清華大学 数学作业纸

班级：自11　姓名：孙捷华　编号：2021013444　科目：自动控制　第 1 页

1. 解：

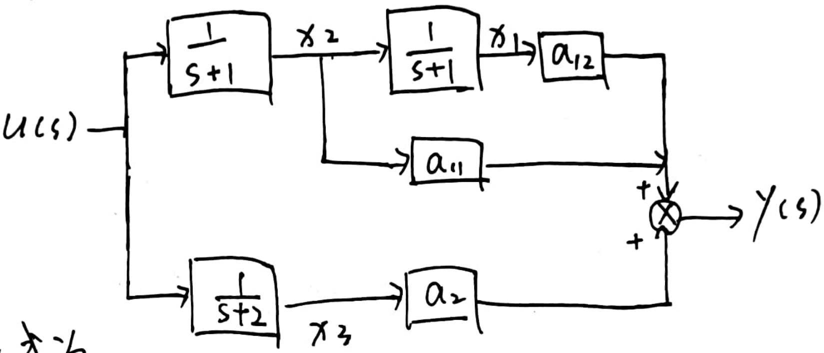
$$g(s)=\frac{2s^2+6s+5}{s^3+4s^2+5s+2}=\frac{2s^2+6s+5}{(s+2)(s^2+2s+1)}=\frac{2s^2+6s+5}{(s+1)^2(s+2)}$$

$$=\frac{a_{11}}{s+1}+\frac{a_{12}}{(s+1)^2}+\frac{a_2}{s+2}+\delta$$

$$a_{11}=\lim_{s\to -1}\frac{d\left(\frac{2s^2+6s+5}{s+2}\right)}{ds}=1 \qquad a_{12}=\lim_{s\to -1}\frac{2s^2+6s+5}{s+2}=1$$

$$a_2=\lim_{s\to -2}\frac{2s^2+6s+5}{(s+1)^2}=1 \qquad \delta=0.$$

系统框图如下：



则状态空间表达式为：

$$\begin{cases}\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 1\end{pmatrix}u\\ y=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}\end{cases}$$

2. 解：能控I：

$$\because g(s)=\frac{s^2+8s+5}{s(s^2+6s+8)} \quad \therefore e(s)=\frac{1}{1+6s^{-1}+8s^{-2}}U(s)$$

即 $e(s)=U(s)-6e(s)s^{-1}-8e(s)s^{-2}-0e(s)s^{-3}$

则能控I型的状态空间表达式为.

$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -8 & -6\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 1\end{pmatrix}u\\ y=\begin{pmatrix}5 & 8 & 1\end{pmatrix}x\end{cases}$$

能观II型：

$\because g(s)=\dfrac{s^2+8s+5}{s(s^2+6s+8)}$

$\therefore Y(s)=s^{-1}\{u(s)-6Y(s)+s^{-1}[8u(s)-8Y(s)+s^{-1}(5u(s))]\}.$

$\therefore$ 能观II型的状态空间表达式为：

$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&-8\\0&1&-6\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}5\\8\\1\end{pmatrix}u\\ y=\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}x\end{cases}$$

3. 解：

$$\bar{A}=T^{-1}AT=\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&2\\-1&-2\end{pmatrix}$$

4. 解：求 $\begin{pmatrix}0&0&-6\\1&0&-11\\0&1&-6\end{pmatrix}$ 的特征值可得 $\lambda_1=-1$ $\lambda_2=-2$ $\lambda_3=-3$.

可得 $P_1=\begin{pmatrix}6\\5\\1\end{pmatrix}$ $P_2=\begin{pmatrix}3\\4\\1\end{pmatrix}$ $P_3=\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}$

则 $T=\begin{pmatrix}6&3&2\\5&4&3\\1&1&1\end{pmatrix}$ $T^{-1}=\begin{pmatrix}0.5&-0.5&0.5\\-1&2&-4\\0.5&-1.5&4.5\end{pmatrix}$

$\therefore$ 可化为

$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&-2&0\\0&0&-3\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}-0.5\\3\\-2.5\end{pmatrix}u\\ y=\begin{pmatrix}1&1&1\end{pmatrix}x.\end{cases}$$