

## 运筹学第五次作业（20231025）

1. 用单纯形法求解以下线性规划问题，并从单纯形表中判断是否存在多个最优解。若存在，请将所有最优解用参数化形式表示。

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ & x_i \geq 0, i = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

2. 将以下线性规划问题转化为标准形式

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 2x_2 - x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 - 2x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ & 2x_1 + 5x_2 - x_3 \leq 7 \\ & 0 \leq x_1 \leq 3 \\ & -2 \leq x_2 \leq 6 \end{aligned}$$

3. 把线性规划问题

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & \frac{1}{2}x_2 + x_3 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

记为 P,

(1) 用单纯形算法解 P;

(2) 写出 P 的对偶 D;

(3) 写出 P 的互补松紧条件，并利用它们解对偶 D。

通过计算 P 和 D 的最优值，检查你的答案。

4. 用单纯形法直接求解如下线性规划问题

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 5x_1 + x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ & 6x_1 + x_3 \leq 8 \\ & x_2 + x_3 \leq 2 \\ & x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

其最优单纯形表如下：

BV	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RHS
$x_4$	0	1/6	0	1	-1/6	-5/6	3
$x_1$	1	-1/6	0	0	1/6	-1/6	1
$x_3$	0	1	1	0	0	1	2
	0	-1/6	0	0	-5/6	-7/6	z-9

- 1) 从表中直接读出该问题对偶问题的最优解和最优值。
- 2) 若目标函数中  $x_1$  的系数变为  $c_1$ ，求能够使当前基保持最优的  $c_1$  的取值范围。

5. 请用切平面方法求解如下整数线性规划问题

$$\begin{aligned}
 & \max \quad 11y_1 + 4y_2 \\
 & \text{s.t.} \quad -y_1 + 2y_2 \leq 4 \\
 & \quad \quad 5y_1 + 2y_2 \leq 16 \\
 & \quad \quad 2y_1 - y_2 \leq 4 \\
 & \quad \quad y_1, y_2 \geq 0, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}$$

**备注：**

请同学们于所设截止时间前，将所有题目整合为一个 word 或 pdf 文件，在网络学堂窗口上传电子版作业。

请同学们认真独立完成作业。