

1. a) 变量: $X = \{X_{ij}\}$, $1 \leq i \leq 4$, $1 \leq j \leq 4$, X_{ij} 代表第 i 个位置上的数字
 值域: $D = \{D_{ij}\}$, $1 \leq i \leq 4$, $1 \leq j \leq 4$, $X_{ij} \in D_{ij} = \{1, \dots, 16\}$
 约束: 方阵每一行, 每一列和两条对角线上的整数的和相等且每个位置上的数字各不相同
 即 $\sum_{i=1}^4 X_{ij} = 34$, $\forall 1 \leq j \leq 4$; $\sum_{j=1}^4 X_{ij} = 34$, $\forall 1 \leq i \leq 4$; $\sum_{i=1}^4 X_{ii} = 34$;
 $X_{u1} + X_{s2} + X_{s3} + X_{u4} = 34$; $\forall i \neq i'$ 或 $j \neq j'$, $X_{ij} \neq X_{i'j'}$

b) start $\rightarrow X_{s2}=6 \rightarrow X_{u1}=1 \rightarrow X_{s2}=15 \xrightarrow{D_{s1}=\{3\ 8\ 10\ 13\}}$ $\left\{ \begin{array}{l} X_{s1}=3 \rightarrow D_{s1}=\{8\ 10\ 13\}, X_{s2}=15(x) \\ X_{s1}=8 \rightarrow X_{s2}=10 \rightarrow X_{u1}=13 \rightarrow X_{u2}=3(v) \\ X_{s1}=10 \rightarrow X_{s2}=8 \rightarrow D_{s2}=\{10\ 13\}, X_{u1}=11(x) \\ X_{s1}=13 \rightarrow D_{s1}=\{3\ 8\ 10\}, X_{s2}=5(x) \end{array} \right.$

补全4阶幻方如下:

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

2 a) 从左到右依次对每个变量选取一个行数,使冲突数最小
 对于第一列的马, 移动到每一行后的冲突数如下; 按照自上而下的选择方式, 取最小化冲突的值, 结果如下:

0	马			
0			马	马
2	马			
0		马		
1				

→

马	马			
			马	马
		马		

→

对第二列的马计算冲突数如下, 由于在冲突数为0的行中, 第4行行数最小, 故移动到第4行, 结果如下:

马	1	马		
	1		马	马
	2			
	0	马		
	0			

→

马				
			马	马
	马	马		

→

对第三列的马计算冲突数, 由于第5行冲突数为0, 故移动到第5行, 结果如下:

马		1		
		2	马	马
		1		
	马	1	马	
		0		

→

马				
			马	马
	马			
		马		

此时任意两个马都不在同一列, 且不会互相攻击, 故已得到一个解

b) 从左到右依次对每个变量选取一个行数,使冲突数最小

对于第一列的马, 移动到每一行后的冲突数如下; 由于在冲突数为0的行中, 第1行行数最小, 故移动到第一行:

0	马			
0			马	马
2	马			
0		马		
1				

→

马	马			
			马	马
		马		

→

对第二列的马计算冲突数如下, 由于在冲突数为0的行中, 第4行行数最小, 故移动到第4行, 结果如下:

马	1	马		
	1		马	马
	2			
	0	马		
	0			

→

马				
			马	马
	马	马		

→

对第三列的马计算冲突数, 对于第一行和第三行的位置, 按照中国象棋的规则, 此时第5列的马无法攻击第3列的马, 但第3列马仍可攻击第5列马, 故冲突数仍为1。选择第5行冲突数为0, 结果如下:

马		1		
		2	马	马
		1		
	马	1	马	
		0		

→

马				
			马	马
	马			
		马		

此时任意两个马都不在同一列, 且不会互相攻击, 故已得到一个解