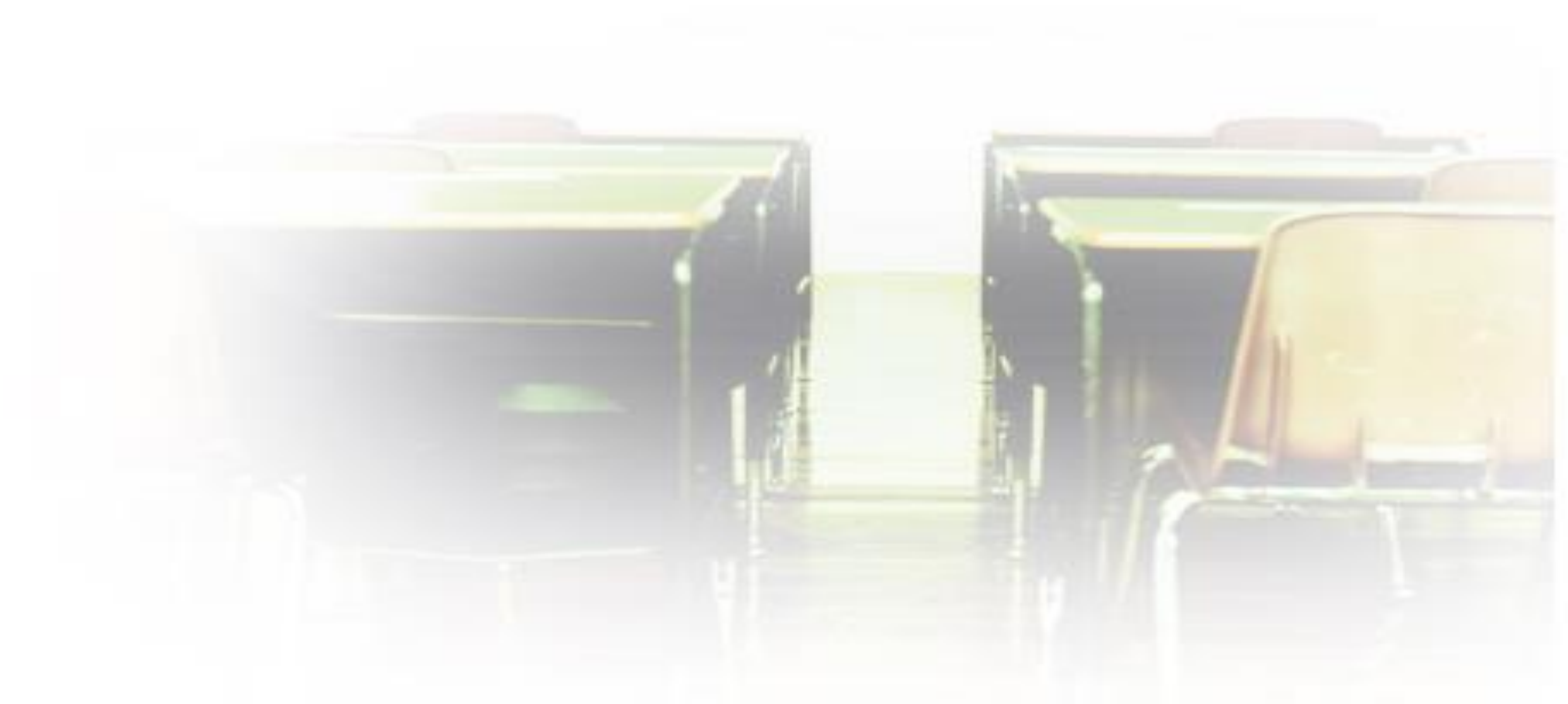
本章教学内容

- **基本内容**
  - 校正的一般原理
  - PID控制器
  - 局部反馈校正



校正问题及其实现方式

控制系统设计的一般流程：

1. 明确系统需要完成的任务
2. 选择搭建系统的元部件（综合能量、精度、成本等因素）
3. 检验所搭建系统性能是否满足要求
   - 闭环系统不稳定，无法工作
   - 闭环系统稳定，但稳态误差较大
   - 闭环系统稳定，但响应较慢或振荡较大
4. 如果不满足要求，设计补偿装置进行校正，直到符合要求

校正问题及其实现方式

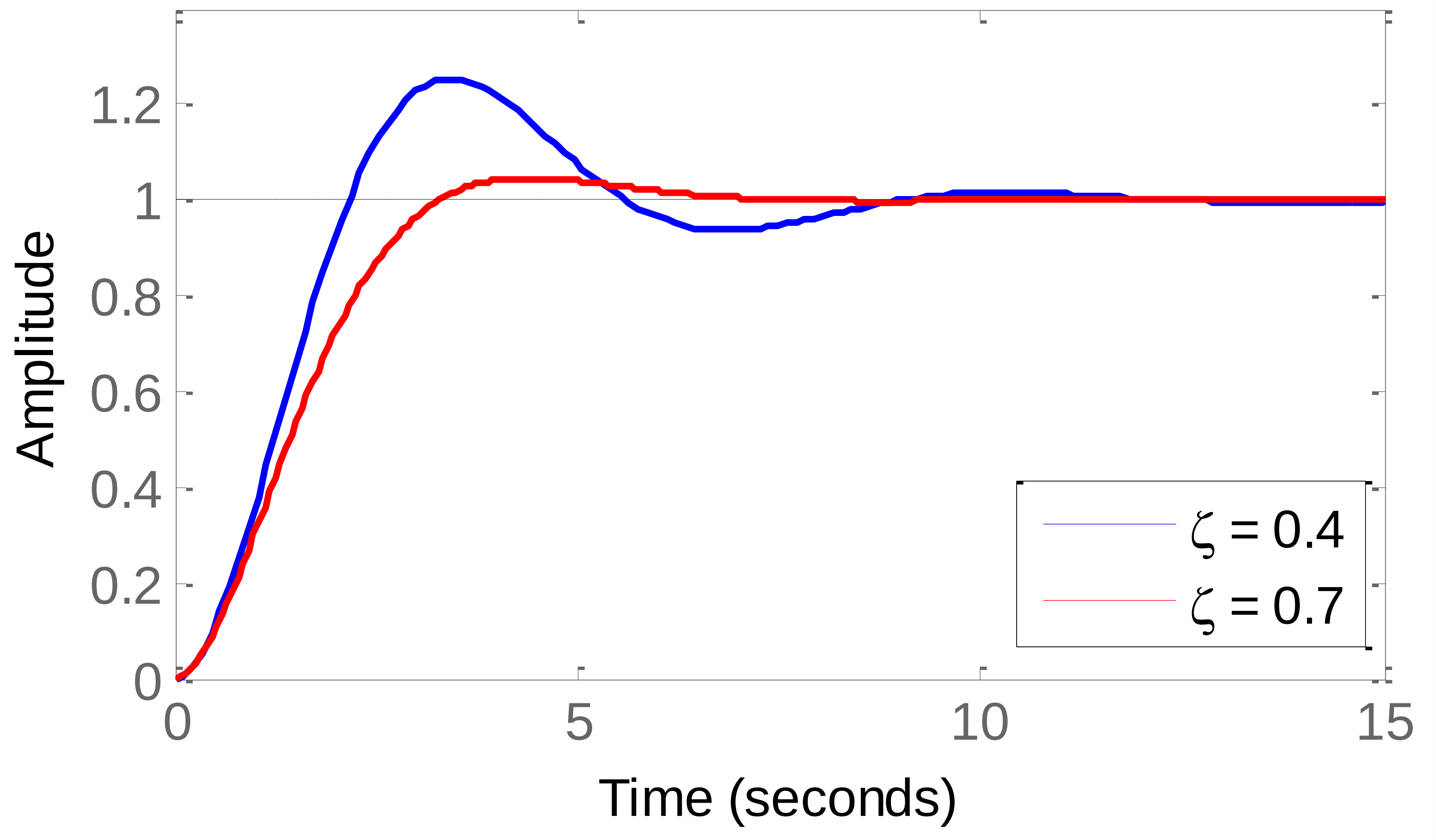
典型的二阶系统

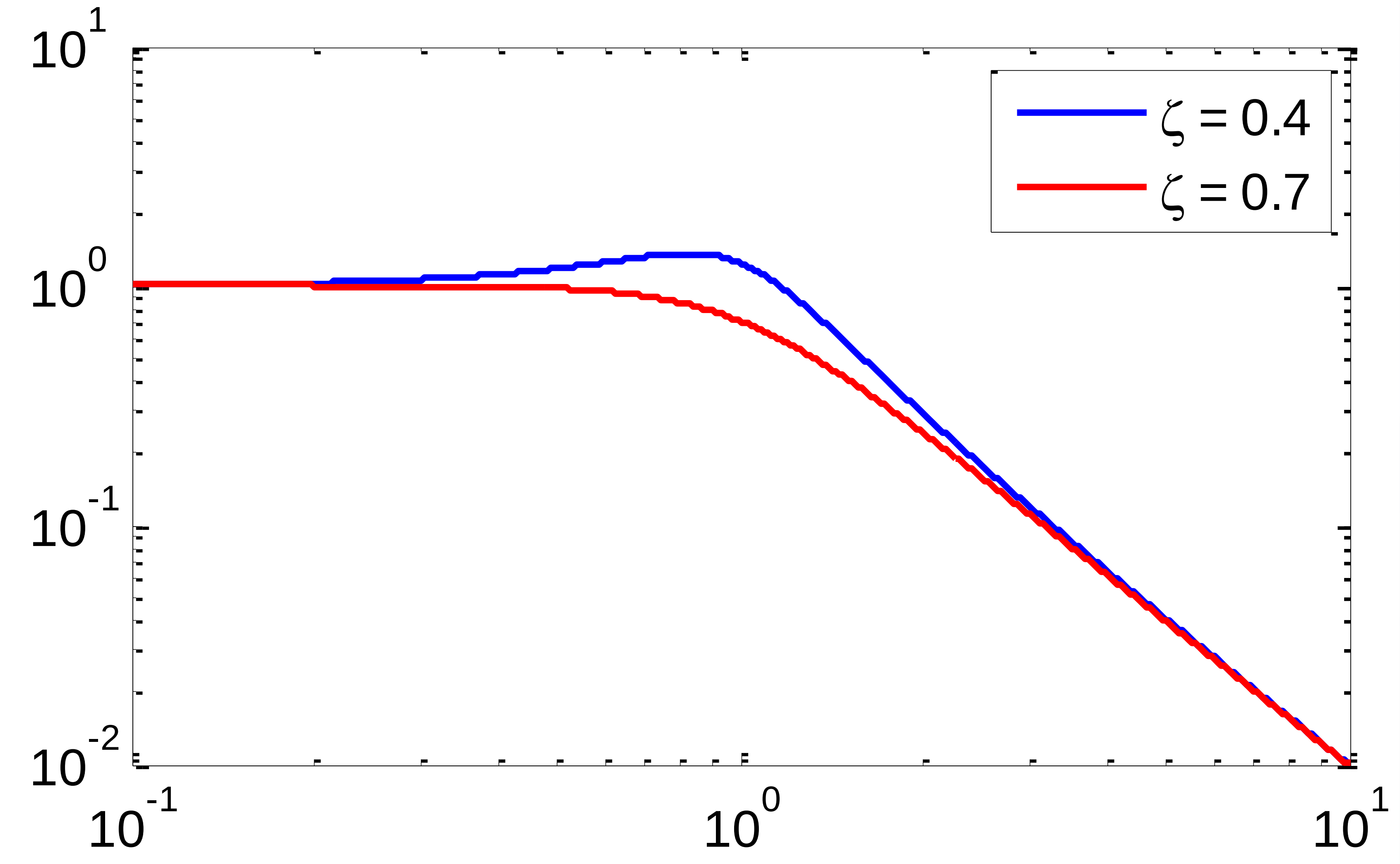
（期望阻尼 $0.4<\zeta<0.7$）：

ζ	γ	σ	M_r
0.4	44°	25.4%	1.364
0.7	60°	4.6%	1.002

（1）更高的性能指标意味着更高的成本

（2）多个指标之间可能存在冲突





时间域指标：从响应曲线读取，调整时间、超调量等

校正问题及其实现方式

工程上的指标：

（1）时间域指标：从响应曲线读取，调整时间、超调量等，比较直观

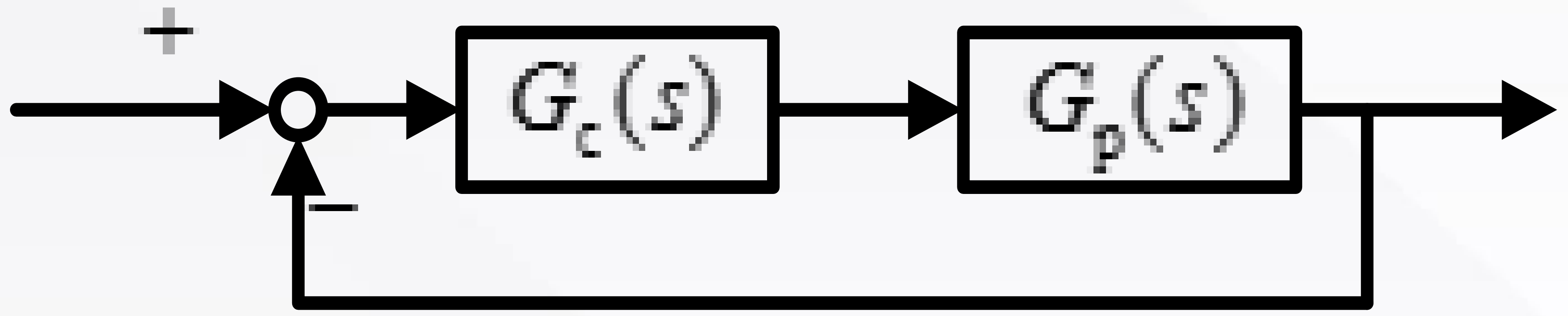
（2）频率域指标：从Bode图上读取，便于计算

系统性能	频率域评价指标	期望范围
相对稳定性	相角裕量 γ	$45^0 \le \gamma \le 60^0$
	增益裕量 K_g	$K_g \ge 10dB$
精度	误差系数 K_p, K_v, K_a	–
响应速度	截止频率 ω_c	–
超调	谐振峰 M_r	$1.0 < M_r < 1.4$

校正问题及其实现方式

主要校正方法（按系统结构分）

串联校正：

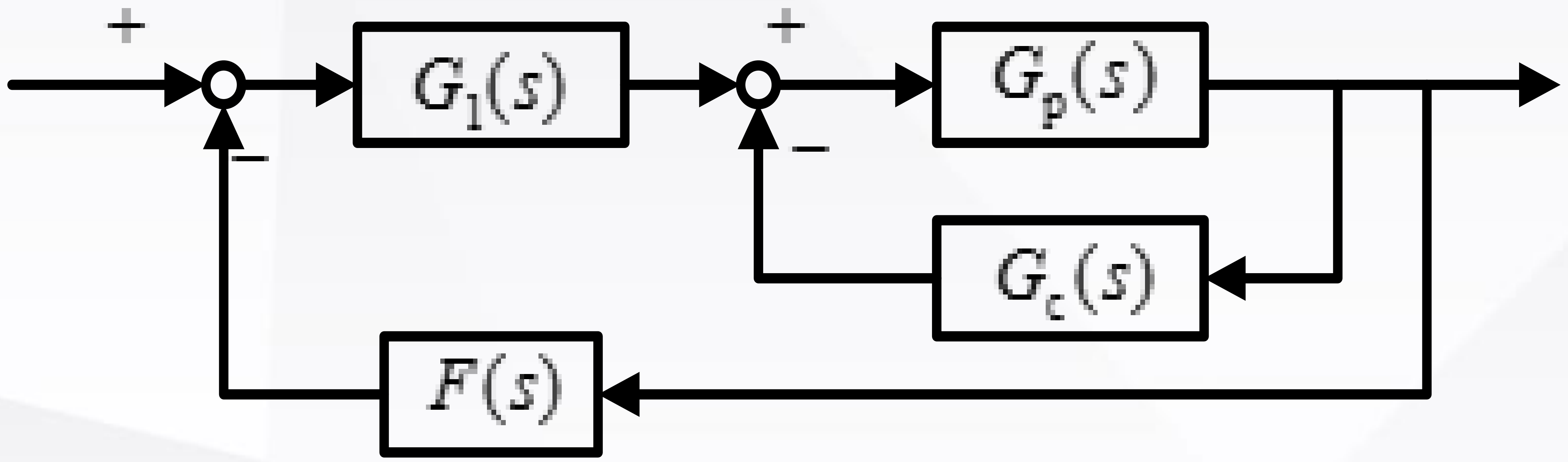


特点：

（1）分析与设计简单

（2）可能需要外加放大器

局部反馈校正：



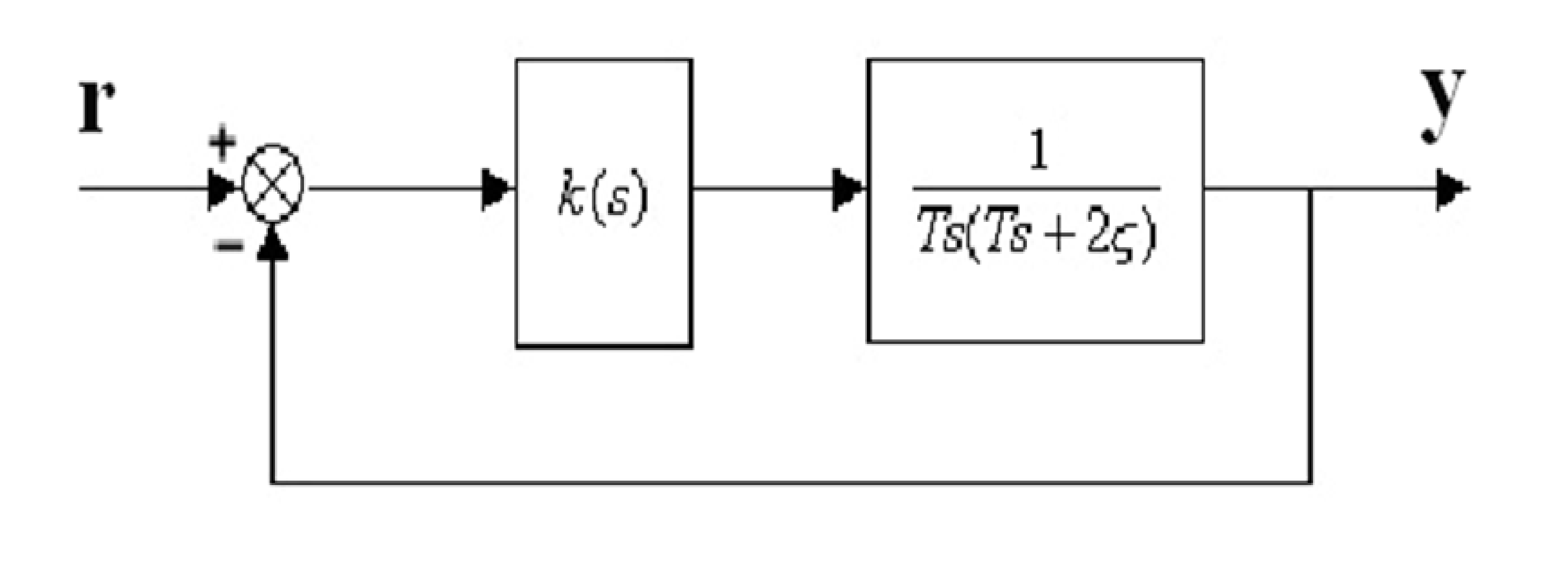
特点：

（1）多回路框架，分析与设计较复杂

（2）简单的设计可能给出特殊效果

控制系统的PID校正

(1) 比例校正（P），$k(s)=k_p$



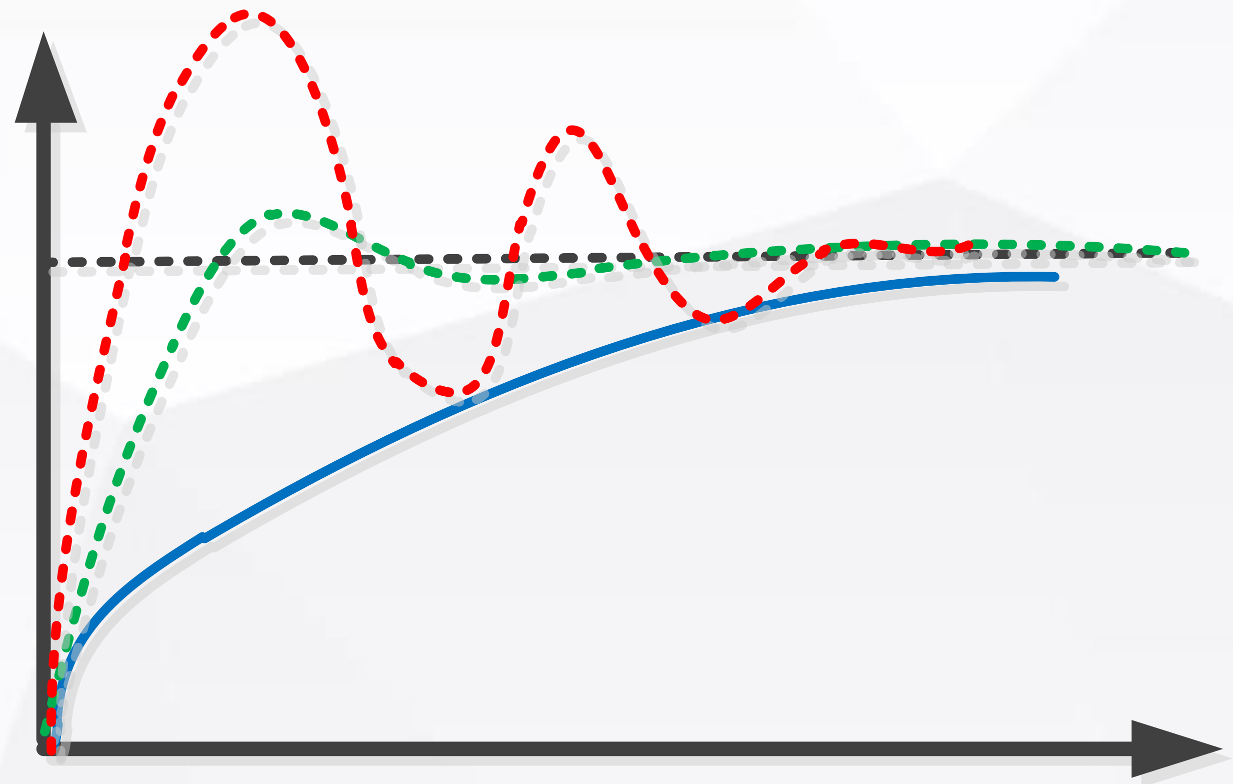
设$G_g(s)=\frac{1}{Ts(Ts+2\zeta)}$

当$k_p=1$特征方程为：$T^2s^2+2\zeta Ts+1=0$

当$k_p\neq1$特征方程为：$T^2s^2+2\zeta Ts+k_p=0$

$$T'=\frac{T}{\sqrt{k_p}},\ \zeta'=\frac{\zeta}{\sqrt{k_p}}$$

当k_p变大，T'变小，系统的响应快，但是ζ'也变小，振荡加剧



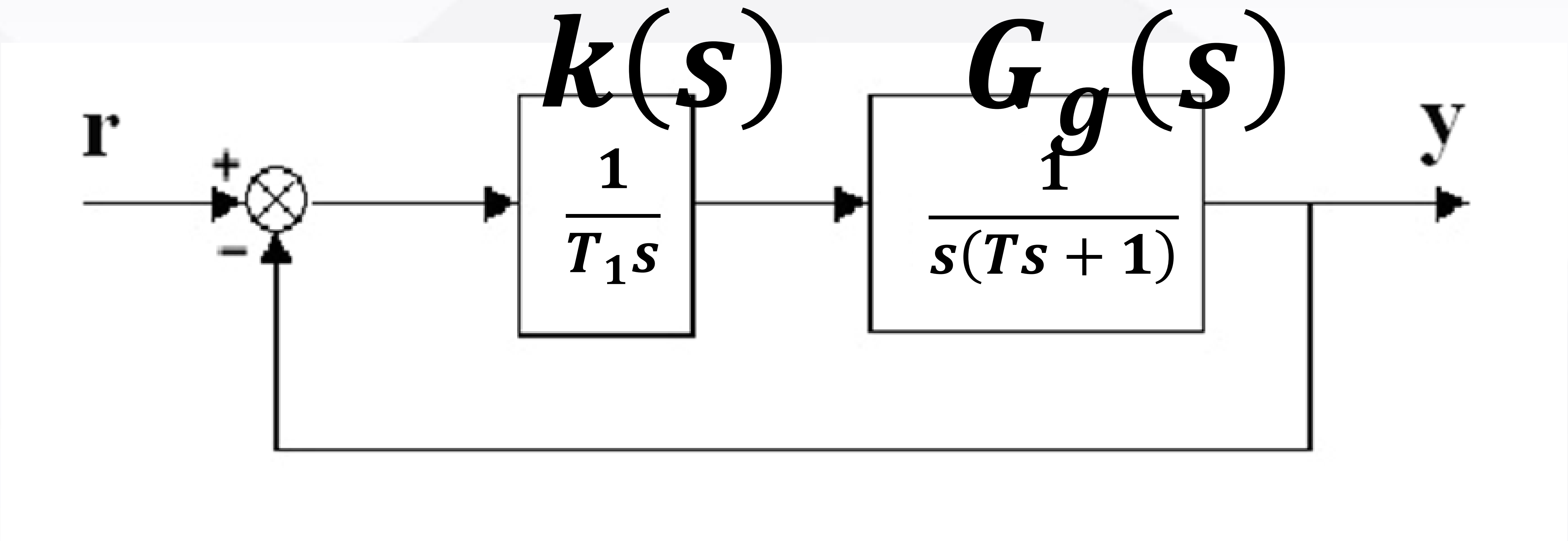
控制系统的PID校正

(2) 积分校正（I） $k(s)=\frac{1}{T_1 s}$

设$G_g(s)=\frac{1}{s(Ts+1)}$， $G_{开}(s)=\frac{1}{T_1 s^2(Ts+1)}$

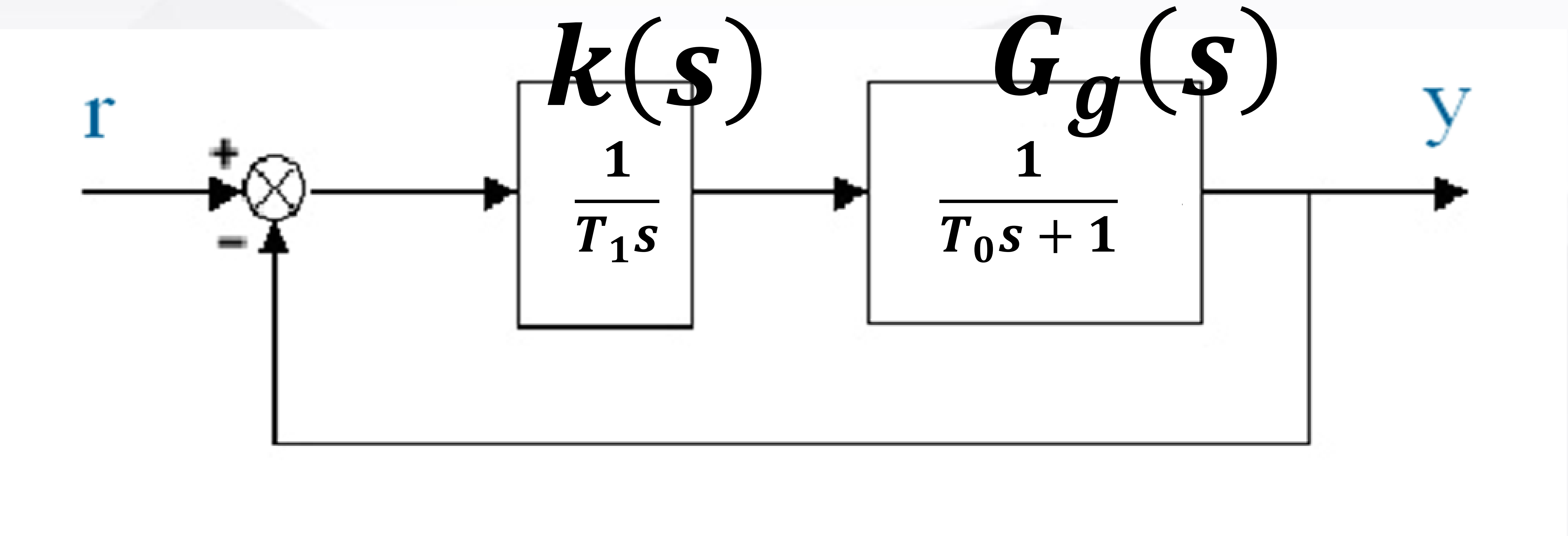
特征方程：$T_1 T s^3+T_1 s^2+1=0$

显然系统不稳定



如果$G_g(s)=\frac{1}{T_0 s+1}$， $k(s)=\frac{1}{T_1 s}$

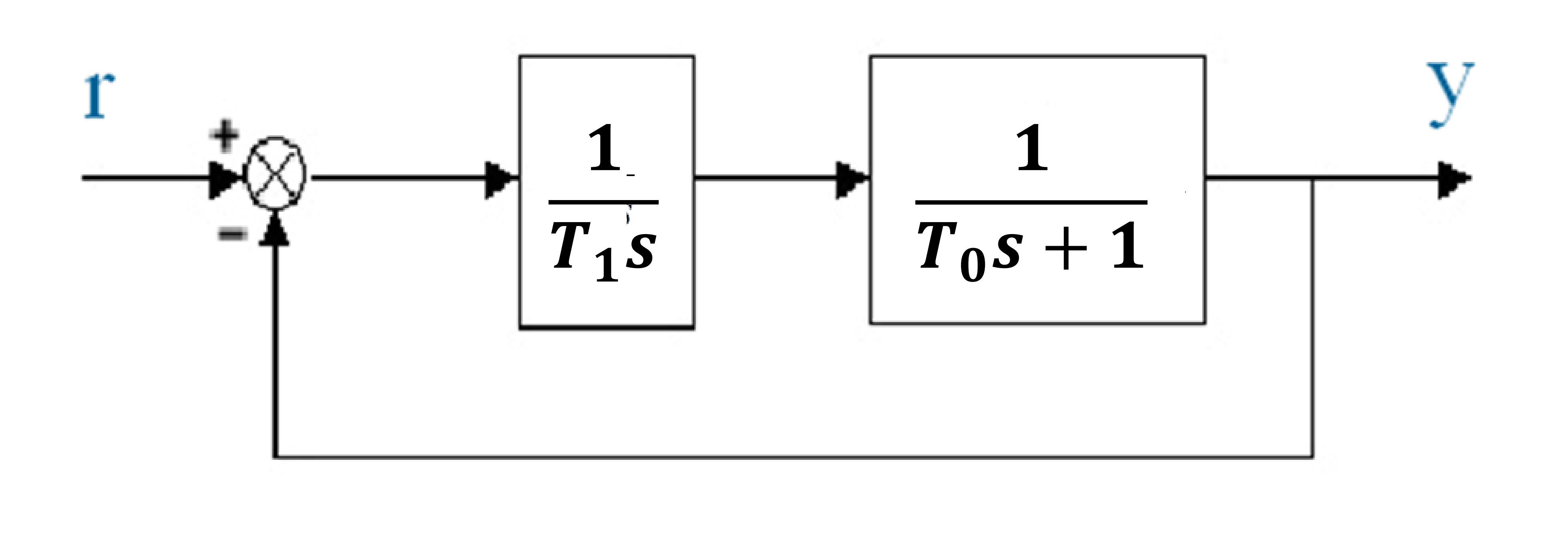
特征方程$T_1 s(T_0 s+1)+1=0$



控制系统的PID校正

$$T_1T_0s^2+T_1s+1=0$$

$$T'=\sqrt{T_1T_0},\zeta'=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{T_1}{T_0}}$$



$t_s\approx\frac{3T'}{\zeta'}=6T_0$， **与不加积分比较，系统响应变慢**

不加积分的特征方程为： $T_0s+1+1=0$

$$T'=\frac{T_0}{2},t_s=3T'=\frac{3T_0}{2}$$

可见加积分　优点-对克服静差有利

缺点-系统变慢，甚至于不稳定

控制系统的PID校正

(3) 比例+积分（PI）

$$k(s)=k_p\left(1+\frac{1}{T_1 s}\right)=k_p\frac{T_1 s+1}{T_1 s}$$ ， 设 $$G_g(s)=\frac{1}{T_0 s+1}$$

$$G_{闭}(s)=\frac{k_p\,(T_1 s+1)}{T_1 s(T_0 s+1)+k_p\,(T_1 s+1)}=\frac{k_p\,(T_1 s+1)}{T_1 T_0 s^2+\left(k_p+1\right)T\ldots}$$

$$=\frac{T_1 s+1}{\frac{T_1 T_0 s^2}{k_p}+\frac{k_p+1}{k_p}T_1 s+1}\xrightarrow{k_p\gg 1}\frac{T_1 s+1}{\frac{T_1 T_0}{k_p}s^2+T_1 s+1}$$

$$\approx\frac{T_1 s+1}{(T_1 s+1)(\frac{T_0}{k_p}s+1)}=\frac{1}{\frac{T_0}{k_p}s+1}$$

控制系统的PID校正

PI 控制的优点：

1）积分对克服静态误差有利

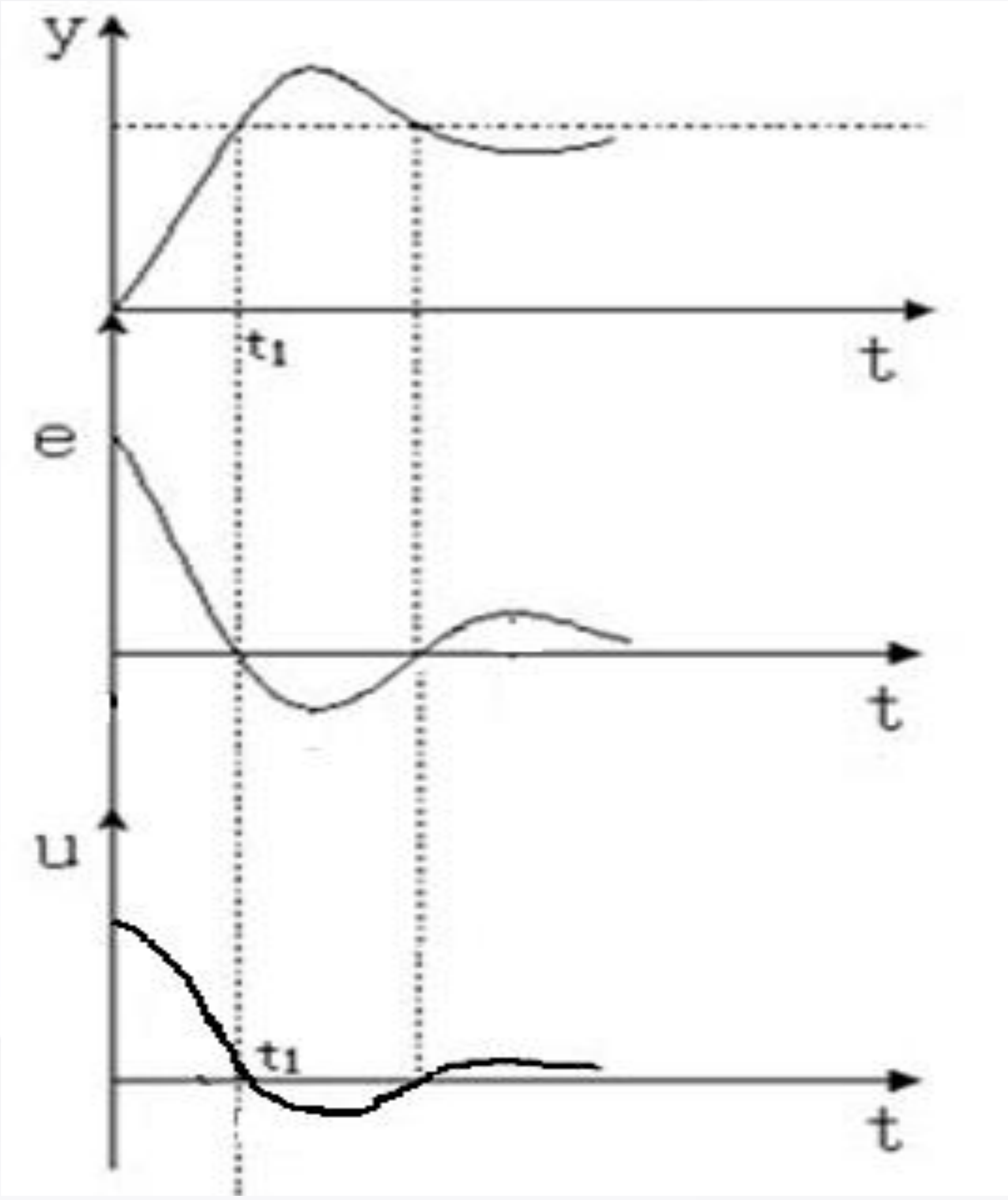
2）使响应可达到非振荡状态且 t_s 不长， $t_s = 3\frac{T_0}{k_p}$

（不加比例积分： $t_s = \frac{3T_0}{2}$ ）

3）从本质上看增加一个负实零点，改善动态性能，缓和极点带来的不利影响

控制系统的PID校正

(4) 超调的控制



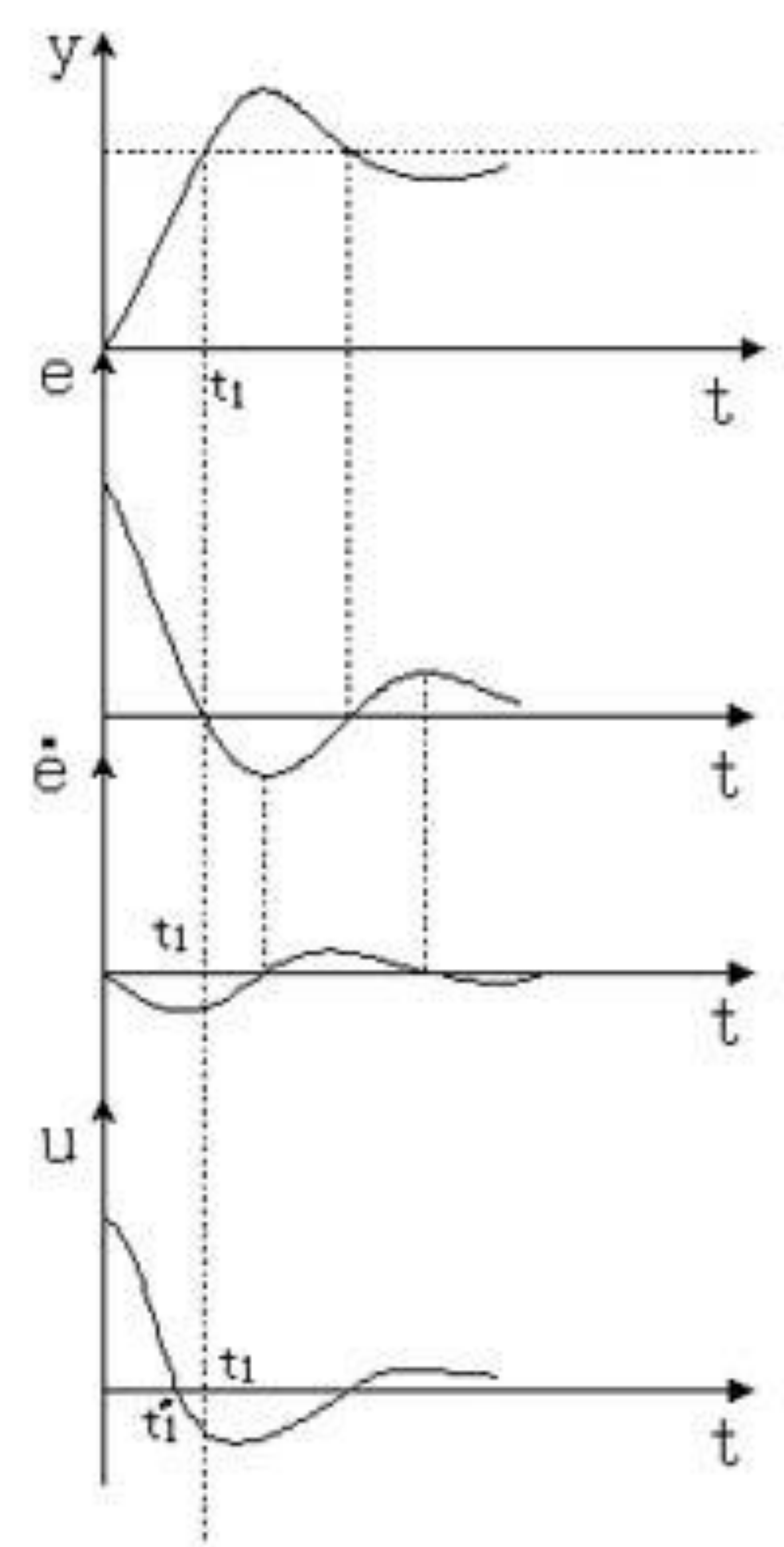
考虑比例控制器 $k(s) = k_p$

控制信号 $u(t) = k_p e(t)$

只要y(t)<1,e(t)>0,就产生使y(t)增大的控制作用，当 $t = t_1, e = 0$ 时，y(t)还在增加，会出现超调现象

控制系统的PID校正

比例+微分（PD）



$$k(s) = k_p(1 + T_D s)$$

控制信号 $u(t) = k_p e(t) + k_p T_D \dfrac{de(t)}{dt}$

加了微分作用　$u(t)$ 在 $t = t_1' < t_1$ 时为零，在t_1'到t_1这段时间内 $u(t)$<0，抑制 $y(t)$ 的增加，好像在车辆到达目标之前，提前制动一样。

微分控制器可以预测被控量的变化趋势，抑制超调，改善动态性能。相当于增加了一个零点。

控制系统的PID校正

(5) 比例+积分+微分（PID）

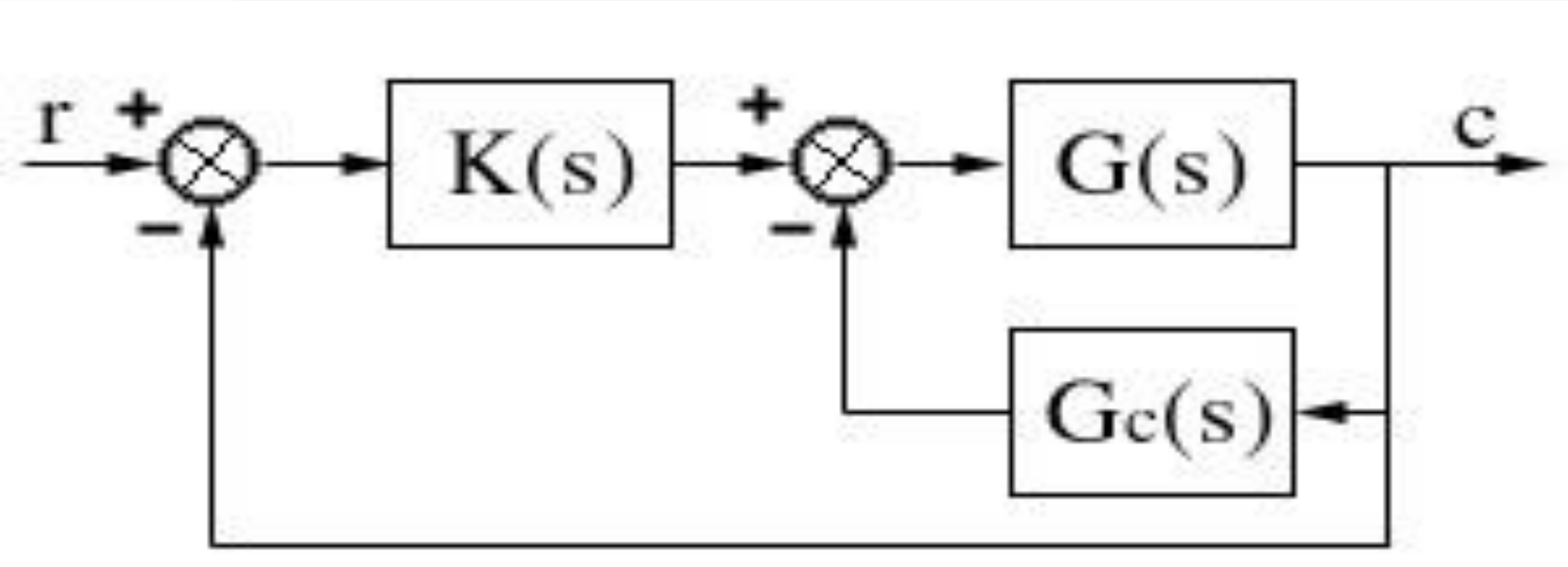
$$K(s) = K_p + \frac{1}{T_I s} + T_D s$$

综合了比例、积分和微分的优点，本质上增加了两个零点

- PID控制器综合了比例积分加微分的优点，兼顾了控制系统的静态和动态性能
- 参数具有明显的物理意义，直观易用
- 在工业生产中应用极为广泛，直到今日，仍是最常用的控制器
- 实际应用中有多种变化，对经验依赖较多，需要深入学习
- PID控制器为全局控制，数学形式为增加零极点，应进一步采用精准的控制器

局部反馈校正

局部反馈校正



通常用局部反馈改善局部特性，再配以串联校正

设 $G(s)=\dfrac{K}{Ts+1}, G_c(s)=k$

小闭环等效为 $\dfrac{\dfrac{K}{Ts+1}}{1+\dfrac{Kk}{Ts+1}}=\dfrac{K}{Ts+1+kK}=\dfrac{\dfrac{K}{1+kK}}{\dfrac{T}{1+kK}s+1}$

当 $kK\gg 1$**时** $\Rightarrow \dfrac{1}{k}$

当 G **中** T **较大时，采用局部反馈可减少惰性。**

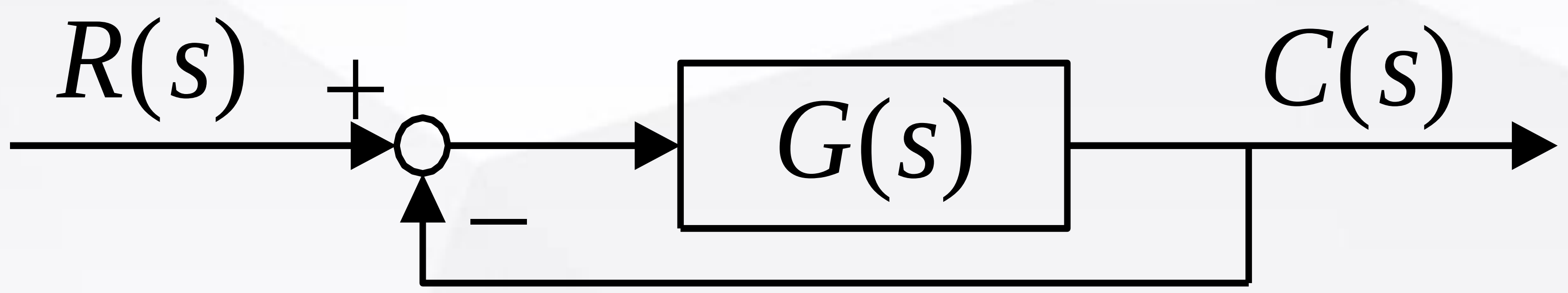
反馈校正

例：对开环对象$G(s)=\frac{K}{1+0.1s}$设计和比较不同的校正装置， 使得闭环系统在阶跃输入下的稳态输出为$c(\infty)=0.9$

（1）根据终值定理, 当 $K=0.9$ 时开环系统的输出稳态值为0.9，此时系统的时间常数为 $T=0.1\ \mathrm{s}$

（2）单位反馈下，闭环传递函数为

$$G_1(s)=\frac{K}{1+K+0.1s}$$



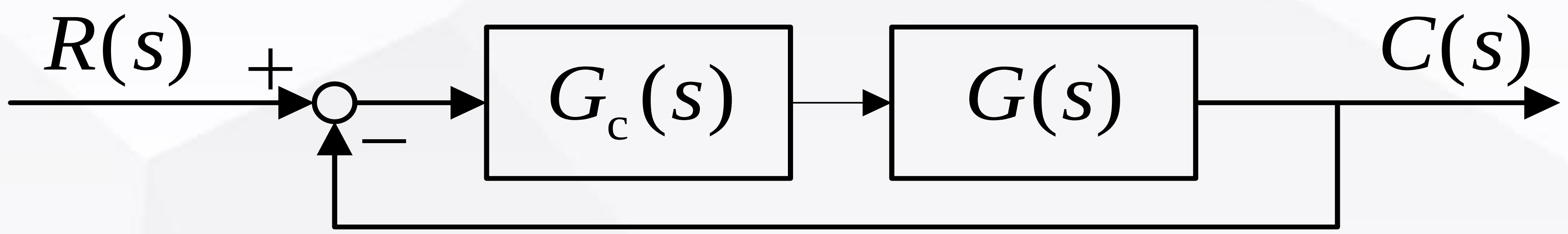
此时，$K=9$ 时输出稳态值为0.9

时间常数 $T=0.01\ \mathrm{s}$

反馈校正

（3）串联校正

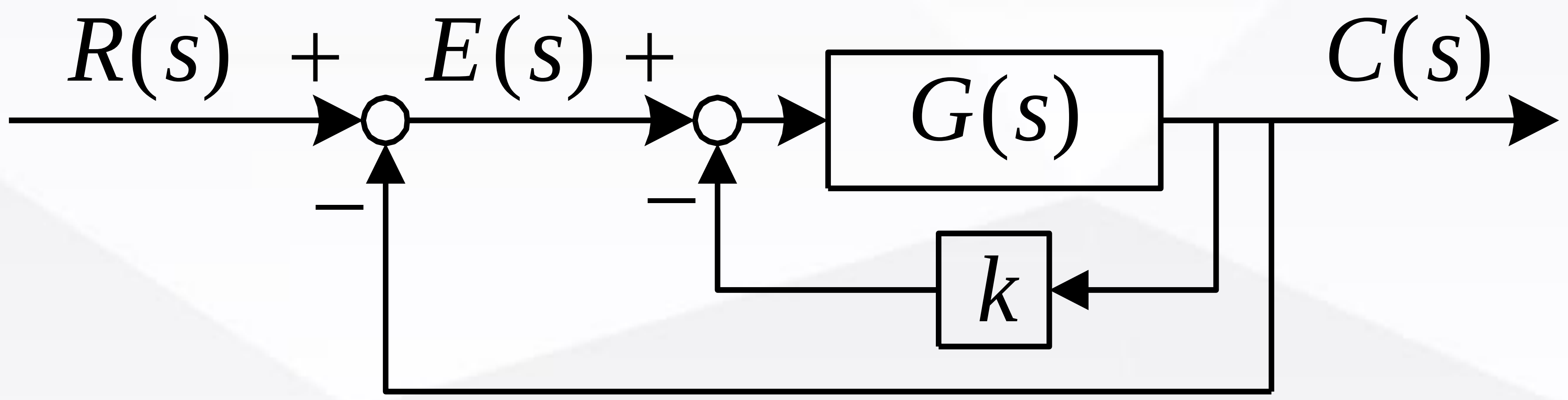
超前校正 $G_c(s) = 0.5\dfrac{1+0.1s}{1+0.05s}$



$$G_{R\to C}(s) = \frac{0.5K}{1+0.5K+0.05s}$$

当$K = 18$时，稳态输出误差为0.9，此时闭环系统时间常数$T = 0.005\ \mathrm{s}$

（4）局部反馈校正



$$G_{R\to C}(s) = \frac{G(s)}{1+(1+k)G(s)} = \frac{K}{1+K+kK+0.1s}$$

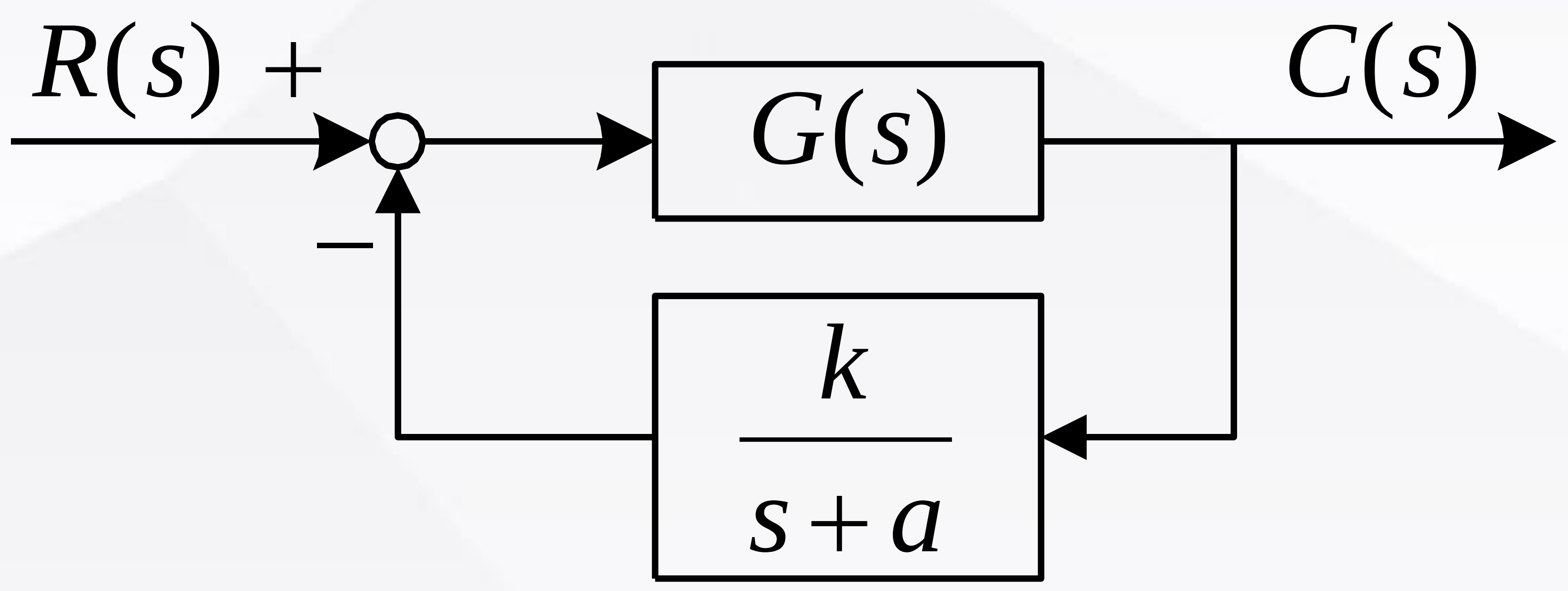
对于同样的 $K = 18$, 取$k = 1/18$ 时

可使输出稳态值到达0.9，此时闭环系统时间常数为 $T = 0.005\ \mathrm{s}$

可见，简单的反馈与超前校正达到相同的效果

反馈校正

（5）反馈滞后校正



$$G_{R\to C}(s) = \frac{100K(s+a)}{s^2+(10+a)s+10(a+kK)}$$

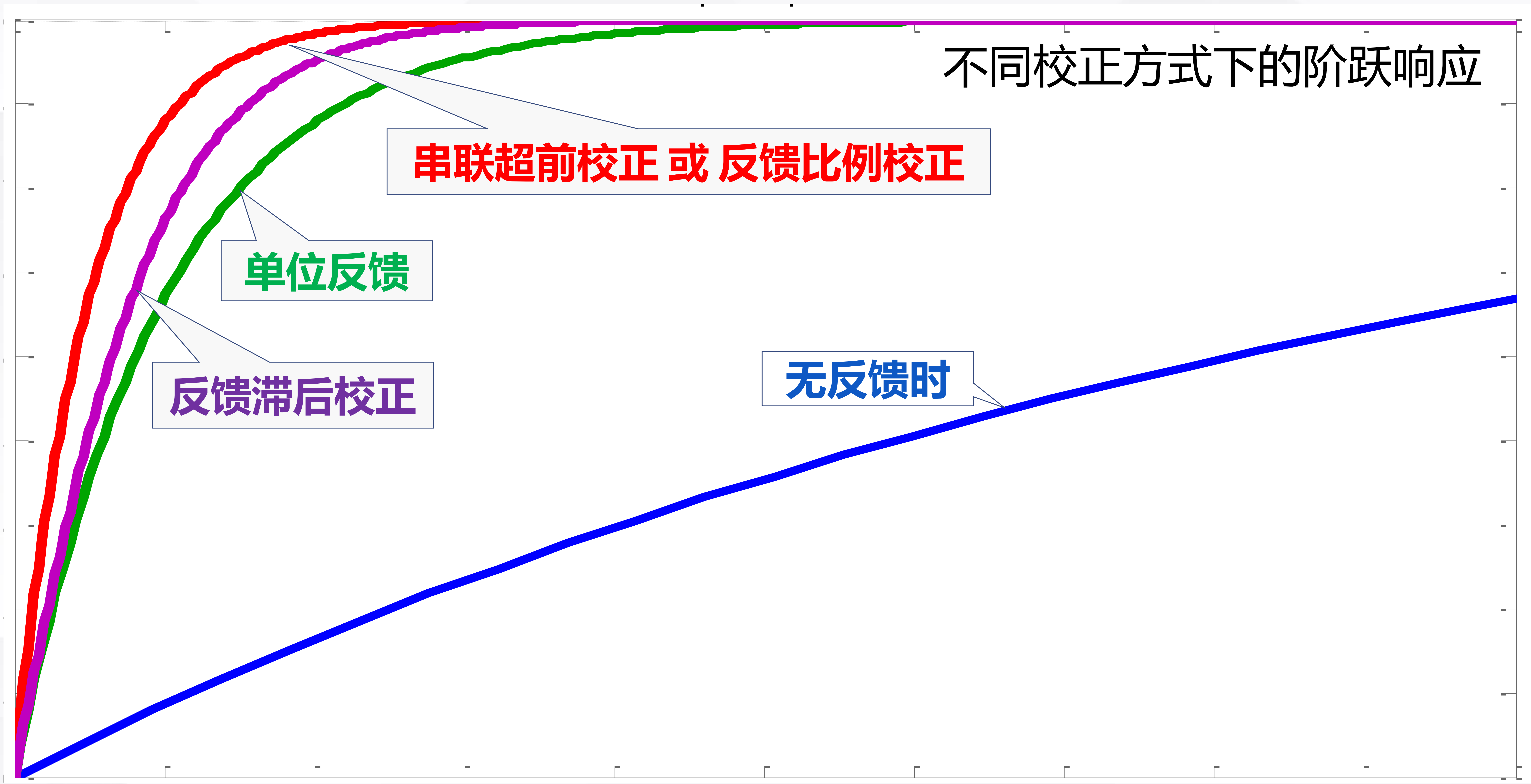
容易计算，当

$$K = 9.23 \quad k = 391.12 \quad a = 390$$

闭环系统输出稳态值为0.9，二阶环节特征时间常数为 $T = 0.005\ \mathrm{s}$，阻尼系数 $\zeta = 1.$

因此，反馈滞后校正加快了系统的响应速度，效果类似于串联超前校正

反馈校正



本章结束