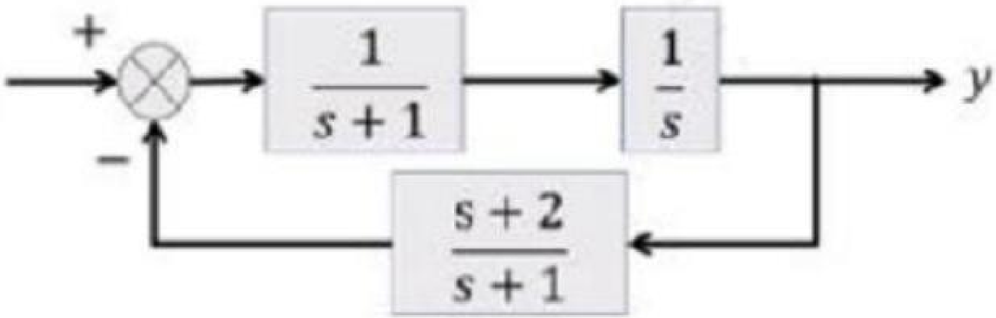
第一题 [20 分] 建立状态空间表达式

(a) 给定系统框图如下，试建立系统对应的一个状态空间表达式。



(b) 已知系统的传递函数，试给出其对应一个状态空间表达式，并判断该状态空间实现是否为最小实现。

$$g(s)=\frac{-s+5}{s^3+s+1}$$

第二题 [16 分] 线性定常系统的运动分析

(a) 已知某线性定常系统的状态转移矩阵

$$e^{At}=\begin{bmatrix} e^{at} & e^{-t}t & 0 \\ 0 & e^{-t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}$$

求 A 矩阵和常数 a。

(b) 已知某线性定常系统的状态方程为

$$\dot{x}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}x+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$

设初始条件为$x=[-1 \quad 0]^T$，求系统对单位阶跃输入信号的状态响应

$x(t)$的表达式。

附：拉式变换对照表

第三题 [18 分]

(a) 对于如下系统，为使系统具有完全能控性和能观性，试确定常数a_1，b_1，a_2，b_2 应满足的关系式：

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

(b) 请判定如下系统的能控子空间和能观子空间的维数，并说明理由：

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

第四大题(共1题，满分12.0分)

1.主观题 (12分)

第四题 [12 分] 已知系统$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$

(a) 判断系统是否完全能控并给出判据；若不完全能控，对该系统进行可控性分解；

(b) 判断系统是否能镇定并给出理由。

第五题[22 分]

(a) 已知单输入单输出系统$\Sigma(A,b,c^T)$的系数矩阵为.

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & -1 & 10\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 10\end{bmatrix},\qquad c^T=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\end{bmatrix}$$

请设计状态反馈阵k^T，使得闭环极点为

$s_1=-10$，　$s_2=-1+\sqrt{3}\mathrm{j}$，$s_3=-1-\sqrt{3}\mathrm{j}$。

(b) 已知单输入单输出系统$\Sigma(A,b,c^T)$的系数矩阵为:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},\qquad c^T=\begin{bmatrix}2 & 0\end{bmatrix}$$

试对其设计全维观测器，使观测器极点为-10 两重根，并写出观测器方程。

第六题 [12 分] 已知非线性系统如下：

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = -3x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 - x_2^3\end{cases}$$

(a) 试用李雅普诺夫第一方法（间接法）判断该系统在**原点**处的稳定性。

(b) 试用李雅普诺夫第二方法（直接法）判断该系统在**原点**处的稳定性。（提示：可试用克拉索夫斯基方法）