人工智能基础——习题课

搜索

- 状态空间：状态、行动、代价
- 无信息搜索：宽度优先，深度优先，一致代价，迭代加深
- 有信息搜索：启发函数，贪婪最佳优先，A*

状态空间的定义，搜索算法和搜索树

3. 某加密文件有 6 个可用的密码{BCAABCAA, AACCCB, AABC, CBBAC, BABCA, ACC}，使用其中任意 1 个密码均可打开该加密文件。若使用搜索算法来破解这个加密文件，已知可能的密码仅由 A、B、C 三个字母组成，且长度不超过 8 位。

   a) 定义状态，指明初始状态、目标状态，以及状态之间转换的操作。

   b) 若使用宽度优先搜索，找到的正确密码是哪个？请画出对应的搜索树。

   c) 若使用递归深度优先搜索，找到的正确密码是哪个？请画出对应的搜索树。

启发函数的性质判断

b) 对于八数码难题，h(n)=0 是可采纳的启发函数。 正确

令 $h^*(n)$ 为节点 n 到目标的真实路径代价，则满足

$$h(n) \le h^*(n)$$

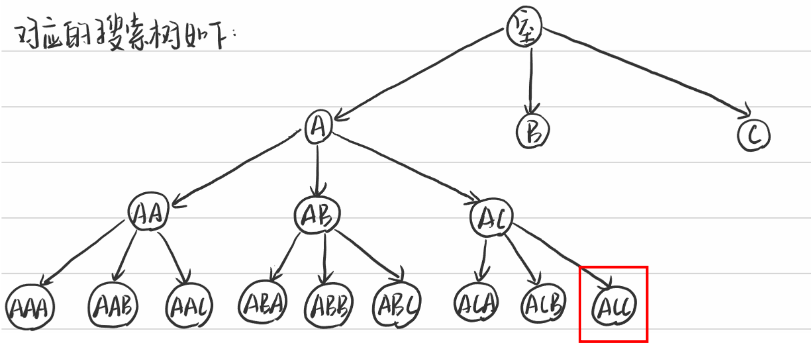
的启发函数 $h(n)$ 称为可采纳的。

对每个节点 n 及其任意后继节点 n'，满足

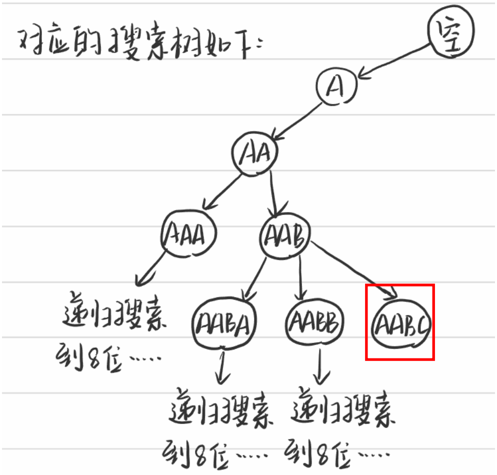
$$h(n) \le c(n, n') + h(n')$$

的启发函数 $h(n)$ 称为一致的（单调的）。

BFS


对应的搜索树如下:
空
A
B
C
AA
AB
AC
AAA
AAB
AAC
ABA
ABB
ABC
ACA
ACB
ACC

DFS

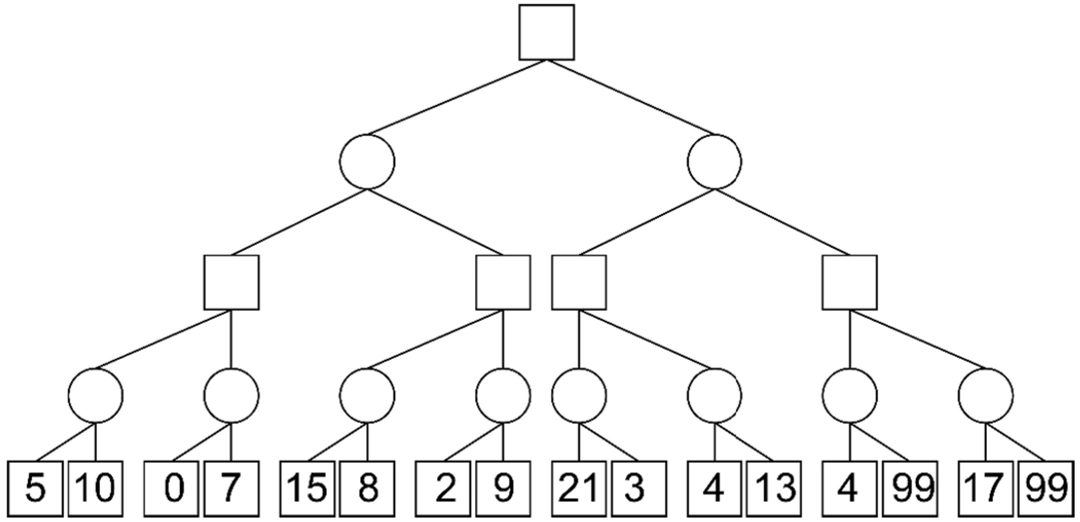

对应的搜索树如下:
空
A
AA
AAA
AAB
递归搜索到8位……
AABA
AABB
AABC
递归搜索到8位……
递归搜索到8位……

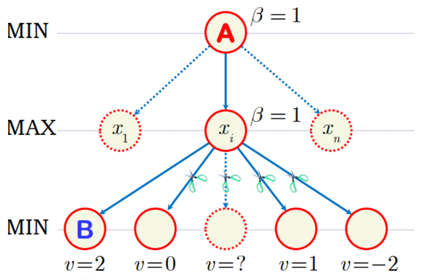
约束满足

- 约束满足问题：变量、值域、约束
- 回溯搜索
- 局部搜索

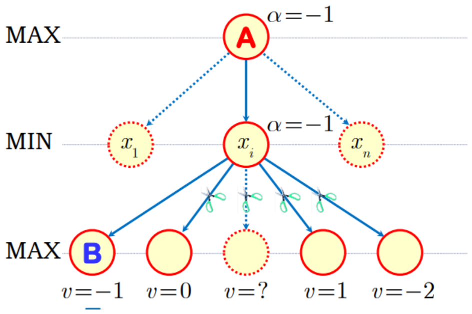
对抗搜索

- 博弈树
- 极小极大算法
- α-β剪枝



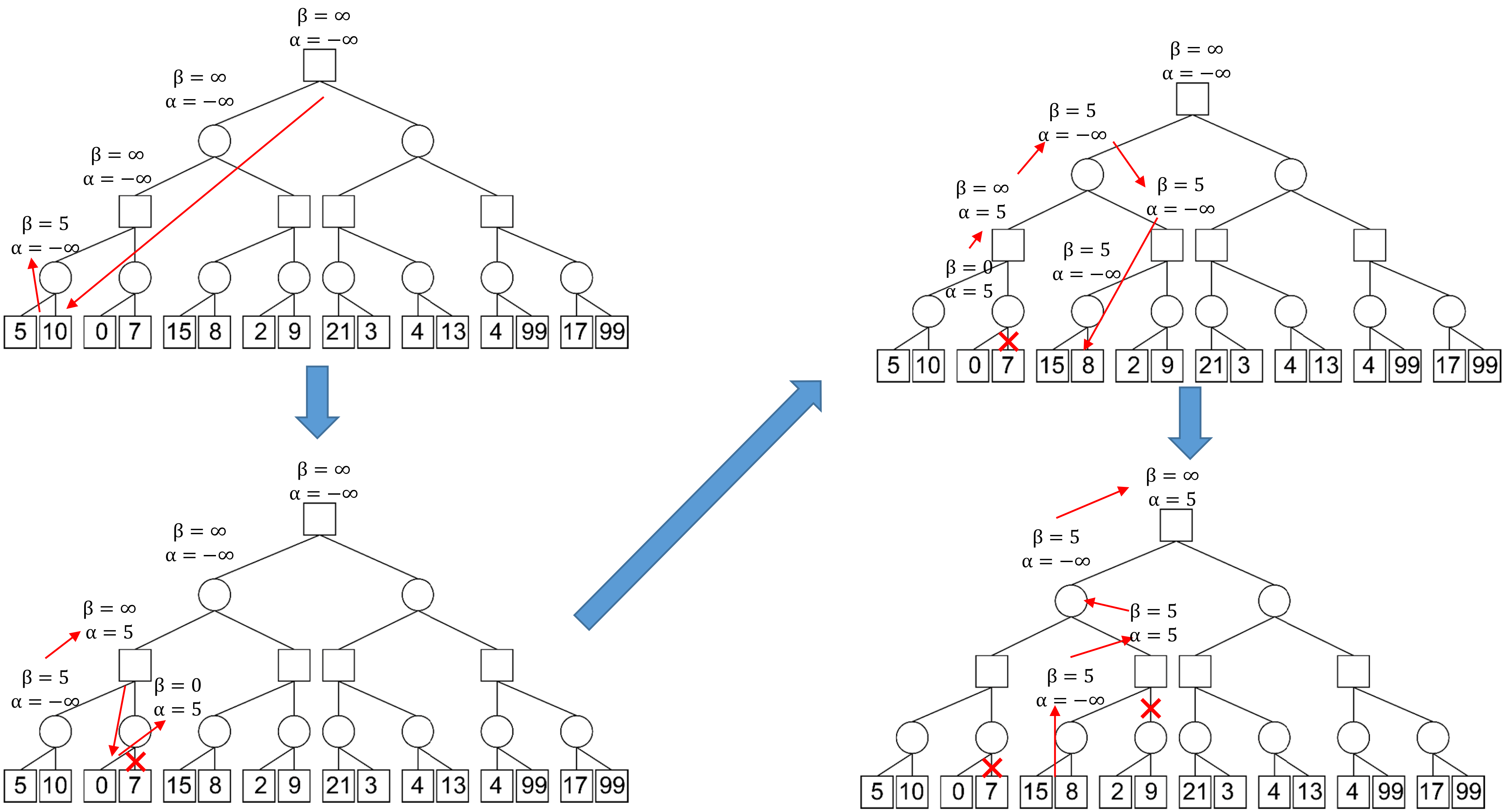


- 函数：$\mathrm{MIN}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$
- 特点：小的值才起作用，大的值不起作用
- 如果：$\mathrm{MIN}(x_1, x_2, \ldots, x_n, \beta)$，$\beta$ 为阈值
  剪枝：则**大于等于 β 的 x 值都不用考虑**
- 所以：对极小节点维护一个阈值进行剪枝
- 该阈值一般记为 β
- 该剪枝策略称为 β **剪枝**
- **β 剪枝用于极小层，裁剪某节点的后继兄弟节点**
- **当该节点的估值大于等于父节点的β值时可以裁剪掉该节点的后继兄弟节点**



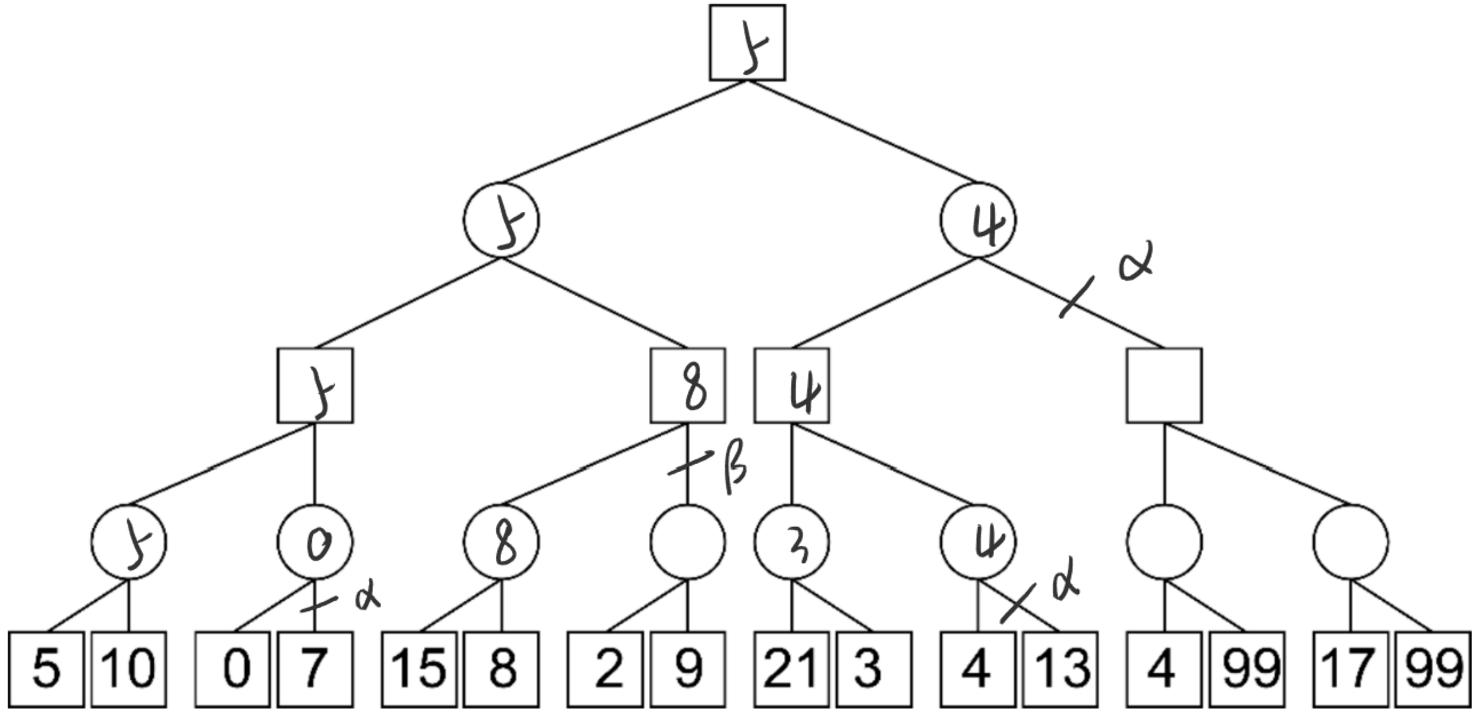
极大节点

- 函数：$\mathrm{MAX}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$
- 特点：大的值才起作用，小的值不起作用
- 如果：$\mathrm{MAX}(x_1, x_2, \ldots, x_n, \alpha)$，$\alpha$为阈值
  剪枝：则小于等于 α 的 x 值都不用考虑
- 所以：对极大节点维护一个阈值进行剪枝
- 该阈值一般记为 α
- 该剪枝策略称为 α **剪枝**
- **α 剪枝用于极大层，裁剪某节点的后继兄弟节点**
- **当该节点的估值小于等于父节点的α值时可以裁剪掉该节点的后继兄弟节点**



Alpha剪枝

Beta剪枝


5
5
4
5
8
4
α
5
0
8
3
4
α
β
α
5
10
0
7
15
8
2
9
21
3
4
13
4
99
17
99

2. 考虑下列由 4 个格子的棋盘构成的游戏（从左至右位置为 1-4）。有 A,B 两个参与者轮流移动棋 子，每次每个人必须朝任何一个方向移动自己的棋子至一个相邻的格子（如果相邻的格子有其他的棋子， 它可以跳过对手去下一个相邻的棋子到下一个没棋子的位置。）游戏当有一方移动至棋盘边缘停止，如 A 先到右边，那么 A 获胜(价值为 1);B 先到左边则 B 获胜（价值为-1）。有如下问题：

a) 画出整个博弈树，其中

  i. 每个状态表示为(s_A,s_B)，其中s_A,s_B代表棋子的位置

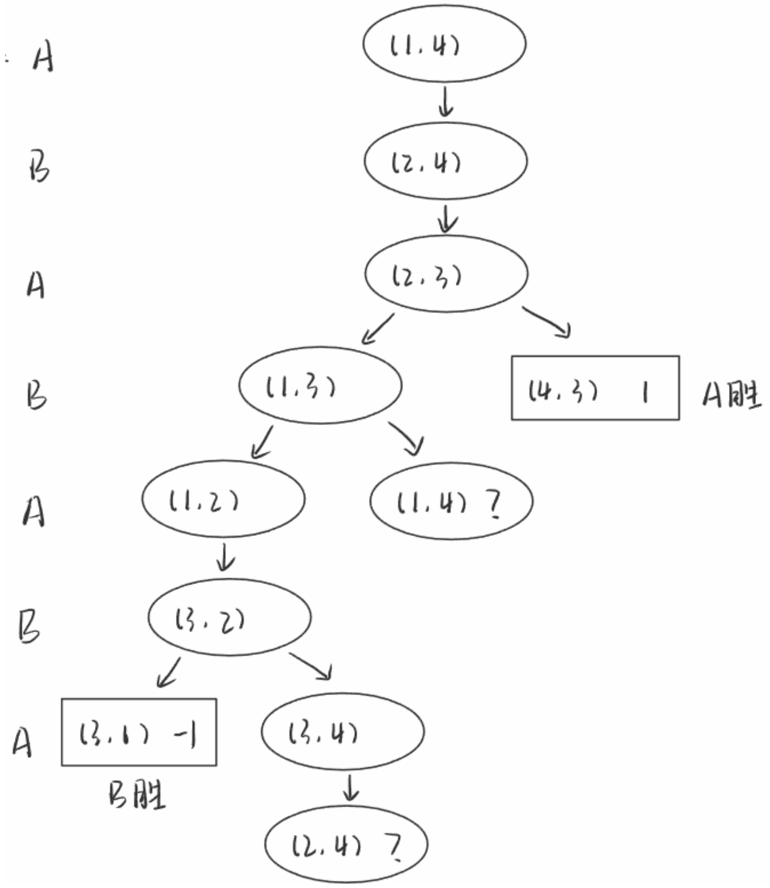
  ii. 每个终止状态用方框画出，写出结束状态的价值

  iii. 用？标出循环的状态（即该状态已经出现在根结点到该节点的路径上）

b) 给出每个节点倒推的极小极大值（标记在圆圈里）。解释怎样处理“？”以及为什么 这样处理。

c) 解释标准的极小极大算法为什么在这颗博弈树中会失败，简要说明你讲如何修正它。 修正后的算法对于所有包含循环的游戏都能给出最优决策吗？为什么？

d) 上述 4 格子的游戏可以推广到 n>0 个格子，证明 A 当 n 为偶数时获胜，奇数时失败



极小极大算法倒推的时候会碰到没有值的循环节点，本题由于值域有限且结构特殊，循环节点并不影响倒推

逻辑推理

- 命题逻辑，等值演算
- 谓词逻辑，量词
- 前束范式，合取范式
- 演绎推理，归结原理

归结出空子句

3. 假设有以下前提知识：

① 小冬和小紫都是系体育代表队的成员。

② 系体育代表队的每个成员是田径类运动员或球类运动员，或者 2 类运动都参与。

③ 所有球类运动员都喜欢打羽毛球。

④ 小紫喜欢打羽毛球。

⑤ 凡是小紫喜欢的，小冬都不喜欢。

目标：小冬是田径类运动员。

a) 请自定义谓词和函数将题干（包括前提和目标）的自然语言转化为一阶谓词逻辑公 式。

b) 用归结原理求证目标。

1. 分别求取下列各式对应的前束范式和合取范式。

a) $\neg\forall x\left\{ P(x) \Rightarrow \left[\exists y \left(P(f(x,y)) \Rightarrow Q(y)\right) \wedge \neg(\exists y)(Q(x,y) \Rightarrow Q(y))\right]\right\}$

合取范式：由上述推导得 $\exists x \forall y \exists z \{ P(x) \wedge [\neg(P(f(x,y)) \Rightarrow Q(y)) \vee (Q(x,z) \Rightarrow Q(z))]\}$

$\equiv \exists x \forall y \exists z \{ P(x) \wedge [(P(f(x,y)) \wedge \neg Q(y)) \vee (\neg Q(x,z) \vee Q(z))]\}$ 隐含消去，否定深入

$\boxed{\equiv \exists x \forall y \exists z} [P(x) \wedge (P(f(x,y)) \vee \neg Q(x,z) \vee Q(z)) \wedge (\neg Q(y) \vee \neg Q(x,z) \vee Q(z))]$ 分配律

量词消去，置换 $\boxed{\theta = \{x/c,\ y/y,\ z/F(y)\}}$ 得到合取范式：

$P(c) \wedge (P(f(c,y)) \vee \neg Q(c,F(y)) \vee Q(F(y))) \wedge (\neg Q(y) \vee \neg Q(c,F(y)) \vee Q(F(y)))$

量词顺序不能随意更改

回归

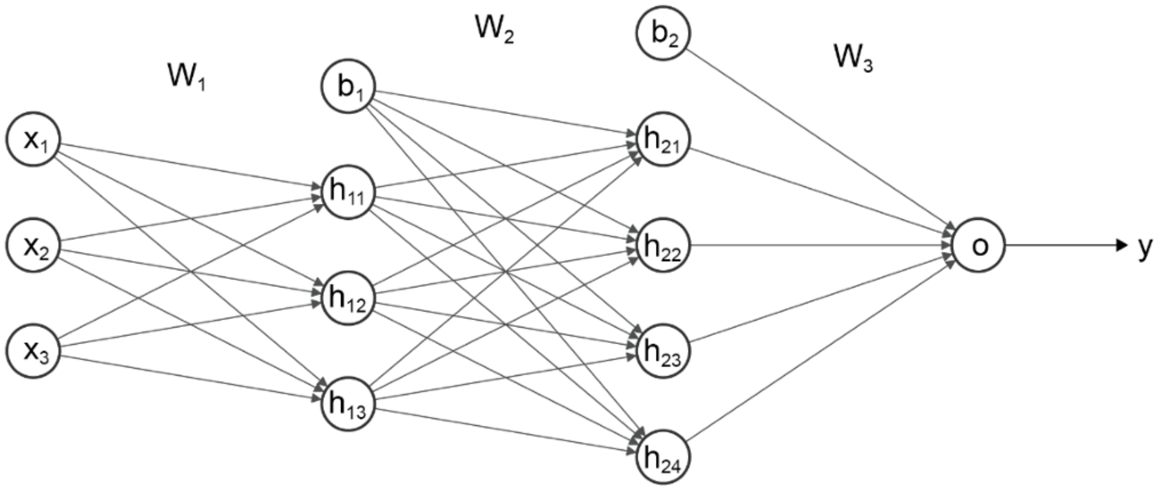
- 线性回归：确定系数，误差分解(SST=SSR+SSE)
- 逻辑回归：二元Logistic回归，Softmax回归

$$\pi = \frac{1}{1+e^{-z}}, \qquad \frac{\partial \pi}{\partial z} = \pi(1-\pi)$$

$$\pi_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{k=1}^{K} e^{z_i}} = \frac{e^{\boldsymbol{\beta}_k x_i}}{\sum_{k=1}^{K} e^{\boldsymbol{\beta}_k x_i}}, \qquad \frac{\partial \pi_i}{\partial z_j} = \begin{cases} \pi_i(1-\pi_i), & i=j \\ -\pi_i \pi_j, & else \end{cases}$$

神经网络

- MLP
- CNN



看图说话

2. 已知输入图像尺寸为$224 \times 224 \times 3$，第一个卷积层的卷积核尺寸为$11 \times 11 \times 3$。在 AlexNet 中，第一个卷积层总共有 96 个卷积核，步长为 4，填充为 0。

   a) 计算第一个卷积层输出的宽度和高度；

   b) 计算该卷积层中被激活的神经元的数量；

   c) 计算该卷积层中可被训练的参数（或称权重）的数量；

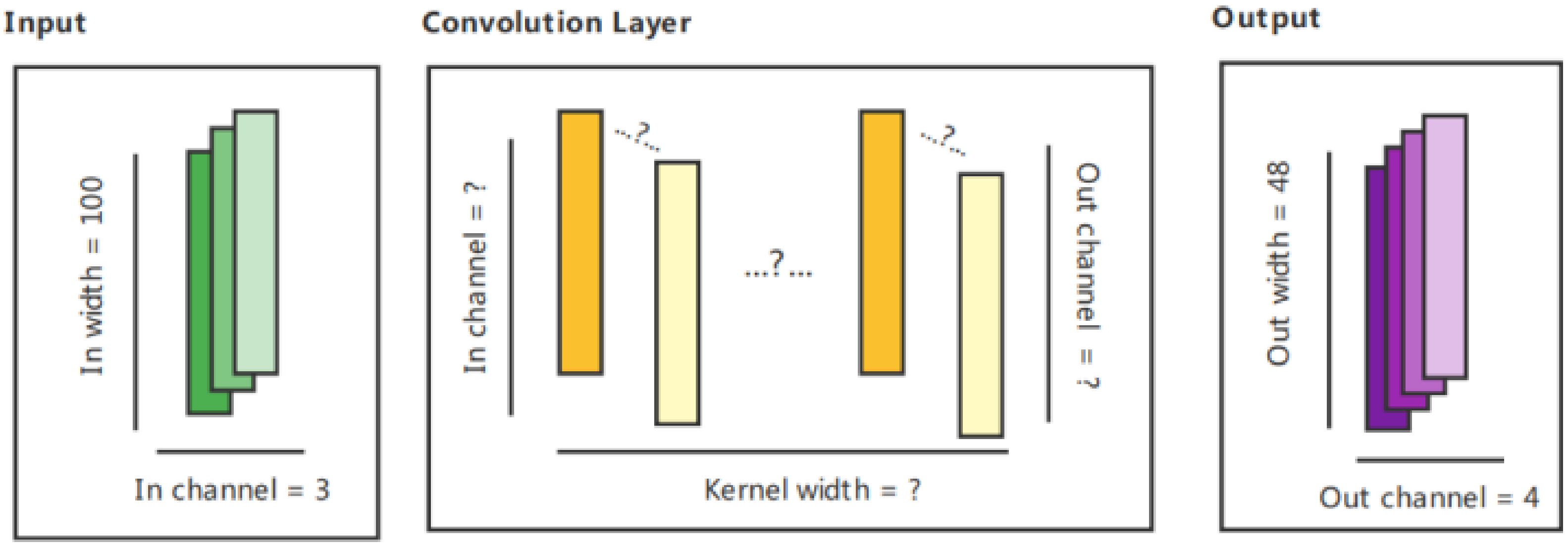
   d) 如果使用一个具有 512 个神经元的全连接（Feedforward）层而不是上述卷积层，那么我们将会有多少个参数呢？

   e) 对于以下卷积核，简要描述它们分别提取了图片中什么类型的特征

卷积核会旋转180度

3. 含卷积层神经网络的计算。

a) 给定某卷积神经网络如下图所示，含输入层，卷积层与输出层。给定卷积步长（stride）为 2，填充宽度（padding）为 0，以及特征输入宽度为 100，输入通道为 3，特征输出宽度为 48，输出通道为 4，请计算卷积层输入输出通道的值，及卷积核宽度的值。



$$L_{out} = \left\lfloor \frac{L_{in} + 2 \times \text{padding} - \text{dilation} \times (\text{kernel\_size} - 1) - 1}{\text{stride}} + 1 \right\rfloor$$

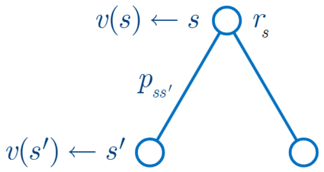
强化学习

- 状态、行动、回报
- 状态转移矩阵、贝尔曼期望方程
- 策略、状态价值和行动价值
- 价值迭代和策略迭代（需要P_{ss}^{a}）
- 蒙特卡洛和时序差分（不需要P_{ss}^{a} ）

贝尔曼期望方程　　Bellman expectation equation

- 单个状态

$$v(s) = r_s + \gamma \sum_{s' \in \mathbf{S}} p_{ss'} v(s')$$



- 多个状态

$$\begin{aligned} v(s_1) &= r_{s_1} + \gamma \sum_{s' \in \mathbf{S}} p_{ss'} v(s') \\ v(s_2) &= r_{s_2} + \gamma \sum_{s' \in \mathbf{S}} p_{ss'} v(s') \\ &\dots \\ v(s_n) &= r_{s_n} + \gamma \sum_{s' \in \mathbf{S}} p_{ss'} v(s') \end{aligned}$$

- 所有状态（矩阵形式）

$$\mathbf{v} = \mathbf{r} + \gamma \mathbf{P} \mathbf{v}$$

- 求解线性方程组，可得

$$\mathbf{v} = (\mathbf{I} - \gamma \mathbf{P})^{-1} \mathbf{r}$$

- 模型已知 (**P** 已知)
  - 小规模问题，直接解方程求解
  - 大规模问题，用迭代方法求解
    动态规划
- 模型未知
  - 蒙特卡洛
  - 时序差分

- 状态价值是同时刻行动价值的期望

$$v_\pi(s) = \sum_{a \in \mathbf{A}} \pi(a \mid s) q_\pi(s, a)$$

状态价值的贝尔曼期望方程

$$v_\pi(s) = \sum_{a \in \mathbf{A}} \pi(a \mid s) \left(r_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathbf{S}} p_{ss'}^a v_\pi(s') \right)$$

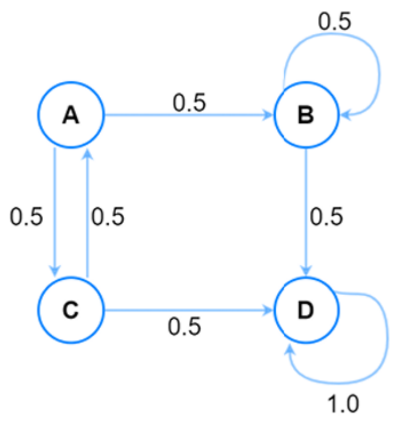
- **行动价值由后续状态价值的期望计算**

$$q_\pi(s, a) = r_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathbf{S}} p_{ss'}^a v_\pi(s')$$

- **行动价值的贝尔曼期望方程**

$$q_\pi(s, a) = r_s^a + \gamma \sum_{s' \in \mathbf{S}} p_{ss'}^a \sum_{a' \in \mathbf{A}} \pi(a' \mid s') q_\pi(s', a')$$

2. 如图所示是 A、B、C、D 四种状态及其转移概率，状态期望回报除了 D 为 0 外，其余均为−1。



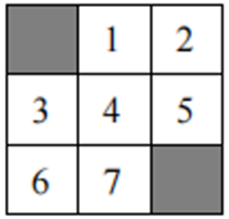

```
P =

         0    0.5000    0.5000         0
         0    0.5000         0    0.5000
    0.5000         0         0    0.5000
         0         0         0    1.0000


>> inv(eye(4)-0.2*P)*[-1;-1;-1;0]

ans =

   -1.2233
   -1.1111
   -1.1223
         0
```

a) 考虑折现因子 γ=0.2 时，这四种状态的状态价值；

状态转移矩阵：

$$P = \begin{array}{c} \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p & r & q & 0 & 0 \\ 0 & p & r & q & 0 \\ 0 & 0 & p & r & q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix} \end{array}$$

3. 考虑下方一个 3×3 网格图



非终止状态集合$S = \{1,2,\ldots,7\}$。每个状态有四种可能的动作{up、down、left、right}，对于每次转移$R_t = -1$，每个动作会导致状态转移，但当动作会导致智能体移出网格时，状态 保持不变。$\gamma = 1$，若π是等概率随机策略，那么行动价值$q_\pi(4, left)$、$q_\pi(7, right)$是多少?

策略状态转移矩阵，据此列出贝尔曼期望方程，注意终止状态，注意对称性

$\because$ 每次转移 $R_t = -1$ $\quad \therefore r^\pi = (0, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, 0)^T$

由于 π 是等概率随机策略，

$$P^\pi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \boxed{0.25 \quad 0.25 \quad 0.25 \quad 0 \quad 0.25} & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.5 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0.5 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0.25 \quad 0 \quad 0.25 \quad 0.25 \quad 0.25} & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$