



班级: 自11

姓名: 王捷革

编号: 202103444

科目: 自动控制

第1页

1. 解:

$$Q_k = (B \ AB \ A^2B)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \\ 36 & 60 & 25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -6 \\ 1 & -6 & 25 \end{pmatrix}$$

$\text{rank}(Q_k) = 3 \therefore$ 系统状态能控.

2. 解:

(1) 由于有恰当块对应的B中行全为0.
故系统状态不可控.

(2) A的特征值 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3$.

\therefore 有 $\tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 其中 $T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \therefore T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

则 $\tilde{B} = T^{-1}B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, 有一行为0 \therefore 系统状态不可控.

3. 解:

a, b 可任取, $c \neq 0$

4. 解:

$$Q_k = (B \ AB) = \begin{pmatrix} b \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & ab-1 \\ -1 & b \end{pmatrix}$$

\therefore 为使 $\text{rank}(Q_k) = 2$, 须有 $\frac{b}{-1} \neq \frac{ab-1}{b}$ 即 $b^2 + ab - 1 \neq 0$

5. 解:

$$Q_k = (B \ AB \ A^2B \ A^3B)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\text{rank}(Q_k) = 4 \therefore$ 系统状态能控

6. 解:

有两个恰当块, 故要满足能控. ~~须有 a=0, a=0, a=0~~
须有 b, c 线性无关, 易知不存在此情况, 故无合适取值

