第十五周习题

Problem 1

给定被控对象传递函数

$$G_p(s)=\frac{5.2}{0.1s^2+0.32s+1}$$

试画出上述系统的对数频率特性图。

Solution 1

有

$$G_p(s)=\frac{5.2}{0.1s^2+0.32s+1}$$

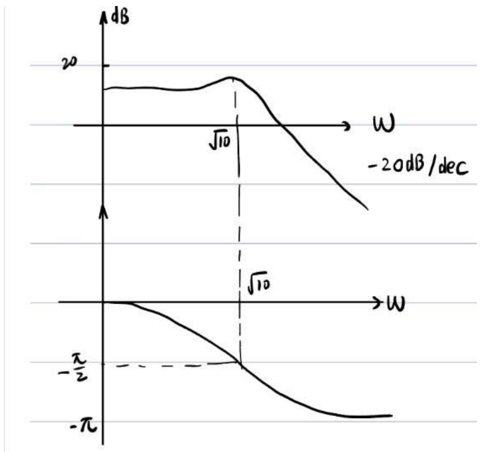
则有频率特性：

$$G_p(j\omega)=\frac{5.2}{-0.1\omega^2+0.32j\omega+1}.$$

从而：

$$|G_p(j\omega)|=\frac{5.2}{\sqrt{(1-0.1\omega^2)^2+(0.32\omega)^2}},\arg G(j\omega)=-\arctan\frac{0.32\omega}{1-0.1\omega^2}.$$

可画出对数频率特性图如图所示：（横轴的坐标是$\lg\omega$才对，但忘记标了（下同），在$\omega=\sqrt{10}$时发生转折。）



□

Problem 2

给定被控对象传递函数

$$G_p(s) = \frac{2.8(\tau s + 1)}{s(0.15s + 1)}$$

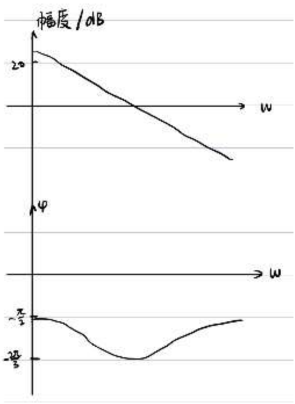
若(a) $\tau = 0.05$, (b) $\tau = 0.5$, 分别画出该系统的对数幅频和对数相频特性图。

Solution 2

(a) 当$\tau = 0.05$时，有

$$G_p(s) = \frac{0.14s + 2.8}{s(0.15s + 1)}.$$

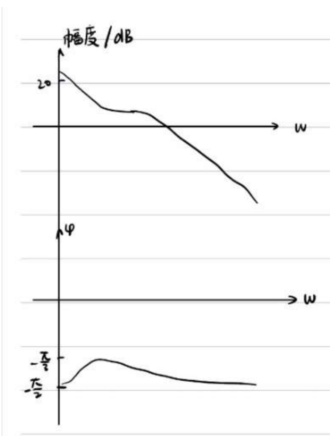
类似 **Problem 1** 可画出对数幅频与相频特性图如下：（转折频率 6.7、20，斜率 $-20 \to -40 \to -20$.）



(b) 类似地，当$\tau = 0.5$时，有

$$G_p(s) = \frac{1.4s + 2.8}{s(0.15s + 1)}.$$

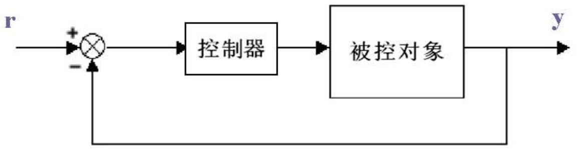
据此画出图像如下：（转折频率 2、6.7，斜率 $-20 \to 0 \to -20$.）



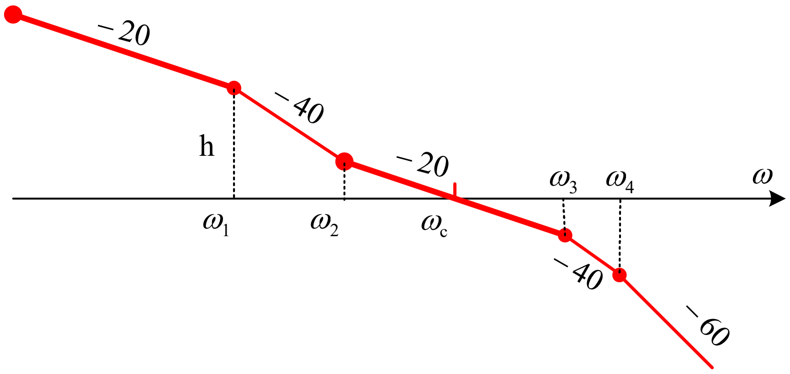
$\square$

Problem 3

串联校正闭环系统如图



其中被控对象的传递函数为$G_p(s)$，控制器取为常数$G_c(s)=1$。已知$G_p(s)$是最小相位系统，其对应的开环折线对数幅频特性如图所示：



其中 h =52dB，$\omega_1=0.002$，$\omega_2=0.02$，$\omega_3=0.2$，$\omega_4=1$。

(a) 试确定被控对象的传递函数$G_p(s)$；

(b) 画出被控对象的对数相频特性曲线；

(c) 求出被控对象的开环比例系数 K 和截至角频率ω_c；

(d) 求出闭环传递函数和闭环系统的微分方程。

Solution 3

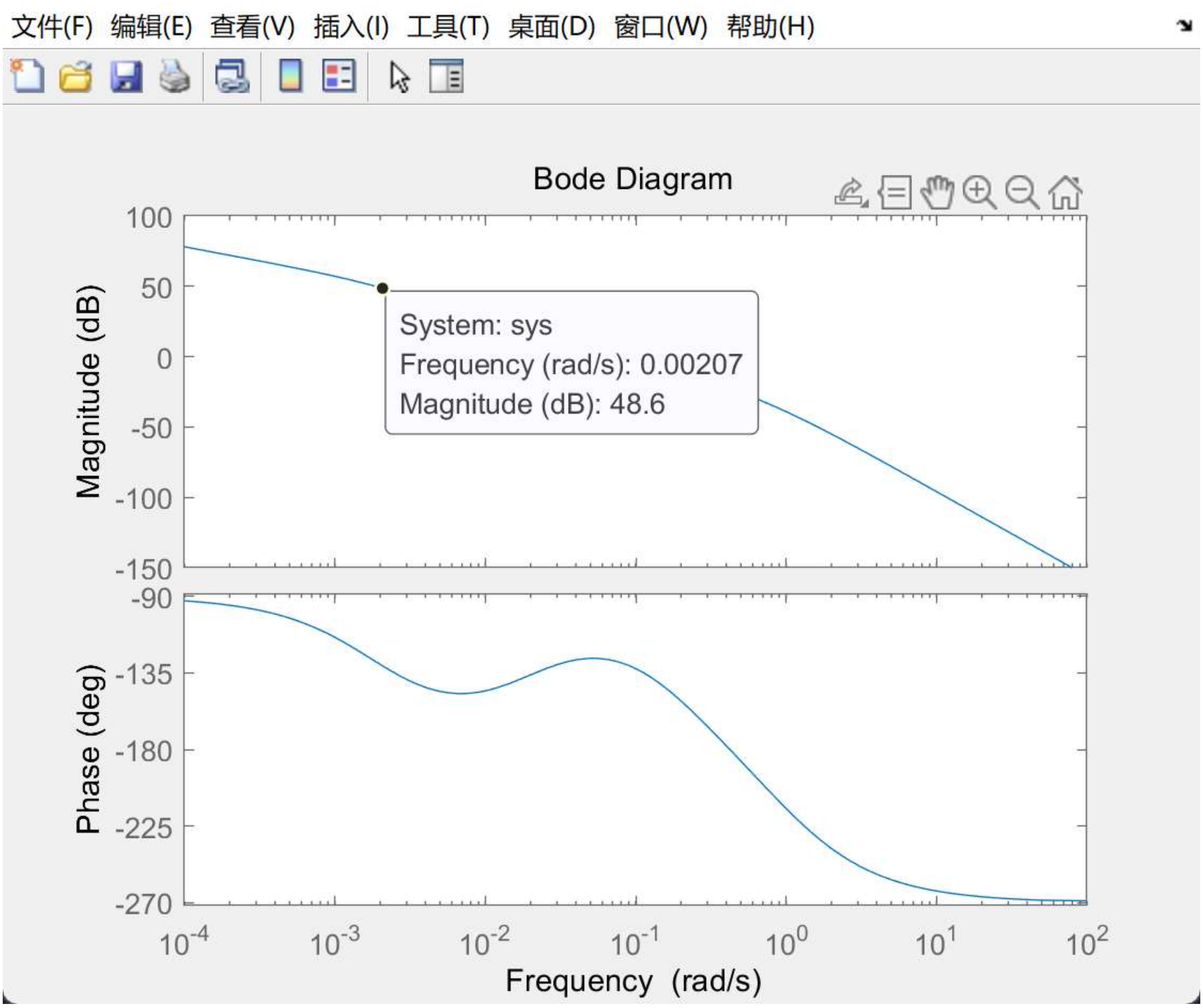
(a) 根据$G_p(s)$的幅频特性容易得到其传递函数的形式：

$$G_p(s)=\frac{K\cdot\left(\frac{s}{0.02}+1\right)}{s\cdot\left(\frac{s}{0.002}+1\right)\cdot\left(\frac{s}{0.2}+1\right)\cdot\left(\frac{s}{1}+1\right)}.$$

带入点（0.002 rad/s, 52 dB）解得：$K\approx 0.8$，故有（下一问直接用 matlab 验证了一下）：

$$G_p(s)=\frac{0.8\cdot\left(\frac{s}{0.02}+1\right)}{s\cdot\left(\frac{s}{0.002}+1\right)\cdot\left(\frac{s}{0.2}+1\right)\cdot\left(\frac{s}{1}+1\right)}.$$

(b) 被控对象的对数相频特性曲线为：



(c) $K=0.8$. $\omega_c=10^{\lg 2-\frac{7}{5}}\approx 0.08$.

(d) 闭环系统的传递函数为（进行了一些影响不大的近似）：

$$G(s)=\frac{40s+0.8}{2500s^4+3000s^3+500s^2+40s+0.8}.$$

从而闭环系统的微分方程为：

$$2500\frac{\mathrm{d}^4y(t)}{\mathrm{d}t^4}+3000\frac{\mathrm{d}^3y(t)}{\mathrm{d}t^3}+500\frac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}+40\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+0.8y(t)=40\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+0.8u(t).$$

□

Problem 4

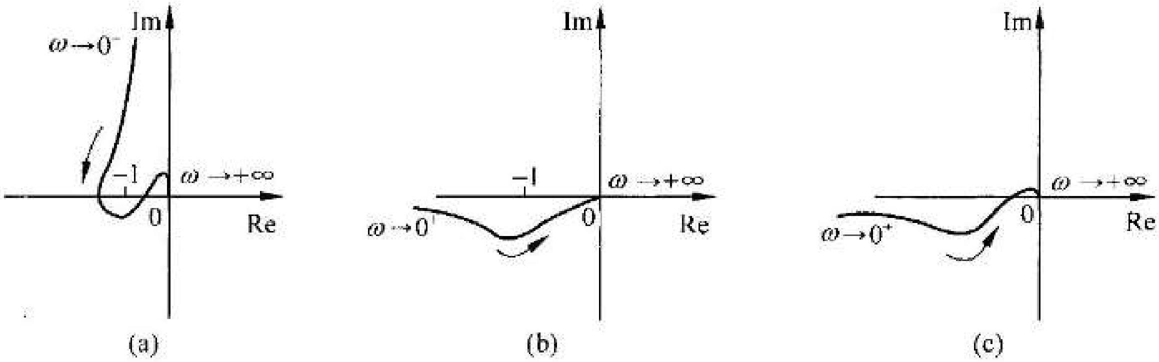
给定被控对象传递函数

(a) $G_1(s)=\dfrac{K(T_2s+1)}{s^2(T_1s+1)}$

(b) $G_2(s)=\dfrac{K(T_2s+1)}{s^2(T_1s+1)(T_3s+1)}$

(c) $G_3(s)=\dfrac{K(T_2s+1)(T_4s+1)}{s^3(T_1s+1)(T_3s+1)}$

其中T_i（i=1,2,3,4）均大于零。又已知它们的奈奎斯特图如图所示。



试确定传递函数和奈奎斯特图之间的对应关系，并利用奈奎斯特稳定判据判断单位负反馈下各闭环系统的稳定性。

Solution 4

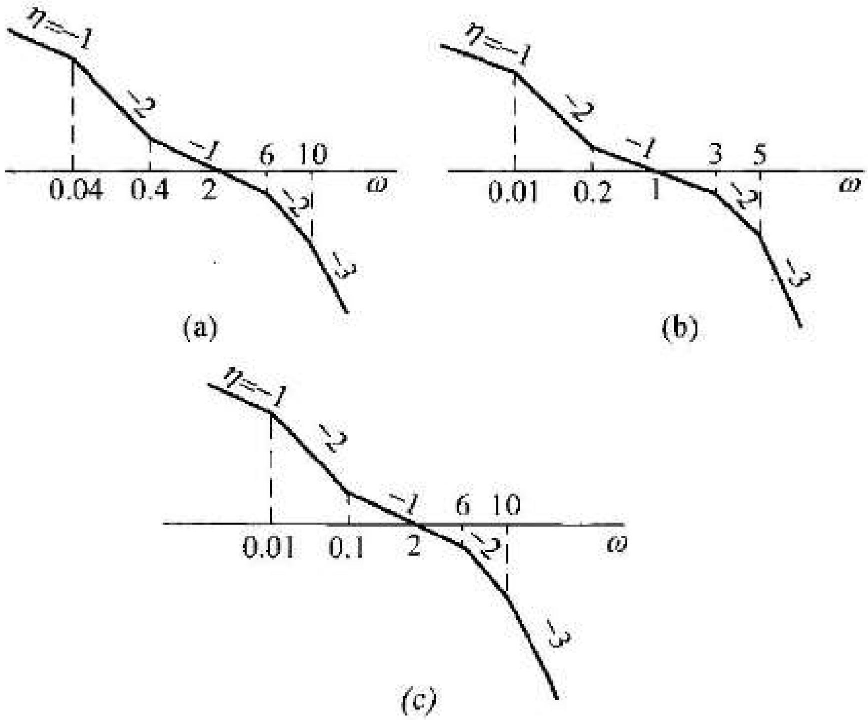
图(a)对应着$G_3(s)$，图(b)对应着$G_1(s)$，图(c)对应着$G_2(s)$.使用 Nyquist 稳定判据进行判断，容易发现：

1. 图(a)顺时针 1 圈，逆时针 1 圈，故稳定。
2. 图(b)包围 0 圈，故稳定。
3. 图(c)需要讨论，设其 Nyquist 曲线与实轴交点横坐标为x_0，则有：$x_0<-1$时，逆时针包围-2圈，此时不稳定；$-1<x_0<0$时，0 圈，故稳定。

□

Problem 5

给定三个最小相位被控对象的传递函数为$G_i(s)$，i=1,2,3, 其对数幅频特性图分别对应如下(a)，(b)，(c)三种情况。



试比较这三个被控对象分别由单位负反馈构成的闭环系统的动态特性及静态误差，并确定在单位速度输入下三个闭环系统的静态误差。

Solution 5

根据上面的 Bode 图可以写出系统的开环传递函数为：

$$G_a = \frac{20(2.5s+1)}{s(25s+1)(0.167s+1)(0.1s+1)}.$$

$$G_b = \frac{20(5s+1)}{s(100s+1)(0.333s+1)(0.2s+1)}.$$

$$G_c = \frac{20(10s+1)}{s(100s+1)(0.167s+1)(0.1s+1)}.$$

从而单位速度输入下三个闭环系统的静态误差为 0.05，动态特性有：

$$(c)\text{优于}(a)\text{优于}(b).$$

□