2021 自动控制理论期末

考试时间：2022.1.4

1 18 分

1. 已知 $g(s) = \dfrac{s+2}{s^3+3s^2+5s+4}$，求能控标准型和能观标准型。(6)
2. 已知系统的状态空间表达式，该系统是否能化成对角标准型？若不能，请说明原因；若能，写出对角标准型。(12)

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \end{cases}$$

2 12 分

1. 已知系统的状态空间表达式，求 e^{At}。(5)

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \end{cases}$$

2. 已知 $u(t) = 1(t \geq 0)$，$x(0) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}^T$，求 $x(t)$。(7)

3 20 分

1. 判断该系统是否完全能控和完全能观，并说明理由。(6)

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \left[\begin{array}{cc:cc} -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \end{array}\right] \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \end{cases}$$

2. 判断该系统的能控子空间和能观子空间的维数。(6)

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & -1 \\ \hline 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -3 \end{array}\right] \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \end{cases}$$

3. 判断该系统是否是完全能控的，如果是，则写出它的能控标准型；否则写出它的能控子系统。(8)

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \end{cases}$$

4 18 分

1. 判断该系统是否状态反馈可镇定，并说明理由。(6)

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

2. 为以下系统设计状态反馈 $\boldsymbol{k}^T$，使其期望极点是 -100，-4，-5。(12)

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \end{cases}$$

5 14 分

对原系统 $\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + bu \\ y = c^T\boldsymbol{x} \end{cases}$ 作非奇异线性变换$\boldsymbol{x} = T\widetilde{\boldsymbol{x}}$，其中$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \left(T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)$

得到能观标准型 $\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \end{cases}$ ，对原系统设计期望极点是-1，-1+j，-1-j 的全维观测器m 并写出观测器方程。

6　18 分

运用李雅普诺夫方法，判断下列系统在原点处的稳定性。

1.

$$\begin{cases} \dot{x_1} = -x_1^3 + x_2^4 \\ \dot{x_2} = -x_2^3 + x_1^4 \end{cases} \quad \text{提示：设}\dot{V}(x) = ax_1^2 + bx_2^2$$

2.

$$\begin{cases} \dot{x_1} = -2x_1 + x_2 \\ \dot{x_2} = x_1 - x_2 - x_2^3 \end{cases} \quad \text{提示：尝试用克拉索夫斯基方法}$$