

❖ 基本内容

- 频率域校正的原理
- 超前校正
- 滞后校正
- 超前滞后校正

校正问题及其实现方式

工程上的指标:

- (1) 时间域指标: 从响应曲线读取, 调整时间、超调量等, 比较直观
- (2) 频率域指标: 从Bode图上读取, 便于计算

系统性能	频率域评价指标	期望范围
相对稳定性	相角裕量 γ	$45^0 \leq \gamma \leq 60^0$
	增益裕量 K_g	$K_g \geq 10dB$
精度	误差系数 K_p, K_v, K_a	—
响应速度	截止频率 ω_c	—
超调	谐振峰 M_r	$1.0 < M_r < 1.4$

校正装置的设计方法：频率域法

频率域法（基于Bode图或者Nyquist图）

(1) 常用指标：相角裕量 γ ，增益裕量 K_g ，静态误差系数

(2) 频率响应与系统性能指标的关系

- 低频段 — 稳态误差
- 中频段 — 稳定裕度、响应速度等
- 高频段 — 响应速度、干扰抑制等

(3) 改变频率特性形状使之满足设计指标

校正方式为：采用超前滞后环节的局部校正

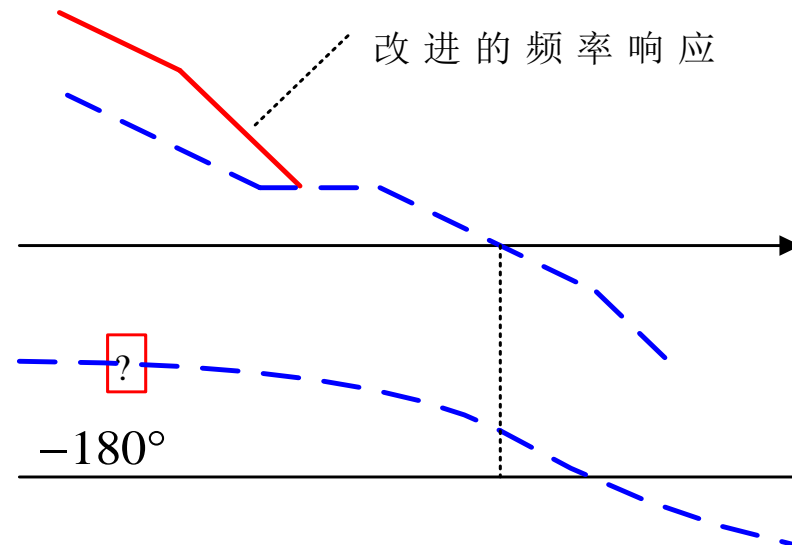
下面分几种情况分析系统可能存在的不足，及其校正方式

校正装置的设计方法：频率域法

(i) 闭环系统稳定，但稳态误差过大

- 低频段响应的幅值过低

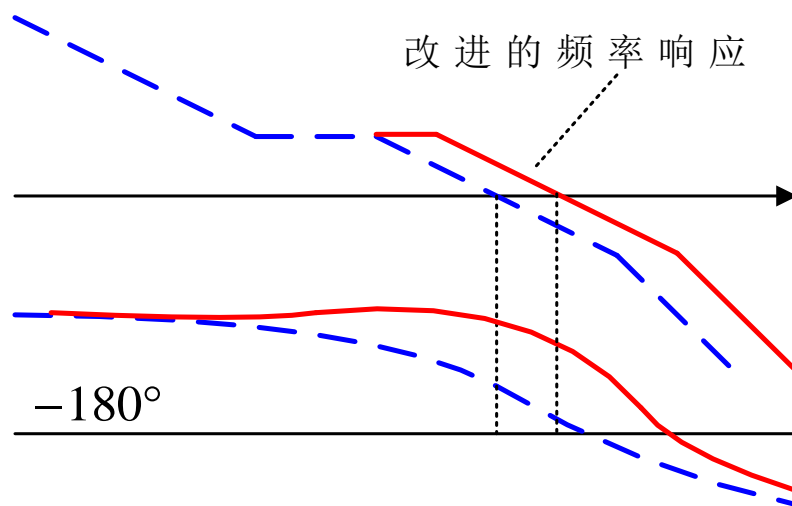
滞后校正：对应于添加 “**开环极点**”



(ii) 闭环系统稳定，但时间响应过慢

- 截止频率 ω_c 不够大

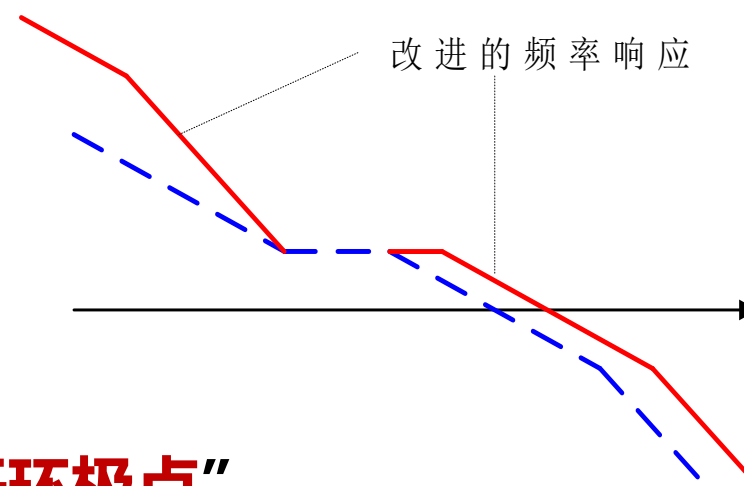
超前校正：对应于添加 “**开环零点**”



校正装置的设计方法：频率域法

(iii) 闭环系统稳定，但稳态误差较大且响应较慢

- 低频段增益过低
- 截止频率 ω_c 不够大



超前-滞后校正：同时添加“开环零点”和“开环极点”

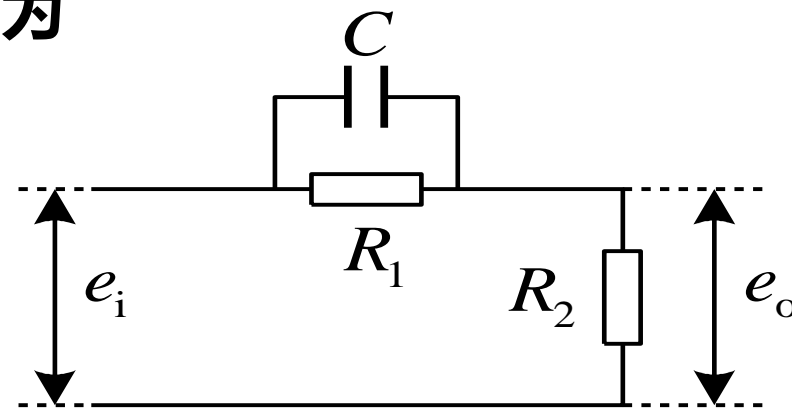
(iv) 不存在使闭环系统开环稳定的增益

- 开环频率响应存在重大缺陷
- 必须对多个频率段的响应进行改进

超前校正装置的特性

电路网络实现：从 $E_i(s)$ 到 $E_o(s)$ 的传递函数为

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1 \frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC}}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 Cs + 1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} Cs + 1}$$



令 $T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$, $\alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$, 则传递函数可写为标准形式:

$$G_c(s) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\alpha T s + 1}{T s + 1} = \frac{s + \frac{1}{\alpha T}}{s + \frac{1}{T}}$$

超前校正装置的特性

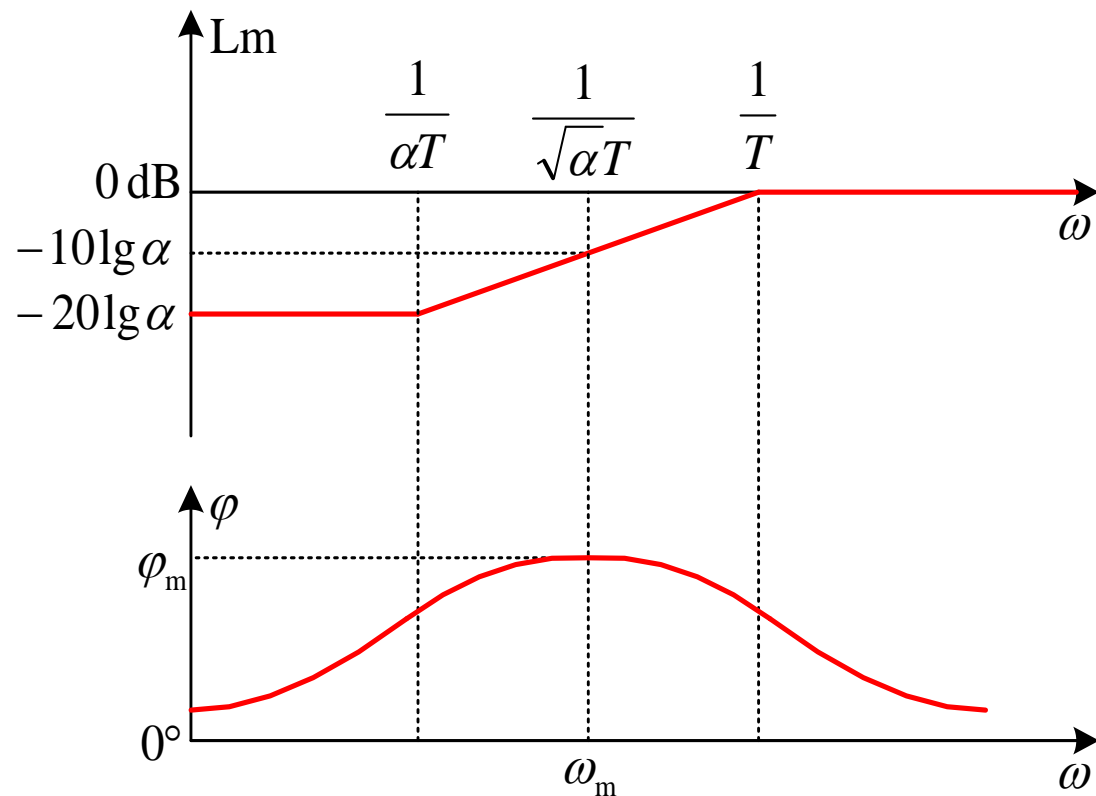
从Bode图上看:

- 从幅值特性看，具有高通滤波器的特点
- 低频增益 $LmG(j0) = -20\lg \alpha < 0dB$ ，因此需要附加的增益以保证闭环稳态精度
- 最大超前角对应于角频率

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$$

处在 $\frac{1}{T}$ 和 $\frac{1}{\alpha T}$ 的几何中心

$$G(j\omega) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1 + j\alpha\omega T}{1 + j\omega T} \quad (\alpha > 1)$$



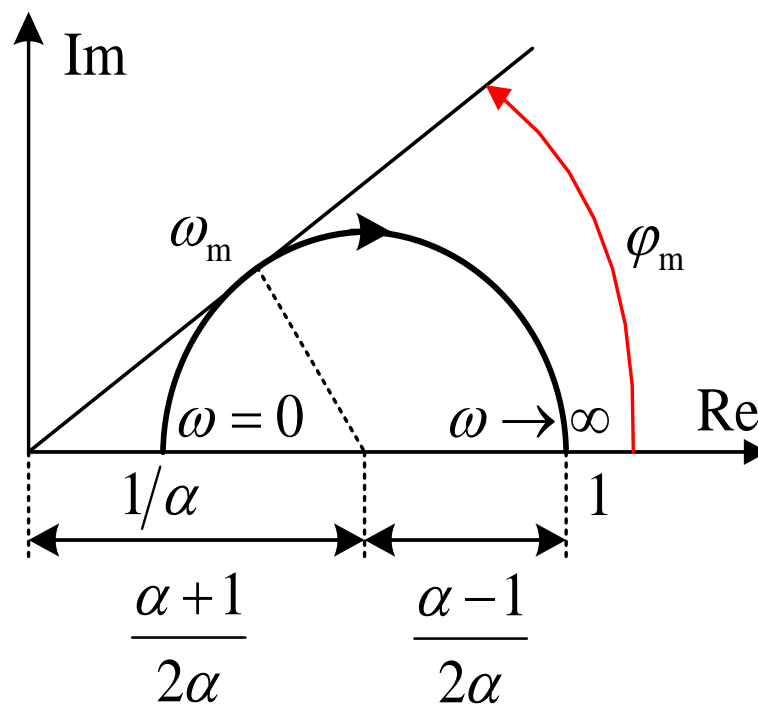
从Nyquist图上看:

$$\sin \varphi_m = \frac{\frac{\alpha - 1}{2\alpha}}{\frac{\alpha + 1}{2\alpha}} = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

(例如 当 $\alpha = 10$ 时, $\varphi_m = 54.9^\circ$)

(例如 需要 $\varphi_m = 60^\circ$ 时, 选 $\alpha = 13.92$)

$$G(j\omega) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1 + j\alpha\omega T}{1 + j\omega T} \quad (\alpha > 1)$$



超前校正装置的特性

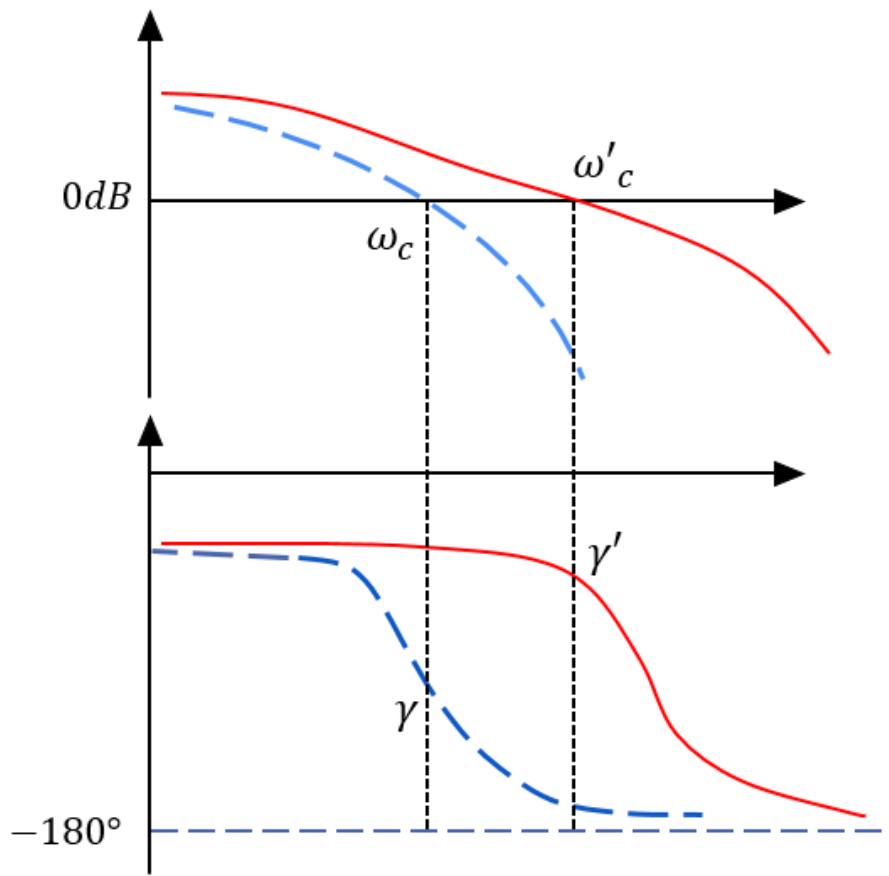
设计中常用的表达形式

$$G_c(s) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = \frac{s + \frac{1}{\alpha T}}{s + \frac{1}{T}} \xrightarrow{\text{配合比例环节}} G_c(s) = \frac{K_c}{\alpha} \cdot \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = K_c \cdot \frac{s + \frac{1}{\alpha T}}{s + \frac{1}{T}}$$

- 适于用Bode图设计: $G_c(s) = K_c \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts}$, $\alpha > 1$

基于Bode 图设计超前校正装置

从Bode图上看超前校正作用



- 当增益K已经确定时，超前校正作用如图所示。
- 幅频特性，提高剪切频率
- 相频特性，提供正的补偿相角，增大相角裕度。
- 当要求相角裕度且**不限制 ω_c 增大**时，可以使用超前校正。
- **会导致带宽变宽，高频干扰增大。**

- 对象相角裕度较小，则校正后 $\omega_c \uparrow$, $\gamma \uparrow$

基于Bode图设计超前校正装置

基本设计思路

- (1) 根据稳态误差要求, 确定期望的开环增益 K (低频段)
- (2) 计算该开环增益 K 下的相角裕度
- (3) 选取目标穿越频率 ω_c , 并计算在该处需提供的相角超前量 φ ,
并取 $\varphi_m = \varphi + (5 \sim 10)^\circ$
- (4) 计算校正装置参数: $\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$
- (5) 计算校正装置时间常数: $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_m}$
- (6) 分析并验证校正后系统的性能

基于Bode图设计超前校正装置

例：给定 $G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.01s)}$ ，设计串联校正装置，使校正后的系统满足如下性能指标：

$$\gamma \geq 30^\circ \quad \omega_c \geq 45 \text{ rad/s} \quad K_V \geq 100 \text{ s}^{-1}$$

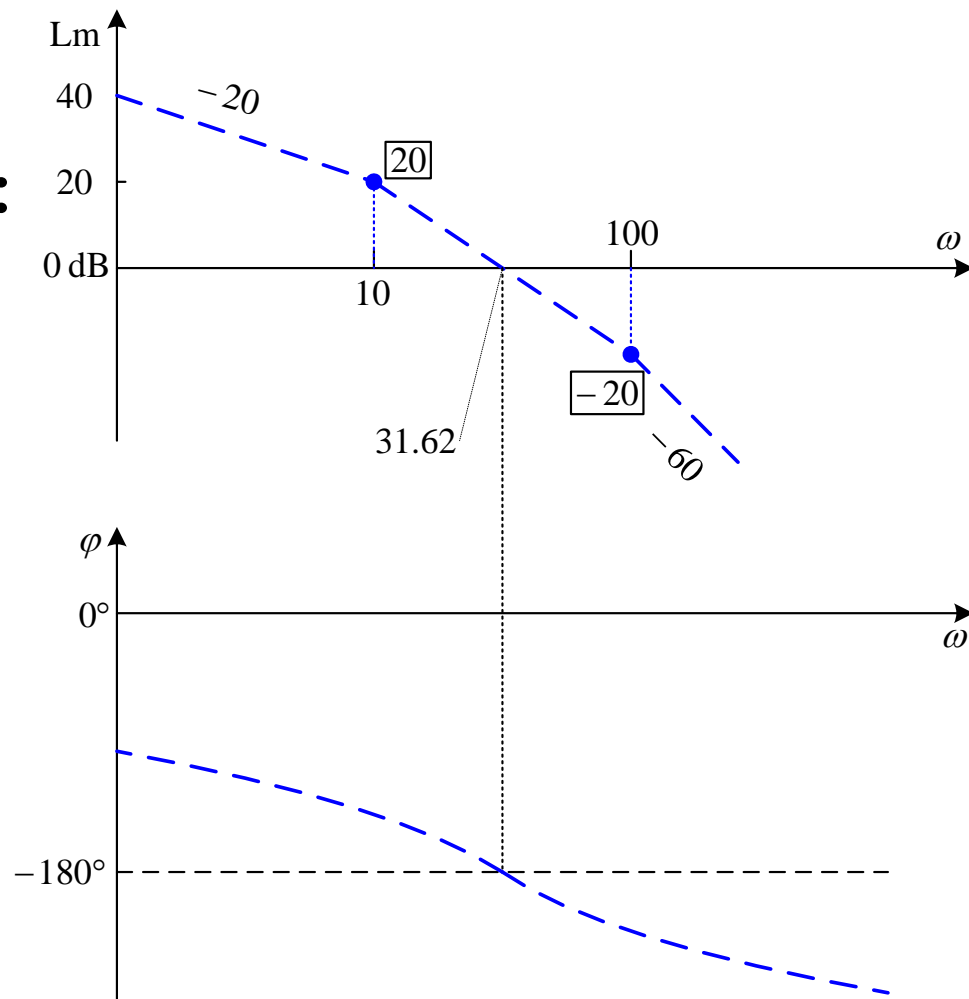
- 确定开环增益

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG_p(s) = K \Rightarrow K \geq 100$$

- 取 $K = 100$ （包含对象和校正装置），此时穿越频率可以计算得：

$$\omega_{gc} = \sqrt{10 \times 100} = 31.62 \text{ rad/s}$$

可以计算得 $\gamma = 0^\circ$, $K_g = 0.8277 \text{ dB}$



带宽和相对稳定性都不够，需要超前校正

基于Bode图设计超前校正装置

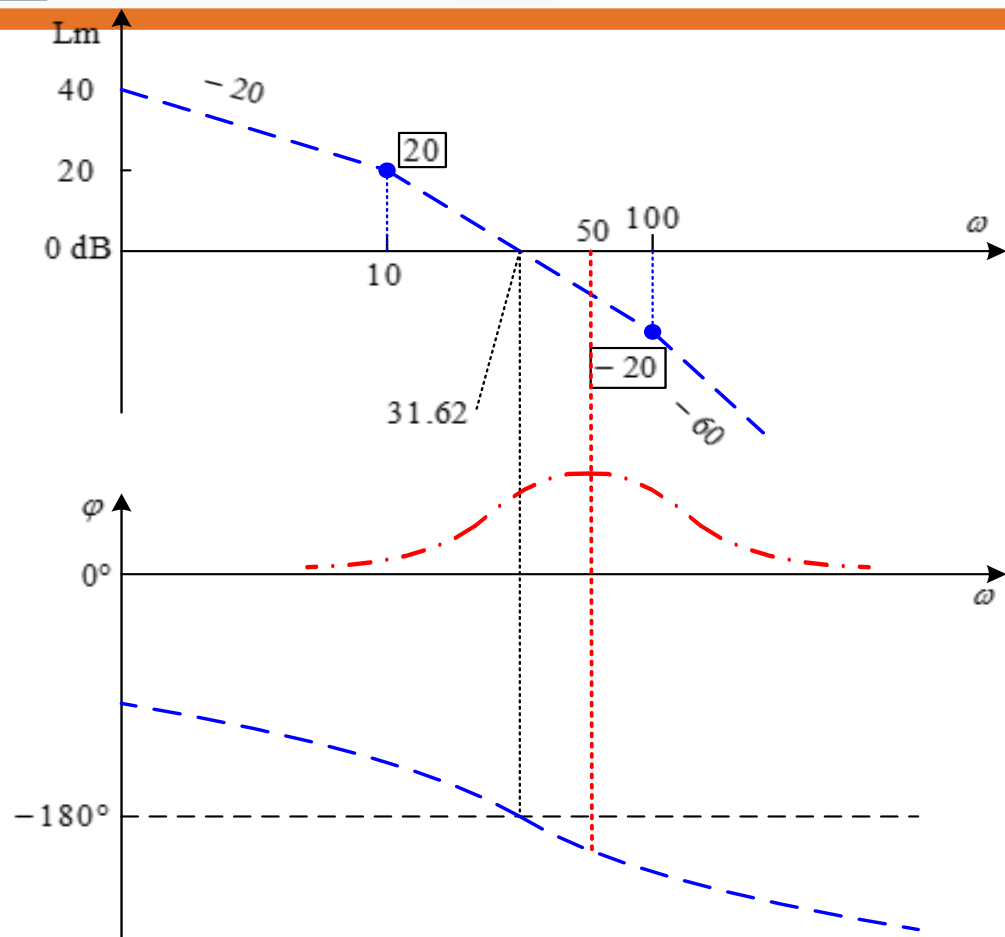
- 计算需要的相角超前量
- 取超前校正装置 $G_c(s) = \frac{1+\alpha Ts}{1+Ts}$
(增益系数 K_c 已经包含在总开环增益 K 里)
- 选取目标穿越频率 $\omega_c = 50 > 45 \text{ rad/s}$,
则校正前在该频率处的相位为:

$$\arg G_p(j50) = -90^\circ - \arctan 5 - \arctan 0.5$$

$$= -90^\circ - 78.69^\circ - 26.57^\circ = -195.26^\circ$$

由于要求的相角裕度为 $\gamma = 30^\circ$, 对应相位 $\arg G_p(j50) = -150^\circ$,

故超前校正装置需提供 $\varphi = 45^\circ$, 故选取 $\varphi_m = \varphi + (5^\circ \sim 10^\circ) = 55^\circ$



基于Bode图设计超前校正装置

- 根据提供相角 φ_m 计算校正装置参数 α

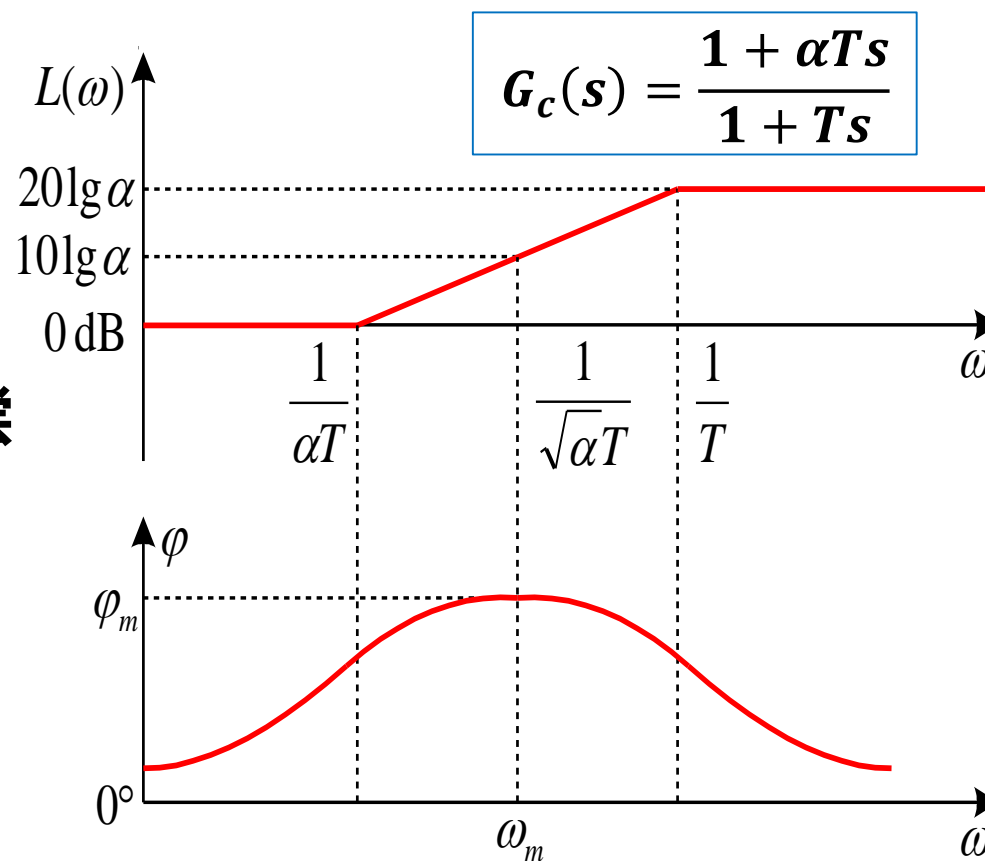
$$\alpha = \frac{1 + \sin 55^\circ}{1 - \sin 55^\circ} = 10$$

- 计算 T ，以保证在 $\omega_c = 50 \text{ rad/s}$ 处补偿

相角最大，即 $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_c} = 0.006325$

- 综上得到超前校正装置传递函数

$$G_c(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = \frac{1 + 0.06325s}{1 + 0.006325s}$$



注意：校正后的系统不一定满足设计要求，需要校验

基于Bode图设计超前校正装置

$$G_p(s)G_c(s) = \frac{100(1 + 0.063s)}{s(1 + 0.1s)(1 + 0.01s)(1 + 0.0063s)}$$

校正后系统的性能指标:

- 根据折线近似计算

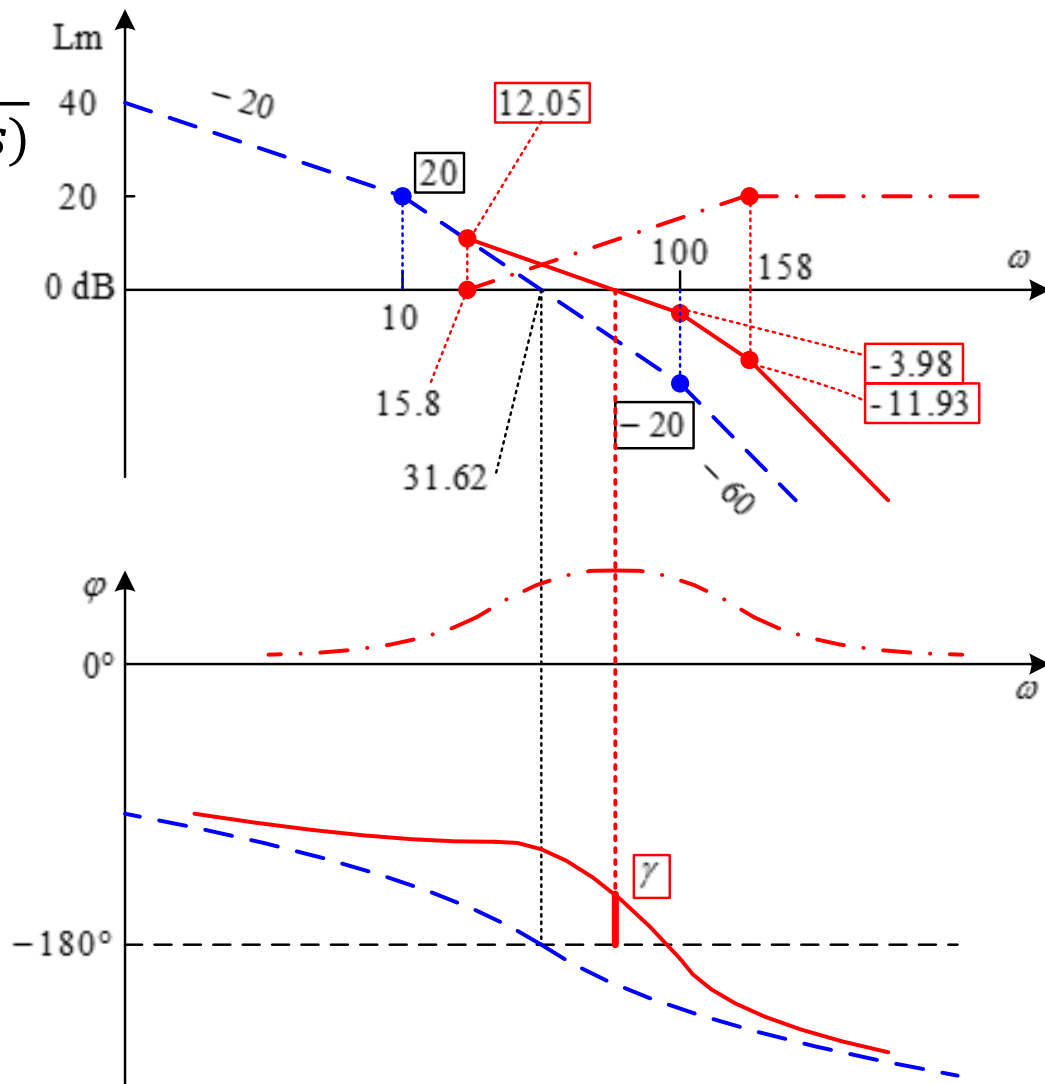
$$\omega_{gc} = 63.3 \text{ rad/s}, \gamma = 30.8^\circ$$

- 根据精确仿真计算

$$\omega_{gc} = 54.0 \text{ rad/s}, \gamma = 37.0^\circ$$

结论: 设计的校正装置满足要求

$$\gamma \geq 30^\circ \quad \omega_c \geq 45 \text{ rad/s} \quad K_V \geq 100 \text{ s}^{-1}$$



基于Bode图设计超前校正装置

校正前后的单位阶跃响应

- 校正前的闭环极点:

$$p_1 = -109.23$$

$$p_{2,3} = -0.39 \pm j30.26$$

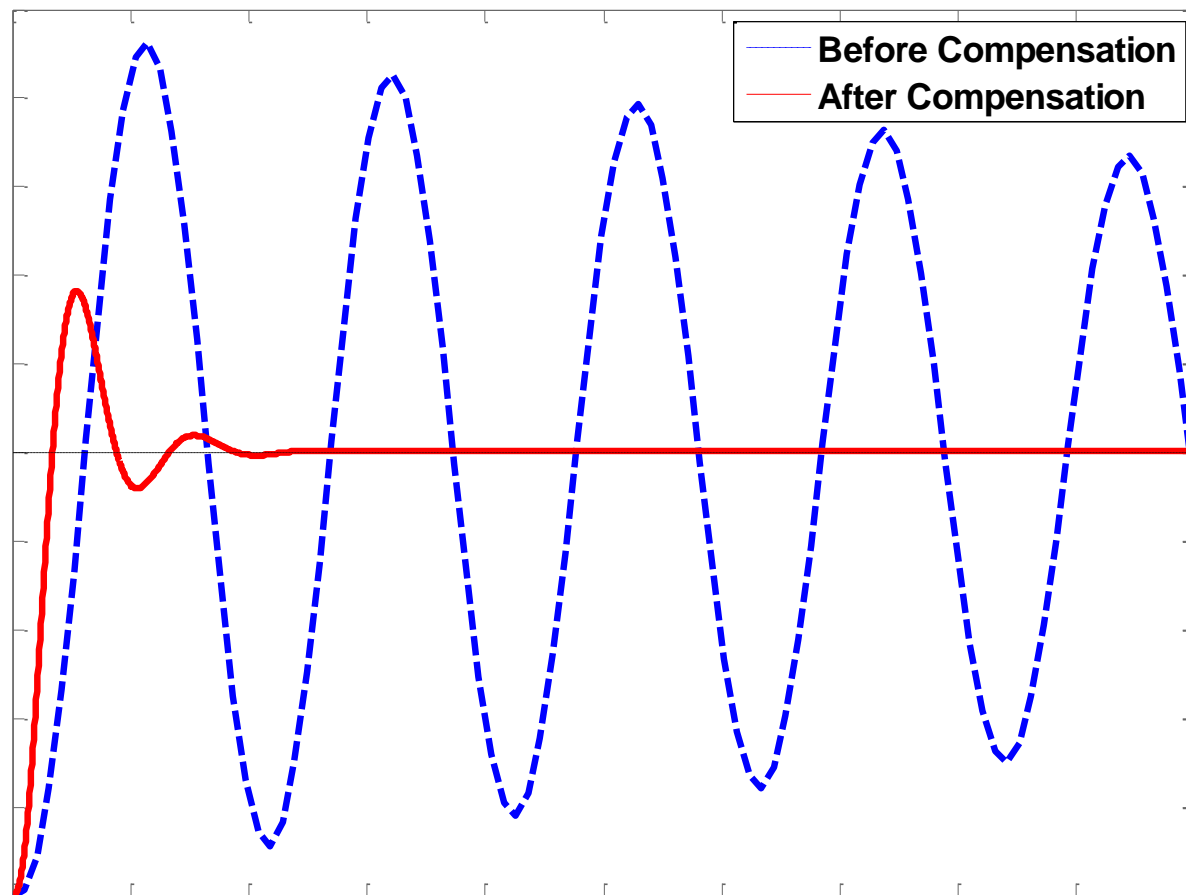
- 校正后的闭环零极点:

$$p_1 = -203.89$$

$$p_{2,3} = -23.47 \pm j62.75$$

$$p_4 = -17.27$$

$$z_1 = -15.81$$



超前校正装置的限制

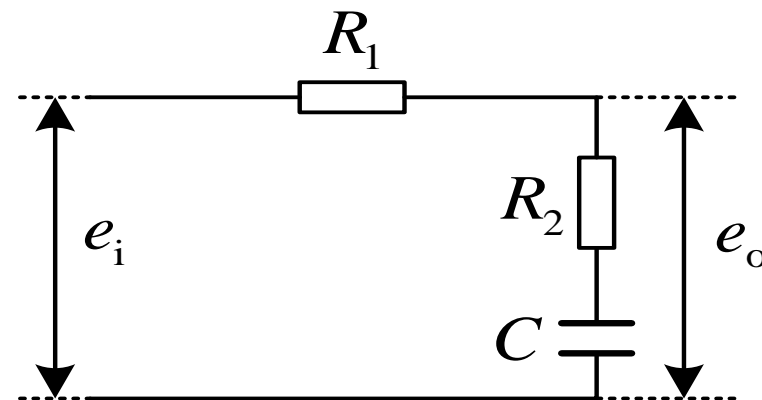
以下情况，超前校正是无效的

- (1) 原先不稳定的系统，需要过大的相角超前量，需要较大的 α ，需要使用多个超前校正
- (2) 穿越频率附近相角减少快的系统，如多个惯性环节的串联，会导致相角超前量过大
- (3) 穿越频率选取过大，会导致高频噪声抑制不足

滞后校正装置的特性

电路网络实现：从 $E_i(s)$ 到 $E_o(s)$ 的传递函数为

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{sC}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2Cs + 1}{(R_1 + R_2)Cs + 1}$$



令 $T = R_2C$, $\beta = \frac{R_1+R_2}{R_2} > 1$, 则传递函数可写为标准形式:

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

滞后校正装置的特性

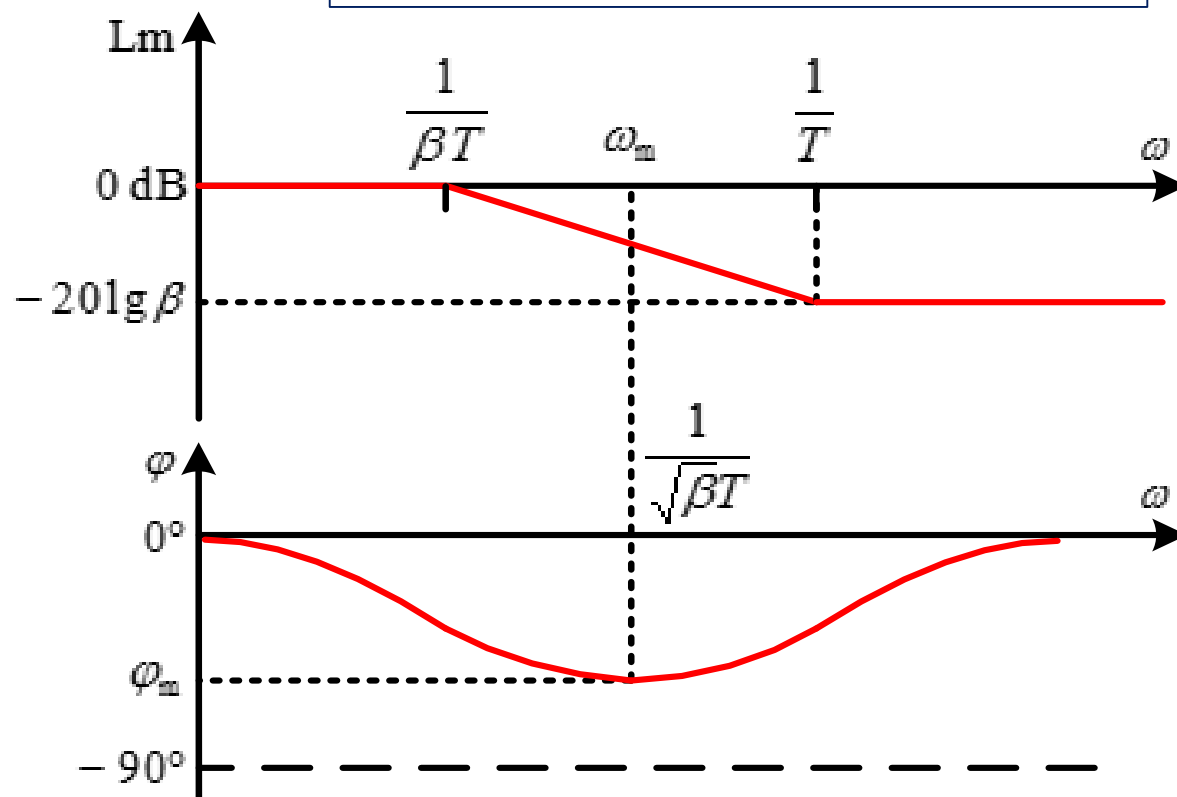
从Bode图上看:

- 从幅值特性看, 具有低通滤波器的特点, **高频部分降幅为 β 倍**
- 一般会影响动态性能, 因此用于低频段以避免对中频段的影响
- 用于提高低频段的增益, 以改善稳态误差
- 最大滞后角对应于角频率

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\beta T}}$$

处在 $\frac{1}{T}$ 和 $\frac{1}{\beta T}$ 的几何中心

$$G(j\omega) = \frac{1 + j\omega T}{1 + j\beta\omega T} \quad (\beta > 1)$$



滞后校正装置的特性

从Nyquist图上看:

能够提供的最大滞后角 φ_m 可如图计算:

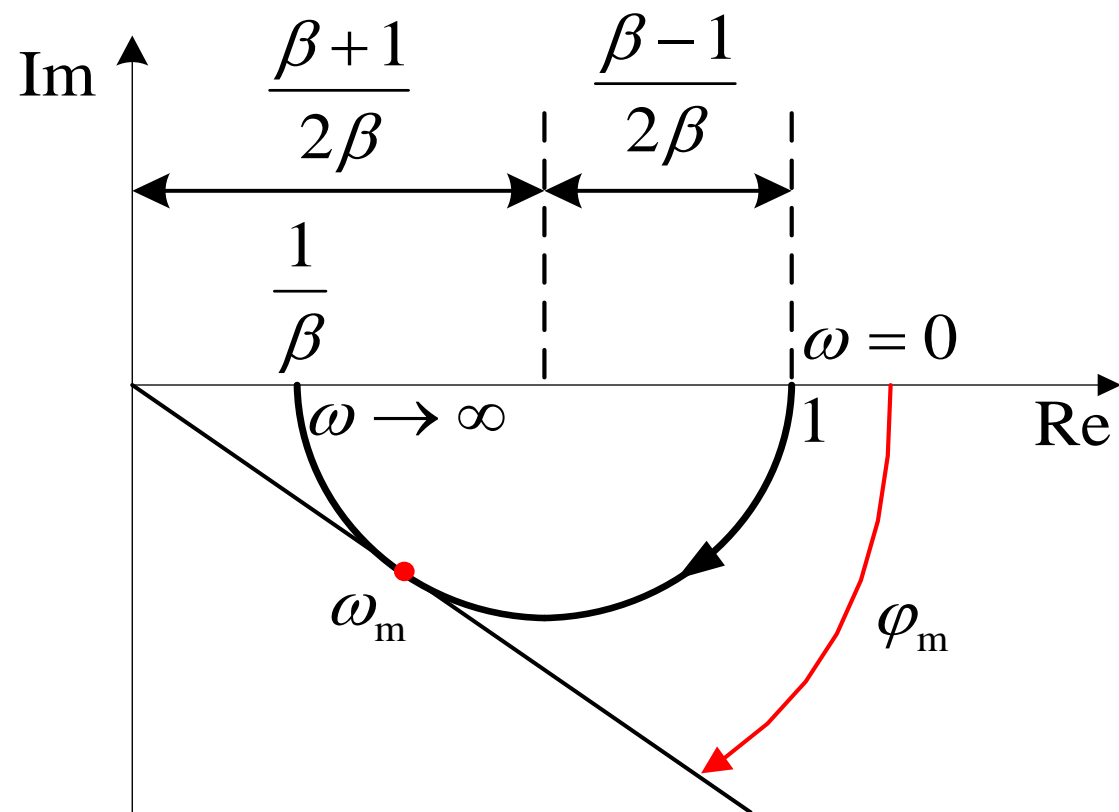
$$\sin \varphi_m = -\frac{\frac{\beta-1}{2\beta}}{\frac{\beta+1}{2\beta}} = -\frac{\beta-1}{\beta+1} < 0$$

因此得到

$$\varphi_m = -\arcsin \frac{\beta-1}{\beta+1} = -\arctan \frac{\beta-1}{2\sqrt{\beta}},$$

或者反之, $\beta = \frac{1-\sin \varphi_m}{1+\sin \varphi_m}$

$$G(j\omega) = \frac{1+j\omega T}{1+j\beta\omega T} \quad (\beta > 1)$$



滞后校正装置的特性

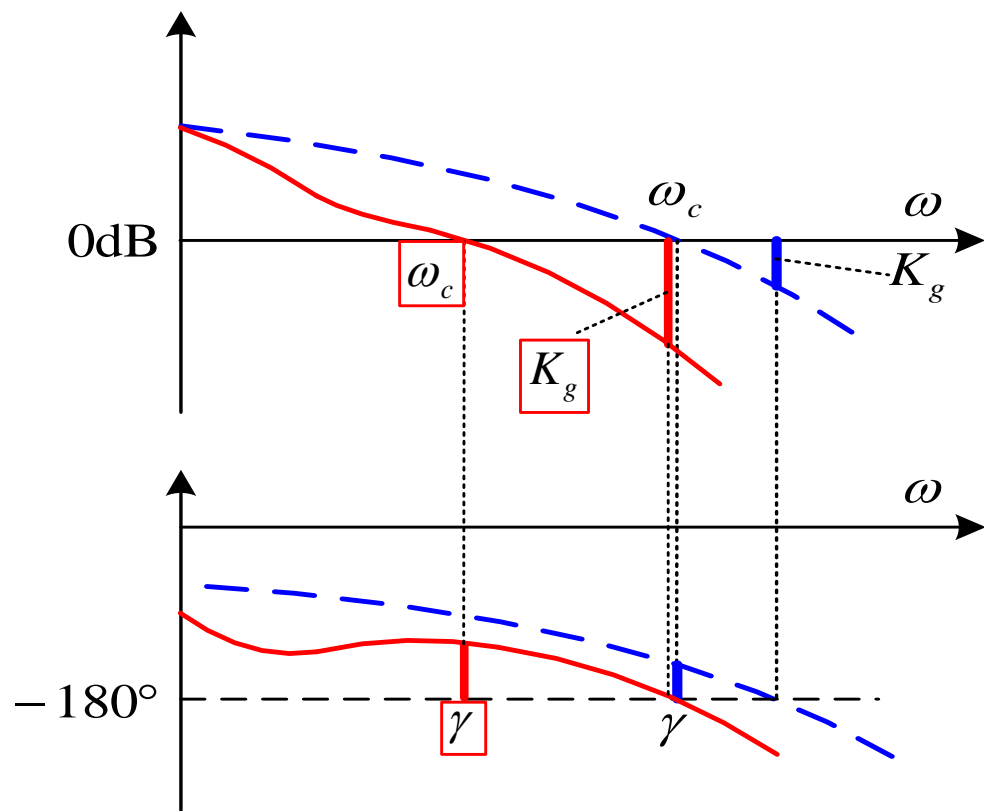
设计中常用的表达形式

$$G_c(s) = \frac{1 + Ts}{1 + \beta Ts} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} \xrightarrow{\text{配合比例环节}} G_c(s) = K_c \cdot \frac{1 + Ts}{1 + \beta Ts} = \frac{K_c}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

- 适于用Bode图设计: $G_c(s) = K_c \cdot \frac{1+Ts}{1+\beta Ts}$, $\beta > 1$

基于Bode图设计滞后校正装置

从Bode图看滞后校正的作用



- 当增益K已经确定时，滞后校正作用如图所示。
- 幅频特性，降低剪切频率
- 相频特性，降低相角。但由于剪切频率降低，仍然可以提高相角裕度
- 当要求相角裕度且**不限制 ω_c 减小**时，可以使用滞后校正。
- **会导致带宽变窄，动态性能变差。**

- 对象增益较高，则 $\omega_c \downarrow$, $\gamma \uparrow$, $K_g \uparrow$

基于Bode 图设计滞后校正装置

基本设计思路

$$G_c(s) = K_c \cdot \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}$$

- (1) 根据稳态误差指标要求确定期望的开环增益
- (2) 绘制该增益下的Bode图，计算增益裕度和相角裕度
- (3) 根据期望的相角裕量选取适当的期望穿越频率 ω_{gc}
- (4) 选 T 使得校正装置在 ω_{gc} 处相角影响可忽略
(当 $T^{-1} < 0.1\omega_{gc}$ 时，校正装置在 ω_{gc} 产生的相角不大于 5°)
- (5) 计算增益补偿所需的 β
- (6) 最后校验设计是否满足要求

基于Bode 图设计滞后校正装置

例： 给定 $G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.5s+1)}$ ，设计串联校正装置满足：

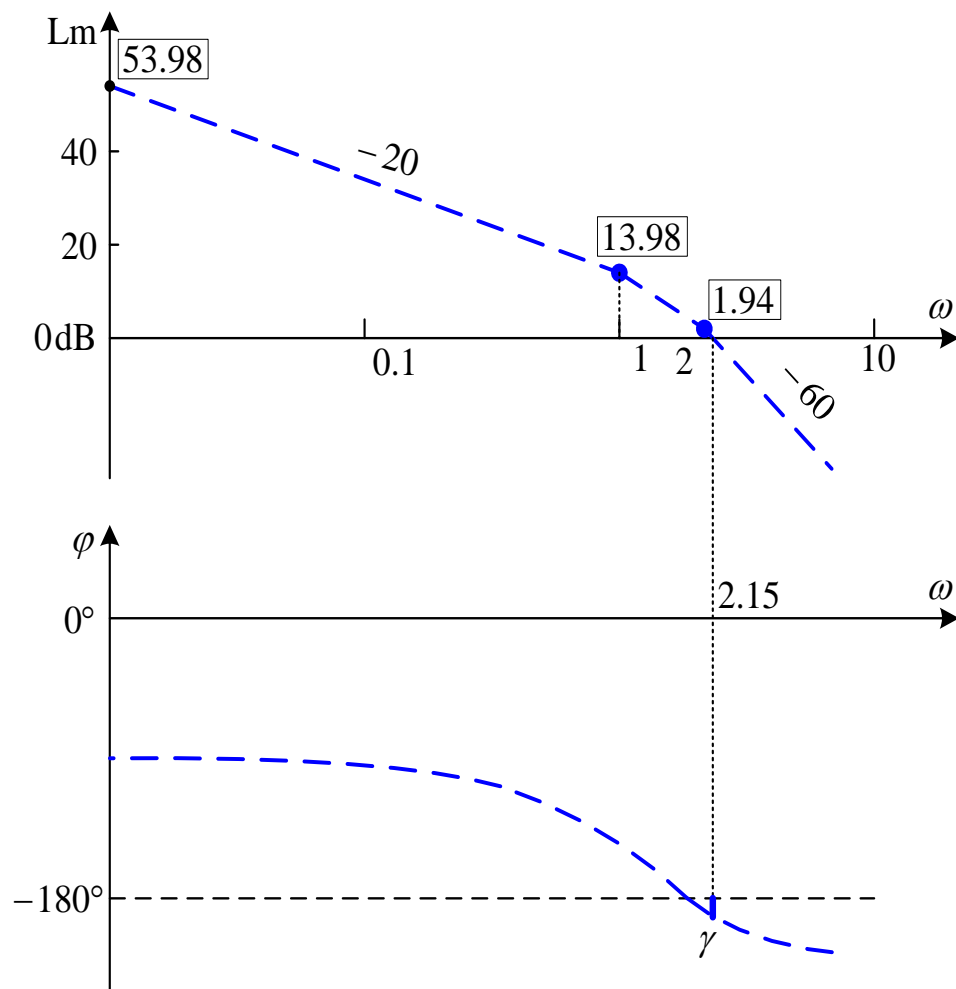
$$K_V \geq 5 \text{ s}^{-1}, \quad \gamma \geq 40^\circ, \quad K_g \geq 10 \text{ dB}.$$

(1) 由 $K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG_p(s) = K \geq 5$ ，
取开环增益 $K = 5$ 。

(2) 画 $K = 5$ 时的Bode图，计算得：

- $\gamma = -22.23^\circ$ ($\omega_{gc} = 2.15 \text{ rad/s}$)
- $K_g = -6 \text{ dB}$ ($\omega_{pc} = 1.5 \text{ rad/s}$)

闭环系统不稳定，采用滞后校正装置



基于Bode 图设计滞后校正装置

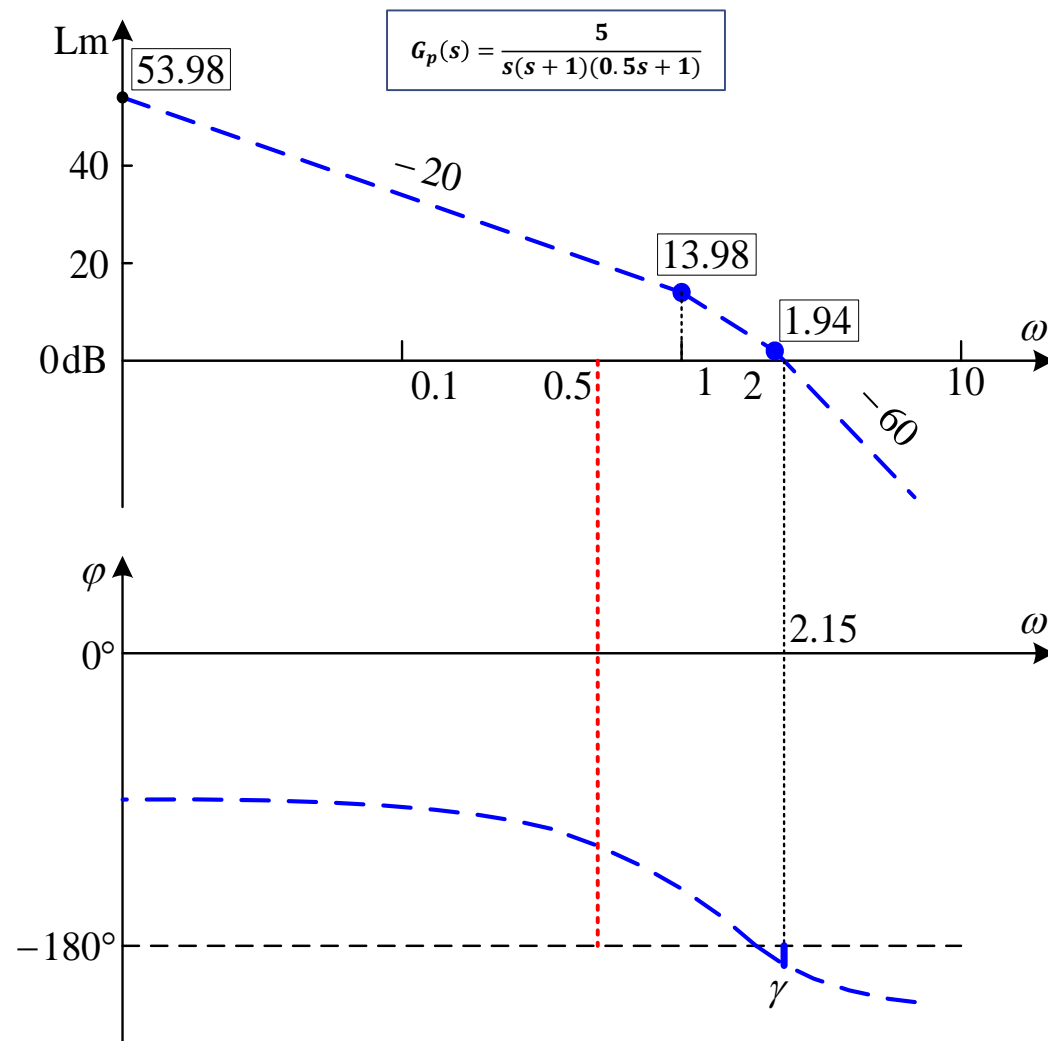
(3) 选取期望的穿越频率 ω_{gc}

在原 ω_{gc} 左侧相角较大区域选取新的 ω_{gc} , 使得 $G_p(s)$ 在该处的相角满足:

$$\begin{aligned}\arg [G_p(j\omega_{gc})] &= -180^\circ + \gamma + 12^\circ \quad (5 \sim 12)^\circ \\ &= -90^\circ - \arctan \omega_{gc} \\ &\quad - \arctan 0.5\omega_{gc} \\ &= -128^\circ\end{aligned}$$

解方程可得新的穿越频率

$$\omega_{gc} = 0.5 \text{ rad/s}$$



基于Bode 图设计滞后校正装置

选取 $G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$, 使得校正后:

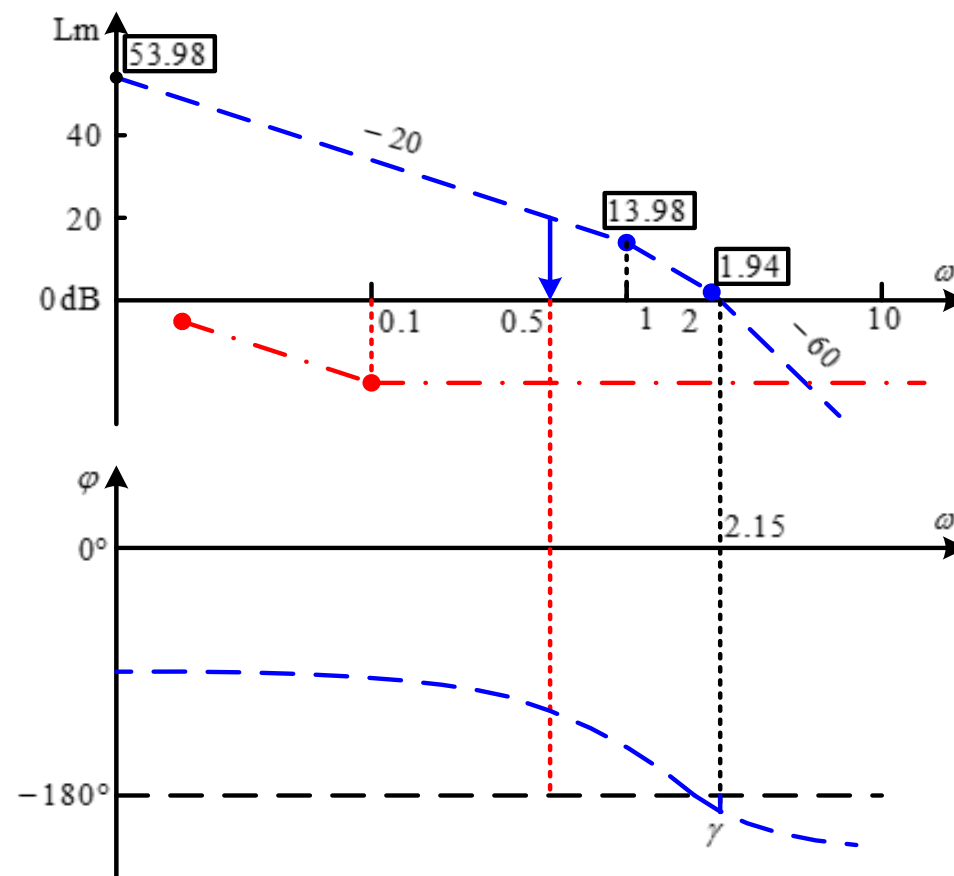
- $G_c(j\omega)G_p(j\omega)$ 在 $\omega_{gc} = 0.5 \text{ rad/s}$ 处穿越0dB 轴
- $\arg [G_c(j\omega_{gc})G_p(j\omega_{gc})] \approx \arg G_c(j\omega_{gc})$

(4) 当 $\omega_{gc}T \gg 1$ 时, $\arg G_c(j\omega_{gc}) \approx 0$

选取 $T = (0.2\omega_{gc})^{-1} = 10$

(5) 计算 β 的取值

$$\begin{aligned} |G_c(j\omega_{gc})G_p(j\omega_{gc})| &\approx \frac{1}{\beta} |G_p(j\omega_{gc})| \approx 1 \\ \Rightarrow \beta &\approx |G_p(j\omega_{gc})| \approx 10 \end{aligned}$$

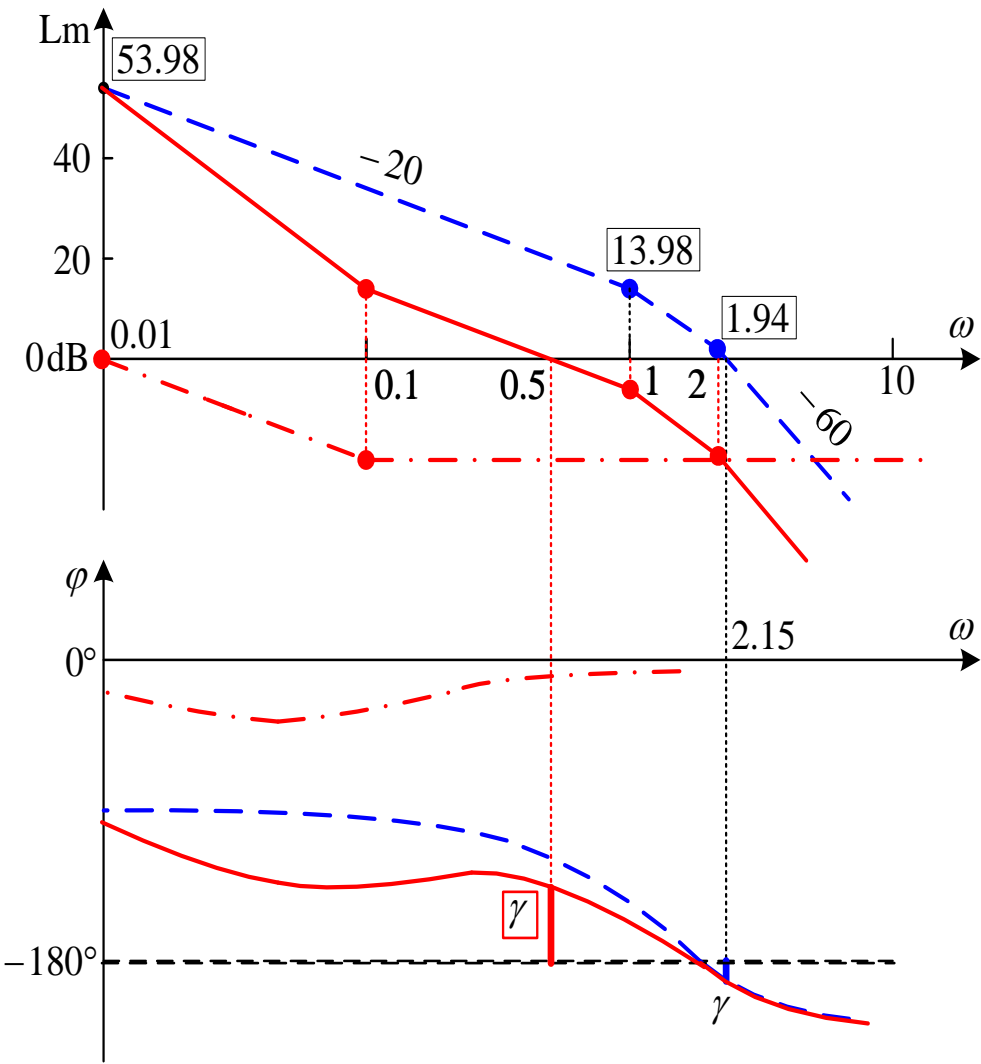


基于Bode 图设计滞后校正装置

(6) 校正后系统性能检验

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{1 + 10s}{1 + 100s} \cdot \frac{5}{s(1 + s)(0.5s + 1)}$$

指标	近似计算	精确计算
ω_{gc}	0.5 rad/s	0.454 rad/s
$\gamma \geq 40^\circ$	39°	41.6°
ω_{pc}	1.32 rad/s	1.32 rad/s
$K_g \geq 10 \text{ dB}$	11 dB	14.3 dB
$K_V \geq 5 \text{ s}^{-1}$	5 s^{-1}	5 s^{-1}



滞后校正装置的限制

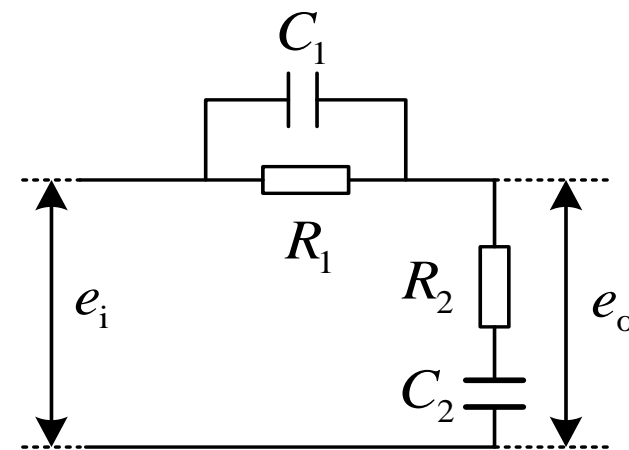
以下情况，滞后校正是无效的

- (1) 过低的穿越频率导致带宽不足，动态效果不好
- (2) 会出现过大的时间常数，即出现靠近原点的零极点，影响系统动态性能

超前-滞后校正装置的特性

电路网络实现：从 $E_i(s)$ 到 $E_o(s)$ 的传递函数为

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1) + R_1 C_2 s}$$



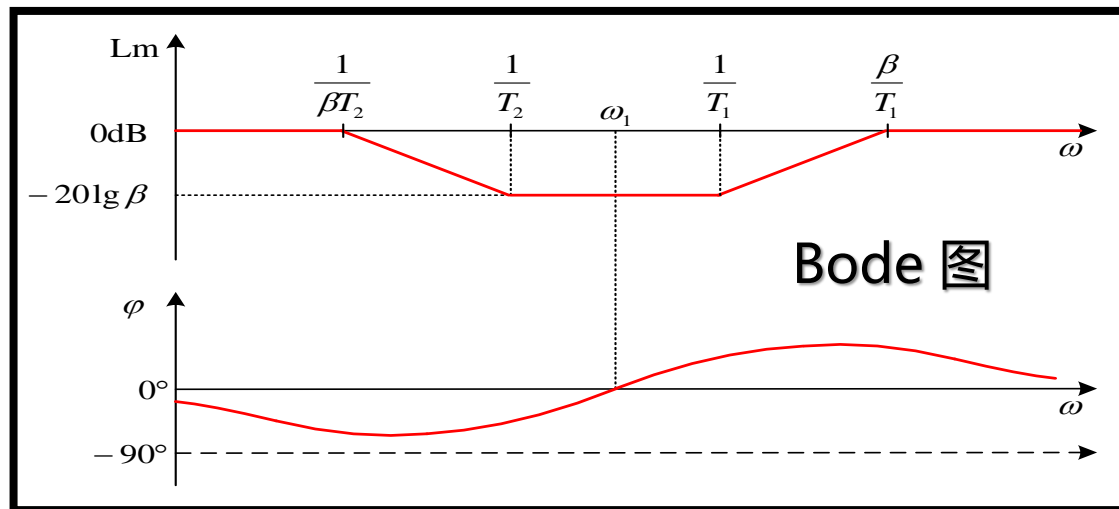
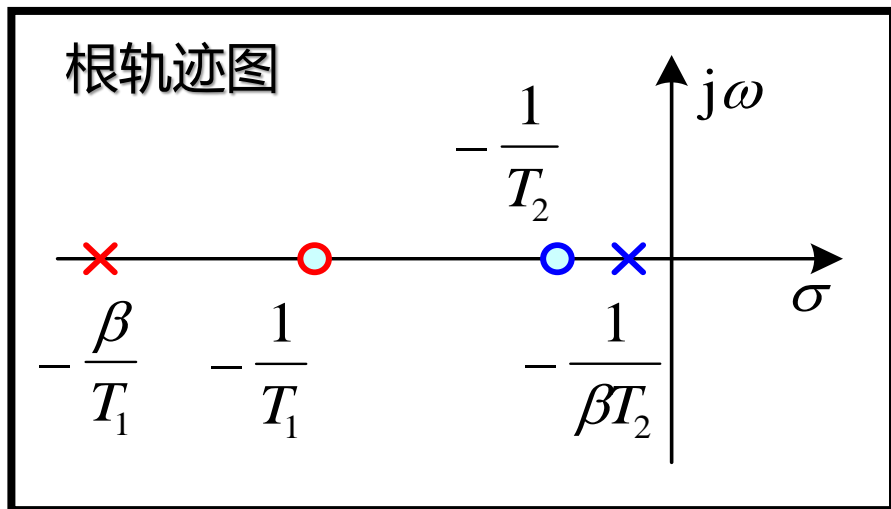
令 $T_1 = R_1 C_1$, $T_2 = R_2 C_2$, $R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 = \frac{T_1}{\beta} + \beta T_2$,

则传递函数可写为标准形式（通常选 $T_1 < T_2$, $\beta > 1$ ）：

$$G_c(s) = \frac{T_1 s + 1}{\frac{T_1}{\beta} s + 1} \cdot \frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1} = \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\beta}{T_1}} \cdot \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}}$$

超前-滞后校正装置的特性

$$G_c(s) = \frac{T_1 s + 1}{\frac{T_1}{\beta} s + 1} \cdot \frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1} = \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\beta}{T_1}} \cdot \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}}$$



- 两对零极点，对应于**超前校正**（左）和**滞后校正**（右）装置的串联
- 在特征频率 $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$ 处，相角为零

超前-滞后校正装置的特性

设计中常用的表达形式

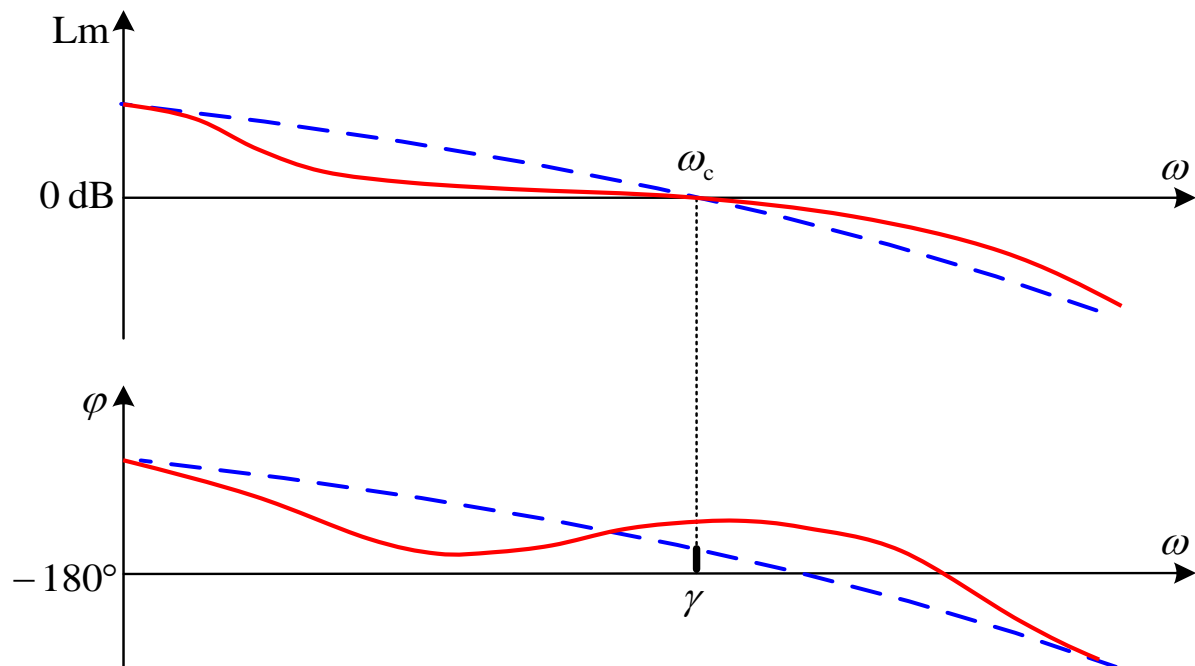
常引入附加增益 K_c 和另一个独立的零极点比例系数 α ，得到更一般的形式：

$$G_c(s) = K_c \cdot \frac{1 + \alpha T_1 s}{1 + T_1 s} \cdot \frac{1 + T_2 s}{1 + \beta T_2 s} = \frac{K_c \alpha}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{\alpha T_1}}{s + \frac{1}{T_1}} \cdot \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}}$$

其中 $\alpha > 1, \beta > 1$. 应用中可以 $\alpha = \beta$, 也可以 $\alpha \neq \beta$.

基于Bode图设计超前-滞后校正

从Bode图看超前-滞后校正的作用



- 当增益K已经确定时，超前-滞后校正作用如图所示。
- 幅频特性，维持剪切频率大致不变
- 相频特性，提供正的补偿相角，增大相角裕度
- 当要求相角裕度且要求 ω_c 尽可能保持不变时，可以使用超前-滞后校正

基于Bode图设计超前-滞后校正

设计思路 分别设计超前和滞后部分

- 根据稳态性能要求确定开环增益 K
- 超前环节：根据待校正系统在要求截止频率 ω_c 处的相角裕度 γ 等要求计算超前环节需提供的相角最大提前量 φ_m ，从而确定参数 α, T_1
- 滞后环节：计算校正后系统在 ω_c 处的增益（通常大于0），从而确定滞后环节参数 β 使得校正后系统在 ω_c 处的增益为0，并通过 $\frac{1}{T_2} \approx (0.1 \sim 0.2)\omega_c$ 确定 T_2

基于Bode图设计超前-滞后校正

例：给定 $G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.01s)}$ ，设计串联校正装置满足：

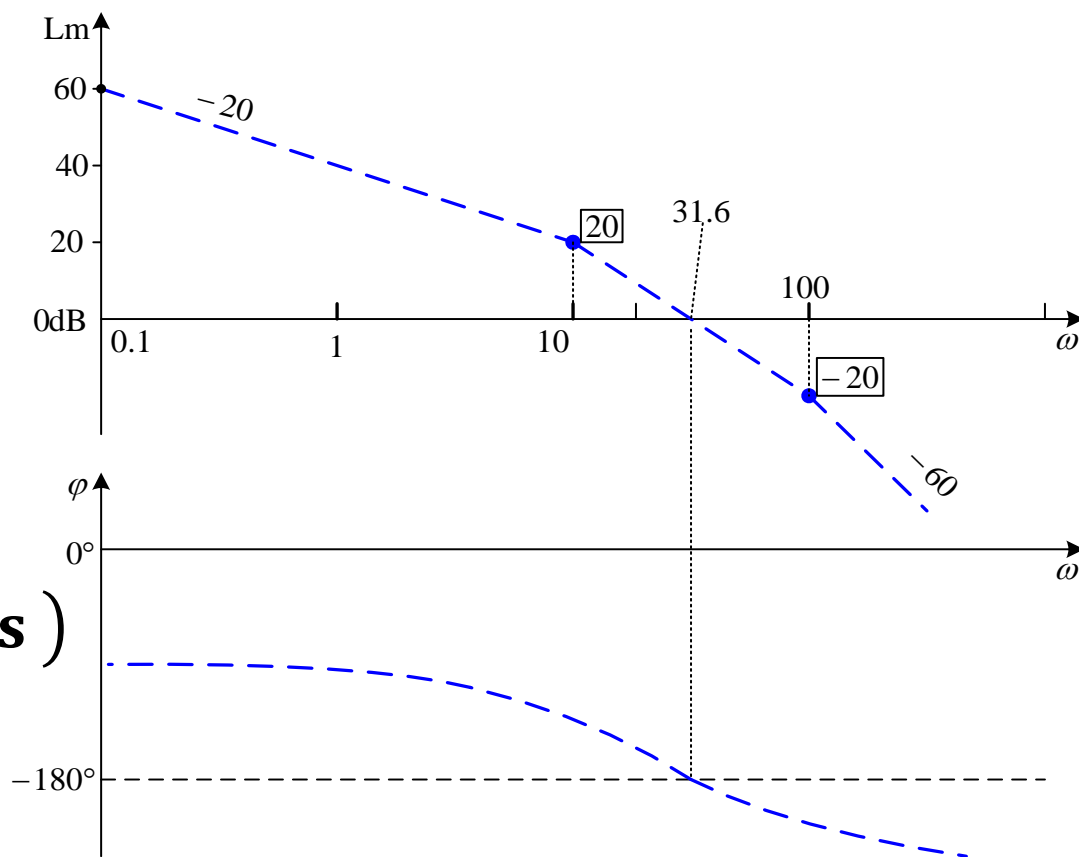
$$K_V \geq 100 \text{ s}^{-1}, \quad \gamma \geq 40^\circ, \quad \omega_c \geq 20 \text{ rad/s}.$$

(1) 由 $K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG_p(s) = K \geq 100$ ，
取开环增益 $K = 100$ 。

(2) 画 $K = 100$ 时的Bode图，计算得：

- $\gamma' = 0^\circ$ ($\omega'_{gc} = 31.6 \text{ rad/s}$)
- $K'_g = 0.83 \text{ dB}$ ($\omega'_{pc} = 31.65 \text{ rad/s}$)

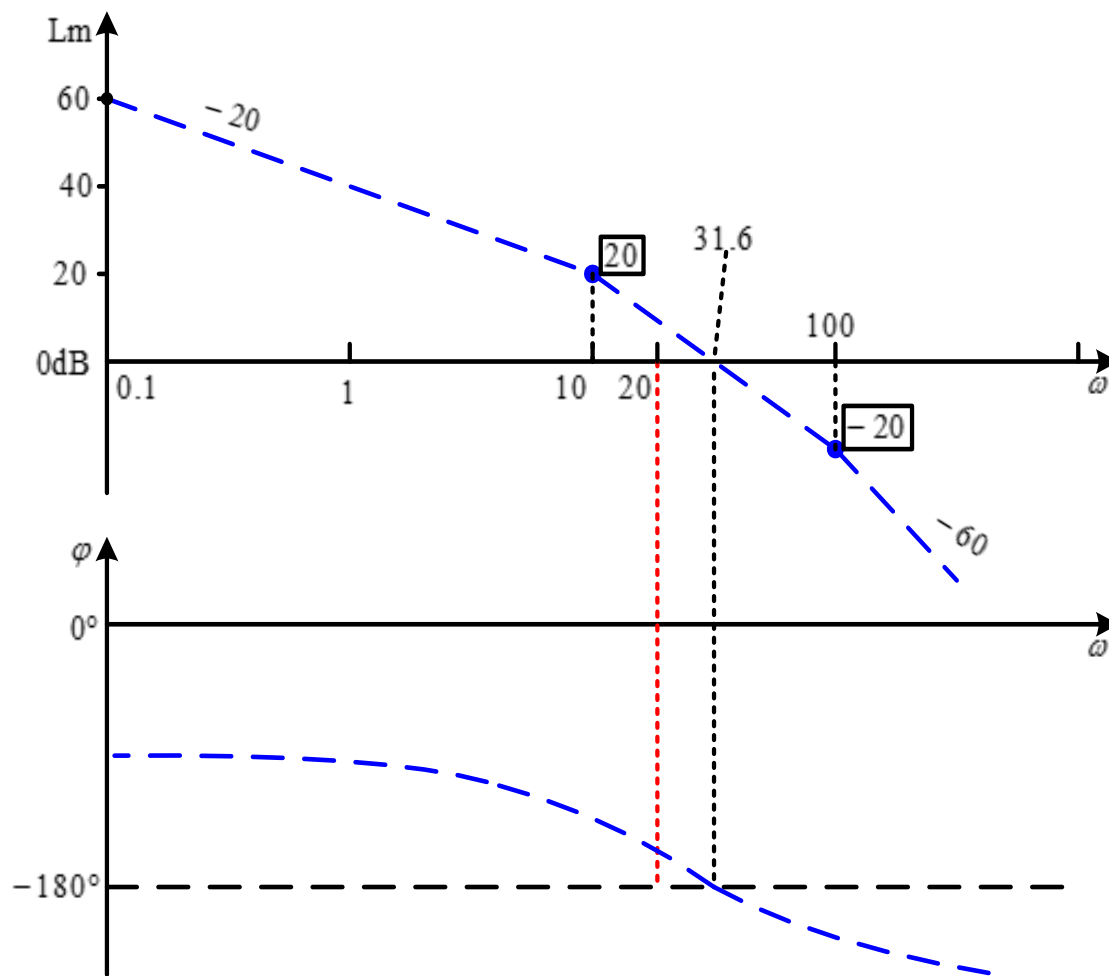
闭环系统处于临界稳定



基于Bode图设计超前-滞后校正

分析：为何不单独用超前/滞后校正？

- 若单独使用超前校正，会导致 ω_c 进一步增大，无法满足 ω_c 在 20rad/s 附近的目标
- ω_c 过大对系统的响应速度提出了更高要求，可能带来实现上的困难，或导致系统带宽过大以至于输出噪声电平过高
- 若单独使用滞后校正，会极大减小系统的 ω_c ，导致系统反应迟缓



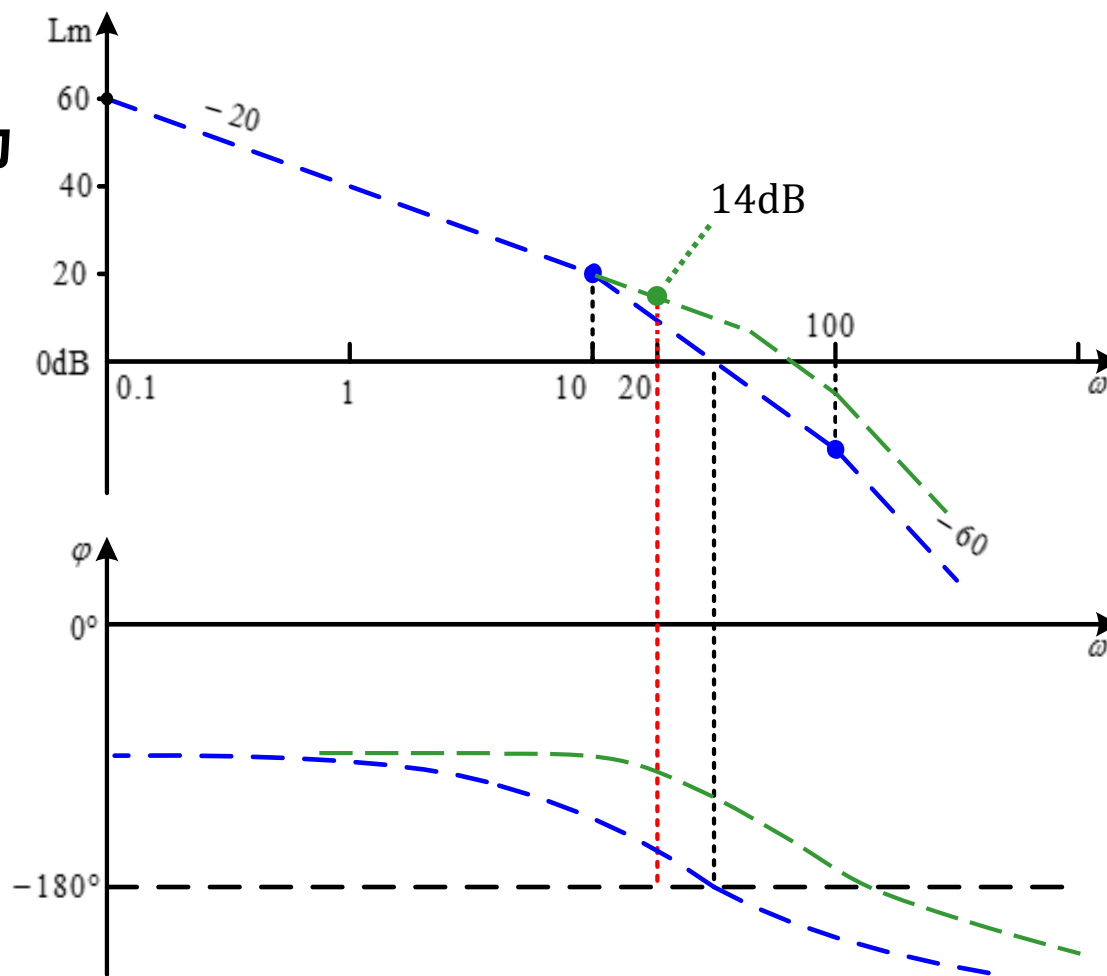
基于Bode图设计超前-滞后校正

(3) 设计超前校正

- 在目标 $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$ 处, 需要相角超前量为 $40^\circ - [90^\circ - (\arctan 2 + \arctan 0.2)] = 25^\circ$, 取 $\varphi_m = 40^\circ$,
- 计算校正装置参数 $\alpha = \frac{1 + \sin 40^\circ}{1 - \sin 40^\circ} = 4.6$
- 计算校正装置参数 $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_c} = 0.023$
- 综上选取超前校正装置的传函

$$G_{c1}(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = \frac{1 + 0.107s}{1 + 0.023s} \Rightarrow \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.023s}$$

微调零点可用来对消对象的一个极点



基于Bode图设计超前-滞后校正

(3) 设计滞后校正

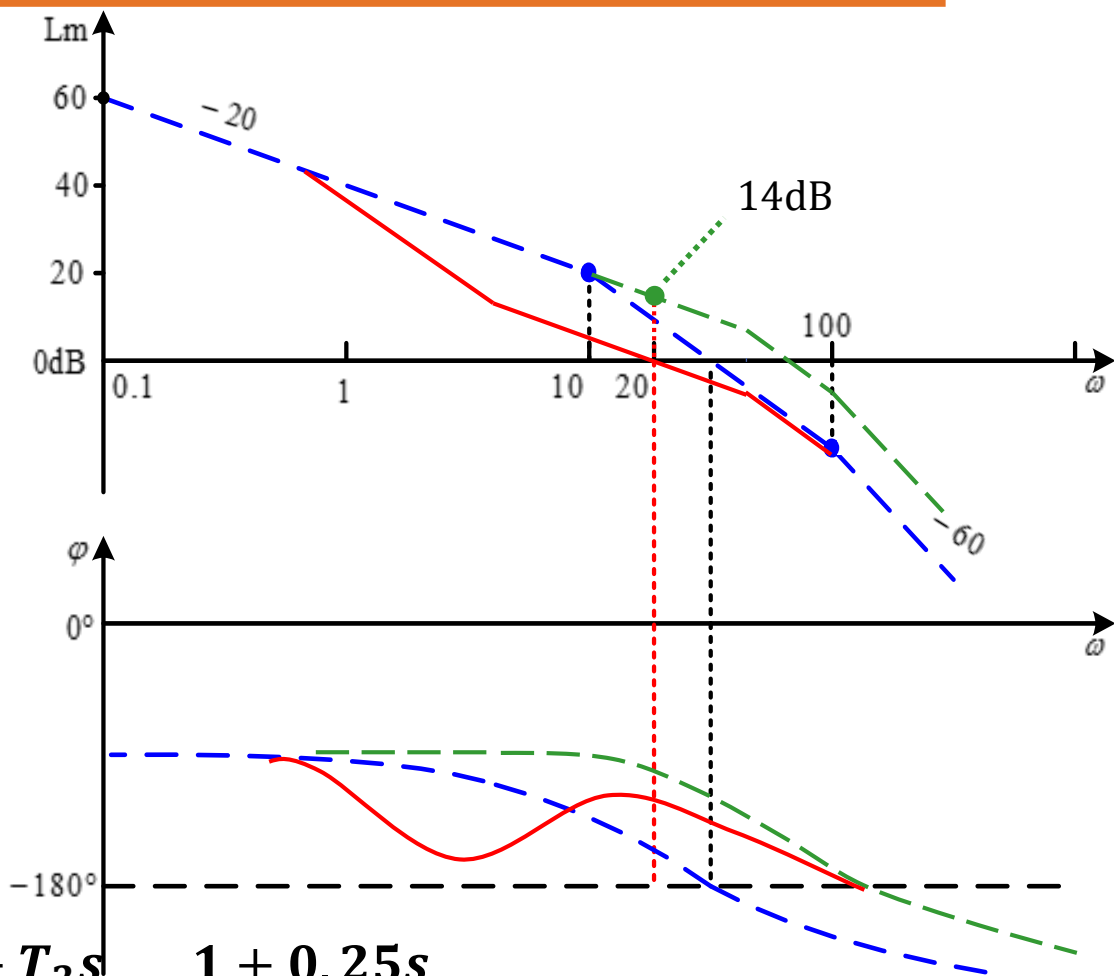
- 绘制超前校正后 $G_p(s)G_{c1}(s)$ 的Bode图
- 在 $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$ 处, 需要将增益降低至 0: $20\lg|G_p(j20)G_{c1}(j20)| \approx 14 \text{ dB}$

- $\omega_c T_2 \gg 1$ 时, $|G_{c2}(j20)| \approx \frac{1}{\beta}$, 故

$$20\lg \frac{1}{\beta} = -14 \text{ dB} \Rightarrow \beta \approx 5 (\neq \alpha)$$

- 取 $T_2 = 5\omega_c^{-1} = 0.25$, $\beta T_2 = 1.25$

- 综上选取滞后校正装置的传函 $G_{c2}(s) = \frac{1 + T_2 s}{1 + \beta T_2 s} = \frac{1 + 0.25s}{1 + 1.25s}$



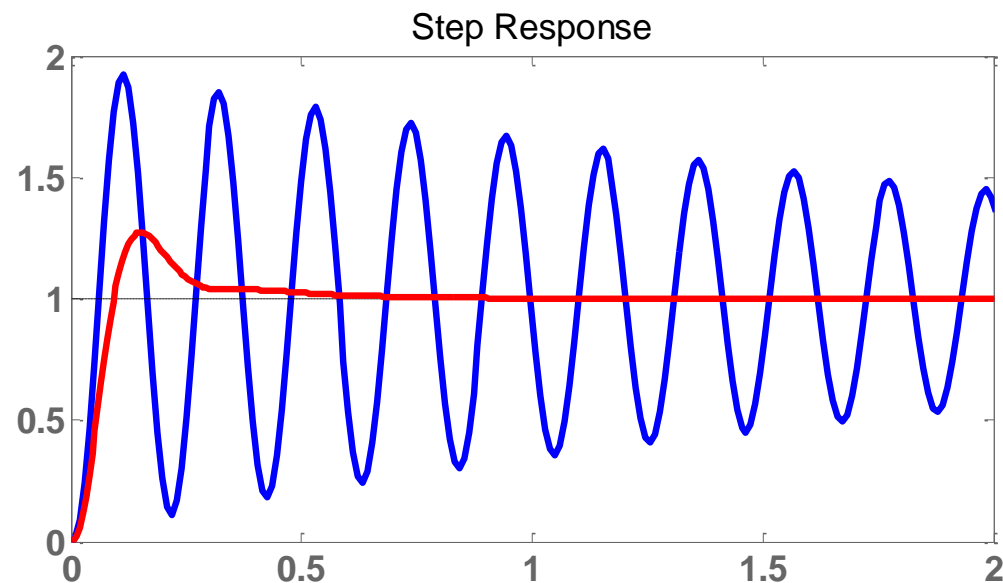
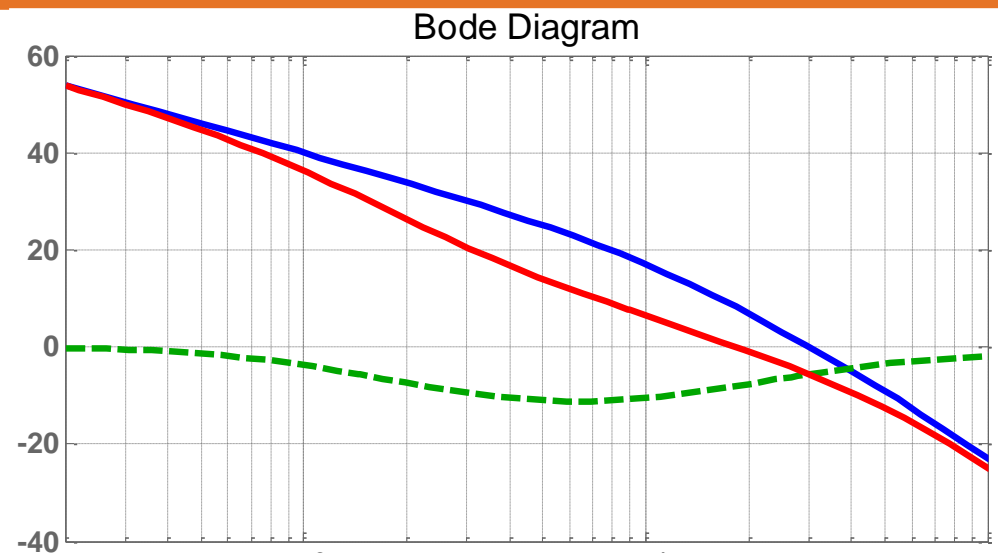
基于Bode图设计超前-滞后校正

(4) 检验校正后的系统满足要求

$$G_c(s) = \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.023s} \cdot \frac{1 + 0.25s}{1 + 1.25s}$$

$$G_p(s) = \frac{100}{s(1 + 0.1s)(1 + 0.01s)}$$

	ω_{gc}	γ	K_V
目标	20rad/s	40°	100 s ⁻¹
近似计算	20rad/s	45°	100 s ⁻¹
精确计算	18.50 rad/s	46.75°	100 s ⁻¹



基于Bode图设计超前-滞后校正

例：给定 $G_p(s) = \frac{K(100s+1)}{(10s+1)(s+1)^2}$ ，设计超前-滞后校正装置满足：

单位阶跃输入静差不超过0.01， $\gamma \geq 45^\circ$ ，动态调节过程不超过 0.6s ($\Delta = 5\%$)

(1) $K = 100$

由动态调节时间 t_s 和 ω_c 之间的经验公式

$$t_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c} (\Delta = 5\%) \text{ 可得: } M_r = \frac{1}{|\sin \gamma|} \approx 1.56,$$

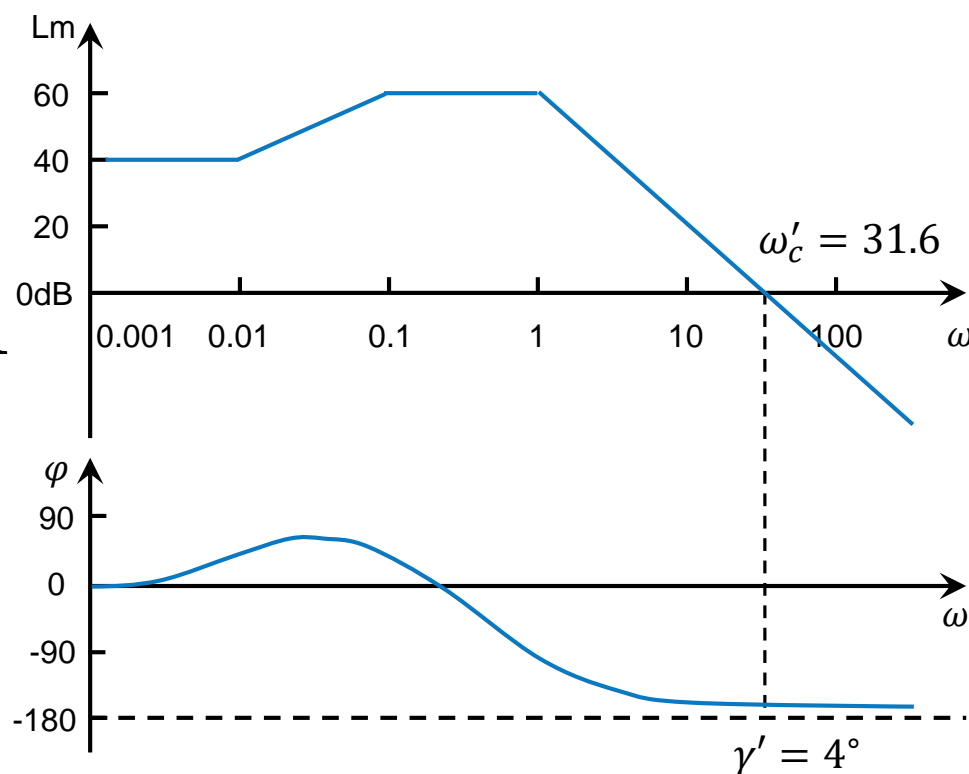
$$K_0 = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 \approx 3.61$$

$$\text{从而可得: } \omega_c \geq \frac{K_0 \pi}{t_s} \approx 20 \text{ rad/s}$$

(2) 画 $K = 100$ 时的 Bode 图，可得：

$$\omega'_c = 31.6 \text{ rad/s}, \gamma' = 4^\circ$$

系统的截止频率不满足要求



基于Bode图设计超前-滞后校正

(3) 设计超前校正

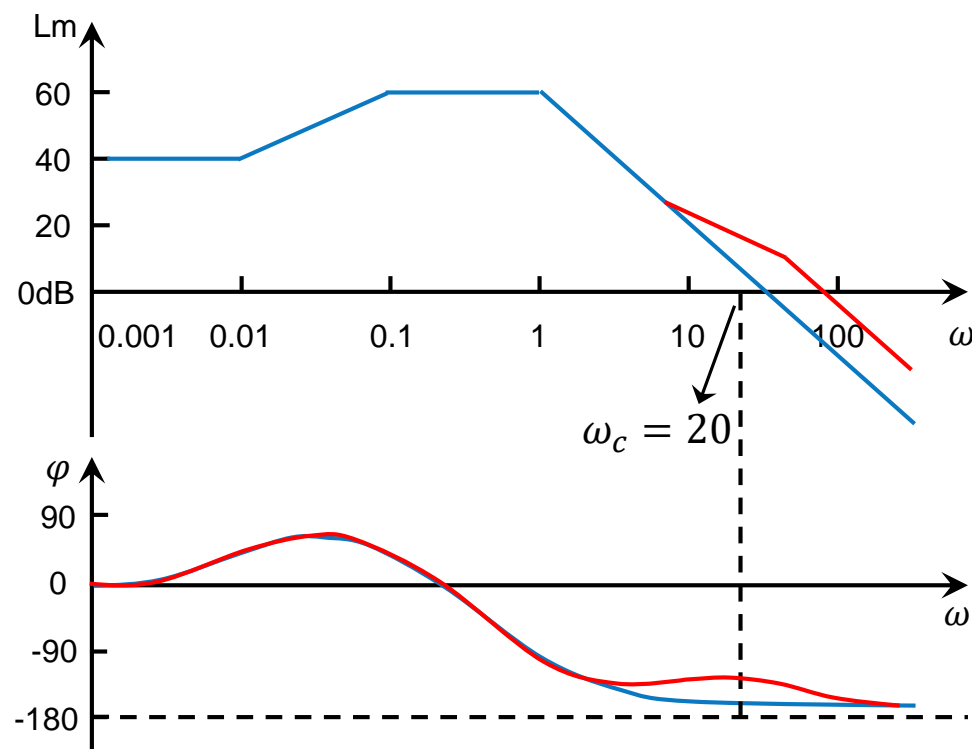
- 在目标 $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$ 处, 需要相角超前量为 $45^\circ - [180^\circ + (\arctan 2000 - \arctan 200) -$

- 计算校正装置参数 $\alpha = \frac{1+\sin 50^\circ}{1-\sin 50^\circ} = 7.55$

- 计算校正装置参数 $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_c} = 0.018$

- 综上选取超前校正装置的传函:

$$G_{c1}(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} = \frac{1 + 0.136s}{1 + 0.018s}$$



基于Bode图设计超前-滞后校正

(3) 设计滞后校正

- 超前校正后系统 $G_p(s)G_{c1}(s)$ 在 $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$ 处的增益为

$$20\lg|G_p(j20)G_{c1}(j20)| \approx 16.7\text{dB}$$

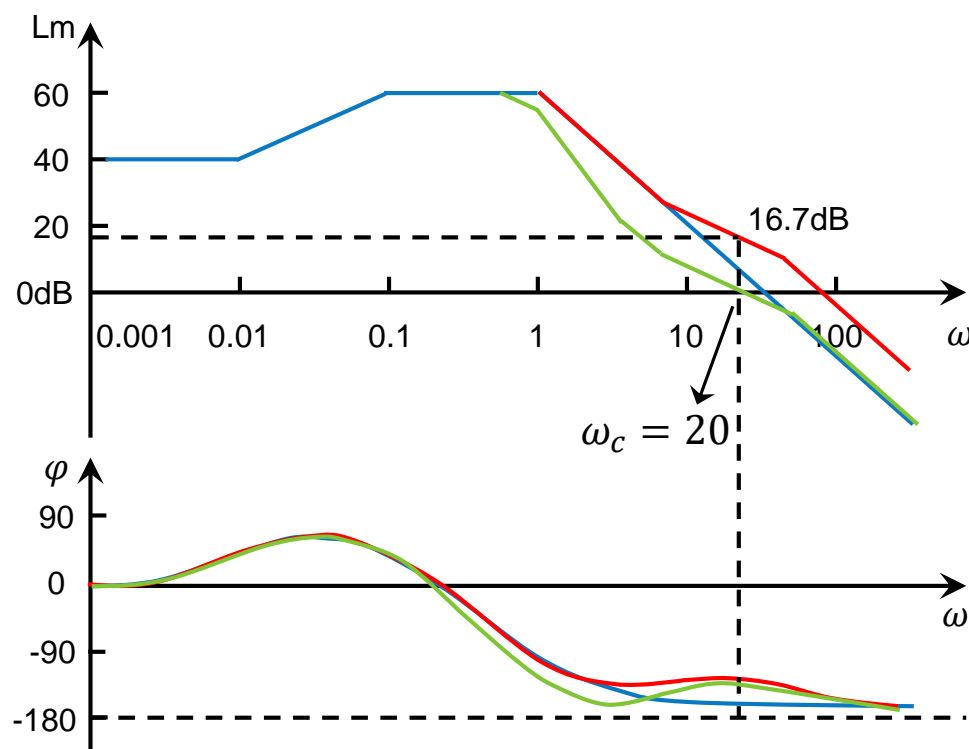
- 在 $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$ 处, 需要将增益降低至 0:

- $\omega_c T_2 \gg 1$ 时, $|G_{c2}(j20)| \approx \frac{1}{\beta}$, 故
$$20\lg\frac{1}{\beta} = -16.7 \text{ dB} \Rightarrow \beta \approx 6.84 (\neq \alpha)$$

- 取 $T_2 = 5\omega_c^{-1} = 0.25$, $\beta T_2 = 1.71$

- 综上选取滞后校正装置的传函

$$G_{c2}(s) = \frac{1 + T_2 s}{1 + \beta T_2 s} = \frac{1 + 0.25s}{1 + 1.71s}$$



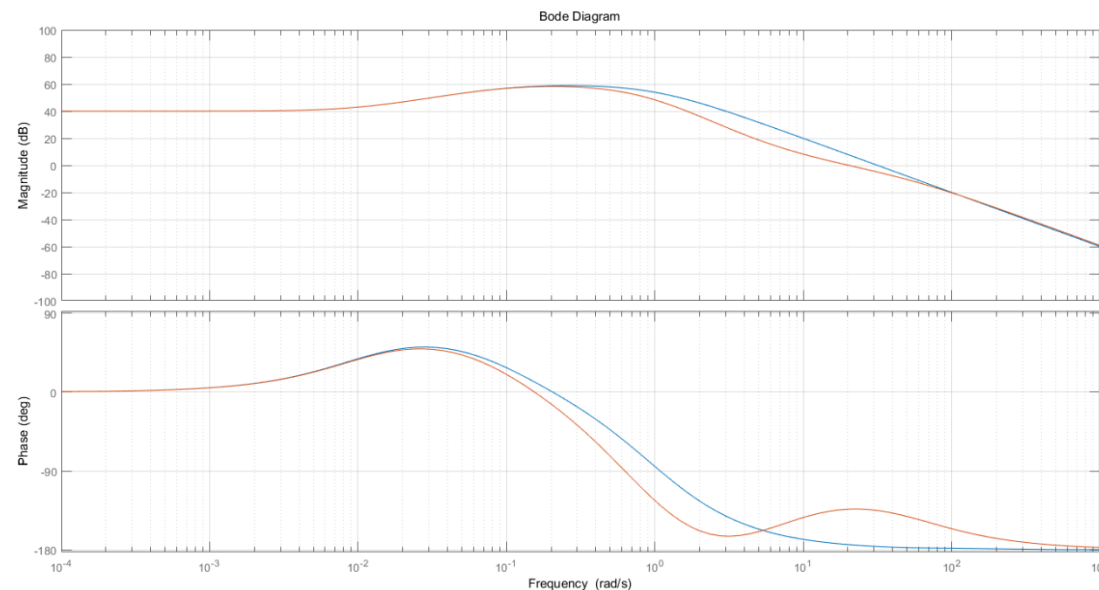
基于Bode图设计超前-滞后校正

(4) 检验校正后的系统满足要求

$$G_c(s) = \frac{1 + 0.136s}{1 + 0.018s} \cdot \frac{1 + 0.25s}{1 + 1.71s}$$

$$G_p(s) = \frac{10 (100s + 1)}{(10s + 1)(s + 1)^2}$$

	ω_c	γ	K
目标	20 rad/s	45°	30
近似计算	20 rad/s	45°	30
精确计算	20 rad/s	46°	30



本章结束