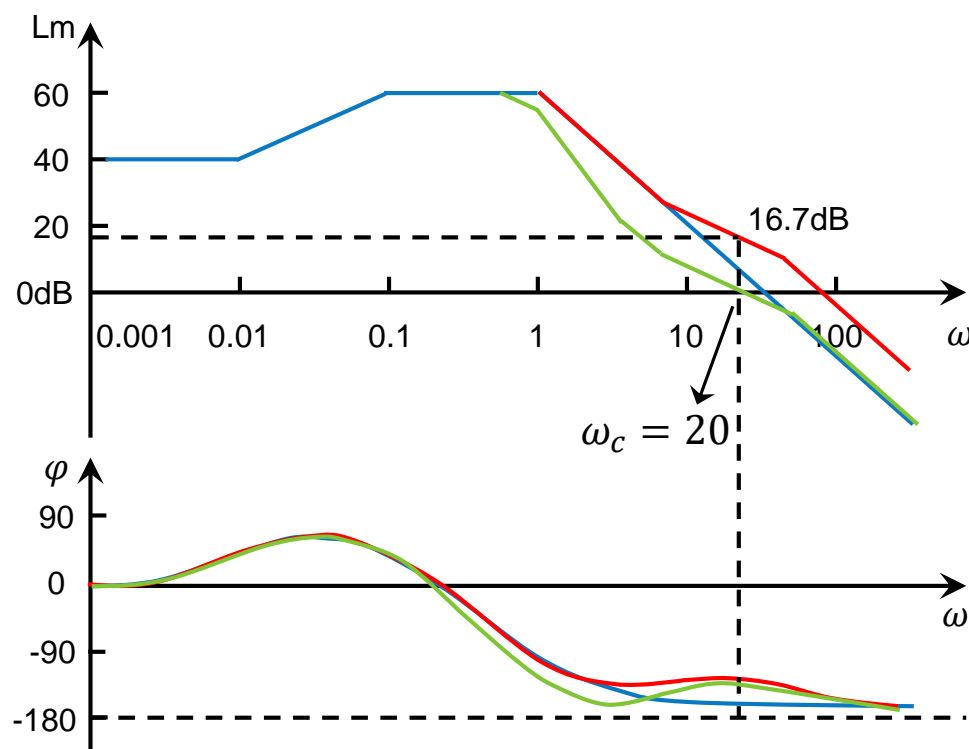
- 在  $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$  处, 需要将增益降低至 0:

- $\omega_c T_2 \gg 1$  时,  $|G_{c2}(j20)| \approx \frac{1}{\beta}$ , 故
$$20\lg\frac{1}{\beta} = -16.7 \text{ dB} \Rightarrow \beta \approx 6.84 (\neq \alpha)$$

- 取  $T_2 = 5\omega_c^{-1} = 0.25$ ,  $\beta T_2 = 1.71$

- 综上选取滞后校正装置的传函

$$G_{c2}(s) = \frac{1 + T_2 s}{1 + \beta T_2 s} = \frac{1 + 0.25s}{1 + 1.71s}$$



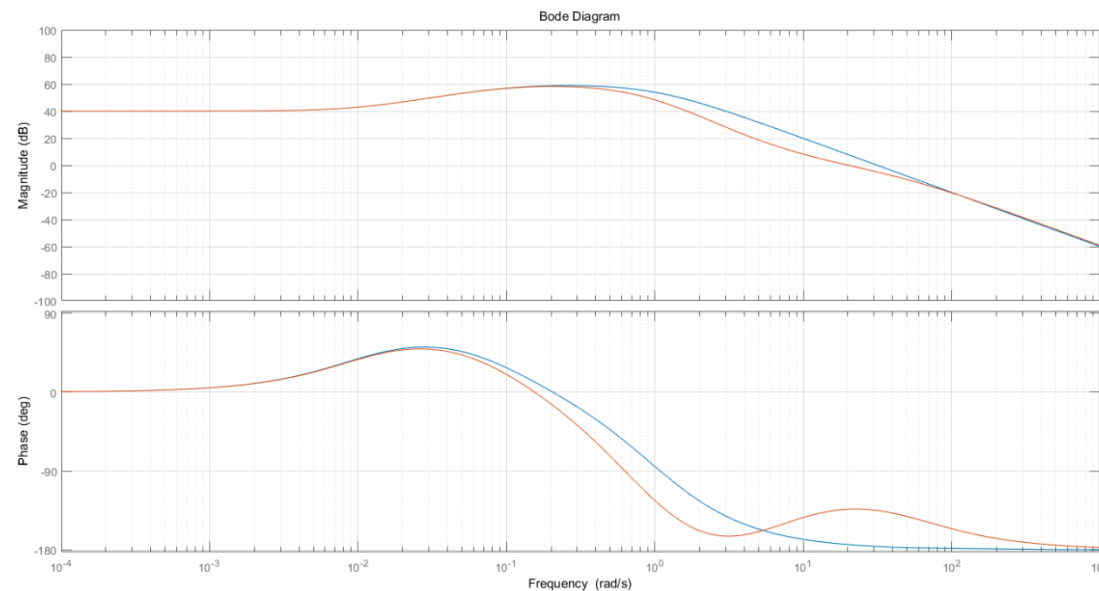
# 基于Bode图设计超前-滞后校正

## (4) 检验校正后的系统满足要求

$$G_c(s) = \frac{1 + 0.136s}{1 + 0.018s} \cdot \frac{1 + 0.25s}{1 + 1.71s}$$

$$G_p(s) = \frac{10 (100s + 1)}{(10s + 1)(s + 1)^2}$$

	$\omega_c$	$\gamma$	$K$
目标	20 rad/s	45°	30
近似计算	20 rad/s	45°	30
精确计算	20 rad/s	46°	30



---

**本章结束**