

## 应用随机过程 第 2 次作业

September 19, 2024

**题目 1:** 设  $X, Y$  为连续型随机变量, 且  $E|X|, E|Y| < \infty$ , 证明:

$$E(E(X | Y)) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(X | Y = y) f_Y(y) dy = EX.$$

**题目 2:** 设  $X, Y$  是离散型随机变量, 定义条件方差  $D(X | Y) = E((X - E(X | Y))^2 | Y)$ , 证明:

$$DX = E(D(X | Y)) + D(E(X | Y))$$

**题目 3 (不计分):** 设  $X, Y, X_i, Y_i (i = 1, 2, \dots, n)$  为随机变量, 且  $E|X|, E|Y|, E|X_i|, E|Y_i| < \infty, E|g(Y_1, \dots, Y_n)| < \infty$ , 证明:

$$(1) E[g(Y_1, \dots, Y_n) X | Y_1, \dots, Y_n] = g(Y_1, \dots, Y_n) E(X | Y_1, \dots, Y_n);$$

$$(2) E(X | Y_1, \dots, Y_m) = E[E(X | Y_1, \dots, Y_n) | Y_1, \dots, Y_m]$$

$$= E[E(X | Y_1, \dots, Y_m) | Y_1, \dots, Y_n], \forall 1 \leq m < n.$$