

运筹学第八次作业（20231122）

1. $\|\mathbf{x}\|_2^{1.5}$ 是否是光滑的凸函数？判断并证明。其中 \mathbf{x} 为 n 维实数向量， $\|\cdot\|_2^{1.5}$ 为 2 范数的 1.5 次方。

2. 判别下列函数哪些是凸函数，哪些是凹函数，哪些是非凸非凹函数，并简述理由。

a) 函数 $f(x_1, x_2) = x_1x_2 + x_1$ ，定义域为 $R_{++}^2 = \{(x_1, x_2) \in R^2 | x_1 > 0, x_2 > 0\}$;

b) 函数 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 + 12x_3^2 - 2x_1x_2 + 6x_2x_3 + 2x_1x_3$ ，定义域为 R^3 ;

c) 函数 $f(x_1, x_2) = -x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1x_2 + 10x_1 - 10x_2$ ，定义域为 R^2 ;

3. 求函数

$$f(x) = -3x^2 + 21.6x + 1$$

在区间 $[0, 25]$ 上的极大点和极大值，要求缩短后区间长度不大于原区间长度的 8%，用斐波那契法、黄金分割法（0.618 法）、折半搜索法、牛顿法分别进行求解。

附加题：比较 0.618 法和斐波那契法的运算速度，简述理由。