

第五章 先进控制方法

第五章 先进控制方法

§ 5.1 先进控制概述

§ 5.2 预测控制（重点讲解）

§ 5.3 推理控制

§ 5.4 软测量

§ 5.1 先进控制概述

一、先进控制方法提出的背景

- PID控制的优缺点

- 是传统的常规控制方法中使用得最广泛的（包括在先进的DCS中）；
- 在实际流程工业中，85%~95%的控制回路采用PID控制；
- 在综合自动化系统中，底层多数回路仍然采用PID控制

- 优点：

- 无需模型，鲁棒性强，易于整定和使用，被广泛采用

- 缺点：

- 对于复杂流程生产过程的控制效果不能令人满意
- 大迟延、非线性、强耦合、多变量、时变
- 特别是以质量和工艺指标为控制指标

§ 5.1 先进控制概述

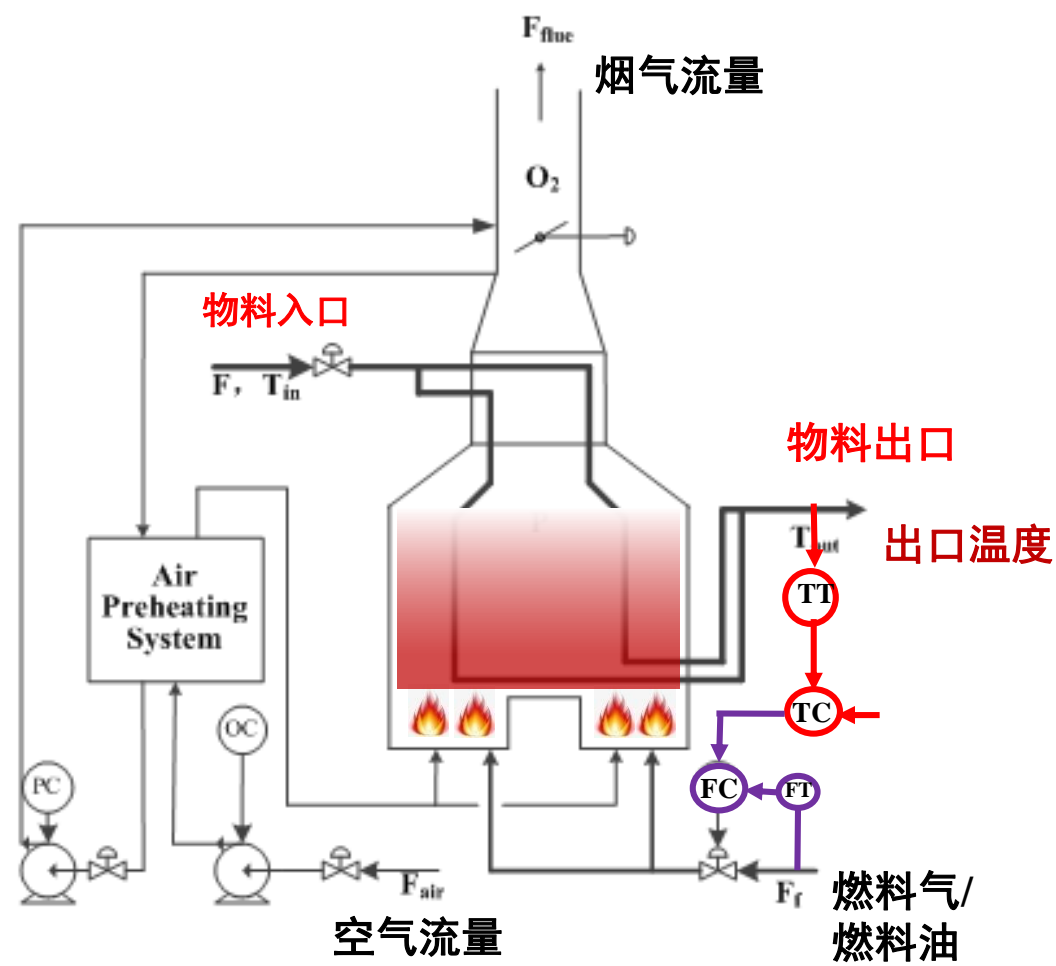
一、先进控制方法提出的背景

- PID控制的局限性

由于PID控制是根据过程当前和过去的输出测量值和给定值的偏差来确定当前的控制输入，因而难以在快速性、准确性和鲁棒性中取得好的平衡，特别是当被控过程有大的容量滞后、纯滞后时更是如此。

PID单回路控制和多回路控制系统能解决大多数的工业控制问题，但是随着生产向着大型化方向发展，已难以满足苛刻的约束条件和高质量的控制要求，也难以获取显著的经济效益。

下图为加热炉控制示意图，采用**炉出口温度**和**燃料气流量**的串级控制。



加热炉的工艺控制指标

常压炉	大常压炉出口温度	℃	362 ± 2
	小常压炉出口温度	℃	364 ± 2
	分支温度差	℃	≥ 5
	分支流量差	t/h	≥ 5
	炉膛温度	℃	≥ 800
	热效率*	%	≤ 91.5
	排烟温度*	℃	≥ 160
	氧含量*	%	1.5~4

炉出口温度 $362 \pm 2 \text{ } ^\circ\text{C}$

热效率 $\leq 91.5 \text{ } \%$

氧含量 $1.5 \sim 4 \text{ } \%$

问题：考虑经济成本（热效率）、环保要求（烟气排放），如何实现？

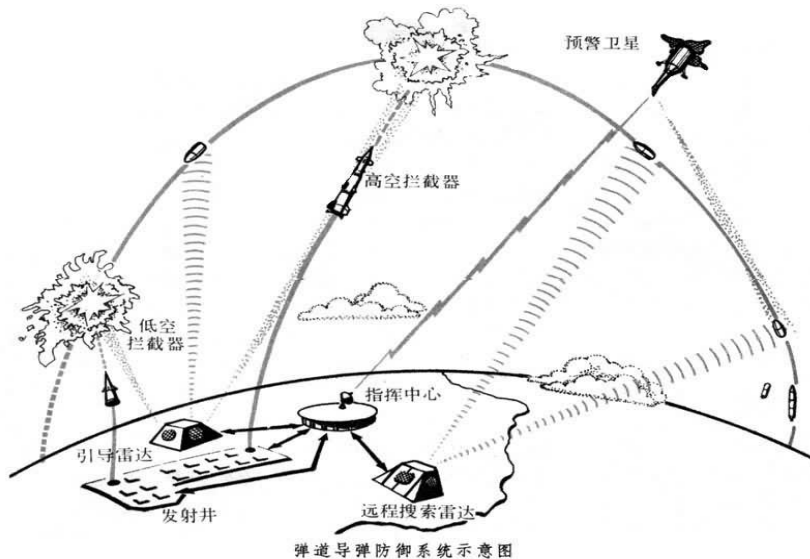
§ 5.1 先进控制概述

一、先进控制方法提出的背景

- 控制理论的发展

现代控制理论的日趋成熟、强有力的计算机的出现。

- 最优控制——给出最优结构和最优控制策略，使得系统输出与预先选定的目标性能指标函数为最小的控制方法
- 成功应用于最速控制系统、最省燃料控制系统、最小能耗控制系统等



§ 5.1 先进控制概述

一、先进控制方法提出的背景

- 控制理论的发展

- 最优控制难以有效应用于复杂的工业过程

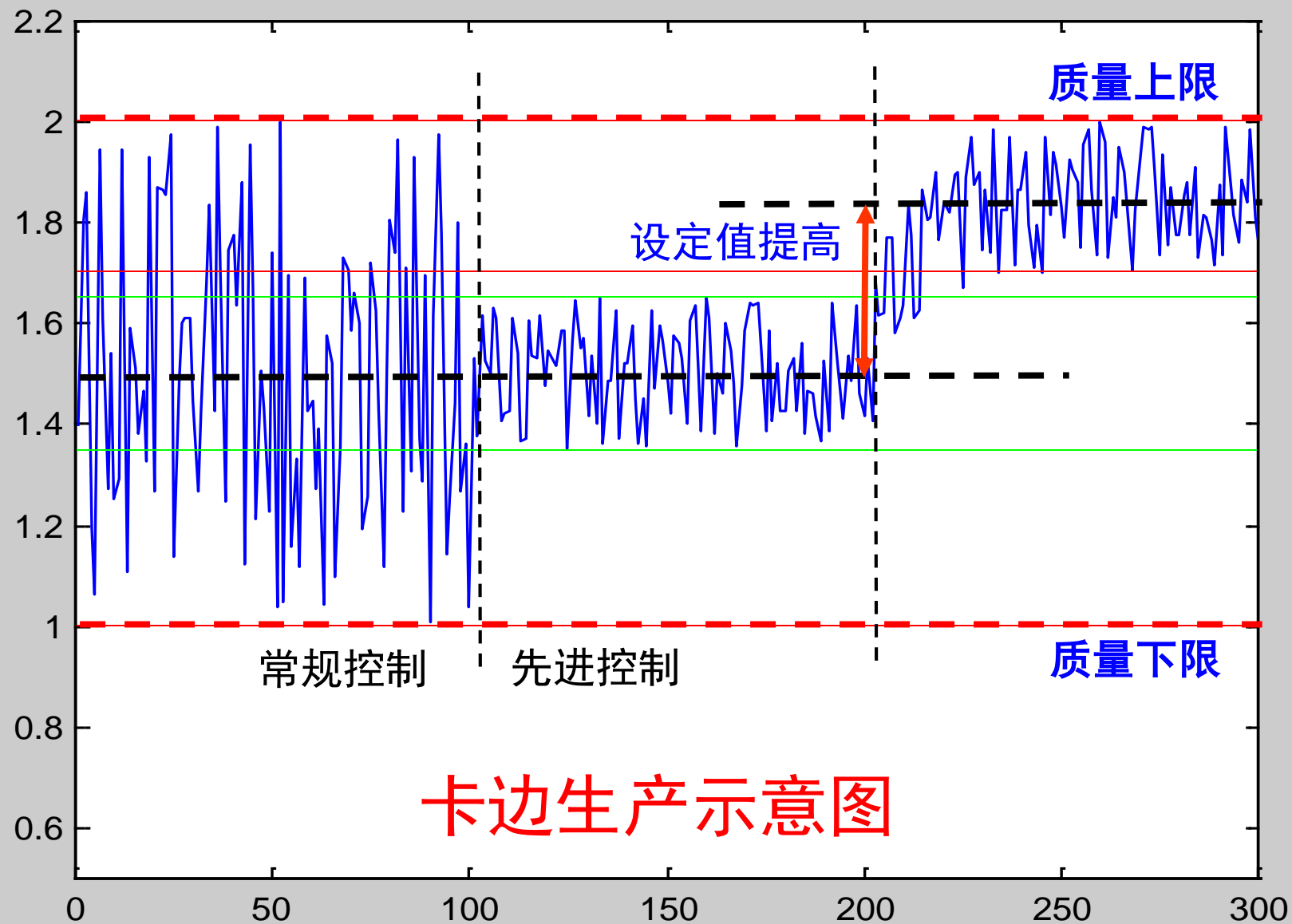
- 原因？

- 精确的数学模型
- 工业对象不确定性大
- 控制量的幅值往往受限
- 算法复杂度要适中

- 从工程实践中找解决方案，开发出了一系列方法

- 先有工程上成功应用，后有理论分析

为什么要研究先进控制？



§ 5.1 先进控制概述

二、先进控制的概念

(Advanced Process Control, **APC**)

- 没有严格统一的定义
- 习惯上将**基于数学模型、用计算机实现的控制方法**，统称为**先进控制** (**APC**)，又称高等过程控制、先进过程控制
- (广义的)先进控制：
 - 补偿控制（前馈、Smith、解耦）、自适应控制、多变量控制、非线性控制、分布参数控制、鲁棒控制、推理控制、内模控制、预测控制
 - ...
- (狭义的)先进控制：（目前业界默认）
 - **多变量预测控制** （**本章重点内容**）

§ 5.1 先进控制概述

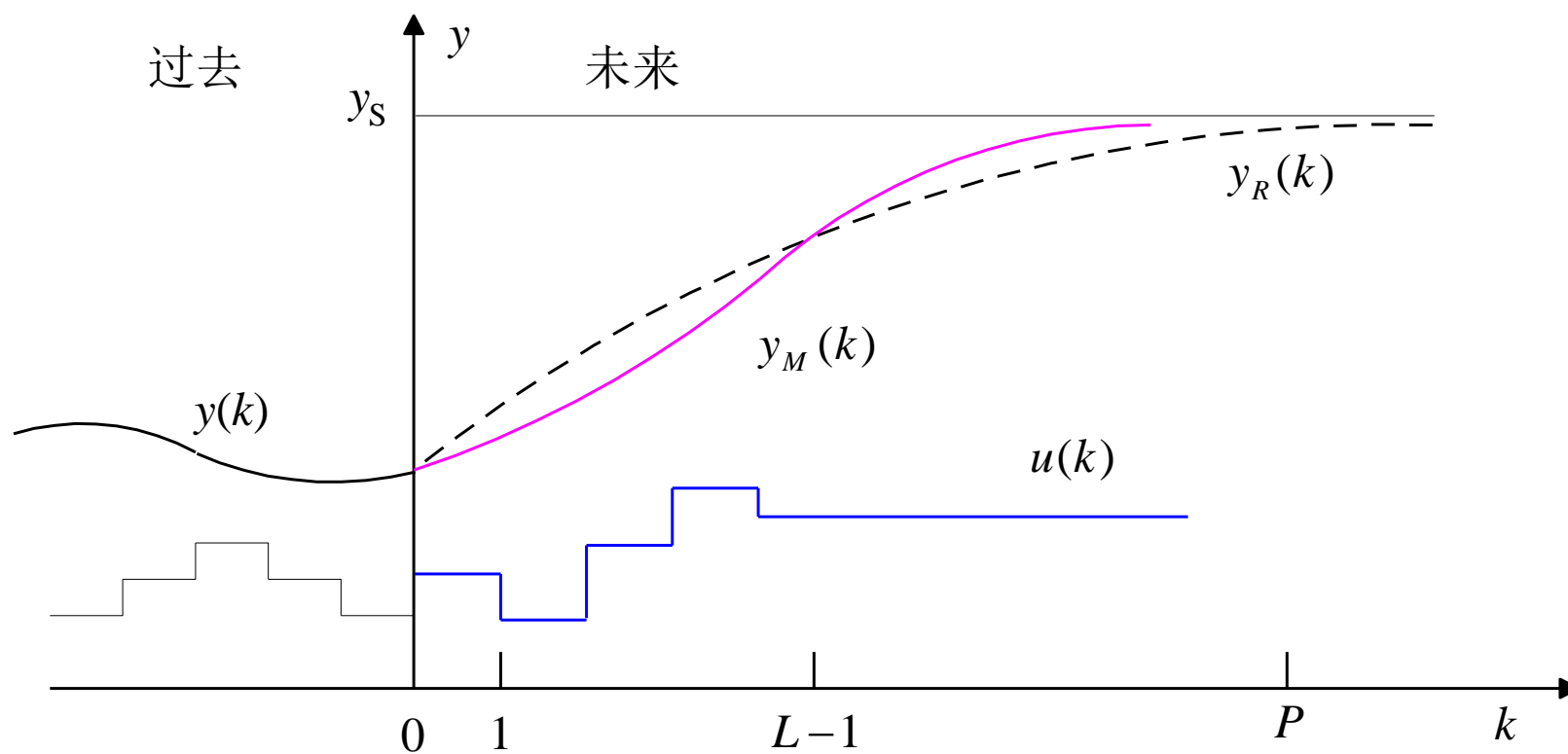
二、先进控制的概念

- **自适应控制(Adaptive Control)**——改变控制结构和参数，从而使控制行为适合于新的环境。它包含了MRAC、STR和参数自适应控制
- **鲁棒控制**——针对模型在结构或参数上的不确定性，在对系统进行灵敏度分析和摄动分析的基础上，使系统仍然稳定且保持控制性能的控制方法
- **模糊控制**——基于模糊集理论的一种控制方法，即建立模糊模型、进行模糊化、清晰化和采用模糊化推理等来实现
- **推理控制**——采用干扰信号分离、干扰估计器等解决被控量和干扰不可测情况下的控制问题
- **预测控制(Predictive Control)**——采用对输出进行**预报**、对模型进行**反馈校正**、对控制实施**滚动优化**等策略的控制

§ 5.1 先进控制概述

二、先进控制的概念

- 预测控制



$$\Delta u = [A_2^T Q A_2 + \lambda I]^{-1} A_2^T Q e'$$

第五章 先进控制方法

§ 5.1 先进控制概述

§ 5.2 预测控制（重点讲解）

§ 5.3 推理控制

§ 5.4 软测量

§ 5.2 预测控制

§ 5.2.1 预测控制的提出

§ 5.2.2 预测控制的基本原理

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

§ 5.2.4 多变量预测控制 (*)

§ 5.2.5 预测控制应用案例

§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

§ 5.2 预测控制

§ 5.2.1 预测控制的提出

(Model Predictive Control, **MPC**)

预测控制是20世纪70年代后期提出来的；

- Rouhani等人，模型算法控制 (**MAC**)
- Rechalet等人，模型预测启发式控制(**MPHC**)
- Cutler 等人，动态矩阵控制 (**DMC**)
- Garcia等人，内模控制 (**IMC**)
- Clarke等人，广义预测控制 (**GPC**)

20世纪80年代后，预测控制的研究和应用有了很大发展，各种基于预测控制的理论、思想和方法纷纷出现，提出了很多改进算法。

- 综述文章：
 - **Morari**, *Automatica*, 1989; *CCE*, 1999; **S.J. Qin**, *CEP*, 2003

§ 5.2.1 预测控制的提出

- 最优控制 (Optimal Control)

对于如下被控制过程模型：

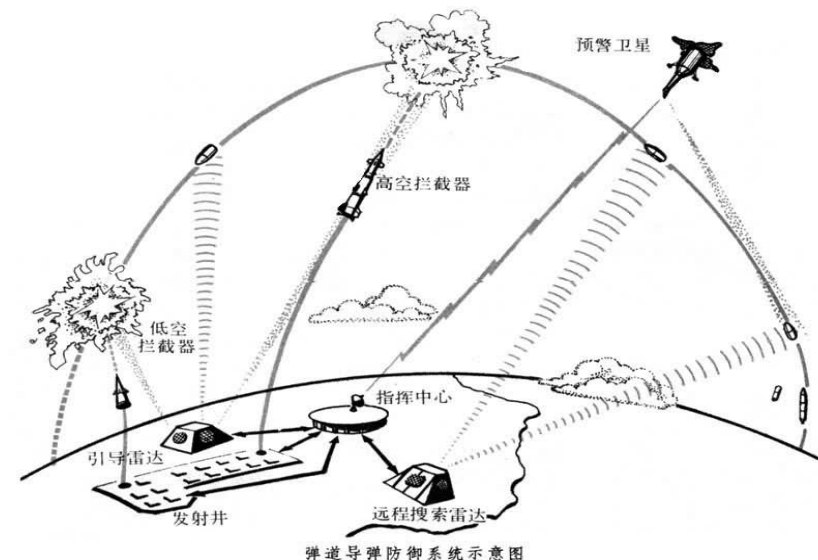
$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), t], \quad x(t_0) = x_0 \quad (5-1)$$

最优控制的性能指标为：

$$J = \phi[x(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} f[x(t), u(t), t] dt \quad (5-2)$$

其中 t_0 为初始时刻， t_f 为末时刻（ t_f 可以为 ∞ ）。

一般情况下，最优控制根据**已知的初始状态**求出**最优控制解** u^* ， u^* 是关于时间 t 的函数，称为**最优控制序列**。



§ 5.2.1 预测控制的提出

- 最优控制 (Optimal Control)

对于线性定常系统（由状态空间模型描述）和二次型性能指标，最优控制可以实现基于状态反馈的闭环反馈控制，称之为线性定常系统的二次型性能指标最小化的最优控制问题，简称线性二次型 (LQ) 最优控制问题。即

SS模型
预测未来

对于系统： $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (5-3)$

目标函数
优化求解

取性能指标： $J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \quad (5-4)$

最优的
控制序列

则对完全可控、可观的线性定常系统，其有最优控制解，为：

$$u^*(t) = -R^{-1}B^T Px(t) \quad (5-5)$$

式中 P 为矩阵黎卡提代数方程的解：

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (5-6)$$

§ 5.2.1 预测控制的提出

- 最优控制 (Optimal Control)
- 最优控制能够应用于复杂的工业过程？

SS模型
预测未来

目标函数
优化求解

最优的
控制序列

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

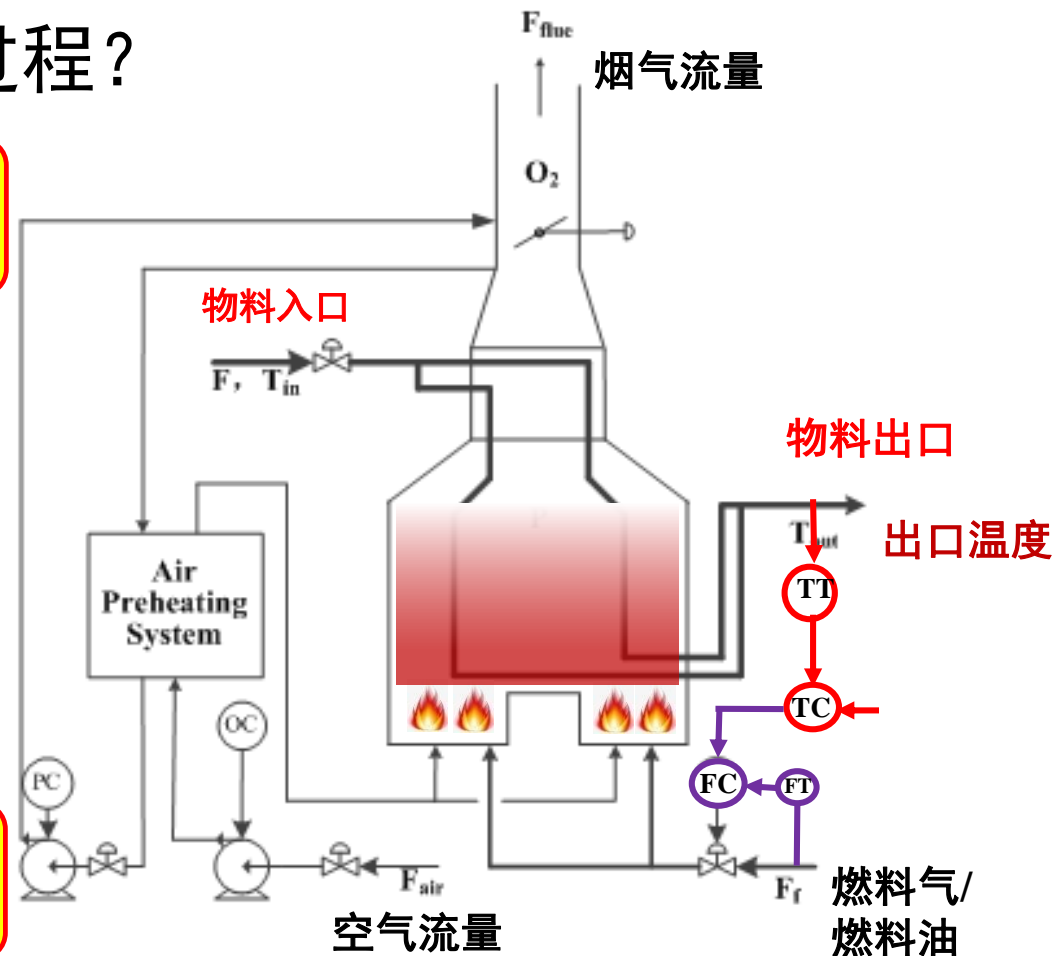
$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt$$

$$u^*(t) = -R^{-1}B^TPx(t)$$

精确模型
很难

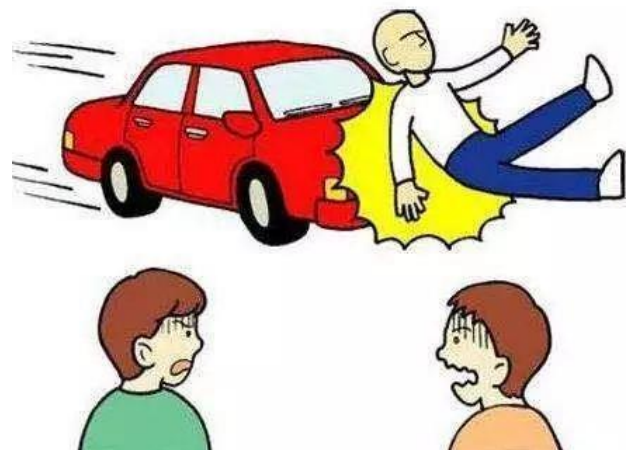
可以有

控制序列
很难



§ 5.2.2 预测控制的基本原理

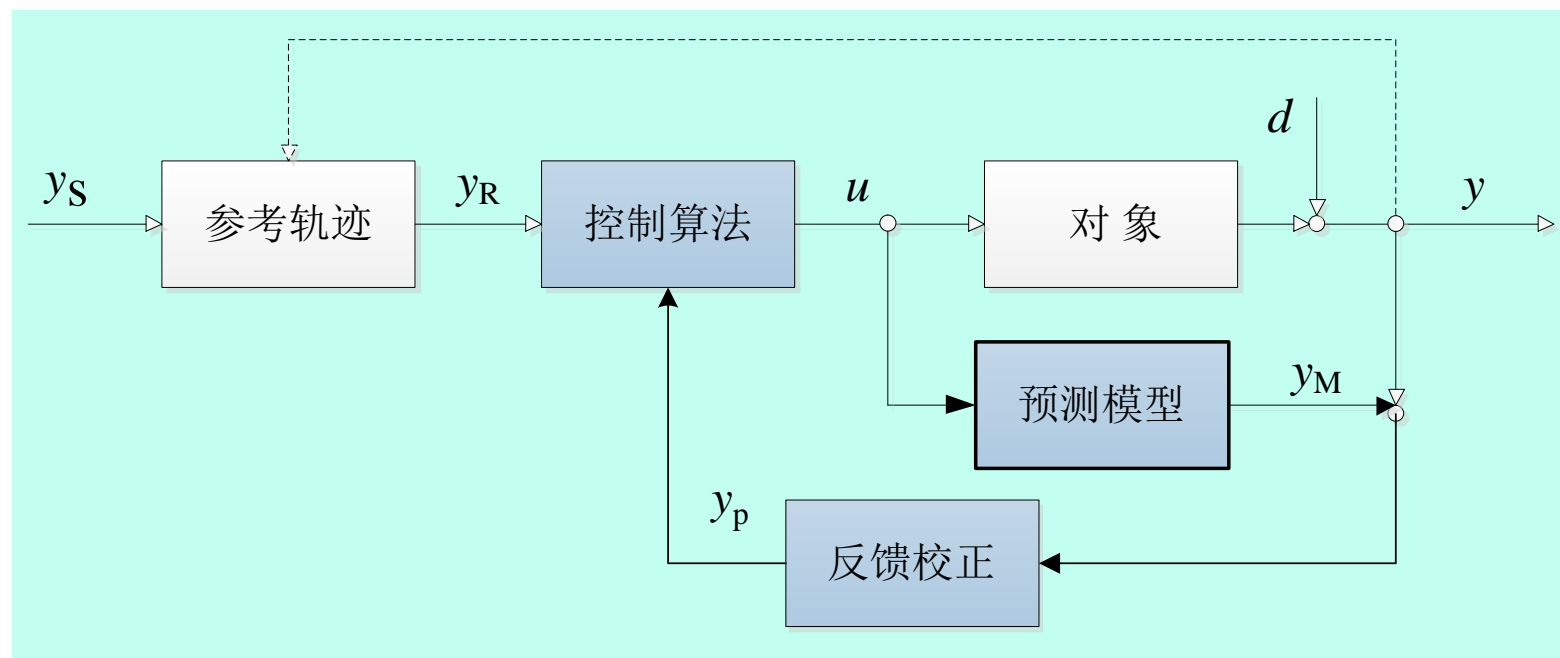
- 预测控制有三个组成部分：
(1)模型预测；(2)反馈校正；(3)滚动优化。



行人过马路

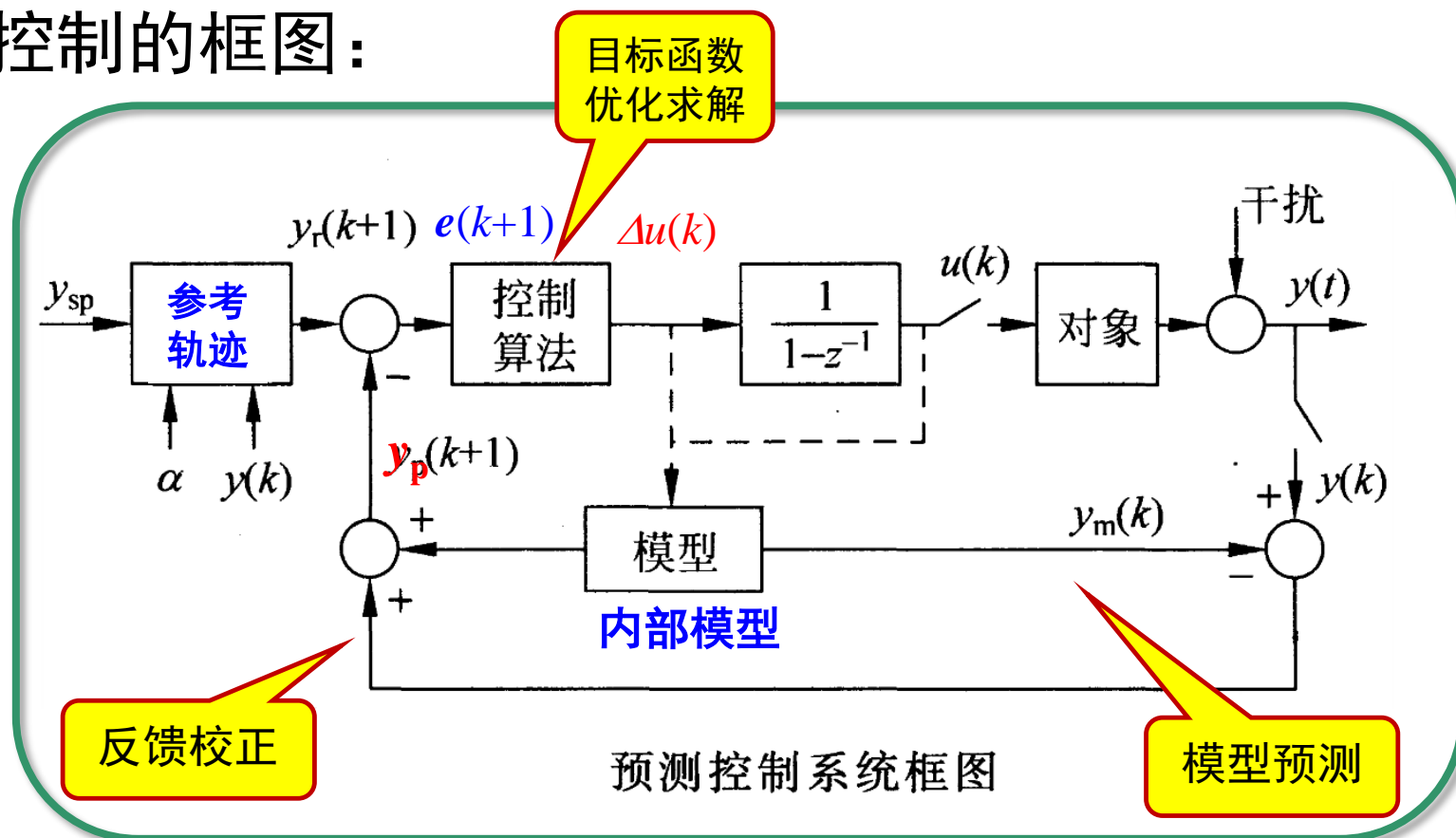
不看全局，看局部
看三步走一步

- 预测控制各部分间关系



§ 5.2.2 预测控制的基本原理

- 预测控制有三个组成部分：
(1)模型预测； (2)反馈校正； (3)滚动优化。
- 预测控制的框图：



§ 5.2.2 预测控制的基本原理

一、模型预测

思路：实验建模法，线性叠加原理，

原则上任何可以预测的模型都行，但是要考虑实用性

- 两大类模型：

- 1) 非参数化模型

- 常用：脉冲响应模型 $\{\hat{h}_j\}$

$$y_m(k+1) = \sum_{j=1}^N \hat{h}_j u(k-j+1)$$

- 单位阶跃响应 $\{\hat{a}_i\}$

$$y_m(k+1) = \hat{a}_s u(k-N) + \sum_{j=1}^{N-1} \hat{a}_j \Delta u(k-j+1)$$

- 2) 参数化模型

- 常用：状态空间模型，
输入输出模型（离散）

\hat{a}_i \hat{h}_j 是估计的参数

一、模型预测

(1) 内部模型（离散模型）

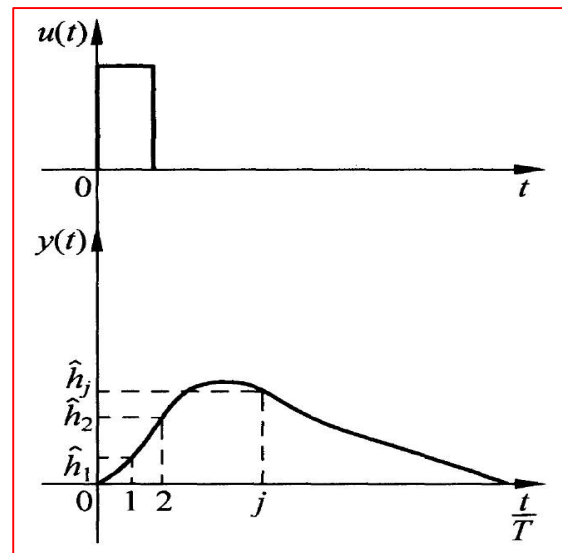
常用：脉冲响应模型 $\{\hat{h}_j\}$

单位阶跃响应 $\{\hat{a}_i\}$

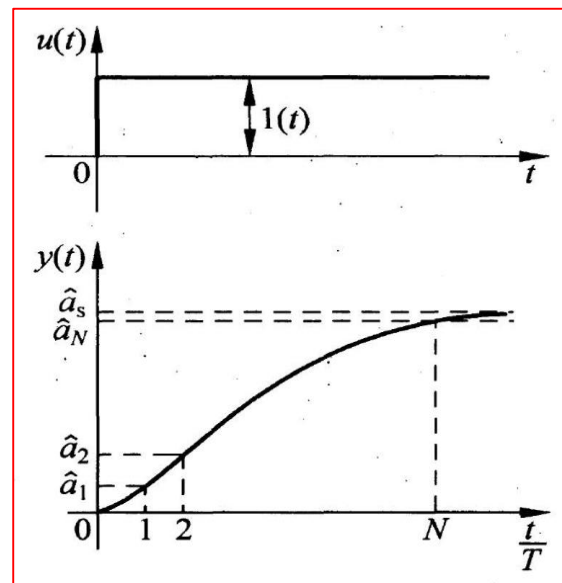
通常将曲线分割成 N 段

- 脉冲响应模型的离散值用 \hat{h}_j 来表达
- 脉冲响应系数 h_j 和阶跃响应系数 a_i 的关系：

$$\hat{a}_i = \sum_{j=1}^i \hat{h}_j$$



脉冲响应曲线



单位阶跃响应曲线

一、模型预测

(1) 内部模型（离散模型）

- 脉冲响应模型 $\{\hat{h}_j\}$

$$y_m(k+1) = \sum_{j=1}^N \hat{h}_j u(k-j+1) \quad (5-7)$$

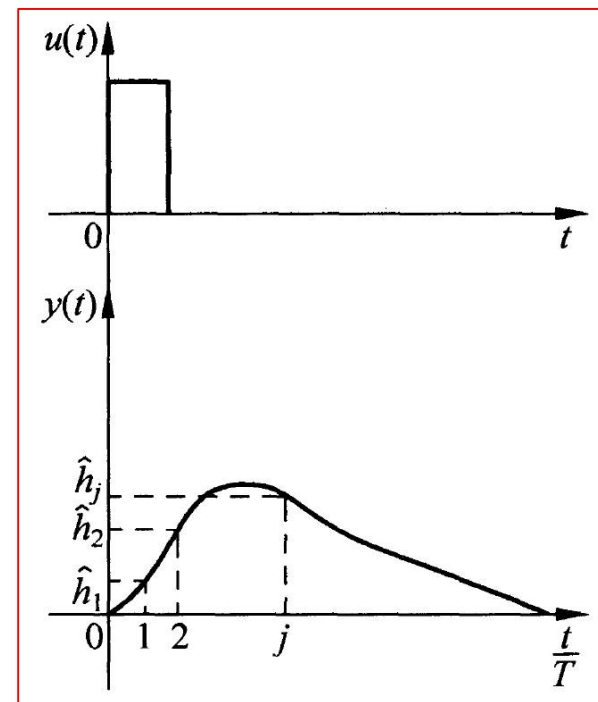
预测未来 P 步的模型输出为：

$$y_m(k+i) = \sum_{j=1}^N \hat{h}_j u(k+i-j) \quad i=1,2,\dots,P$$

按照控制增量形式，还可以写为

$$y_m(k+i) = y_m(k+i-1) + \sum_{j=1}^N \hat{h}_j \Delta u(k+i-j) \quad (5-8)$$

式中 $\Delta u(k+i-j) = u(k+i-j) - u(k+i-j-1)$



对象的脉冲响应曲线

一、模型预测

(1) 内部模型（离散模型）

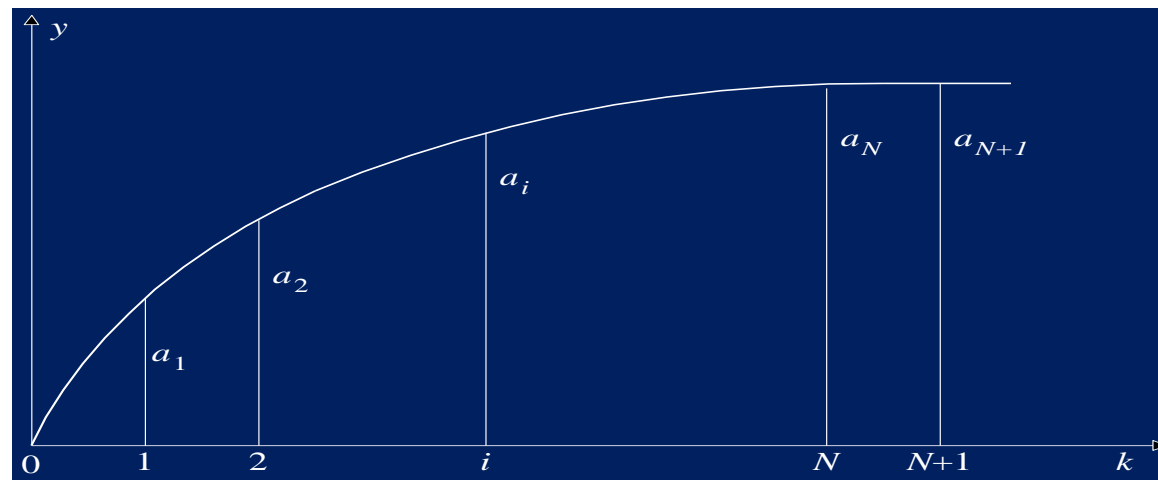
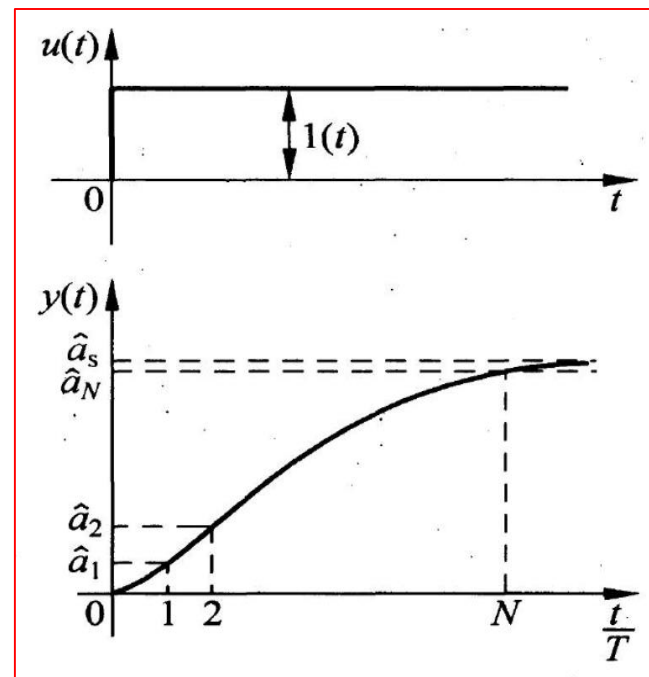
- 单位阶跃响应模型 $\{\hat{a}_i\}$

测定单位阶跃响应曲线，把曲线分割成 N 段，设采样周期为 $T_s = t_N/N$ 。

在每个采样时刻得到一个相应的值 \hat{a}_j ， \hat{a}_s 为响应曲线的稳态值。

该 N 个 $\{\hat{a}_i\}$ 参数的集合称为内部模型 $(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_N)$ 。

N 又称为截断步长。



一、模型预测

(1) 内部模型（离散模型）

- 单位阶跃响应模型 $\{ \hat{a}_i \}$

定义控制量的增量：

$$\Delta u(k+i) = u(k+i) - u(k+i-1) \quad (5-9)$$

则可得模型输出：

$$y_m(k+1) = \sum_{j=1}^N \hat{a}_j \Delta u(k-j+1) + \hat{a}_s u(k-N) \quad (5-10)$$

- 由脉冲响应模型导出单位阶跃响应模型

$$y_m(k+1) = \sum_{j=1}^N \hat{h}_j u(k-j+1)$$

$$\hat{a}_i = \sum_{j=1}^i \hat{h}_j \longleftrightarrow h_j = a_j - a_{j-1}$$

以 $N=3$ 为例：

$$y_m(k+1) = h_1 u(k) + h_2 u(k-1) + h_3 u(k-2)$$

$$\downarrow \quad a_0=0, a_3=a_s$$

$$y_m(k+1) = (a_1-a_0) u(k) + (a_2-a_1) u(k-1) + (a_3-a_2) u(k-2) + (a_s-a_3) u(k-3)$$

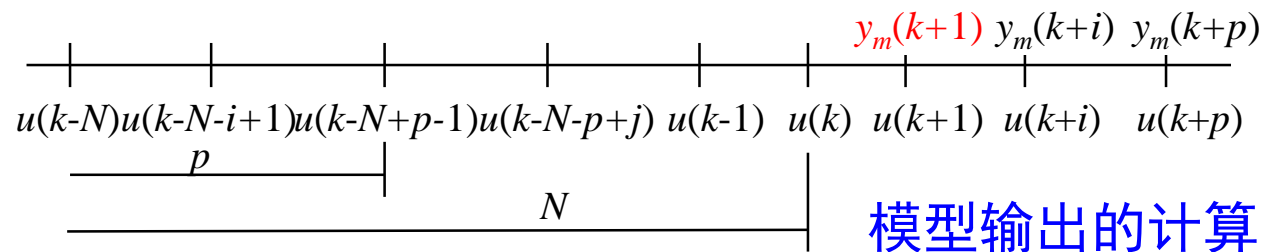


$$y_m(k+1) = a_1(u(k)-u(k-1)) + a_2(u(k-1)-u(k-2)) + a_3(u(k-2)-u(k-3)) + a_s u(k-3)$$

一、模型预测

(2) 预测未来时刻的输出 $y_m(k+i)$

- 利用叠加原理, 递推计算



以控制序列时间为序

过去时刻的值

未来时刻的值

$$i=1: y_m(k+1) = \hat{a}_s u(k-N) + \hat{a}_N \Delta u(k-N+1) + \hat{a}_{N-1} \Delta u(k-N+2) + \cdots + \hat{a}_2 \Delta u(k-1) + \hat{a}_1 \Delta u(k)$$

$$i=i: y_m(k+i) = \hat{a}_s u(k-N+i-1) + \hat{a}_N \Delta u(k-N+i) + \hat{a}_{N-1} \Delta u(k-N+i+1) + \cdots + \hat{a}_{i+1} \Delta u(k-1) + \hat{a}_i \Delta u(k) + \cdots + \hat{a}_2 \Delta u(k+i-2) + \hat{a}_1 \Delta u(k+i-1)$$

$$i=p: y_m(k+p) = \hat{a}_s u(k-N+p-1) + \hat{a}_N \Delta u(k-N+p) + \hat{a}_{N-1} \Delta u(k-N+p+1) + \cdots + \hat{a}_{p+1} \Delta u(k-1) + \hat{a}_p \Delta u(k) + \cdots + \hat{a}_2 \Delta u(k+p-2) + \hat{a}_1 \Delta u(k+p-1)$$

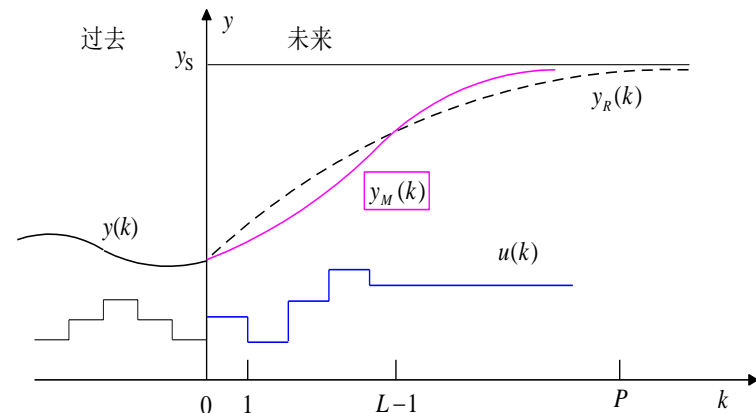
式中: $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$

y_m 是由 过去时刻 Δu 对 y_m 的影响 + 未来时刻 Δu 对 y_m 的作用

一、模型预测

(2) 预测未来时刻的输出 $y_m(k+i)$

设预测步长为 P ，且 $P \leq N$ ，预测模型的输出为 y_m ，则可根据内部模型递推计算得到从 k 时刻起预测到 $k+P$ 步的输出 $y_m(t)$ ：



$$y_m(k+i) = \hat{a}_s u(k-N+i-1) + \sum_{j=1}^N \hat{a}_j \Delta u(k-j+i) \quad (5-11)$$

$$= \hat{a}_s u(k-N+i-1) + \sum_{j=i+1}^N \hat{a}_j \Delta u(k-j+i)$$

$$+ \sum_{j=1}^i \hat{a}_j \Delta u(k+i-j)$$

k 时刻以后输入变化序列 Δu 对输出量 y_m 的预测；
对输出量受到未来输入序列的影响进行预测

待求解

k 时刻以前输入变化序列 Δu 对输出量 y_m 的影响

已知，可计算

式中 $\Delta u(k-j+i) = u(k-j+i) - u(k-j+i-1) \quad i=1,2,\dots,P$

一、模型预测

(2) 预测未来时刻的输出 $y_m(k+i)$

写成矩阵和向量的形式：

$$\mathbf{y}_m(k+1) = \hat{\mathbf{a}}_s \mathbf{u}(k) + \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{u}_1(k) + \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) \quad (5-12)$$

其中 $\mathbf{y}_m(k+1) = [y_m(k+1), y_m(k+2), \dots, y_m(k+p)]^T$

$$\mathbf{u}(k) = [u(k-N), u(k-N+1), \dots, u(k-N+p-1)]^T$$

$$\Delta \mathbf{u}_1(k) = [\Delta u(k-N+1), \Delta u(k-N+2), \dots, \Delta u(k-1)]^T$$

$$\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+p-1)]^T \quad \text{待求解}$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \hat{a}_N & \hat{a}_{N-1} & \cdots & & \hat{a}_2 \\ & & \cdots & & \hat{a}_3 \\ & & \ddots & & \\ & 0 & & \hat{a}_N \cdots & \hat{a}_{P+1} \end{bmatrix}_{P \times (N-1)}$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & & & \\ \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & 0 & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \hat{a}_P & \hat{a}_{P-1} & \cdots & \hat{a}_1 \end{bmatrix}_{P \times P}$$

动态响应矩阵
--DMC算法

一、模型预测

(2) 预测未来时刻的输出 $y_m(k+i)$

说明:

- 采用阶跃响应模型时，要求对象是渐近稳定的
- 如不满足，可通过组成常规控制系统，使其动态对象特性达到渐近稳定
- 脉冲响应模型在一些算法(例如MAC)中也采用，其模型离散值用 h_i 来表达，原理与阶跃响应模型相同，且脉冲响应系数和阶跃响应系数之间有如下关系：

$$\hat{a}_i = \sum_{j=1}^i \hat{h}_j$$

- 基于脉冲响应的预测模型表达式

$$y_m(k+i) = \sum_{j=1}^N \hat{h}_j u(k+i-j) \quad i=1, 2, \dots, P$$

§ 5.2.2 预测控制的基本原理

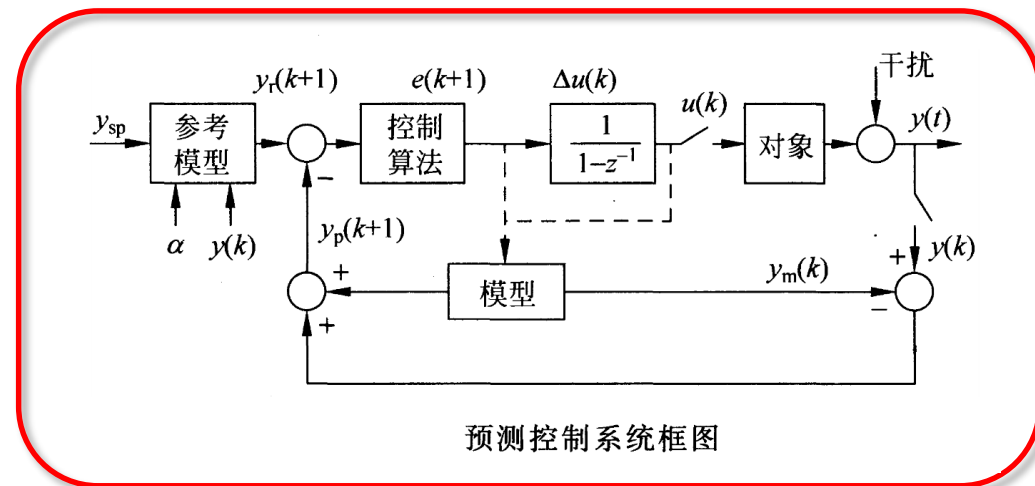
二、反馈校正

式(5-12)得到了预测 P 步的模型输出值，但是如果有模型失配时，预测会越来越偏，且扰动和噪声也会带来的预测误差，因此采用反馈校正技术，引入上一时刻的预测误差来校正未来 P 步的预测值：

$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{y}_m(k+1) + \mathbf{h}_o [y(k) - y_m(k)] \quad (5-13)$$

其中： $\mathbf{y}_p(k+1) = [y_p(k+1), y_p(k+2), \dots, y_p(k+P)]^T$

$$\mathbf{h}_0 = [1, 1, \dots, 1]^T$$



§ 5.2.2 预测控制的基本原理

二、反馈校正

$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{y}_m(k+1) + \mathbf{h}_o [\mathbf{y}(k) - \mathbf{y}_m(k)] \quad (5-13)$$

$$\begin{aligned} y_m(k+1) &= y_m(k) + \hat{h}_1 \Delta u(k) + \hat{h}_2 \Delta u(k-1) + \cdots + \hat{h}_N \Delta u(k+1-N) \quad S_1 \\ &= y_m(k) + \hat{a}_1 \Delta u(k) + S_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_m(k+2) &= y_m(k+1) + \hat{h}_1 \Delta u(k+1) + \hat{h}_2 \Delta u(k) + \hat{h}_3 \Delta u(k-1) + \cdots + \hat{h}_N \Delta u(k+2-N) \quad S_2 \\ &= y_m(k) + \hat{h}_1 \Delta u(k) + S_1 + \hat{h}_1 \Delta u(k+1) + \hat{h}_2 \Delta u(k) + S_2 \\ &= y_m(k) + \hat{a}_2 \Delta u(k) + \hat{a}_1 \Delta u(k+1) + S_1 + S_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_m(k+p) &= y_m(k+p-1) + \hat{h}_1 \Delta u(k+p-1) + \cdots + \hat{h}_p \Delta u(k) + \hat{h}_{p+1} \Delta u(k-1) + \cdots + \hat{h}_N \Delta u(k+p-N) \quad S_p \\ &= y_m(k) + \hat{a}_p \Delta u(k) + \hat{a}_{p-1} \Delta u(k+1) + \cdots + \hat{a}_1 \Delta u(k+p-1) + S_1 + S_2 + \cdots + S_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_p(k+p) &= y(k) + [y_m(k+p) - y_m(k)] \\ &= y(k) + \hat{a}_p \Delta u(k) + \cdots + \hat{a}_1 \Delta u(k+p-1) + \sum_{j=1}^p S_j \end{aligned}$$

$$y_m(k+i) = y_m(k+i-1) + \sum_{j=1}^N \hat{h}_j \Delta u(k+i-j)$$

$$\mathbf{y}_m(k+1) = \hat{\mathbf{a}}_s \mathbf{u}(k) + \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{u}_1(k) + \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1)$$

$$\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \cdots, \Delta u(k+P-1)]^T$$

$$\mathbf{P} = [P_1, P_2, \cdots, P_p]^T$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \sum_{j=2}^N \hat{h}_i \Delta u(k+1-j) \\ S_2 &= \sum_{j=3}^N \hat{h}_i \Delta u(k+2-j) \\ &\vdots \\ S_p &= \sum_{j=P+1}^N \hat{h}_i \Delta u(k+P-j) \\ P_j &= \sum_{i=1}^j S_i \end{aligned} \right\}$$

§ 5.2.2 预测控制的基本原理

二、反馈校正

$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{y}_m(k+1) + \mathbf{h}_o [y(k) - y_m(k)] \quad (5-13)$$

整理得到如下的闭环预测模型（离散卷积模型）：

$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) + \mathbf{h}_o y(k) + \mathbf{P} \quad (5-14)$$

其中：

$$\mathbf{y}_p(k+1) = [y_p(k+1), y_p(k+2), \dots, y_p(k+P)]^T$$

$$\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+P-1)]^T$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & & & & \\ \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & & & 0 \\ \hat{a}_3 & \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ \hat{a}_P & \hat{a}_{P-1} & \dots & & \hat{a}_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{h}_o = [1, 1, \dots, 1]^T$$

$$\mathbf{P} = [P_1, P_2, \dots, P_P]^T$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \sum_{j=2}^N \hat{h}_i \Delta u(k+1-j) \\ S_2 &= \sum_{j=3}^N \hat{h}_i \Delta u(k+2-j) \\ &\vdots \\ S_P &= \sum_{j=P+1}^N \hat{h}_i \Delta u(k+P-j) \\ P_j &= \sum_{i=1}^j S_i \end{aligned} \right\}$$

§ 5.2.2 预测控制的基本原理

三、滚动优化

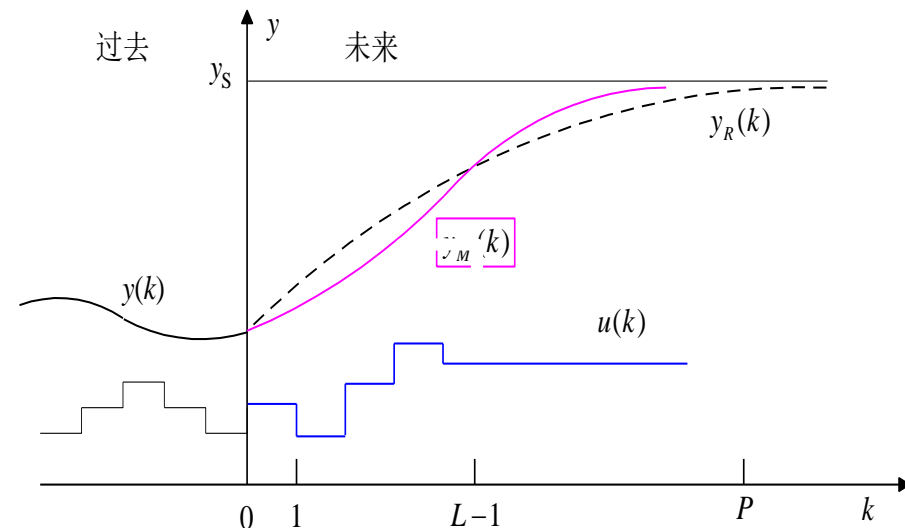
- 参考轨迹

希望输出按一条事先规定的曲线逐渐达到设定值 y_{sp} 的那条曲线称之为参考轨迹，一般常采用一阶滤波形式：

$$\begin{cases} y_r(k+i) = \alpha^i y(k) + (1-\alpha^i) y_{sp} & i = 1, 2, \dots, P \\ y_r(k) = y(k) \end{cases} \quad (5-15)$$

其中 $\alpha = e^{-T_s / \tau}$ ， T_s 为采样周期， τ 为参考轨迹的时间常数。

- 参考轨迹能够减小过量的控制作用，使系统的输出能平滑地达到设定值；
- 分析表明，参考轨迹的时间常数 τ 越大 (α 越大)，系统的“柔性”越好，鲁棒性也越强，但控制的快速性变差；需在两者兼顾原则下调整 α 值



§ 5.2.2 预测控制的基本原理

三、滚动优化

预测控制的目的是使系统的输出变量 $y(t)$ 沿着事先规定的参考轨迹逐渐到达设定值 y_{sp} 。

控制算法通过求解出包含 L 个量的控制序列 $u(k)$

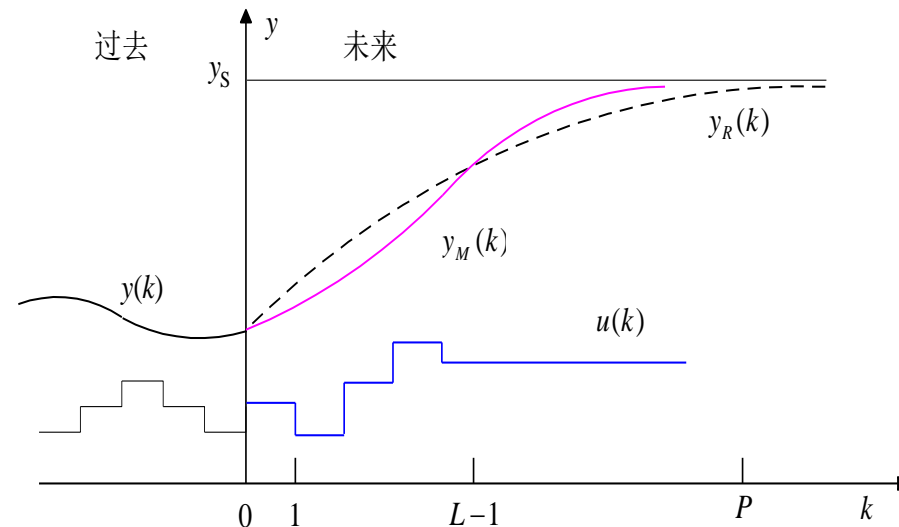
$$u(k) = [u(k), u(k+1), \dots, u(k+L-1)]^T$$

其中 L 称为控制步长，使得所选定的目标函数最优。

$$J = \sum_{i=1}^P [y_p(k+i) - y_r(k+i)]^2 \omega_i \quad (5-16)$$

式中， ω_i 为非负权系数，用来调整未来各采样时刻误差在品质指标 J 中所占份额的大小。

可以用通常的优化方法来求解，如最小二乘法、梯度法、二次规划等。



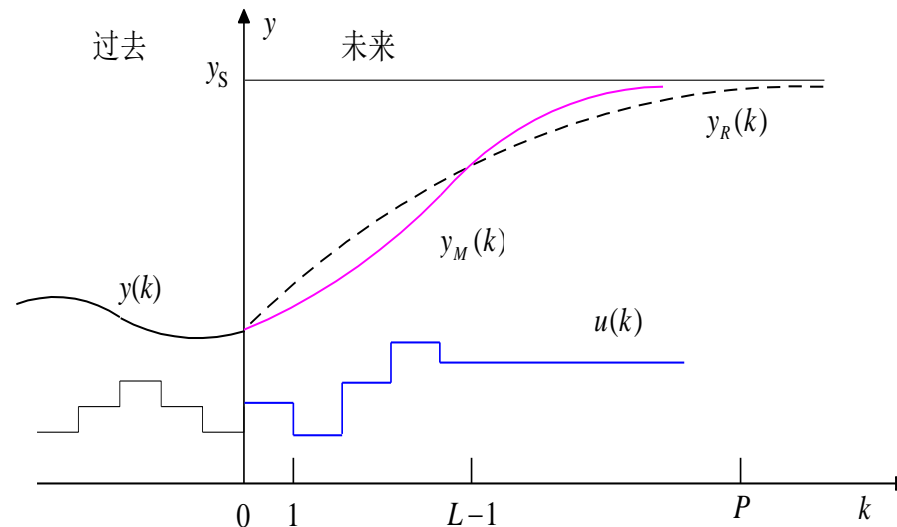
$y_p(k+i)$ 是 $u(k)$ 的
线性/非线性函数

§ 5.2.2 预测控制的基本原理

三、滚动优化

说明：

- 滚动优化是相对最优控制而言。
- 它不是采取一个不变的全局优化目标，而是采取滚动式的有限时域优化策略；优化过程不是一次离线进行，而是反复在线进行；
- 所谓滚动优化，是每个采样周期计算一次控制序列 $u(k)$ ，然后只使用第一个值 $u(k)$ ，下一个采样周期再计算一次、输出一次，周而复始滚动执行；
- 实质上，当考虑了实际被控过程中各种不确定性，如模型的失配、系统的干扰等，均以 $(y(k)-y_m(k))$ 的形式反馈校正，再进行优化，虽非最优，但能达到实际上的最优。



§ 5.2.2 预测控制的基本原理

四、控制律计算

系统的误差方程为参考轨迹与预测模型之差。

定义误差

$$\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{y}_r(k+1) - \mathbf{y}_p(k+1) \quad (5-17)$$

其中闭环预测模型为

$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) + \mathbf{h}_o \mathbf{y}(k) + \mathbf{P} \quad (5-18)$$

代入后可得修正后的方程：

$$\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{e}'(k+1) - \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) \quad (5-19)$$

其中

$$\mathbf{e}'(k+1) = \mathbf{y}_r(k+1) - [\mathbf{h}_o \mathbf{y}(k) + \mathbf{P}] \quad (5-20)$$

注意： \mathbf{e} 表示参考轨迹与闭环预测值之差；
 \mathbf{e}' 表示参考轨迹与零输入下闭环预测值之差；
 \mathbf{e}_k 是 k 时刻设定值与系统实际输出之差值

$$e_k = y_r - y(k)$$

§ 5.2.2 预测控制的基本原理

四、控制律计算

$$A_2 = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & & & \\ \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & 0 & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \hat{a}_P & \hat{a}_{P-1} & \cdots & \hat{a}_1 \end{bmatrix}_{P \times P}$$

修正后的误差方程

$$\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{e}'(k+1) - A_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) \quad (5-19)$$

当设定 $P=L$ ，且 A_2 矩阵的逆 A_2^{-1} 存在，则有

$$\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = A_2^{-1} \mathbf{e}'(k+1) \quad (5-21)$$

表明控制过程中在任何一个采用时刻系统都没有偏差。

通常 $P > L$ ，若选取目标函数 J 为

$$J = \mathbf{e}^T \mathbf{e} \quad (5-22)$$

使上述目标函数最小，可求得最优控制量 $\Delta \mathbf{u}$ 为

$$\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = (A_2^T A_2)^{-1} A_2^T \mathbf{e}'(k+1) \quad (5-23)$$

其中 $\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+L-1)]^T$

§ 5.2.2 预测控制的基本原理

四、控制律计算

若选取目标函数 J 为

$$J = \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \Delta \mathbf{u}_2^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}_2 \quad (5-24)$$

其中 \mathbf{Q} 为非负定加权对称矩阵， \mathbf{R} 为正定控制加权对称矩阵。

使目标函数 J 最小，由 $\frac{\partial J}{\partial \Delta \mathbf{u}} = 0$ ，可求得最优控制量 $\Delta \mathbf{u}$ 为

$$\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = [\mathbf{A}_2^T \mathbf{Q} \mathbf{A}_2 + \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{A}_2^T \mathbf{Q} \mathbf{e}'(k+1) \quad (5-25)$$

五、控制律的实施

在通常情况下，虽然计算出最优控制量 $\Delta \mathbf{u}$ 序列，但往往只是把**第一项** $\Delta \mathbf{u}(k)$ 输送到实际系统，到下一采样时刻再重新计算 $\Delta \mathbf{u}$ 序列，并输出该序列中的第一个值，周而复始。

当 $\Delta \mathbf{u}$ 不做要求（约束）时，称**无约束预测控制**；
当 \mathbf{u} 、 $\Delta \mathbf{u}$ 有幅值约束，称**带约束预测控制**

§ 5.2.2 预测控制的基本原理

- 各种简化算法

- 对被控变量：
 - 单值：只考虑第 P 步误差
 - 多值：考虑第 $1 \sim P$ 步误差加权平方和
 - 分块：
- 对控制变量：
 - 单步： $L=1$
 - 多步： $L \leq P$
 - 分块：

$P=1, L=1$

单值单步预测，最简单

$P>1, L>1 \ (L \leq P)$

多值多步预测

- $L=P$, A阵为方阵
- $L<P$, A阵为瘦阵

$$A = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & & & & \\ \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \hat{a}_L & \hat{a}_{L-1} & \cdots & & \hat{a}_1 \\ \vdots & \vdots & & & \\ \hat{a}_P & \hat{a}_{P-1} & \cdots & & \hat{a}_{P-L+1} \end{bmatrix}_{P \times L}$$

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

- DMC算法是基于单位阶跃响应模型来设计的。

如果得到单位阶跃响应曲线，选取参数 N ，得到参数 $\{\hat{a}_j\}$ 。

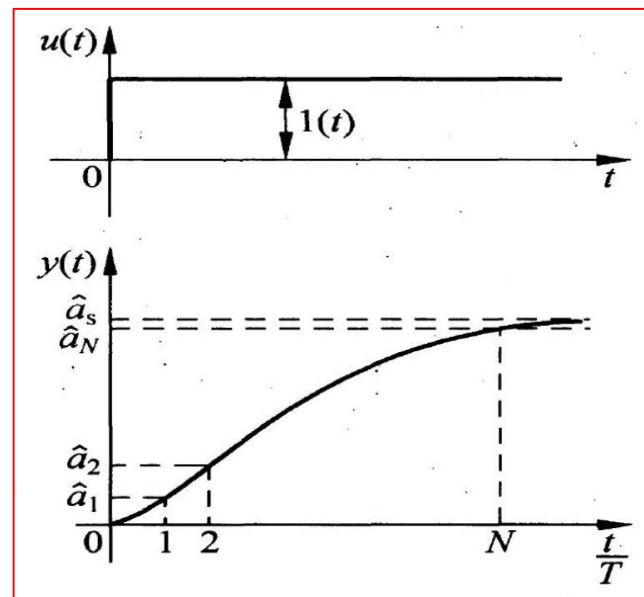
设定预测步长 P 、控制步长 L ($L \leq P$)

(1) 预测模型：

$$\mathbf{y}_m(k+1) = \hat{a}_s \mathbf{u}(k) + \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{u}_1(k) + \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) \quad (5-26)$$

$$\Delta \mathbf{u}_1(k) = [\Delta u(k-N), \Delta u(k-N+1), \dots, \Delta u(k-1)]^T$$

$$\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+P-1)]^T$$



$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & & & & \\ \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & & & 0 \\ \hat{a}_3 & \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ \hat{a}_P & \hat{a}_{P-1} & \dots & & \hat{a}_1 \end{bmatrix}$$

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

(2) 模型预测值的反馈校正

$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{y}_m(k+1) + \mathbf{h}_o [y(k) - y_m(k)] \quad (5-27)$$

整理得到如下的闭环预测模型 (离散卷积模型) :

$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) + \mathbf{h}_o y(k) + \mathbf{P} \quad (5-28)$$

其中: $\mathbf{y}_p(k+1) = [y_p(k+1), y_p(k+2), \dots, y_p(k+P)]^T$
 $\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+P-1)]^T$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & & & \\ \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & & 0 \\ \hat{a}_3 & \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & \\ \vdots & \vdots & & \ddots \\ \hat{a}_P & \hat{a}_{P-1} & \dots & \hat{a}_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{h}_0 = [1, 1, \dots, 1]^T$$

$$\mathbf{P} = [P_1, P_2, \dots, P_P]^T$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \sum_{j=2}^N \hat{h}_i \Delta u(k+1-j) \\ S_2 &= \sum_{j=3}^N \hat{h}_i \Delta u(k+2-j) \\ &\vdots \\ S_P &= \sum_{j=P+1}^N \hat{h}_i \Delta u(k+P-j) \\ P_j &= \sum_{i=1}^j S_i \end{aligned} \right\}$$

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

(3) 参考轨迹与误差方程

系统的误差方程为参考轨迹与预测模型之差。

定义误差
$$\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{y}_r(k+1) - \mathbf{y}_p(k+1) \quad (5-29)$$

其中闭环预测模型为
$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) + \mathbf{h}_0 y(k) + \mathbf{P} \quad (5-30)$$

代入后可得修正后的方程
$$\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{e}'(k+1) - \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) \quad (5-31)$$

其中
$$\mathbf{e}'(k+1) = \mathbf{y}_r(k+1) - [\mathbf{h}_0 y(k) + \mathbf{P}]$$

(4) 目标函数与控制律

若选取目标函数 J 为 $J = \mathbf{e}^T \mathbf{e}$, 可得控制量 $\Delta \mathbf{u}$ 为

$$\Delta \mathbf{u}_2(k+1) = (\mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{A}_2^T \mathbf{e}'(k+1) \quad (5-32)$$

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

• 算法主要步骤与算式:

预测模型: $\mathbf{y}_m(k+1) = \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}(k+1) + \mathbf{y}'$

模型校正: $\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{y}_m(k+1) + \mathbf{h}_0[\mathbf{y}(k) - \mathbf{y}_m(k)]$

$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}(k+1) + \mathbf{y}''$$

轨迹跟踪: $\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{y}_r(k+1) - \mathbf{y}_p(k+1)$

$$\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{e}'(k+1) - \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}(k+1)$$

目标函数: $J = \mathbf{e}^T \mathbf{e}$

控制序列: $\Delta \mathbf{u}(k+1) = [\mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_2]^{-1} \mathbf{A}_2^T \mathbf{e}'$

$$\mathbf{y}_m(k+1) = \hat{\mathbf{a}}_s \mathbf{u}(k) + \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{u}_1(k) + \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1)$$

$$\mathbf{y}_p(k+1) = \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{u}_2(k+1) + \mathbf{h}_0 \mathbf{y}(k) + \mathbf{P}$$

$$\mathbf{e}'(k+1) = \mathbf{y}_r(k+1) - \mathbf{y}''$$

• 控制参数:

- 预测模型: 截断步长 N
- 时域/步长: 预测时域 P , 控制时域 L ,
- 参考轨迹: 滤波系数 α

$$J = \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \Delta \mathbf{u}_2^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}_2$$

- 加权矩阵 \mathbf{Q} 、 \mathbf{R}

[例] 习题 9.4 已知某对象的脉冲响应序列为(0.15, 0.25, 0.2, 0.18, 0.15, 0.08), 在预测步长为3, 控制步长为2, $y_{sp}=y_r=10$ 的情况下, 利用**动态矩阵控制DMC**来进行控制。假设已知对象实际输出 $y(k)=9.0$, $y(k+1)=9.5$, 且 $u(k-1)=u(k-2)=\cdots=u(k-6)$, 试求出第一步、第二步控制向量。

解: 1. $P=3, L=2$,

$$\hat{h}=(0.15, 0.25, 0.2, 0.18, 0.15, 0.08)$$

$$\hat{a}_i = \sum_{j=1}^i \hat{h}_j \quad a=(0.15, 0.4, 0.6, 0.78, 0.93, 1.01)$$

2. $y_p(k+1) = A_2 \Delta u_2(k+1) + h_0 y(k) + P$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ a_2 & a_1 \\ a_3 & a_2 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0.4 & 0.15 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$y(k)=9.0,$$

$$h_0=[1,1,1]^T$$

$$P = [P_1, P_2, \cdots, P_P]^T$$

$$S_1 = \sum_{j=2}^N \hat{h}_i \Delta u(k+1-j)$$

$$S_2 = \sum_{j=3}^N \hat{h}_i \Delta u(k+2-j)$$

\vdots

$$S_P = \sum_{j=P+1}^N \hat{h}_i \Delta u(k+P-j)$$

$$P_j = \sum_{i=1}^j S_i$$

$$y_m(k+1) = a_s u(k) + A_1 \Delta u_1(k) + A_2 \Delta u_2(k+1)$$

$$y_m(k+1) = a_s u(k-6) + a_6 \Delta u_1(k-5) + a_5 \Delta u_1(k-4) + a_4 \Delta u_1(k-3) + a_3 \Delta u_1(k-2) + a_2 \Delta u_1(k-1) + a_1 \Delta u_2(k)$$

$$y_m(k+2) = a_s u(k-5) + a_6 \Delta u_1(k-4) + a_5 \Delta u_1(k-3) + a_4 \Delta u_1(k-2) + a_3 \Delta u_1(k-1) + a_2 \Delta u_2(k) + a_1 \Delta u_2(k+1)$$

$$y_m(k+3) = a_s u(k-4) + a_6 \Delta u_1(k-3) + a_5 \Delta u_1(k-2) + a_4 \Delta u_1(k-1) + a_3 \Delta u_2(k) + a_2 \Delta u_2(k+1)$$

$$y_p(k+1) = y_m(k+1) + h_0[y(k) - y_m(k)]$$

$$y_p(k+1) = A_2 \Delta u_2(k+1) + h_0 y(k) + P$$

$$\Delta u_2(k+1) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1)]^T$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$$

$$u(k-1)=u(k-2)=\cdots=u(k-6)$$

$$\Delta u(k+i-j) = 0, i=1\sim 3, j=2\sim N$$

$$S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 0$$

$$P_1 = 0, P_2 = 0, P_3 = 0$$

[例] 习题 9.4 已知某对象的脉冲响应序列为(0.15, 0.25, 0.2, 0.18, 0.15, 0.08), 在预测步长为3, 控制步长为2, $y_{sp}=y_r=10$ 的情况下, 利用**动态矩阵控制DMC**来进行控制。假设已知对象实际输出 $y(k)=9.0$, $y(k+1)=9.5$, 且 $u(k-1)=u(k-2)=\cdots=u(k-6)$, 试求出第一步、第二步控制向量。

解: 1. $P=3, L=2$,

$$\hat{h}, a=(0.15, 0.4, 0.6, 0.78, 0.93, 1.01)$$

2. $y_p(k+1) = A_2 \Delta u_2(k+1) + h_0 y(k) + P$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0.4 & 0.15 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} \quad y(k)=9.0, \quad h_0=[1,1,1]^T \quad P=0$$

3. $e(k+1) = y_r(k+1) - y_p(k+1)$

$$e(k+1) = e'(k+1) - A_2 \Delta u_2(k+1)$$

$$e'(k+1) = y_r(k+1) - [h_0 y(k) + P]$$

4. $J = e^T e$

5. $\Delta u_2(k+1) = (A_2^T A_2)^{-1} A_2^T e'(k+1)$

第一控制向量为 $\begin{bmatrix} 4.9827 \\ -5.1769 \end{bmatrix}$;

$$\begin{aligned} e'(k+1) &= y_r(k+1) - [h_0 y(k) + P] \\ &= [10 - 9, 10 - 9, 10 - 9]^T \\ &= [1, 1, 1]^T \end{aligned}$$

$$\Delta u_2(k+1) = (A_2^T A_2)^{-1} A_2^T e'(k+1)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0.4 & 0.15 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} \quad A_2^T = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.4 & 0.6 \\ 0 & 0.15 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$[A_2^T A_2] = \begin{bmatrix} 0.543 & 0.3 \\ 0.3 & 0.183 \end{bmatrix} \quad [A_2^T A_2]^{-1} = \begin{bmatrix} 20.264 & -33.31 \\ -33.31 & 60.236 \end{bmatrix}$$

$$(A_2^T A_2)^{-1} A_2^T = \begin{bmatrix} 3.04 & 3.109 & -1.166 \\ -4.996 & -4.289 & 4.108 \end{bmatrix}$$

$$\Delta u_2(k+1) = \begin{bmatrix} 3.04 & 3.109 & -1.166 \\ -4.996 & -4.289 & 4.108 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.983 \\ -5.177 \end{bmatrix}$$

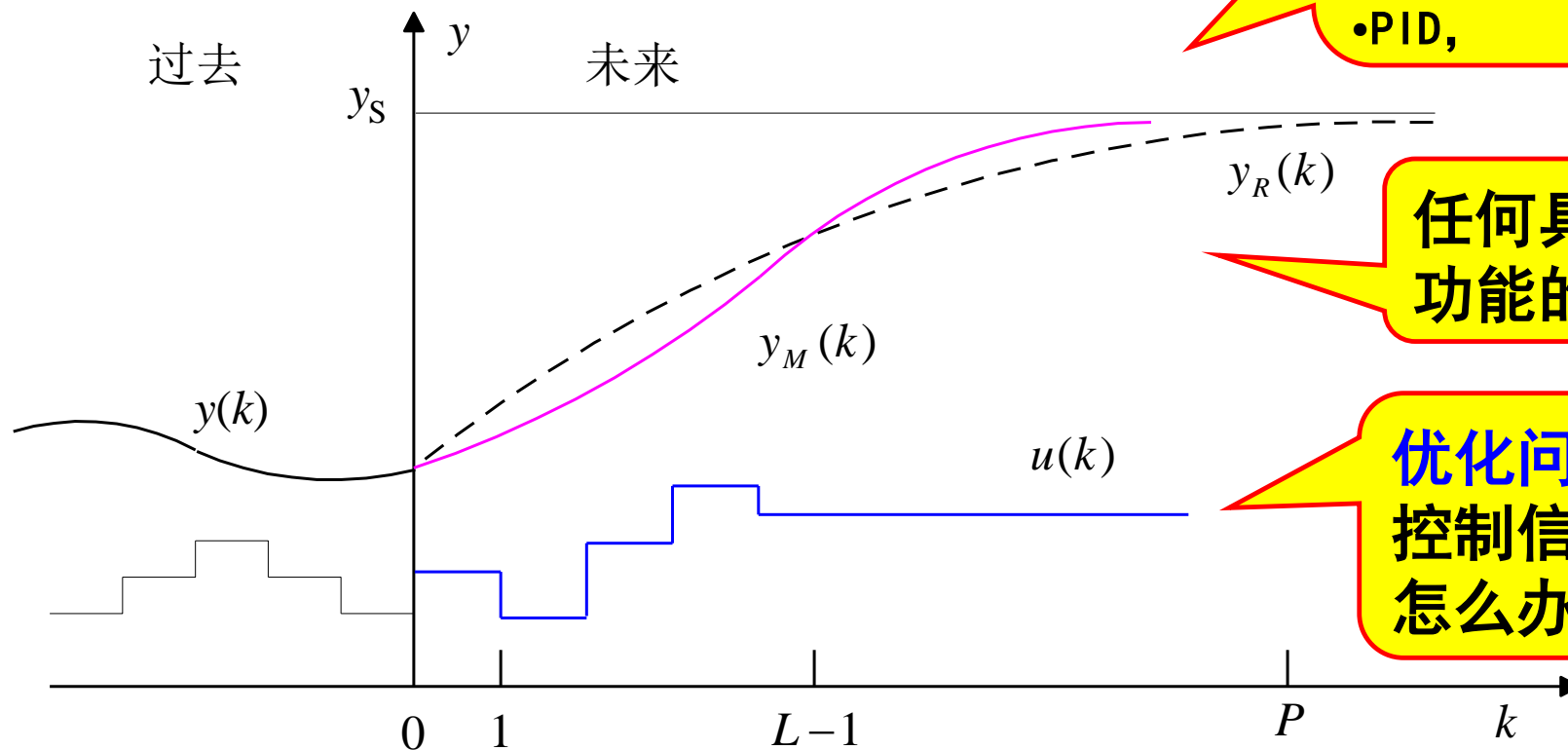
[例] 习题 9.4 已知某对象的脉冲响应序列为(0.15, 0.25, 0.2, 0.18, 0.15, 0.08), 在预测步长为3, 控制步长为2, $y_{sp}=y_r=10$ 的情况下, 利用动态矩阵控制DMC来进行控制。假设已知对象实际输出 $y(k)=9.0$, $y(k+1)=9.5$, 且 $u(k-1)=u(k-2)=\cdots=u(k-6)$, 试求出第一步、第二步控制向量。

解: 第二步控制向量 ?

第二步控制向量为 $\begin{bmatrix} -4.6062 \\ 0.3554 \end{bmatrix}$

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

算法分析**难**!



与PID的区别?

PID

- 过去误差,
- 无模型,
- PID,

MPC

- 预测误差
- 有模型
- 最优化

任何具有预测功能的模型

优化问题?
控制信号受限怎么办?

动态矩阵控制 (DMC): $\Delta u = [A_2^T Q A_2 + \lambda I]^{-1} A_2^T Q e'$

是否都有解析表达式?

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

• 性能分析

- 控制参数
 - 预测模型：截断步长 N
 - 时域/步长：预测时域 P ，控制时域 L ，
 - 参考轨迹：滤波系数 α
 - 加权矩阵：系数 Q 、 R
- DMC有多个控制参数待选取，由于采用阶跃响应模型和加权系数的优化算法，因此难以用解析的方法表示各参数对控制特性的定量关系。
- 通常对特定的参数值进行定性的讨论，再用仿真方法研究典型对象特性与参数变化之间的关系。

• 稳定性

- 例如取 $Q=I$ 、 $R=0$ 、 $L=1$ ，则不论阶跃响应曲线为何种形状，选择充分大的 P 值，闭环系统稳定

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

- 性能分析 以单步预测的DMC简单形式为例，其中控制加权为0，即 $J=e^T e$ ，进一步简化为 $y_p(k+1)=y_r(k+1)$ 。

$$y_m(k+1) + [y(k) - y_m(k)] = (1-\alpha)y_s + \alpha y(k)$$

$$(1-\alpha)y_s = (1-\alpha)y(k) + y_m(k+1) - y_m(k)$$

Z变换



$$(1-\alpha)y_s(z) = (1-\alpha)y(z) + (z-1)y_m(z)$$

$$\frac{u(z)}{y_s(z)} = \frac{(1-\alpha)}{(1-\alpha)h(z) + (z-1)\hat{h}(z)}$$

$$\frac{y(z)}{y_s(z)} = \frac{(1-\alpha)h(z)}{(1-\alpha)h(z) + (z-1)\hat{h}(z)}$$

特征方程 $\Phi(z) = (1-\alpha)h(z) + (z-1)\hat{h}(z)$

若 $\hat{h}(z) = h(z)$ $\Phi(z) = (z-\alpha)h(z)$

已知 $\alpha < 1$ $\frac{y(z)}{y_s(z)} = \frac{1-\alpha}{z-\alpha}$ 则开环稳定时，闭环稳定

$$y_r(k+1) = (1-\alpha)y_s + \alpha y(k)$$

y_s : 设定值

$$y(z) = h(z)u(z) \quad y_m(z) = \hat{h}(z)u(z)$$

$$\hat{h}(z) = \hat{h}_1 z^{-1} + \hat{h}_2 z^{-2} + \dots + \hat{h}_N z^{-N}$$

若 $\hat{h}(z) \neq h(z)$ ，假设 $\hat{h}(z) = gh(z)$

$$\frac{y(z)}{y_s(z)} = \frac{(1-\alpha)g}{z - [1 - (1-\alpha)g]}$$

闭环系统引入新的极点

当开环稳定，取 $0 < g < \frac{2}{1-\alpha}$ 时

闭环系统稳定

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

- 控制参数的选取
 - 预测模型：截断步长 N
 - 参考轨迹：滤波系数 α
 - 时域/步长：预测时域 P ，控制时域 L ，
 - 加权矩阵：系数 Q 、 R

1) 截断步长 N :

- NT 应该包含过程的过渡时间;
- N 太大, 会增加计算量;
- 取 $N=20\sim50$;

2) 参考轨迹的参数 α :

- α 越大, 稳定性、鲁棒性越好, 但快速性变差

3) 加权矩阵系数 Q 、 R :

- 相对值, 都取对角矩阵, $Q=I$;
- R 对控制增量进行加权, 是为降低控制作用的波动而引入, 通常取较小的数值

4) 预测时域 P 、控制时域 L : ($L \leq P$)

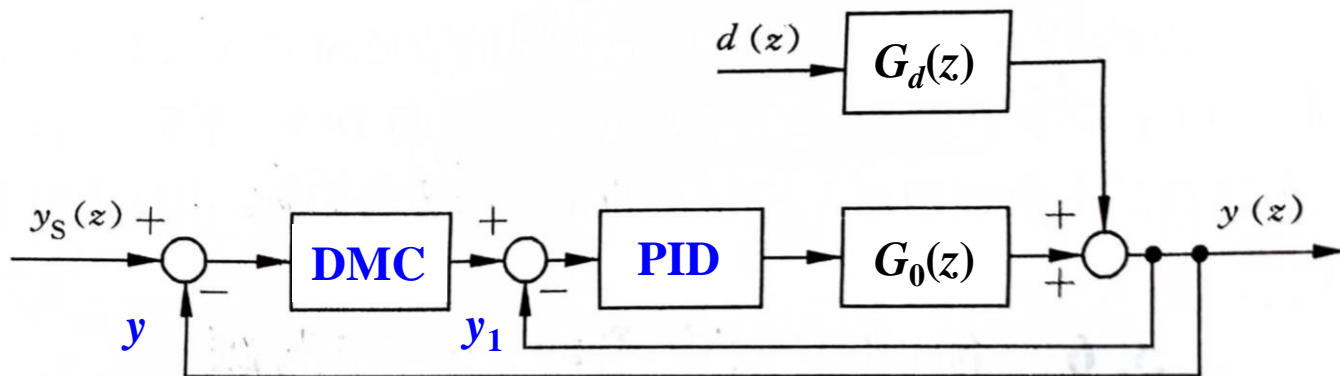
- L 小, 灵活性弱, 难以使得输出跟踪设定;
- L 大, 灵活性高, 稳定性和鲁棒性变差, 矩阵求逆的计算量增加;
- P 值应覆盖对象阶跃响应的主要部分;
- P 小, 对模型失配及扰动的鲁棒性变差, 甚至不稳定;
- P 大, 稳定性好, 但动态响应过于平缓;
- 通常取 $L=2\sim8$; $P=2L$

《实验六 预测控制》
通过仿真实验来对比

§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

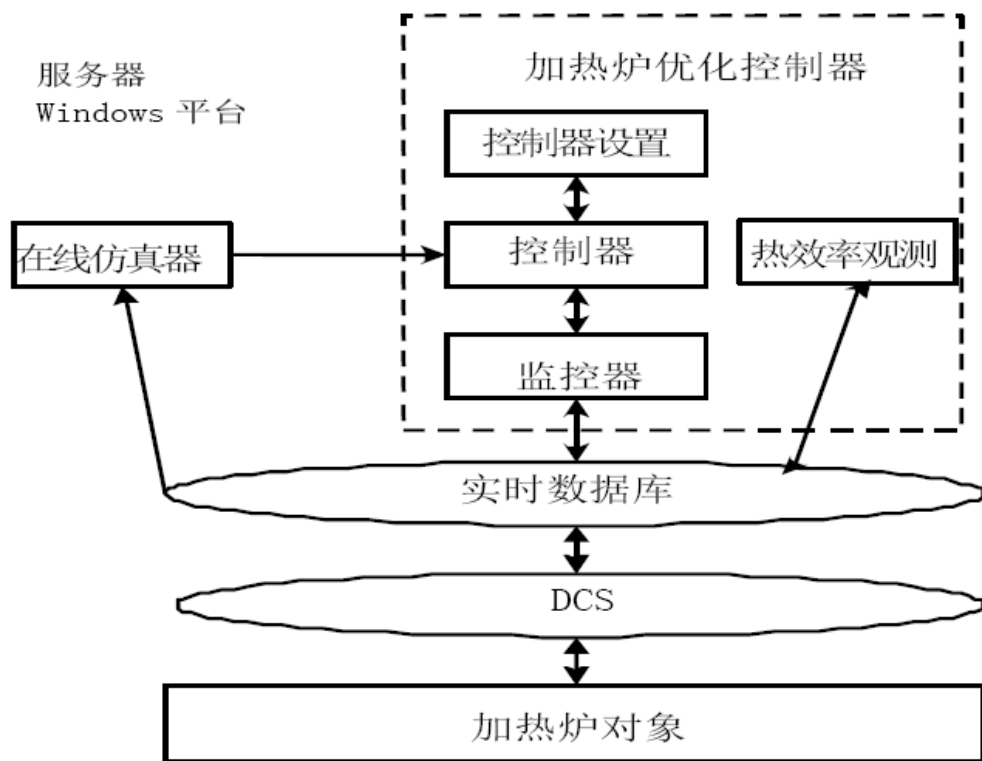
• 控制结构

- 预测控制可以用来直接驱动执行机构，使得被控变量很好的跟踪设定值；
- 预测控制往往需要辨识模型，在每个采样周期（控制周期）进行复杂计算，因此在工程应用中只对重要回路才采用预测控制算法；
- 实际中，采用DCS（分布式控制系统）实现常规PID控制，具有强大的计算和编程能力，以较快的采样频率进行控制，抑制干扰，平稳操作。
- 通常是在原有PID控制系统的基础上，利用预测控制算法改变被控过程的设定值，构成一个串级控制系统
- 对于开环不稳定系统，先用PID控制使其稳定，再作为预测控制的被控对象，构成DMC-PID串级控制系统

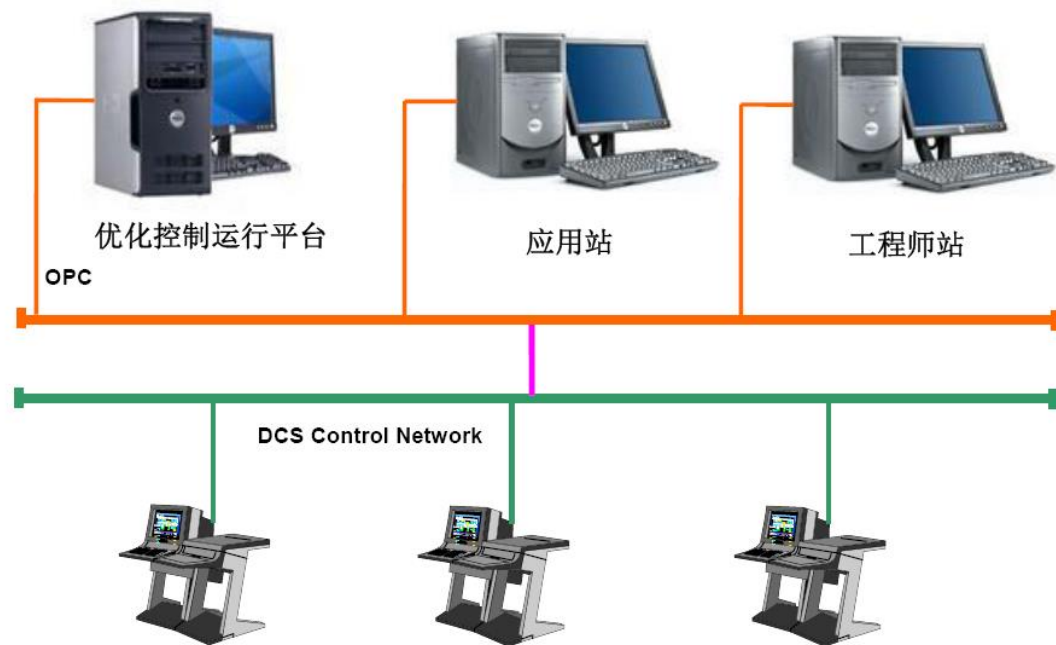


§ 5.2.3 动态矩阵控制算法 (DMC)

• 控制结构



- 通过计算机控制系统来实现
- 工程实施中，不直接由MPC操作调节阀
- 底层PID控制回路不变，回路设定值由MPC给出

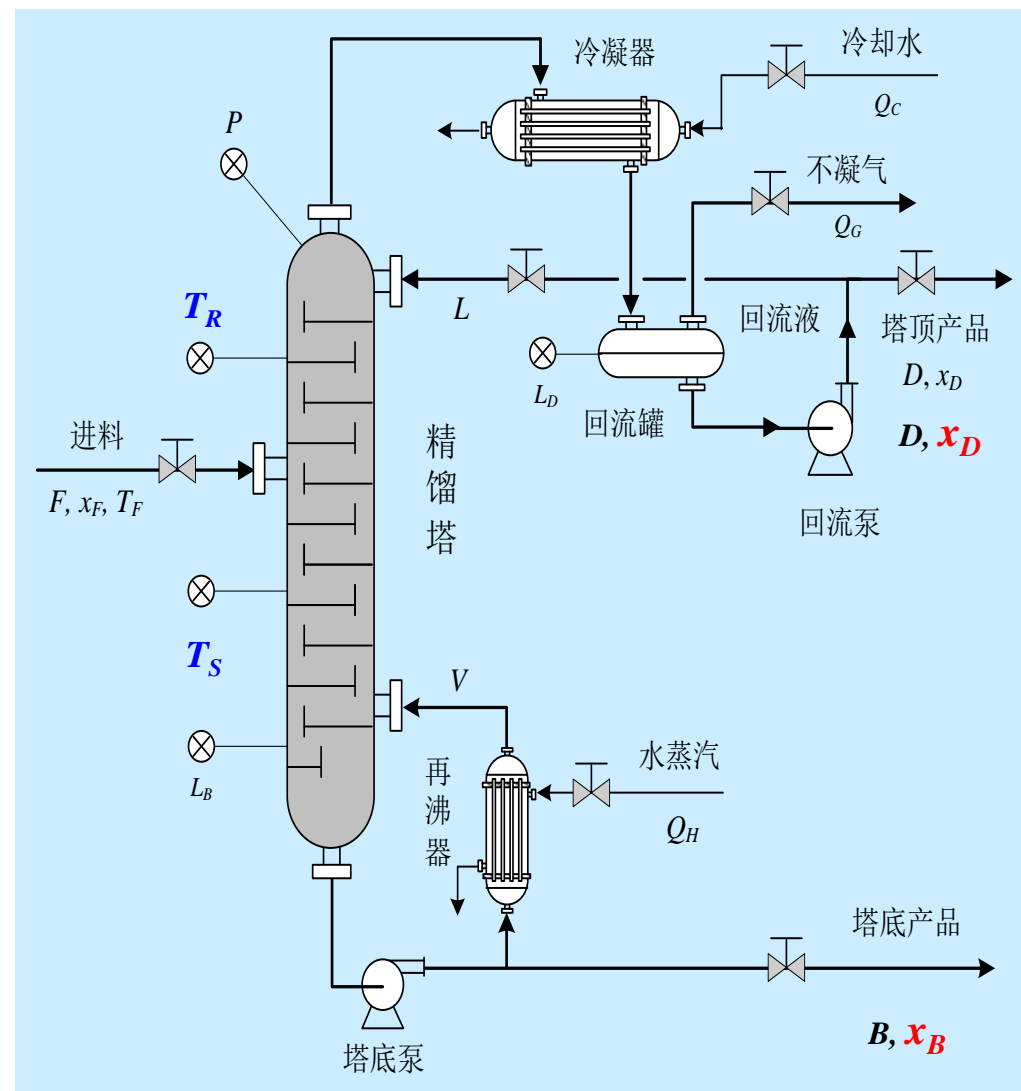


§ 5.2.4 多变量预测控制 (*)

- 多变量控制的特点:

对多个变量的综合协调控制

- 具有多个控制手段能达到平稳控制
- 具有对模型慢动和环境变化的鲁棒性
- 在常规控制的基础上, 协调多个控制回路, 使过程在给定操作点平稳运行
- 确定被控变量 (CV)、控制变量(MV)、可测的扰动变量(DV)



§ 5.2.4 多变量预测控制 (*)

一、预测模型与校正

对于一个 m 输入、 l 输出的对象，它的模型可以看成由 $l \times m$ 个子模型构成，每个子模型就是一个SISO对象模型。若设各子模型长度相等，均为 N 。

对于多值预测，为简单起见，假设整个系统采用相同的预测步长 P 和控制步长 L 。

经过模型校正的闭环预测模型为：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_p &= [y_{p1}(k+1), y_{p2}(k+1), \dots, y_{pl}(k+1), y_{p1}(k+2), \dots, y_{pl}(k+2), \\ &\quad \dots, y_{p1}(k+P), y_{p2}(k+P), \dots, y_{pl}(k+P)]^T \\ \Delta \mathbf{u} &= [\Delta u_1(k), \Delta u_2(k), \dots, \Delta u_m(k), \Delta u_1(k+1), \dots, \Delta u_m(k+1), \\ &\quad \dots, \Delta u_1(k+L-1), \dots, \Delta u_m(k+L-1)]^T \\ \mathbf{y}_p &= \mathbf{A} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{y} + \mathbf{p} \end{aligned} \tag{5-33}$$

§ 5.2.4 多变量预测控制 (*)

一、预测模型与校正

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{A}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{y} + \mathbf{p} \quad (5-34)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & & & \\ \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{A}_L & \cdots & \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_1 \\ \vdots & & & \vdots \\ \mathbf{A}_P & \cdots & \mathbf{A}_{P-L} & \mathbf{A}_{P-L+1} \end{bmatrix}_{lP \times mL}$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} a_{1i} & a_{2i} & \cdots & a_{mi} \\ a_{1i} & a_{2i} & \cdots & a_{mi} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{1i} & a_{2i} & \cdots & a_{mi} \end{bmatrix}_{l \times m}$$

$$\mathbf{p} = \left[\sum_{j=1}^m p_{1j}(k+1), \dots, \sum_{j=1}^m p_{lj}(k+1), \sum_{j=1}^m p_{1j}(k+2), \dots, \sum_{j=1}^m p_{lj}(k+2), \dots, \sum_{j=1}^m p_{1j}(k+P), \dots, \sum_{j=1}^m p_{lj}(k+P) \right]^T$$

$$p_{ij}(k+x) = \sum_{w=1}^x s_{ij}(k+w),$$

$$s_{ij}(k+w) = \sum_{s=w+1}^N \hat{h}_{ijs} \Delta u(k+w-s)$$

§ 5. 2. 4 多变量预测控制 (*)

一、预测模型与校正

参考轨迹为：

$$\mathbf{y}_R = [y_{R1}(k+1), y_{R2}(k+1), \dots, y_{Rl}(k+1), y_{R1}(k+2), \dots, y_{Rl}(k+2), \dots, y_{R1}(k+P), \dots, y_{Rl}(k+P)]^T$$

$$y_{Ri}(k+j) = (1 - \alpha_i^j) y_{Si}(k+j) + \alpha_i^j y_i(k) \quad (5-35)$$

$$i = 1, 2, \dots, l; \quad j = 1, 2, \dots, P;$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{y}_R - \mathbf{y}_p \quad (5-36)$$

§ 5. 2. 4 多变量预测控制 (*)

二、控制算法

目标函数为：

$$J = \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u} \quad (5-37)$$

通过 $\partial J / \partial \Delta \mathbf{u} = 0$ 可求解得到最优控制量为：

$$\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{A}^T \mathbf{Q} \mathbf{A} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q} [\Lambda (\mathbf{y}_s - \mathbf{y}) - \mathbf{p}] \quad (5-38)$$

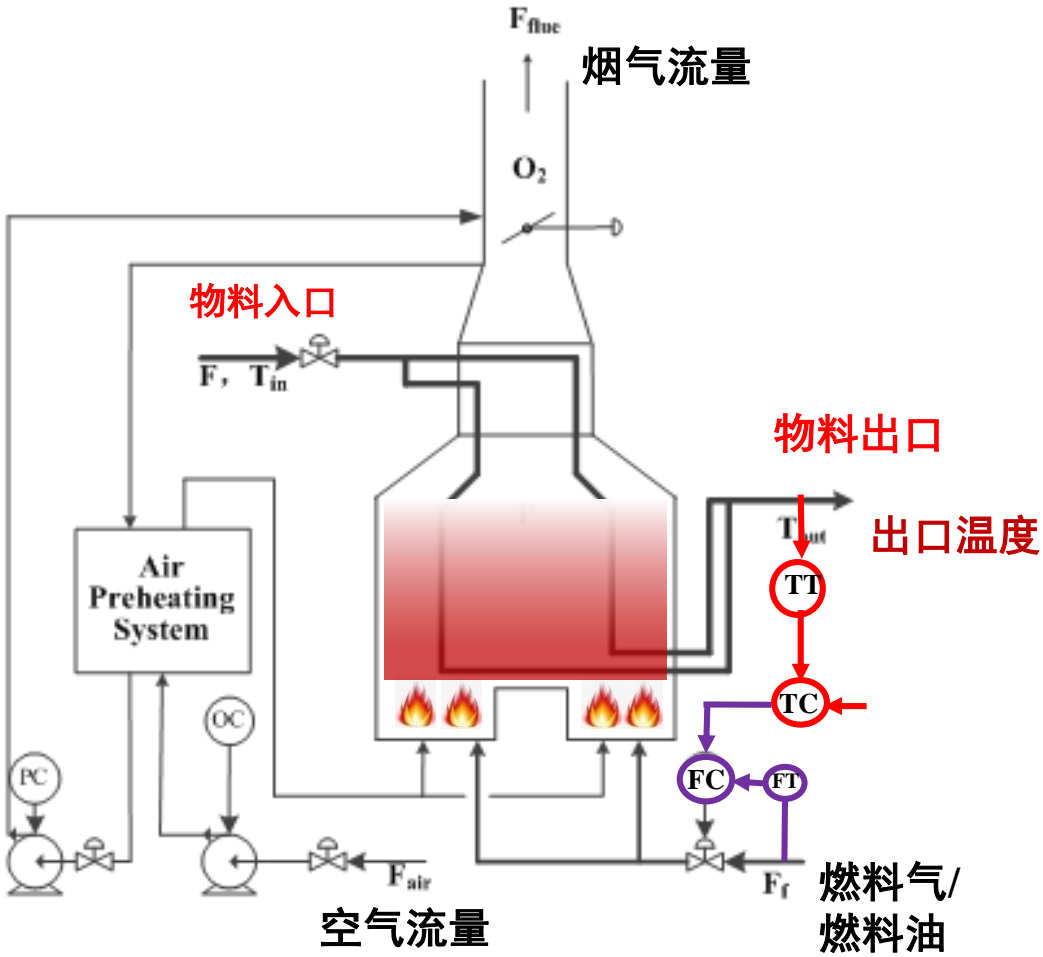
$$\mathbf{Q} = \text{diag} \{ q_{11}^2, q_{12}^2, \dots, q_{1P}^2, q_{21}^2, \dots, q_{2P}^2, \dots, q_{l1}^2, \dots, q_{lP}^2 \}$$

$$\mathbf{R} = \text{diag} \{ r_{11}^2, r_{12}^2, \dots, r_{1L}^2, r_{21}^2, \dots, r_{2L}^2, \dots, r_{m1}^2, \dots, r_{mL}^2 \}$$

$$\Lambda = \text{diag} \{ 1 - \alpha_1, 1 - \alpha_1^2, \dots, 1 - \alpha_1^P, 1 - \alpha_2, \dots, 1 - \alpha_2^P, \dots, 1 - \alpha_l, \dots, 1 - \alpha_l^P \}$$

§ 5. 2. 5 预测控制应用案例

【案例1】加热炉的控制



加热炉的工艺控制指标

常压炉	大常压炉出口温度	℃	362 ± 2
	小常压炉出口温度	℃	364 ± 2
	分支温度差	℃	$\neq 5$
	分支流量差	t/h	$\neq 5$
	炉膛温度	℃	$\neq 800$
	热效率*	%	≤ 91.5
	排烟温度*	℃	$\neq 160$
	氧含量*	%	1.5~4

炉出口温度 $362 \pm 2 \text{ } ^\circ\text{C}$
氧含量 1.5 ~ 4 %

- 从生产要求看，保证被加热物料的出口温度 T ；从节能要求看，需要控制尾气氧含量以提高加热炉的热效率。
- 分析工艺可知，物料出口温度、尾气氧含量两个控制回路之间有耦合，因而是一个双变量系统。

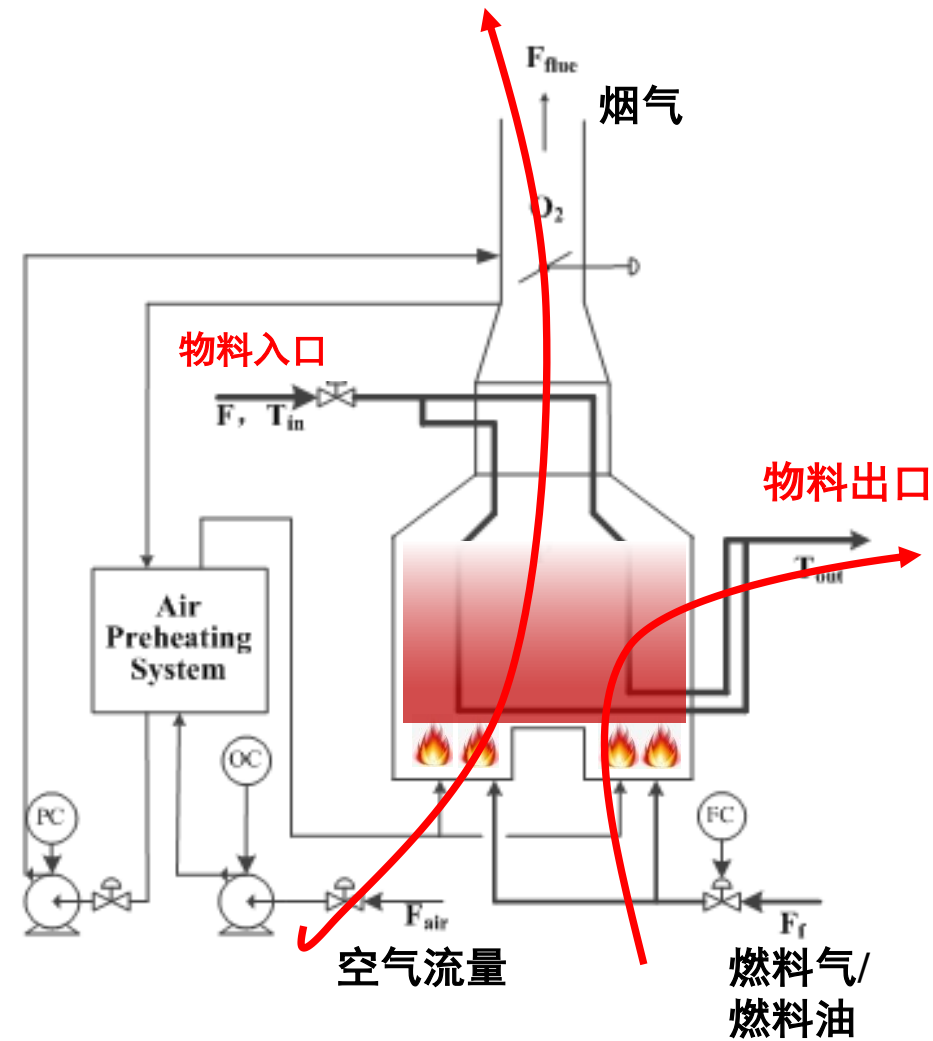
管式加热炉的控制

控制目标： 炉出口温度 $362 \pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$
氧含量 $1.5 \sim 4\%$

控制方案： （空燃比值控制打开）
炉出口温度 -- 燃料气流量串级控制
氧含量 -- 空气流量串级控制

		燃料气流量	空气流量	进料流量
		MV1	MV2	DV
出口温度	CV1	√	×	√
氧含量	CV2	√	√	×

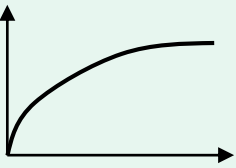
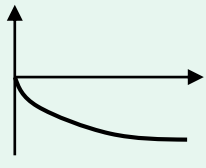
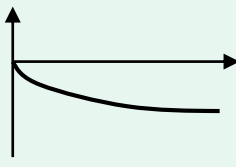
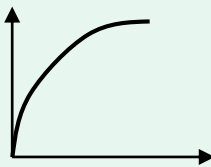
问题： 出现了相互影响，难以兼顾



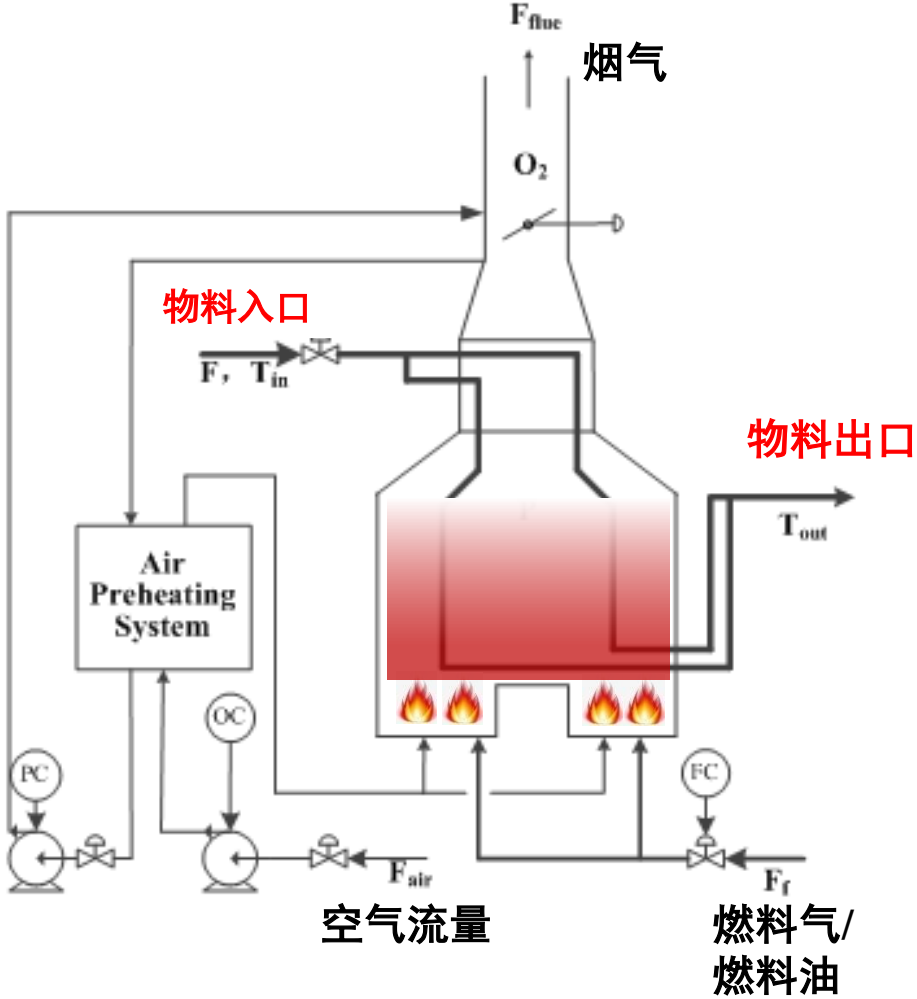
管式加热炉的控制

控制目标： 炉出口温度 $362 \pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$
氧含量 $1.5 \sim 4\%$

解决思路： -- 多变量控制

		燃料气流量	空气流量	进料流量
		MV1	MV2	DV
出口温度	CV1		×	
氧含量	CV2			×

(K, T, τ)



§ 5.2.5 预测控制应用案例

【案例1】加热炉的控制

分析工艺可知，物料出口温度、尾气氧含量两个控制回路之间有耦合，因而是个双变量系统，需要采用多变量预测控制。例如，DMC方法。

$$y_p = A\Delta u + h_0 y(k) + p \quad (5-39)$$

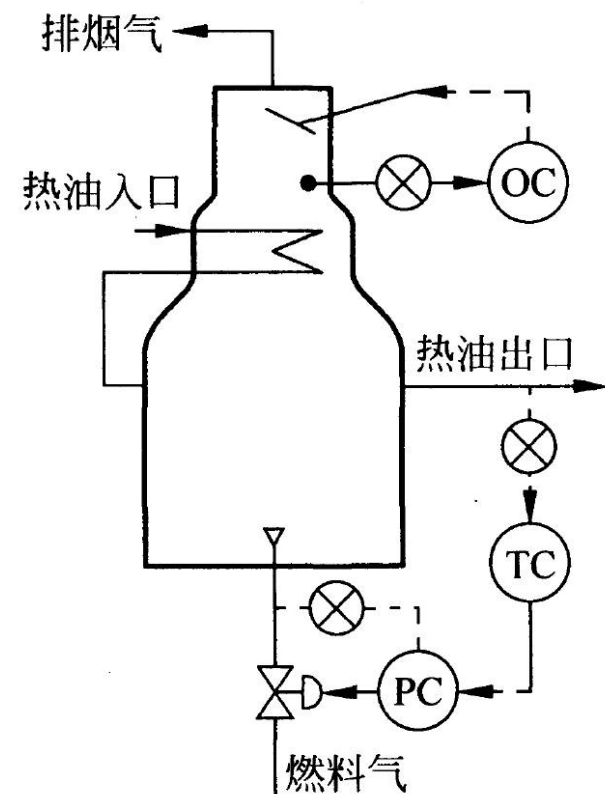
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ B_1 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_1(k) + P_1 \\ y_2(k) + P_2 \end{bmatrix} \quad (5-40)$$

$$J = e^T Q e + \Delta u^T R \Delta u \quad (5-41)$$

$$\Delta u = (A^T Q A + R)^{-1} A^T Q \hat{e}' \quad (5-42)$$

实际控制时，施加于系统的控制量只是 Δu 中的第一个分量 $\Delta u(k)$ 。

双变量系统的仿真，参数设置为：截断步长 $N=20$ ，预测步长 $P=7$ ，控制步长 $L=5$ ，采样时间 $T_s=20s$ ，权值矩阵 $Q=I$ (单位阵)， $R=0.2I$ 。

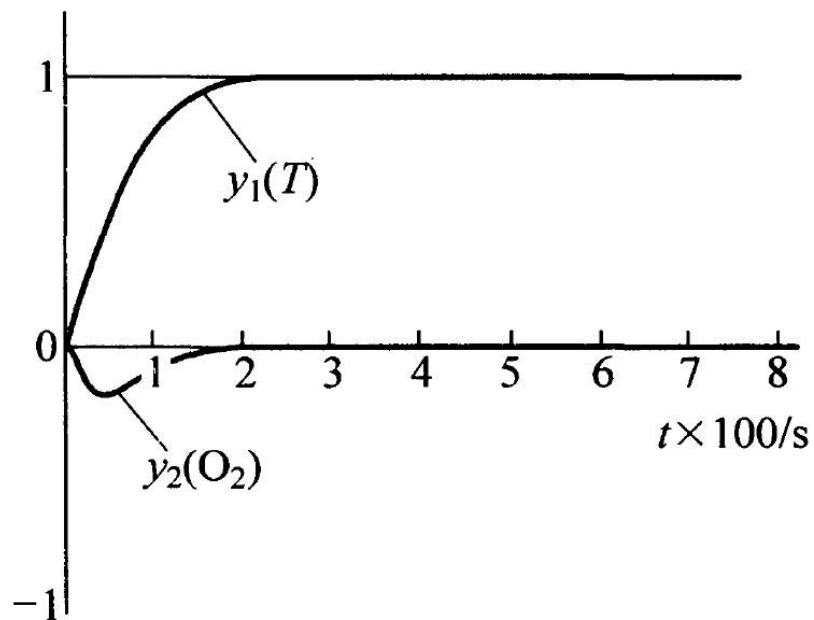


加热炉的工艺流程图

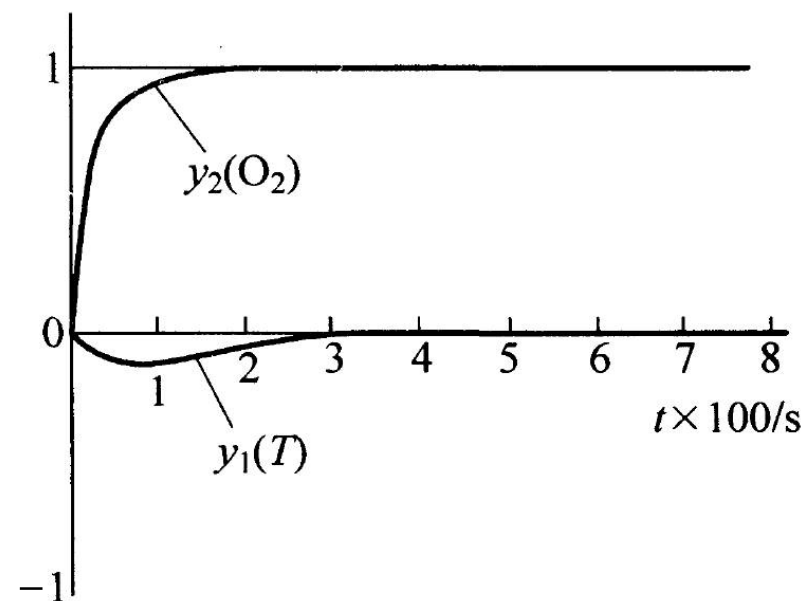
§ 5.2.5 预测控制应用案例

【案例1】加热炉的控制

仿真结果：双变量系统的阶跃响应曲线



(a) 出口温度 T 在设定值单位阶跃扰动下的响应曲线

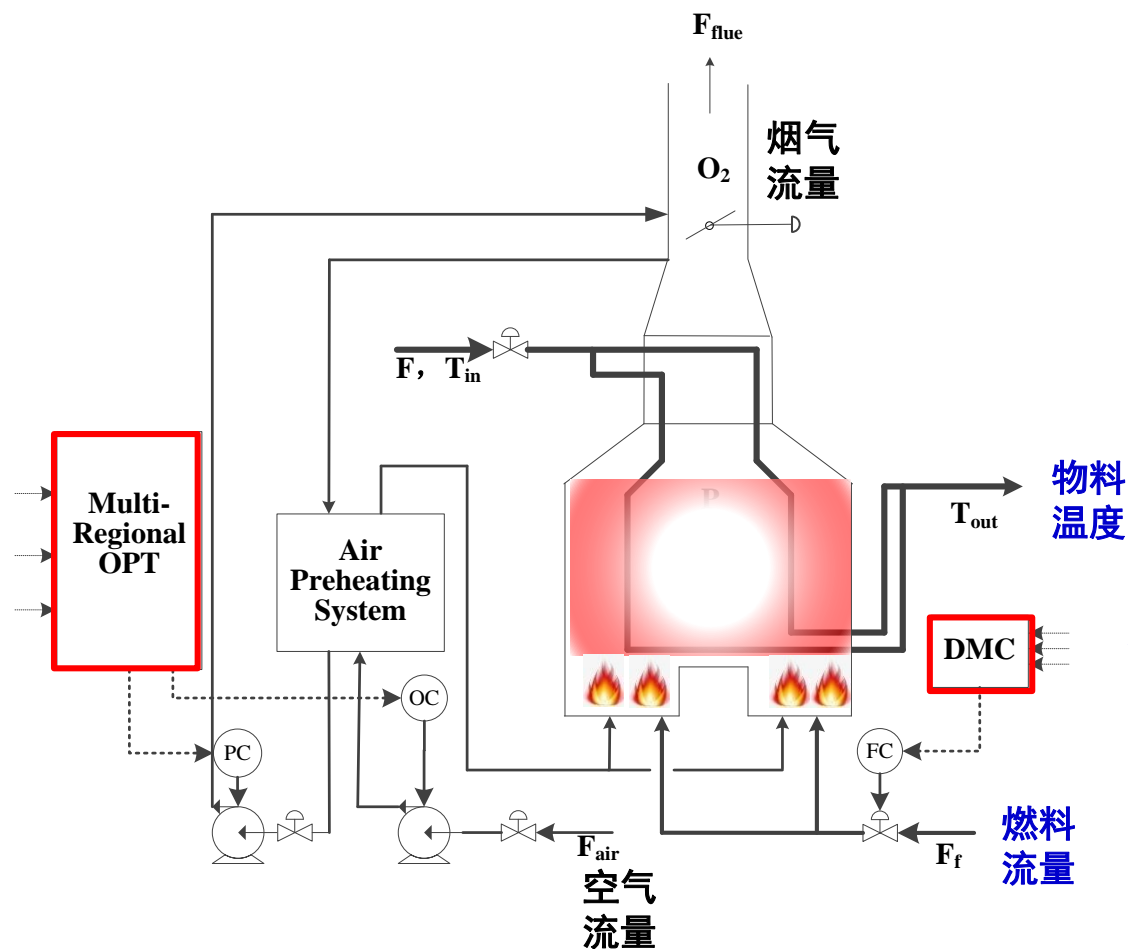


(b) 尾气氧含量 O_2 在设定值单位阶跃扰动下的响应曲线

§ 5.2.5 预测控制应用案例

【案例1】加热炉的控制

问题：考虑经济成本（热效率）、环保要求（烟气排放），如何实现？



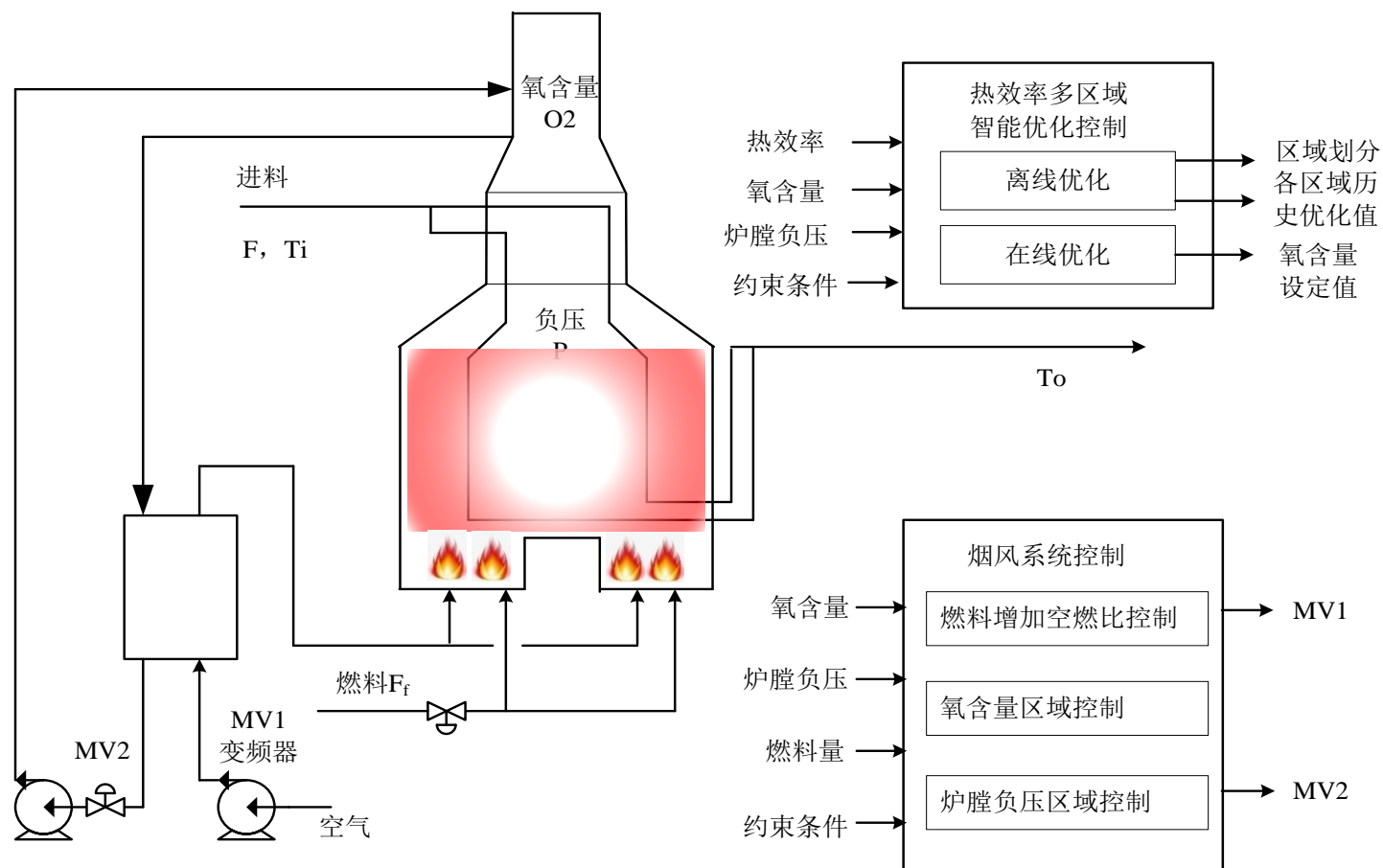
- 先进控制
 - 预测控制
 - 氧含量控制
 - 热效率优化

目前通过计算机控制系统来实现

§ 5.2.5 预测控制应用案例

【案例1】加热炉的控制

加热炉热效率多区域
智能优化控制

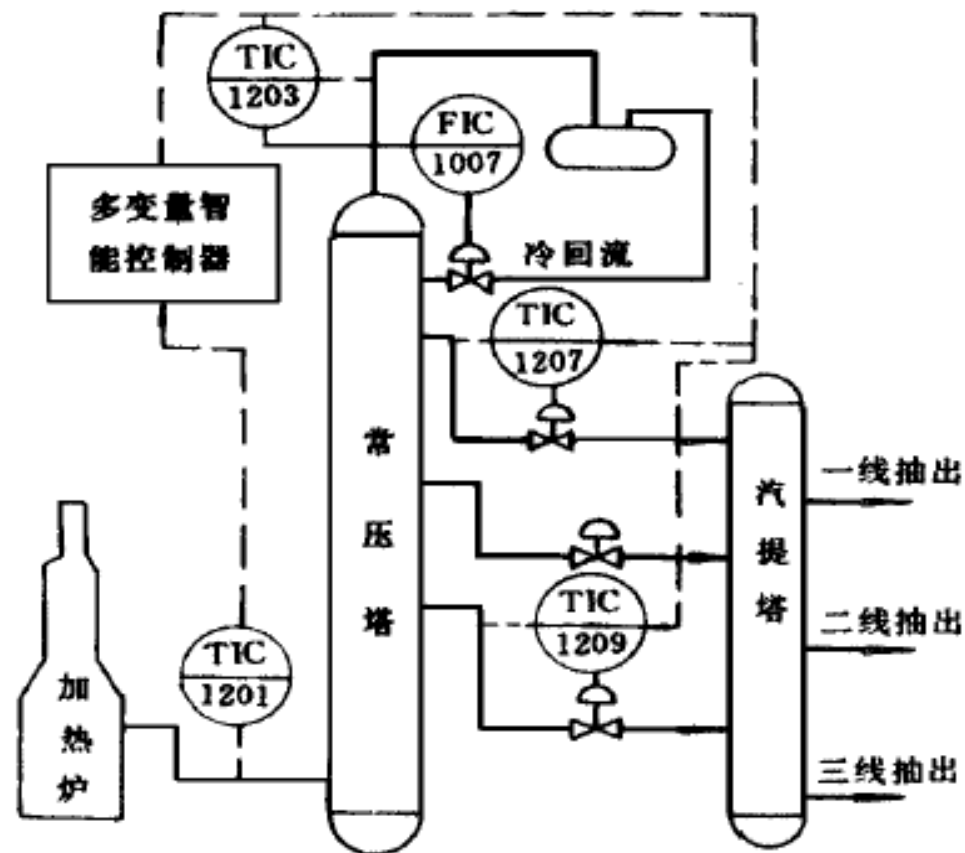


Gao, Xiaoyong; Qi, Lugang; Lyu, Wenxiang; Chen, Tao; Huang, Dexian , RIMER and SA based thermal efficiency optimization for fired heaters , **FUEL** , 2017 , 205 , 272-285

§ 5.2.5 预测控制应用案例

【案例2】常减压装置的优化与控制

- 装置的基本情况
 - 处理量为400万t/a，加工原油20多种，原油性质变化比较大，多种生产方案，而且切换比较频繁，DCS系统为 TDC3000
- 常压塔的三个优化器
 - 轻油收率优化器 —— 常三线馏出口温度
 - 中段循环回流取热优化器 —— 回流量取热负荷
 - 过汽化率优化器 —— 常压炉出口温度
- 常三线90%点的软测量估计
- 先进控制采用多变量预测控制



§ 5.2.5 预测控制应用案例

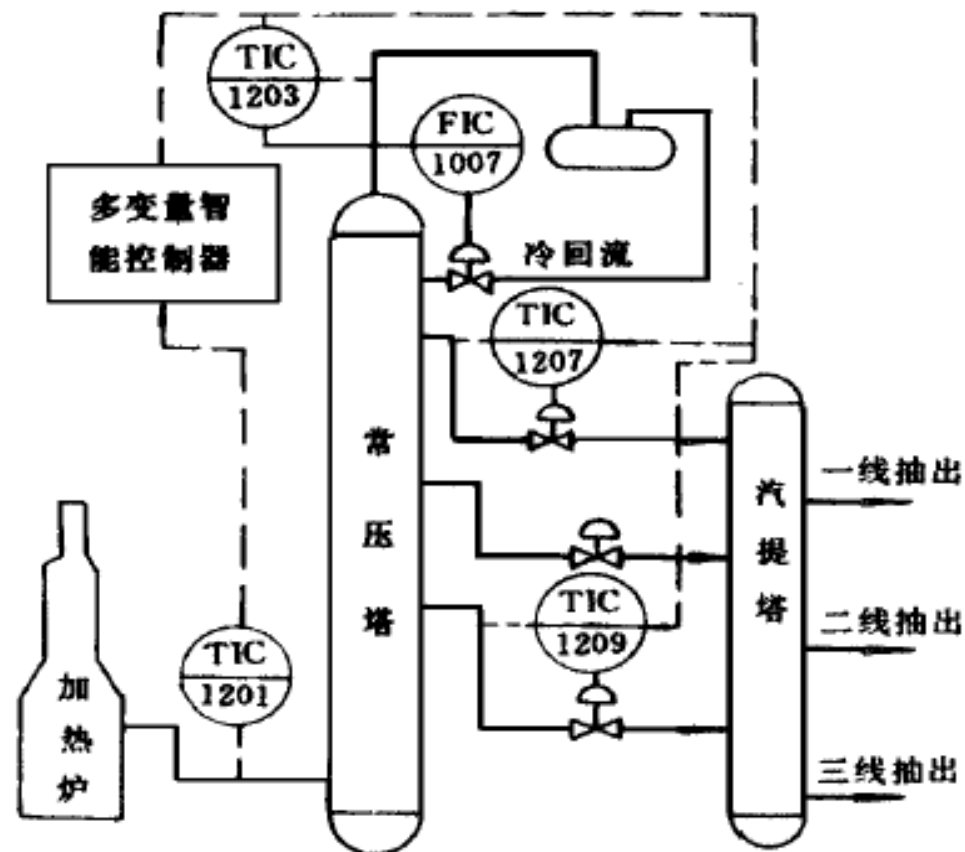
【案例2】常减压装置的优化与控制

- 常压塔的多变量控制

- 被控变量：
 - 常顶温度
 - 常一线气相温度
 - 常三线气相温度
- 控制变量：
 - 常顶冷回流流量
 - 常一线抽出量
 - 常三线抽出量
- 可测扰动变量：
 - 加热炉出口温度
 - 塔顶压力

- 控制效果

- 常压炉的炉出口温度由360℃下降到358.2℃
- 轻油收率提高了0.5%

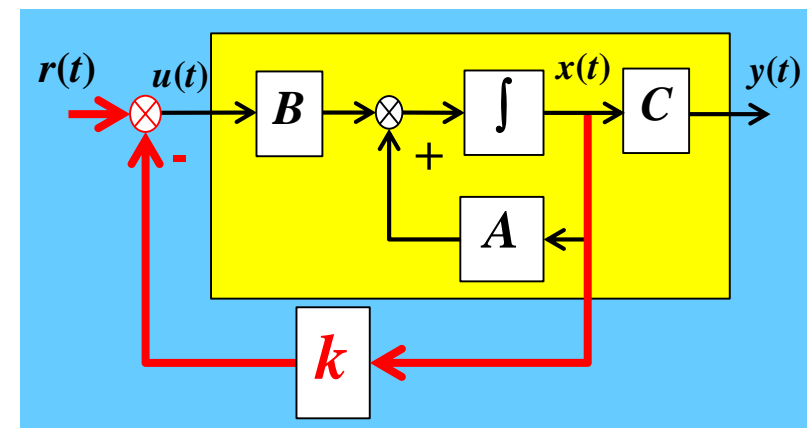


§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

- 状态反馈控制

对于如下连续系统的状态空间模型：

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} = C\underline{x} \end{cases} \quad (5-43)$$



可以设计如图如示的状态反馈控制系统 ($u = r - \underline{k}^T \underline{x}$)
即将系统的每一个状态变量乘以相应的反馈系数，反馈到输入端与给定输入相比较，其差作为被控系统的控制信号。

§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

- 状态反馈控制

设状态反馈矩阵 K ;

对于线性定常系统，把控制向量 $u(t)$ 视为向量 $r(t)$ 及 $x(t)$ 的线性函数，即

$$u(t) = r(t) - Kx(t) \quad (5-44)$$

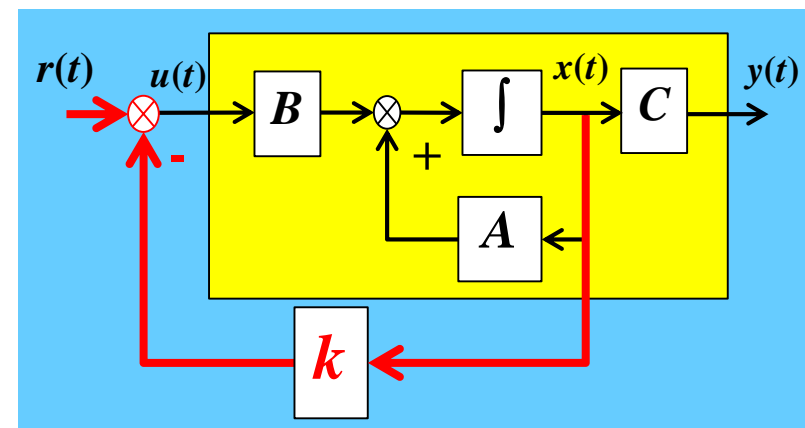
将上式代入被控系统的状态方程，得到：

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + Br(t) \quad (5-45)$$

从而状态反馈系统的传递函数矩阵为：

$$G_x(t) = C(sI - (A - BK))^{-1}B \quad (5-46)$$

可以通过矩阵 K 的选择来改变系统的特征值(即改变系统的极点)，从而可使系统获得期望的性能。



§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

- 状态反馈预测控制 (State Feedback Predictive Control, SFPC)

充分利用过程的可测信息（输出变量、状态变量及干扰变量）将有利于控制系统性能的提高。

对基于输入—输出模型的算法，因为只将实际过程归结为输入、输出间的关系，而忽略了过程其他状态的变化，也就是不能对过程进行完全的描述，不能利用过程的状态变量，所以这类算法抑制干扰的性能低于建立在状态空间模型上的状态反馈预测控制。

基于状态空间模型的预测控制算法综合了预测控制和状态反馈控制的优点，具有跟踪和抑制噪声能力强的优点，能方便地应用于多变量过程。

在状态可测时，该算法适合于开环不稳定的被控过程。同时，该算法具有计算量小、内存占用少的优点。

§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

基于状态空间模型的预测控制同样由模型预测、反馈校正、滚动优化三部分组成。

1) 模型预测

设被控过程模型由离散状态空间描述为：

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) + v(k) \end{cases}$$

其中 $\mathbf{x} \in R^n, \mathbf{y} \in R^r, \mathbf{u} \in R^m$
 $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, C \in R^{r \times n}$

可递推计算未来时刻状态和输出：

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) \\ \hat{\mathbf{x}}(k+2) &= A[A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k)] + B\mathbf{u}(k+1) \\ &= A^2\mathbf{x}(k) + AB\mathbf{u}(k) + B\mathbf{u}(k+1) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+j) = A^j\mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^j A^{i-1}B\mathbf{u}(k+j-i)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k+j) = CA^j\mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^j CA^{i-1}B\mathbf{u}(k+j-i)$$

对于多变量系统，每一个输出都可以有一个相应的预测时域 p_j ，

$$\mathbf{P} = [p_1, p_2, \dots, p_r]^T$$

第 j 个输出在未来 p_j 时刻的预测值为

$$\hat{y}_j(k+p_j) = c_j A^{p_j} \mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B \mathbf{u}(k+p_j-i)$$

§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

1) 模型预测

考虑单值预估控制算法。

只取未来某个采样时刻的预估值,

控制时域 $L=1$, 即 $u(k+i)=u(k), i>0$

$$y_j^s(k+p_j)=y_j^s(k)$$

对于控制时域 $L=1$, 有 $u(k+i)=u(k), i>0$

$$\hat{y}_j(k+p_j)=c_j A^{p_j} \mathbf{x}(k)+s_j(p_j)u(k)$$

式中 $s_j(p_j)=\sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B$ 是第 j 个输出的

阶跃响应在 p_j 时刻的值, 且有

$$s_j(i)=\sum_{l=1}^i c_j A^{l-1} B \quad s_j(0)=0$$

2) 反馈校正

对预估输出进行反馈修正

$$\hat{y}_{cj}(k+p_j)=\hat{y}(k+p_j)+[y_j(k)-\hat{y}_j(k)]$$

$$j=1,2,\dots,r$$

其中

$\hat{y}_j(k)$ 是用相同预估步数, 由历史输入和状态对当前输出的预估值

$$\hat{y}_j(k)=c_j A^{p_j} \mathbf{x}(k-p_j)+\sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B u(k-i)$$

$y_j(k)$ 是系统输出实测值;

§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

3) 滚动优化

对于单值预估控制，其优化目标是使反馈修正后的输出**预估**值等于给定值。预估偏差为：

$$e_j = y_j^s(k + p_j) - \hat{y}_{cj}(k + p_j)$$

$$\hat{y}_{cj}(k + p_j) = \hat{y}(k + p_j) + [y_j(k) - \hat{y}_j(k)]$$

$$\hat{y}_j(k + p_j) = c_j A^{p_j} \mathbf{x}(k) + s_j(p_j) \mathbf{u}(k)$$

代入反馈校正形式，可得

$$e_j = y_j^s(k + p_j) - c_j A^{p_j} \mathbf{x}(k) - s_j(p_j) \mathbf{u}(k) - y_j(k) + \hat{y}_j(k)$$

对于 r 个输出，写成向量形式为

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} y_1^s(k + p_1) \\ \vdots \\ y_r^s(k + p_r) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_1 A^{p_1} \\ \vdots \\ c_r A^{p_r} \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) - \begin{bmatrix} s_1(p_1) \\ \vdots \\ s_r(p_r) \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) - \mathbf{y}(k) + \hat{\mathbf{y}}(k)$$

考虑输入输出维数相等的情况， $r=m$ 。
由 $J=\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ 使偏差最小，可得最优控制律为

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{S}^{-1}(P) [\mathbf{y}^s(k) - \mathbf{y}(k) + \hat{\mathbf{y}}(k) - \mathbf{K} \mathbf{x}(k)]$$

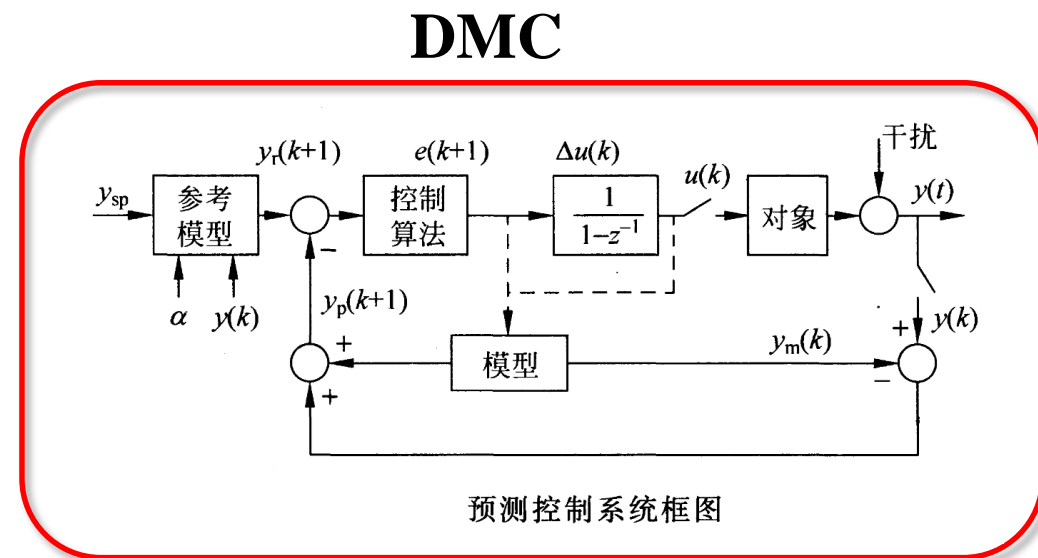
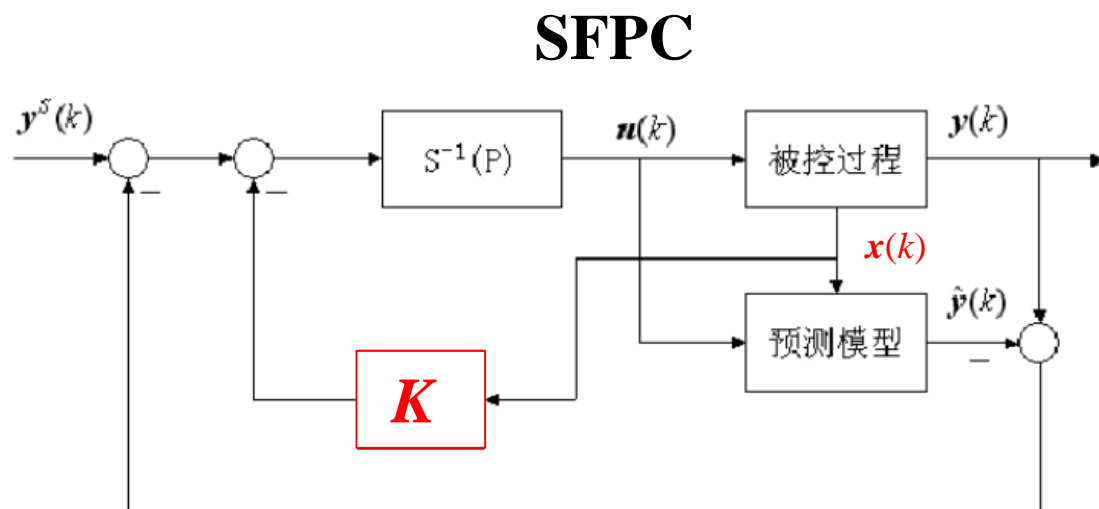
$$\text{其中 } \mathbf{y}^s(k) = \begin{bmatrix} y_1^s(k + p_1) \\ \vdots \\ y_r^s(k + p_r) \end{bmatrix} \quad \mathbf{S}(P) = \begin{bmatrix} s_1(p_1) \\ \vdots \\ s_r(p_r) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} c_1 A^{p_1} \\ \vdots \\ c_r A^{p_r} \end{bmatrix} \quad s_j(p_j) = \sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B$$

$\mathbf{S}^{-1}(P) \mathbf{K}$ 为状态反馈阵

§ 5.2.4 基于状态空间模型的预测控制 (*)

• 算法结构



- 预测控制增加了状态反馈控制回路，系统结构与DMC不同
- 当模型准确时，输出反馈通道等效断开（模型预估值和实际输出值相等，输出反馈校正作用就不存在）。
- 状态反馈回路仍然存在，所以状态反馈预测控制系统可以用于开环不稳定系统

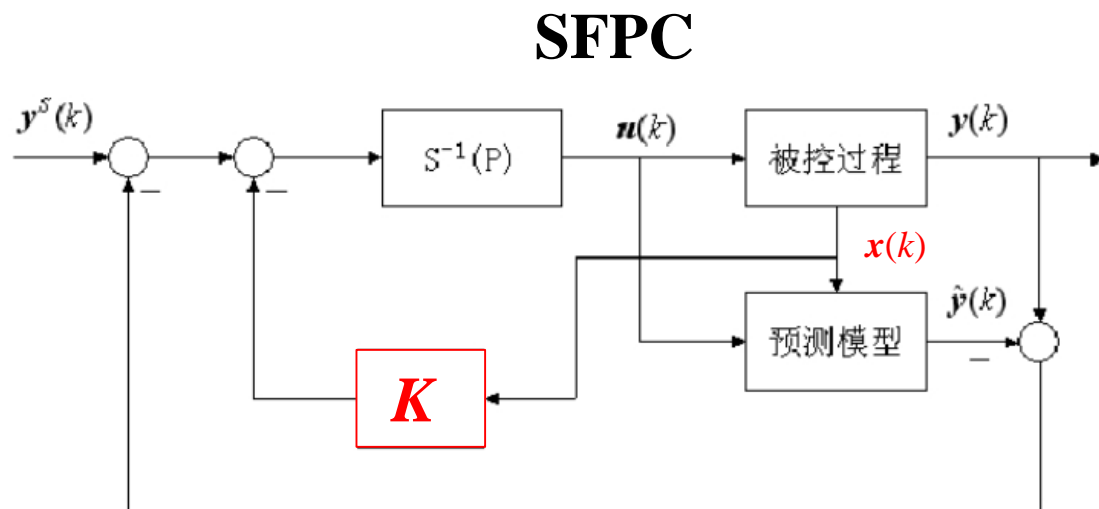
$$\hat{y}_j(k) = c_j A^{p_j} \mathbf{x}(k - p_j) + \sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B u(k - i)$$

p_j 充分大时, $p_j = N$

$$\hat{y}_j(k) \approx \sum_{i=1}^N c_j A^{i-1} B u(k - i) = \sum_{i=1}^N \hat{h}_i u(k - i)$$

§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

• 算法结构



当模型准确时, $\hat{y}(k) = y(k)$

控制律为:

$$u(k) = S^{-1}(P)[y^s(k) - y(k) + \hat{y}(k) - Kx(k)]$$

➡

$$u(k) = S^{-1}(P)[y^s(k) - Kx(k)]$$

闭环系统的状态空间描述为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A_c \mathbf{x}(k) + B_c y^s(k) \\ \mathbf{y}(k) = C \mathbf{x}(k) + v(k) \end{cases}$$

$$A_c = A - BS^{-1}(P)K, \quad B_c = BS^{-1}(P)$$

$$K = \begin{bmatrix} c_1 A^{p_1} \\ \vdots \\ c_r A^{p_r} \end{bmatrix}, \quad S(P) = \begin{bmatrix} s_1(p_1) \\ \vdots \\ s_r(p_r) \end{bmatrix}$$

可调参数
 p_1, \dots, p_r

$$s_j(p_j) = \sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B$$

闭环系统的**稳定性**取决于 $A_c = A - BS^{-1}(P)K$ 的**特征值是否都在单位圆内**。

被控过程开环不稳定时, 通过状态反馈阵可以改变原被控过程的特征值, 使不稳定的被控过程通过状态反馈配置闭环极点实现稳定, 并达到满意的控制性能。

§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

• 稳定性分析

定理1 状态反馈预测控制系统稳定的充要条件是 $A_c = A - BS^{-1}(P)K$ 的特征值都在单位圆内。 $S(P)$ 非奇异是闭环稳定的必要条件。

定理2 状态反馈预测控制系统稳定的必要条件之一是 $p_j \geq \delta_{j+1} \quad (j=1,2,\dots,r)$
其中 δ_j 满足： $c_j A^l B = 0$ 当 $l < \delta_j$ ；
 $c_j A^l B \neq 0$ 当 $l = \delta_j \quad (l=0,1,\dots,n-1)$
这也是 $S(P)$ 非奇异的必要条件。

定理3 若被控过程开环稳定，当 $p_j \quad (j=1,2,\dots,r)$ 充分大时状态反馈预测控制系统一定是稳定的。

§ 5.2.6 基于状态空间模型的预测控制 (*)

- 算法的性能

- 稳态无差

若系统稳定，状态反馈预估控制能够保证对于阶跃输入是无稳态误差的。

- 抑制未知干扰

- 使用实测状态反馈构成闭环控制，实测状态中包含了未知干扰的信息，使控制系统抑制干扰的能力强于基于输入输出模型的预测控制算法。
- 如同串级控制的副变量一样，使不可测干扰能够提前抑制，而不是等到影响到最后的过程输出才开始进行调节；
- 控制系统抑制干扰的能力强于基于输入输出模型的预测控制算法。

第五章 先进控制方法

§ 5.1 先进控制概述

§ 5.2 预测控制（重点讲解）

§ 5.3 推理控制

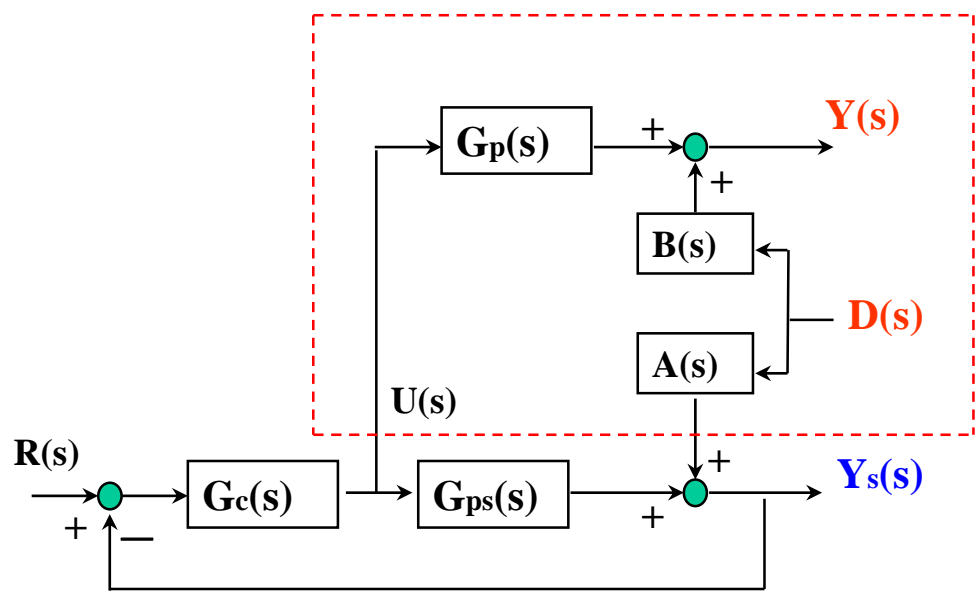
§ 5.4 软测量

§ 5.3 推理控制 (Inferential Control)

一、问题的提出

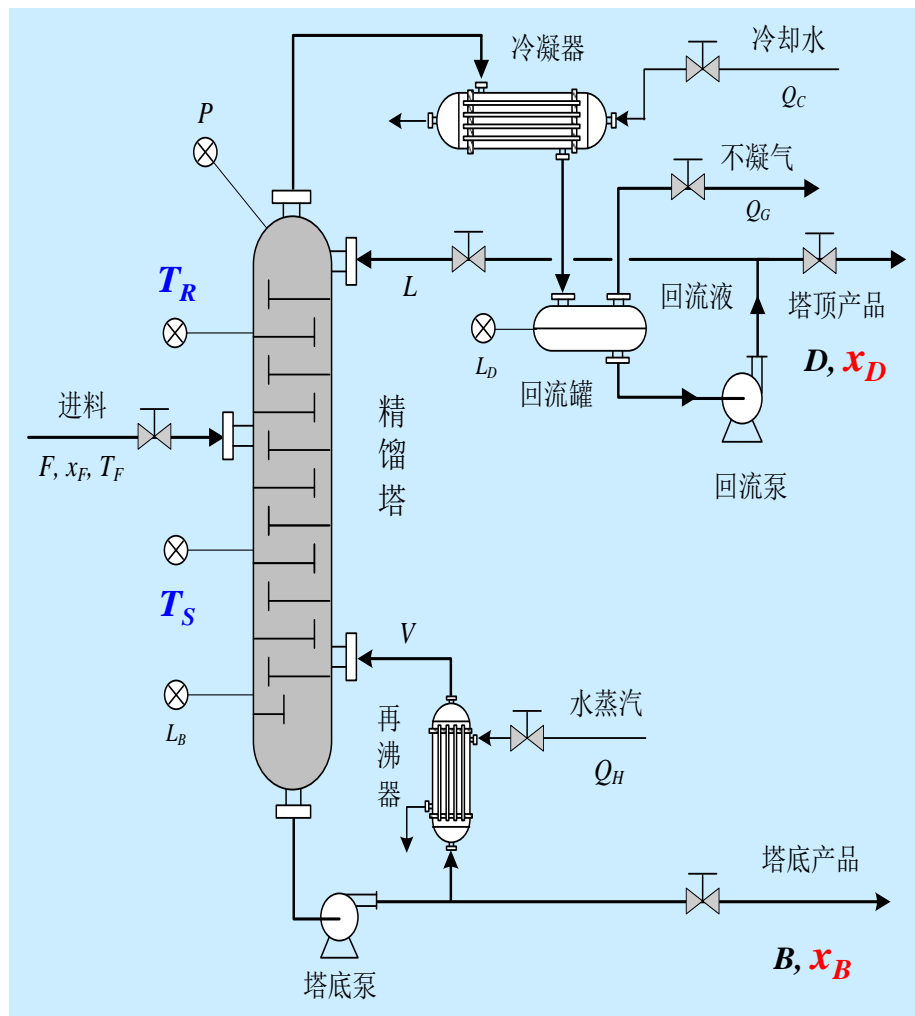
对于扰动和输出均不可测量的过程，不得不采用控制二次输出的方法间接控制过程的主要输出。

$Y(s)$: 主要输出, 难测; $Y_s(s)$: 二次输出, 可测



(教材) 图8-1. 常规控制系统

用于克服不可测扰动对
难测的主要输出的影响



§ 5.3 推理控制 (Inferential Control)

一、问题的提出

在70年代，Brosilow提出了**推理控制**的基本思想和方法：采集过程中比较容易测量的**辅助变量** (Secondary Variable)，构造**推理估计器**来估计，并克服扰动和测量噪声对过程**主导变量** (Primary Variable)的影响。

推理控制策略包括**信号分离**、**估计器**和**控制器**的设计。

用于克服**不可测扰动**对**难测的主要输出**的影响

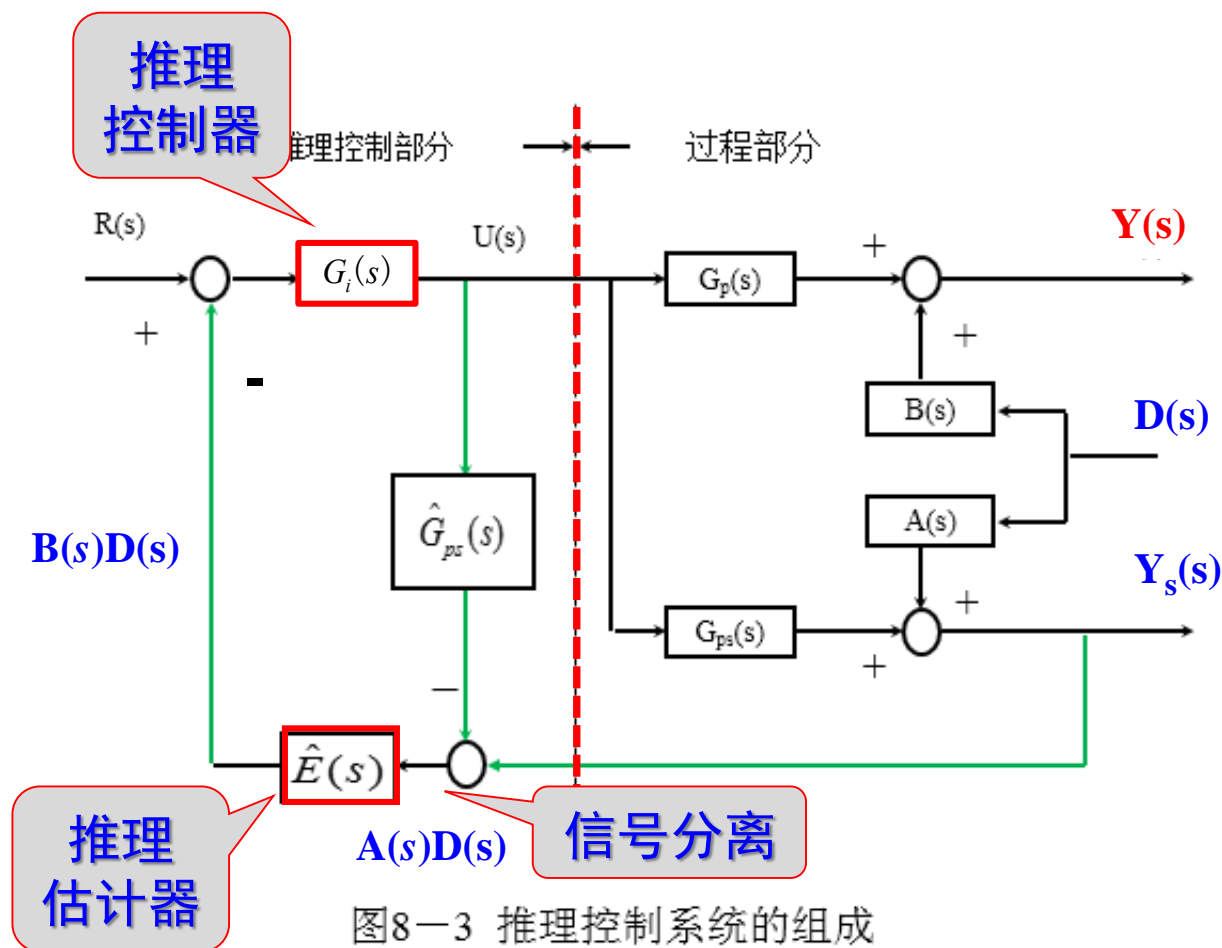
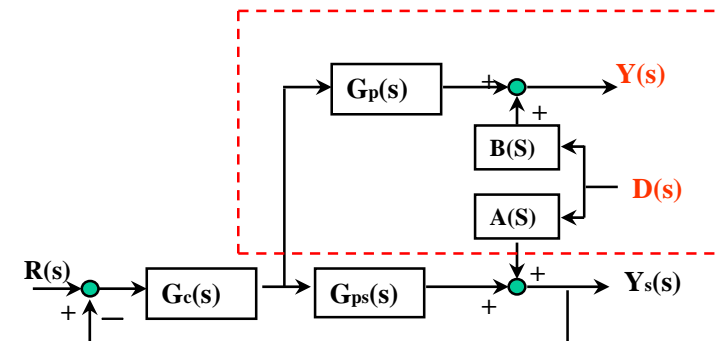


图8—3 推理控制系统的组成

§ 5.3 推理控制

一、问题的提出



$$Y_s(s) = G_c(s)G_{ps}(s)[R(s) - Y_s(s)] + A(s)D(s)$$

因此，可得其闭环传递函数为：

$$Y_s(s) = \frac{G_c(s)G_{ps}(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} R(s) + \frac{A(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} D(s)$$

$$Y(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} R(s) + \left[B(s) - \frac{A(s)G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} \right] D(s)$$

$$Y(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} R(s) + \left[B(s) - \frac{A(s)G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} \right] D(s)$$

若采用PI调节器，即

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

§ 5.3 推理控制

一、问题的提出

在设定值阶跃扰动作用下，系统输出的稳态偏差分别为：

$$R(0) - Y(0) = \left[1 - \frac{G_p(0)}{G_{ps}(0)}\right] R(0)$$

$$R(0) - Y_s(0) = 0$$

基于终值定理

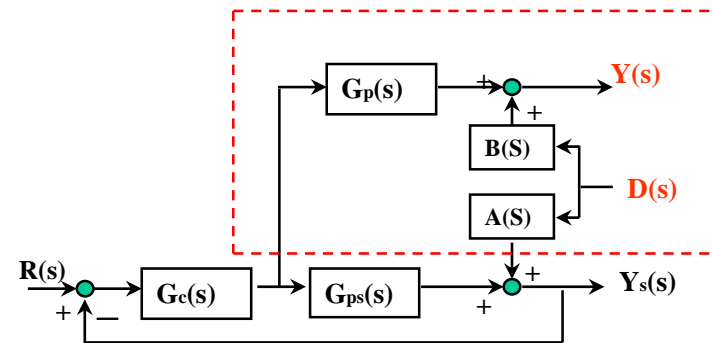
$$e_{st} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

在不可测阶跃扰动下，系统输出的稳态偏差分别为：

$$Y(0) = \left[B(0) - \frac{A(0)G_p(0)}{G_{ps}(0)}\right] D(0)$$

$$Y_s(0) = 0$$

如果二者只能选其一，
我们希望谁无差？
Y(s) OR Ys(s)



因此，可得其闭环传递函数为：

$$Y_s(s) = \frac{G_c(s)G_{ps}(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} R(s) + \frac{A(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} D(s)$$

$$Y(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} R(s) + \left[B(s) - \frac{A(s)G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_{ps}(s)} \right] D(s)$$

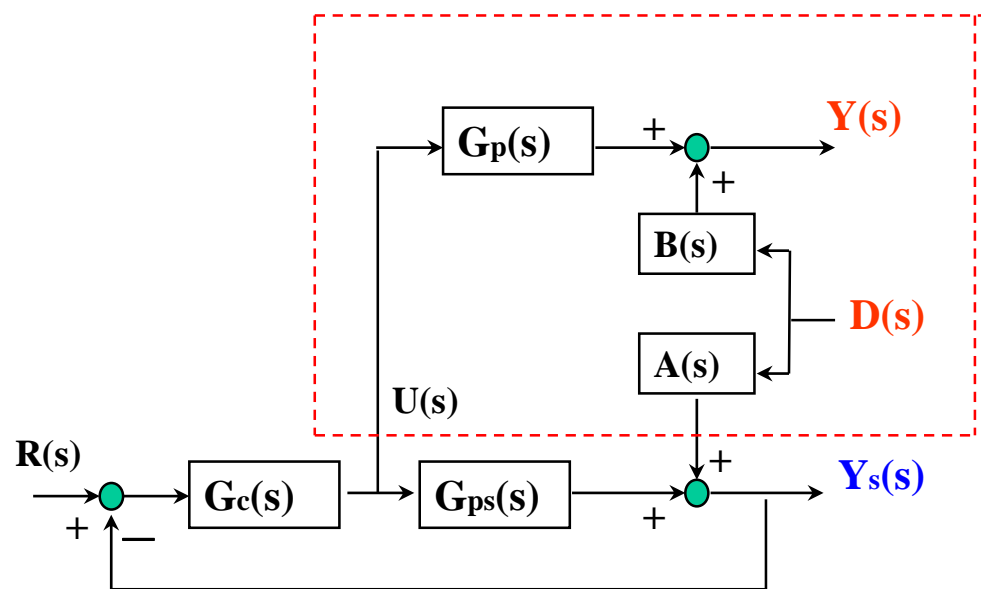
若采用PI调节器，即

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

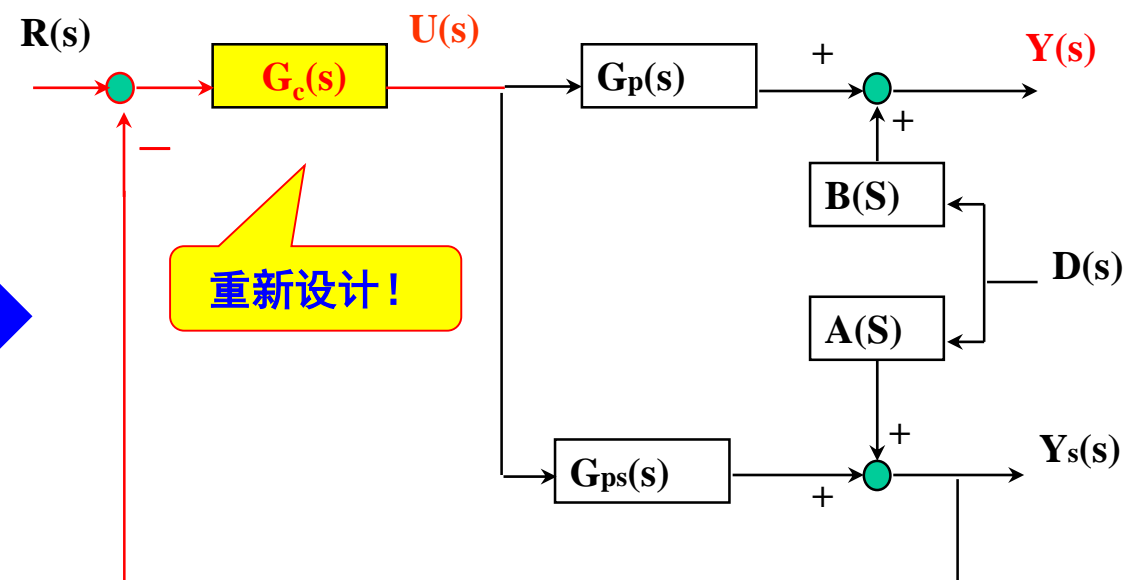
§ 5.3 推理控制

二、推理控制器的推导

重新设计控制系统的结构、控制器。



(教材) 图8-1. 常规控制系统



(教材) 图8-2 推理控制系统框图

§ 5.3 推理控制

二、推理控制器的推导

令 $R(s)=0$, 推导出推理控制器的结构

$$Y_s(s) = A(s)D(s) - G_{ps}(s)G_c(s)Y_s(s)$$

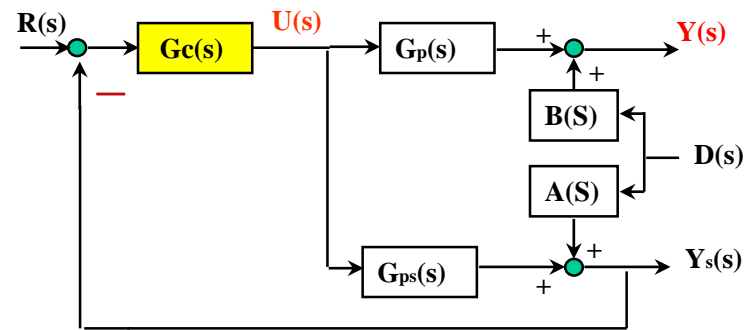
$$Y_s(s) = \frac{A(s)}{1 + G_{ps}(s)G_c(s)} D(s)$$

$$Y(s) = B(s)D(s) - G_p(s)G_c(s)Y_s(s)$$

$$Y(s) = B(s)D(s) - \left[\frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_{ps}(s)G_c(s)} \right] A(s)D(s)$$

$$E(s) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_{ps}(s)G_c(s)}$$

$$Y(s) = [B(s) - A(s)E(s)]D(s)$$



若取 $E(s) = B(s)/A(s)$, 则可完全消除不可测扰动 $D(s)$ 对输出 $Y(s)$ 的影响, 则

$$G_c(s) = \frac{-E(s)}{G_{ps}(s)E(s) - G_p(s)}$$

若模型存在失配, 则

$$G_c(s) = \frac{-\hat{E}(s)}{\hat{G}_{ps}(s)\hat{E}(s) - \hat{G}_p(s)} \quad \boxed{\hat{E}(s) = \frac{\hat{B}(s)}{\hat{A}(s)}}$$

推导出

$$U(s) = -G_c(s)Y_s(s) = \frac{\hat{E}(s)}{\hat{G}_{ps}(s)\hat{E}(s) - \hat{G}_p(s)} Y_s(s)$$



$$\boxed{U(s) = -\frac{1}{\hat{G}_p(s)} [Y_s(s) - \hat{G}_{ps}(s)U(s)]\hat{E}(s)}$$

§ 5.3 推理控制

二、推理控制器的推导

推理控制器的算式：

$$U(s) = -\frac{1}{\hat{G}_p(s)} [Y_s(s) - \hat{G}_{ps}(s)U(s)] \hat{E}(s)$$

$\hat{G}_{ps}(s)$ 、 $\hat{G}_p(s)$ 是估计模型。

$$\hat{E}(s) = \frac{\hat{B}(s)}{\hat{A}(s)}$$

由上式可以画出图8-3虚线左侧的推理控制器的结构框图。

理论上，推理控制器应为

$$G_i(s) = 1 / \hat{G}_p(s)$$

这是什么信号？

很难实现。
原因？

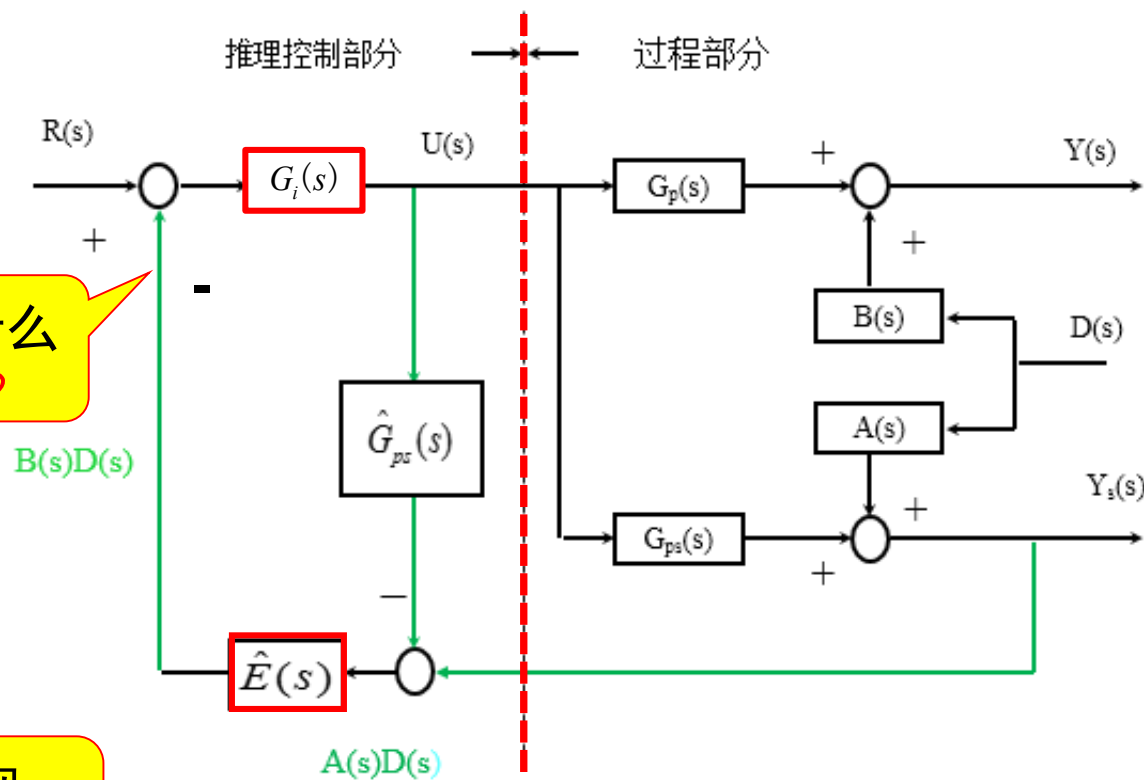
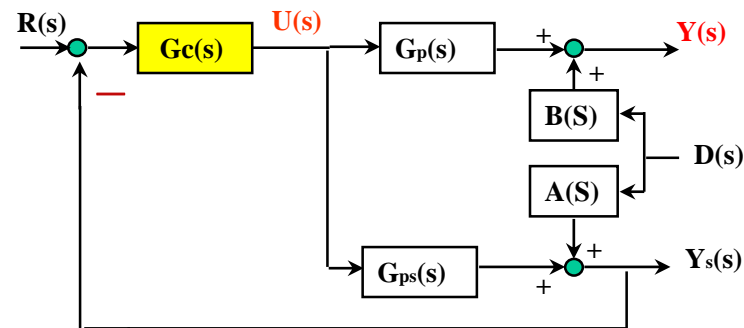


图8-3 推理控制系统的组成

§ 5.3 推理控制

二、推理控制器的推导

推理控制器的算式：

$$U(s) = -\frac{1}{\hat{G}_p(s)} [Y_s(s) - \hat{G}_{ps}(s)U(s)] \hat{E}(s)$$

$\hat{G}_{ps}(s)$ 、 $\hat{G}_p(s)$ 是估计模型。

$$\hat{E}(s) = \frac{\hat{B}(s)}{\hat{A}(s)}$$

由上式可以画出图8-3虚线左侧的推理控制器的结构框图。

理论上，推理控制器应为

$$G_i(s) = 1 / \hat{G}_p(s)$$

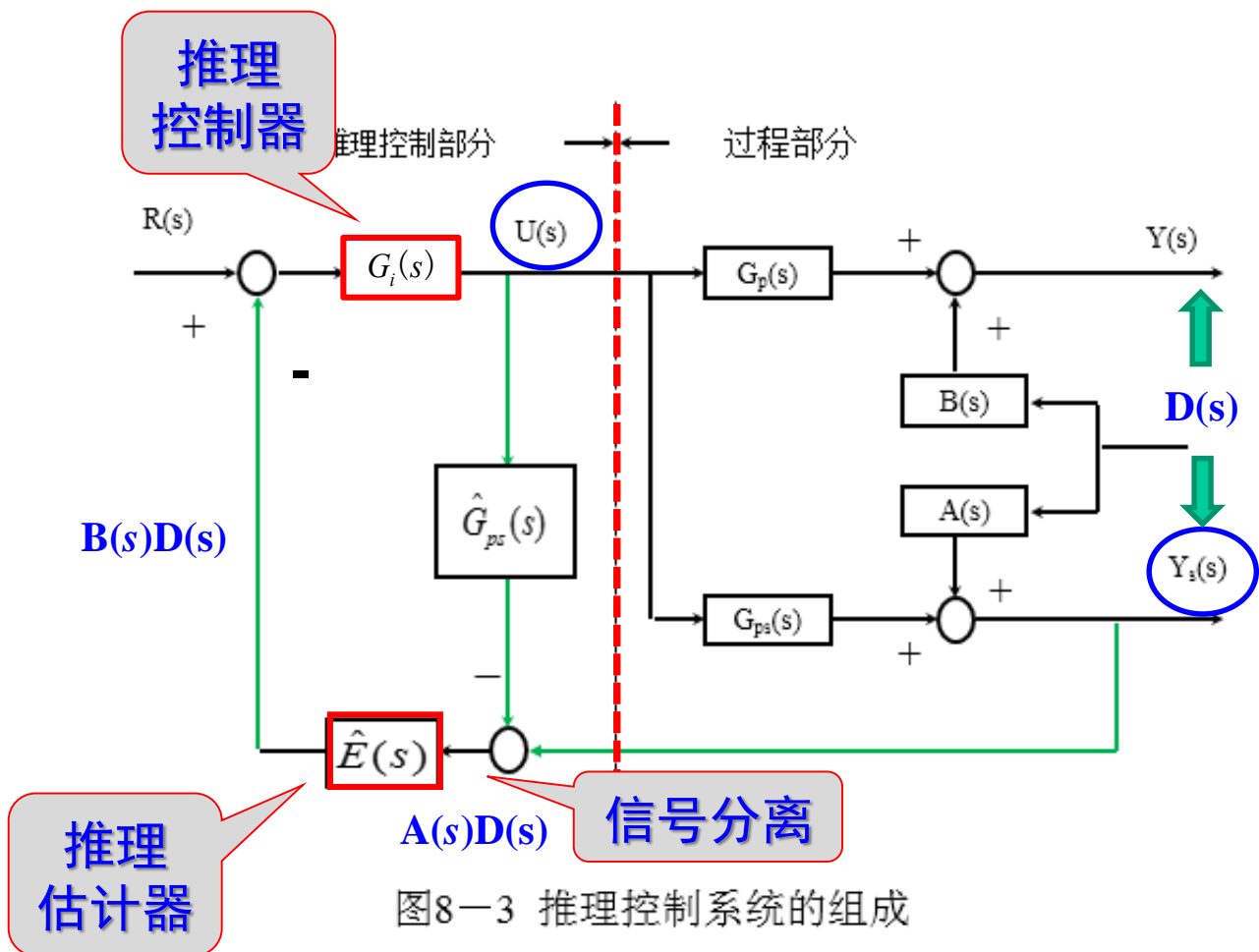
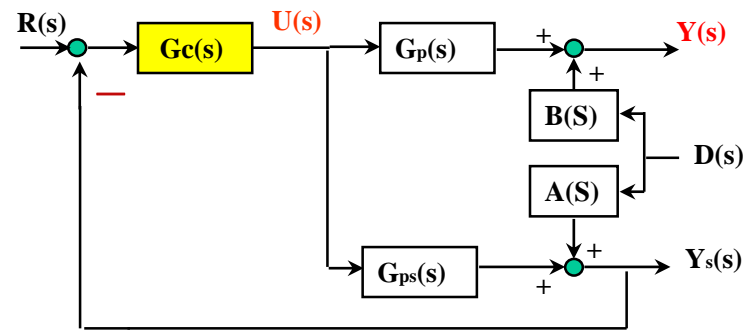


图8-3 推理控制系统的组成

第五章 先进控制方法

§ 5.1 先进控制概述

§ 5.2 预测控制（重点讲解）

§ 5.3 推理控制

§ 5.4 软测量

§ 5.4 软测量 (Soft-sensor)

一、概述

(1) 什么是软测量

又称 软仪表

软测量是把控制理论与生产工艺过程知识有机结合起来，应用计算机技术，对一些**难于**测量或**暂时不能**测量的重要变量，选择另外一些**容易测量**的变量，通过构成某种**数学关系**来推断和**估计**，以软件（算法）来代替**仪表**功能。

硬仪表（部分）利用测量仪表内的传感元件以及模拟计算元件来实现简单的计算，得出被测物理量

软仪表 通过可测的变量，采用模型（数学关系）及计算机**软件**加以推理**估计**而实现

§ 5.4 软测量 (Soft-sensor)

一、概述

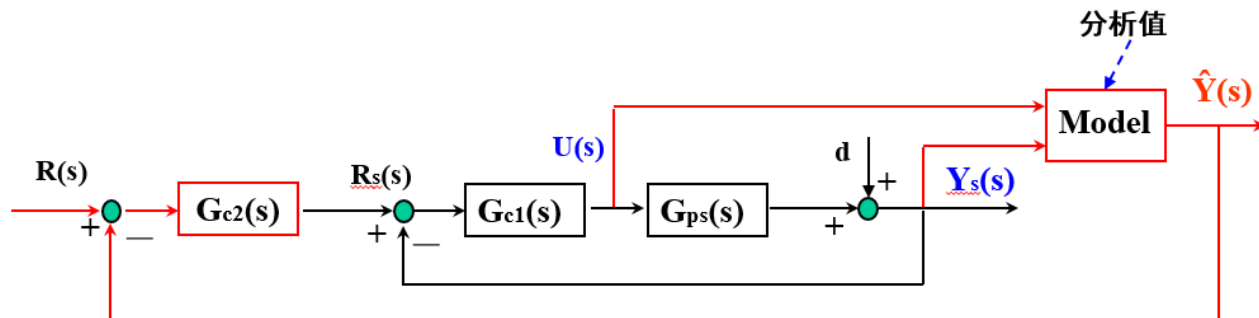
(2) 为什么使用软测量

① 产品质量是控制的主要目的

工业生产的目的是为了获得合格的产品，**质量控制**成为所有控制的核心。为了实现良好的质量控制，就必须对产品质量或与产品质量密切相关的重要过程变量进行严格控制。

② 质量指标往往不易实时获得

- 生产中重要质量指标往往没有在线质量分析仪
- 即使有，在线质量分析仪过于昂贵、维护保养复杂
- 有较大的测量滞后，难于满足实时控制要求



§ 5.4 软测量

一、概述

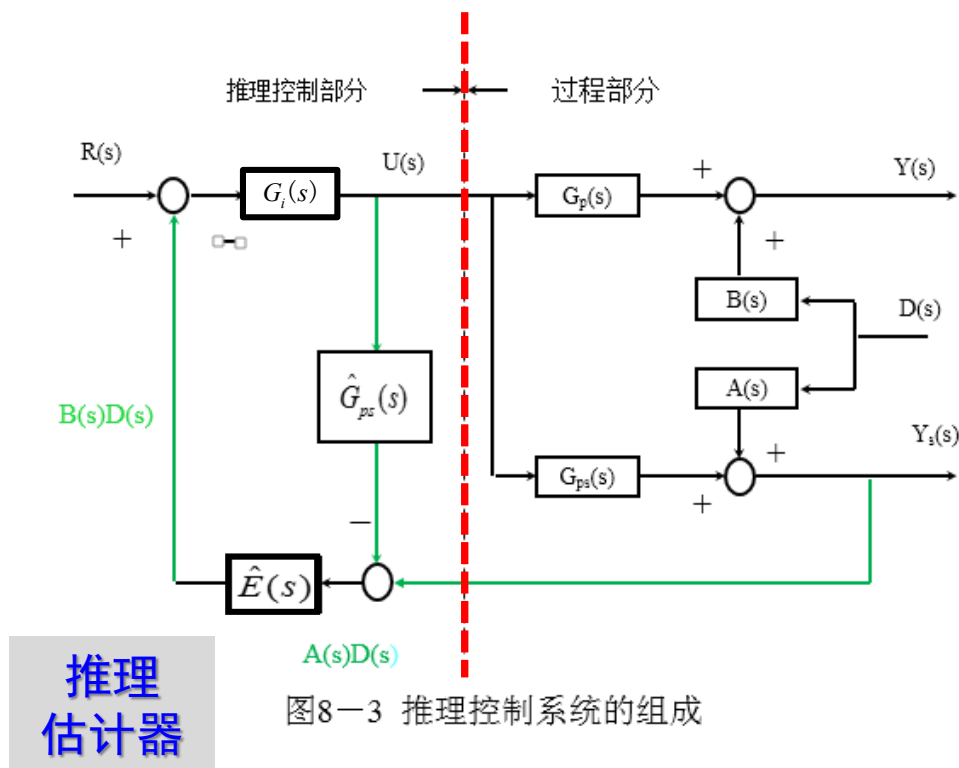
(2) 为什么使用软测量

③软测量技术的出现推动了产品质量的直接闭环控制

早在70年代，Brosilow就提出了推理控制的基本思想和方法：采集过程中比较容易测量的**辅助变量** (Secondary Variable)，构造**推理估计器**来估计，并克服扰动和测量噪声对过程**主导变量** (Primary Variable)的影响。

推理控制策略包括估计器和控制器的设计。软测量技术就体现了估计器的特点。

在以**软仪表的估计值**作为**反馈信号**的控制系统中，控制器与软测量的设计是分离的，给设计带来极大的便利。

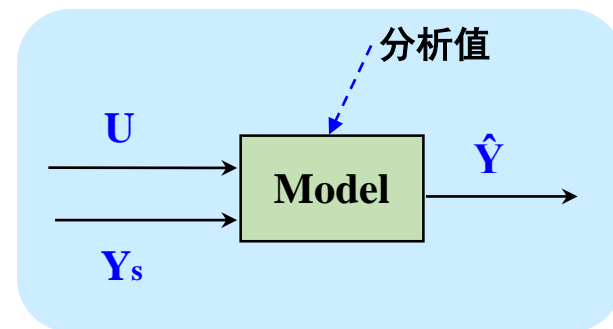


§ 5.4 软测量

一、概述

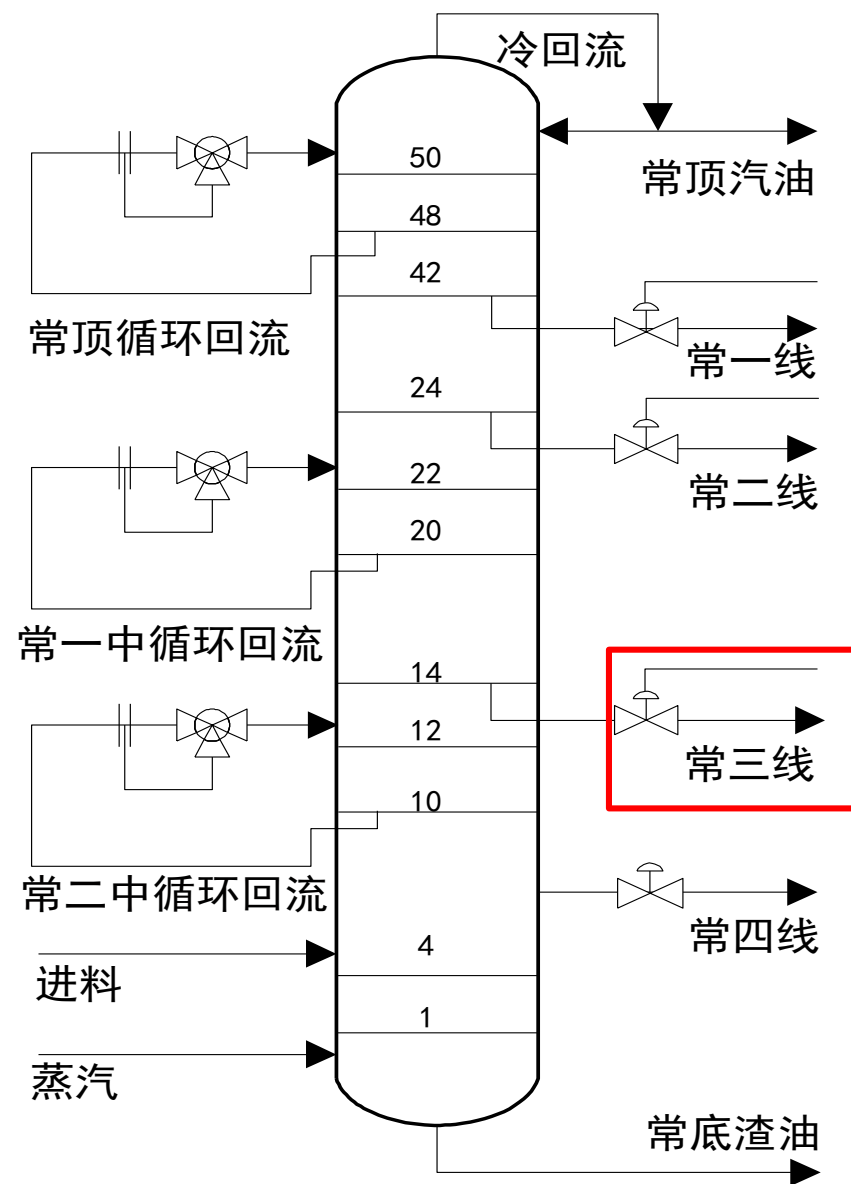
(3) 软测量构造理论及方法

- 软测量的工作原理
 - 是在常规检测的基础上，利用辅助变量与主导变量的关系，通过软件计算，得到主导变量的估计值。
- 构造软测量的实质
 - 是建立辅助变量与主导变量的关系，从数学上讲就是一个建模问题。
- 软测量方法主要分为两大类
 - 过程建模方法主要有两大类：即机理建模的方法和实验建模（数据驱动）的方法。软测量建模方法与之相对应。



[例] 产品质量(常三线凝点)软测量模型

- 主导变量：常三线产品凝点，1个
- 辅助变量：13个
 1. 常压塔顶**压力**
 2. 常压塔顶**温度**
 3. 常压塔二线抽出**温度**
 4. 常压塔至汽提塔三线抽出**温度**
 5. 汽提塔三线至常压塔汽相返塔**温度**
 6. 常压塔一中循环回流的**温度**
 7. 常压塔底汽提蒸汽**温度**
 8. 进料**温度**
 9. 常压塔二线**抽出量**
 10. 常压塔二中**回流量**
 11. 常压塔三线**抽出量**
 12. 进料**流量**
 13. 原料油总**进料**



§ 5.4 软测量

一、概述

(4) 软测量方法的分类

①基于机理分析模型的软测量方法

②基于实验模型的软测量方法

该类方法由于基于不同实验建模方法，常用的方法又可分为：

- 基于状态空间模型的软测量方法
- 基于回归分析的软测量方法
- 基于人工神经网络、支持向量机的软测量方法
- 基于工业大数据、深度学习算法
-

§ 5.4 软测量

二、基于机理分析模型的软测量技术

由于工程背景明确，与一般工艺设计和计算关系密切，相应的软测量模型也较为简单，便于应用，因此基于工艺机理分析的软测量是工程中一种常用的方法，同时也是工程界最容易接受的软测量方法。在工艺机理较为清晰的应用场合，基于该方法的软测量往往能取得较好的效果。

基于对生产过程物理化学变化的深刻认识，直接找出被估计变量与可测变量之间的定量关系，以数学形式表达出来。

机理模型的性能最优越，能处理动态、静态、非线性等各种对象，但建模的代价较高，难度大。

基于工艺机理分析来进行难测参数软测量的应用例子很多，不一一列举。

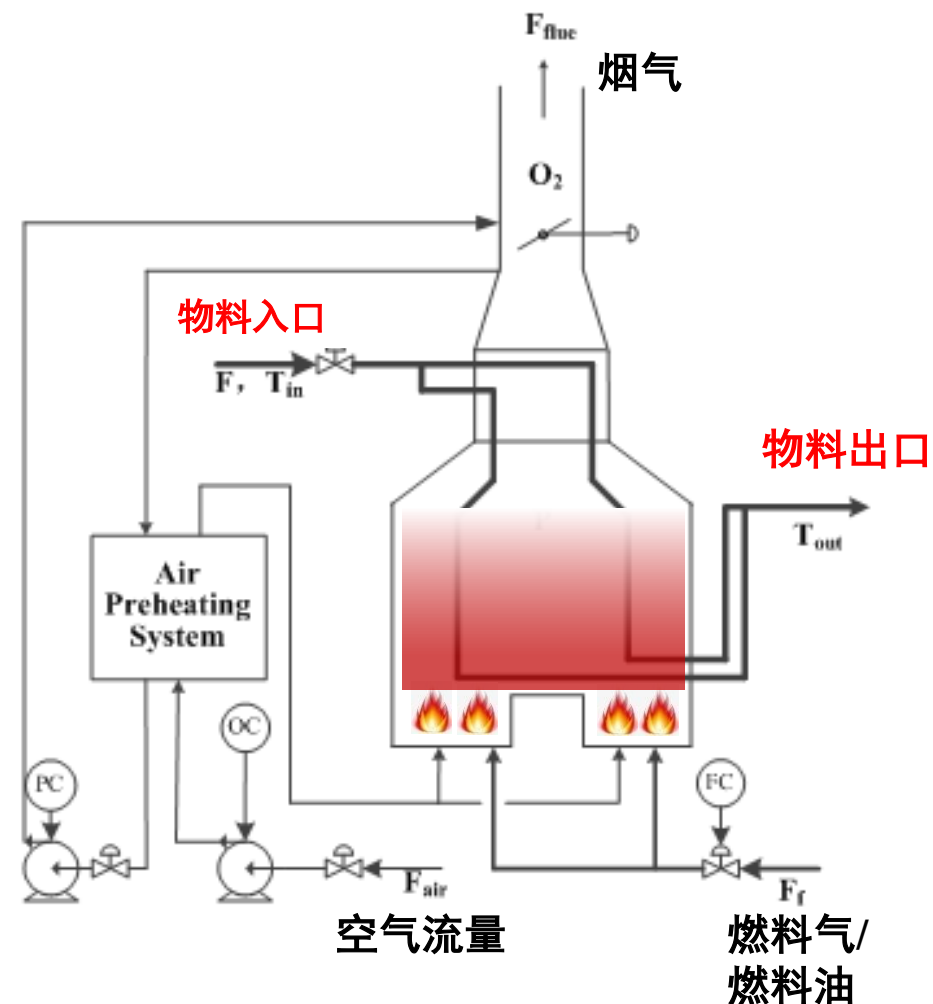
§ 5.4 软测量

二、基于机理分析模型的软测量技术

【案例】：热效率的计算

热效率与剩余空气系数、烟气出口温度之间的拟合关系

- 假设剩余空气系数为常值（由空燃比闭环控制保证）
- 假设烟气出口温度为炉膛温度的比例关系



§ 5.4 软测量

二、基于机理分析模型的软测量技术

【案例】：热效率的计算

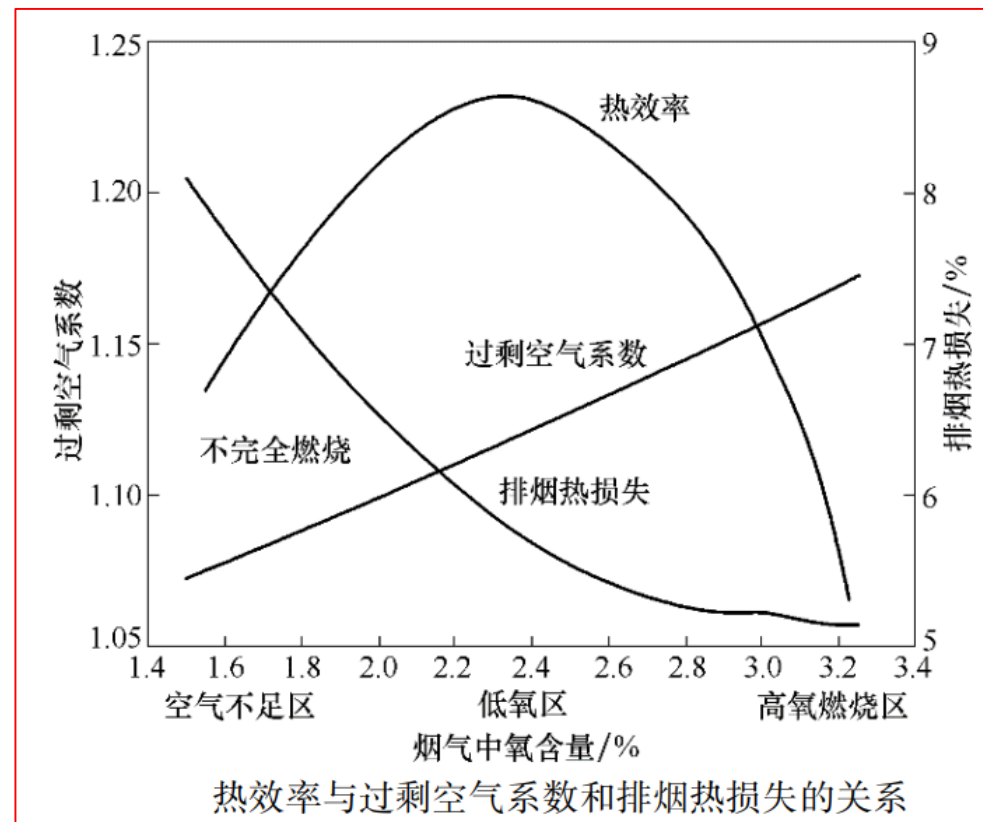
热效率与剩余空气系数、烟气出口温度之间的拟合关系

- 假设剩余空气系数为常值（由空燃比闭环控制保证）
- 假设烟气出口温度为炉膛温度的比例关系

$$T_{ofg} = 0.152 * T_{2s}$$

$$Q_1 = -206.187 + 3.6616 * T_{ofg} - 0.01584 * T_{ofg}^2$$

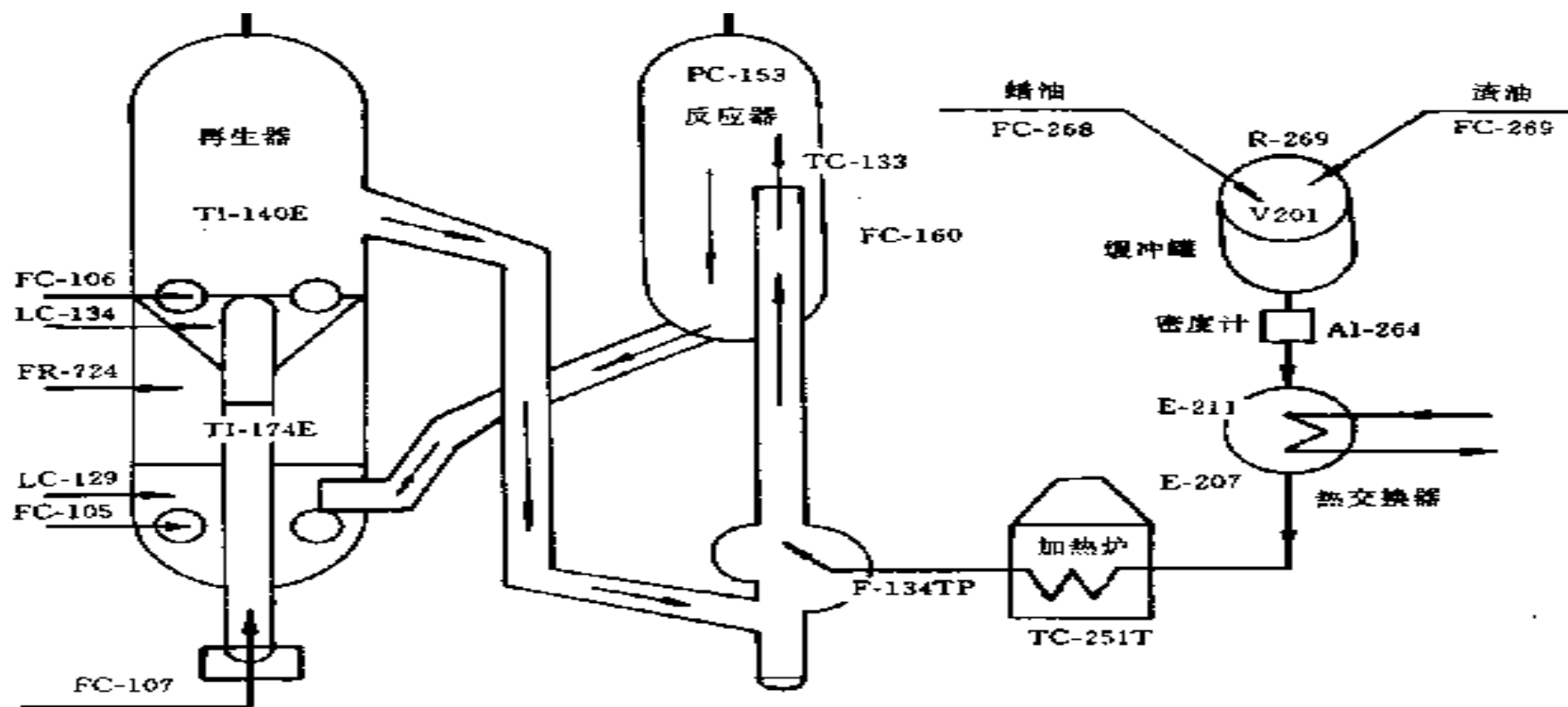
$$\eta = 97.5 - 0.9286 * Q_1$$



§ 5.4 软测量

二、基于机理分析模型的软测量技术

【案例】：流化催化裂化(FCC)装置中关键变量(反应深度)的在线观测是一个典型的基于机理分析模型的软测量应用例子，这里只介绍其实现思路。



二、基于机理分析模型的软测量技术

【案例】：流化催化裂化(FCC)装置中关键变量(反应深度)的在线观测。

对于再生器建立以热平衡为主的各种平衡关系式。

(1) 由再生器氧平衡方程及烟气中的含氧量
测量估算总耗氧速率

$$V_{rg} \frac{dOFG(t)}{dt} = R_a(t - \tau_o)(OFGin(t - \tau_o) - OFG(t)) - R_{OB}$$

V_{rg} ---- 再生器稀相体积;

R_a ----- 总主风量

$OFGin$ ---- 再生器烟气出口氧含量;

$OFGin$ ---- 进再生器主风的烟气氧含量;

τ_o ---- 氧测量滞后时间;

R_{OB} ----- 总耗氧速率。

(2) 由总耗氧速率计算总烧焦热和总烧焦量

$$C_B = R_{OB} * DHC$$

$$Q_1 = C_B * DHO$$

其中 C_B ---- 总烧焦量; DHC ---- 单位耗氧烧焦量;

Q_1 ---- 总烧焦热; DHO ---- 烧焦热;

(3) 计算焦炭的脱附热 Q_2 、空气、焦炭和水蒸气的升温热 Q_3 、散热损失 Q_4

Q_2 —— 焦炭的脱附热

Q_3 —— 空气、焦炭和水蒸气的升温热

Q_4 —— 散热损失

二、基于机理分析模型的软测量技术

【案例】：流化催化裂化(FCC)装置中关键变量(反应深度)的在线观测。

(4) 由再处理器热平衡计算再生催化剂带走的热量 Q_5

$$CHG \frac{dTrg}{dt} = Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4 - Q_5$$

式中 CHG ---- 再生器催化剂的热容

(5) 由催化剂比热和 Q_5 计算催化剂循环量 GRC

$$Q_5 = GRC * Cp * DTrg$$

式中 GRC —— 催化剂循环量

$DTrg$ —— 再生剂和待生剂之间的温差

Cp —— 催化剂比热

三、基于实验模型的软测量技术

(1) 基于状态空间模型的方法

假定已知对象的状态空间模型为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bu + Ev \\ y = Cx \\ \theta = C_0 x + w \end{array} \right. \quad (5-47)$$

式中 x ——过程的状态向量；

y, θ ——分别表示过程的主导变量和二次变量；

v, w ——白噪声。

三、基于实验模型的软测量技术

(1) 基于状态空间模型的方法

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ev \\ y = Cx \\ \theta = C_0 x + w \end{cases}$$

如果系统的状态关于辅助变量完全可观，则该软测量就转化为典型的**状态观测**和**状态估计**问题。

Kalman滤波器可以从二次变量中得到状态估计值，其估计解为：

$$y = C(I - A + k_1 C_0)^{-1} (k_f \theta + Bu) \quad (5-48)$$

其中： k_f 为Kalman滤波器的增益： $k_f = X C_0 w^{-1}$ 。

Kalman滤波器适用于**白色**或静态**有色**过程。

当无测量噪声 v 、 w 和输入 u 已知的情况下，可采用确定性系统的**Luenberger**观测器。

三、基于实验模型的软测量技术

(2) 基于多元线性回归(MLR)的方法

多元线性回归方法是基于最小二乘法。

假设有因变量 y 和 n 个自变量 x_1, x_2, \dots, x_n ，MLR的目标是建立一个从 n 个不相关变量 x_1, x_2, \dots, x_n 到估计量 y 的线性映射：

$$y=b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_nx_n+b_0 \quad (5-49)$$

式中： y ----- 估计量

x_i ----- 互不相关变量 ($i=1,2,\dots,n$)

b_i ----- 回归系数

b_0 ----- 偏置系数

三、基于实验模型的软测量技术

(2) 基于多元线性回归 (MLR) 的方法

线性映射：
$$y = b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n + b_0 \quad (5-49)$$

用矩阵表示可写为
$$Y = XB \quad (5-50)$$

式中： $X = [x_1, x_2, \dots, x_n, 1]$, $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}]^T$
 $Y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$ $B = [b_1, b_2, \dots, b_n, b_0]^T$

如果满足 $m > n + 1$ ，则
$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (5-51)$$

因而可以利用式 (1) 来计算 y 。

MLR问题是否有解取决于 $(X^T X)^{-1}$ 是否存在。当 X 中存在线性相关的变量时， X 为病态矩阵， $(X^T X)^{-1}$ 不存在，此时不能采用最小二乘法，只能采用主元回归法 (PCR) 和部分最小二乘法 (PLS)。

三、基于实验模型的软测量技术

(3) 基于PCA/PCR的方法

主元分析 Principal Component Analysis, PCA;

主元回归 Principal Component Regression, PCR

① PCA的作用

设获得的原始数据阵为 $m \times n$ 的矩阵 X ，它表示 m 个采样值（或称样本）和 n 个变量。这些数据可能存在很强的相关性，于是造成协方差阵接近奇异阵，不能用一般的数值方法分析。主元分析的目就是要建立 k ($k < n$)个新的变量，使其尽可能多的保持原有 n 个变量的信息，这 k 个变量就称为主元，它们是两两互不相关的。

三、基于实验模型的软测量技术

(3) 基于PCA/PCR的方法

② PCR算法的原理

- 首先对 X 进行主元分析，然后将 Y 对投影矩阵进行回归。

当 X 是一个标准化变量组成的 $m \times n$ 的数据阵时，在数据空间 X 求取主元。通常运用奇异值分解，将 $m \times n$ 的矩阵分解为 $\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{P}^T$ ，这里 \mathbf{U} 是 $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ 的特征向量组成的 $m \times m$ 矩阵， \mathbf{P} 是 $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ 的特征向量组成的 $n \times n$ 矩阵， $\mathbf{\Sigma}$ 是一个由 $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ 的特征值 λ_i 的正平方根组成的矩阵，将特征值 λ_i 由大到小排列为 $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n > 0$ ， $\mathbf{\Sigma}$ 的矩阵元素 $\sigma_{ii} = (\lambda_i)^{1/2}$ ，而当 $i \neq j$ 时，其矩阵元素 $\sigma_{ij} = 0$ ； \mathbf{U} 和 \mathbf{P} 均为正交矩阵，即 $\mathbf{P}^T\mathbf{P} = \mathbf{P}\mathbf{P}^T = \mathbf{1}$ ， $\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{U}\mathbf{U}^T = \mathbf{1}$ 。

三、基于实验模型的软测量技术

(3) 基于PCA/PCR的方法

② PCR算法的原理

- 采用算式 $T=XP$ 可求出 X 矩阵的主元 T 。

主元可写作 X 的线性组合，即有：

$$t_j = \sum P_{ij}X_i \quad j=1,2,\dots,n \quad (5-52)$$

其中， P_{ij} 的大小描述了第 j 个主元受第 i 个变量 X_i 影响的程度，与主元高度相关的变量权值较大； t_j 被称为**主元分值** (score)， P_j 被称为**负荷向量**(loading)。

一般情况下，可以取前 k 个主元，近似代表原 X 中的 n 个变量。可用累积方差贡献率大于**0.85**的原则来确定 k 。

最后回归 Y 与主元的线性关系，即可用来进行估计 y 值。

三、基于实验模型的软测量技术

(4) 基于部分最小二乘法 (PLS) 的方法

部分最小二乘法处理的是两个数据阵(X, Y)之间的关系。

在工业过程的质量控制中这两个数据阵一般为过程参数数据矩阵和质量参数数据矩阵。从某种意义上来说，部分最小二乘可以看作是对两个数据阵分别作PCA，再建立其内在联系的处理方法。

对数据阵分别进行分析PCA，把它们由各自的主元分值和负荷向量表示出来，这种关系被称作外部关系 (Outer Relation)，用公式表示就是：

$$\begin{aligned} X &= TP^T + E = \sum t_h P_h^T + E \\ Y &= UQ^T + F = \sum u_h q_h^T + F \end{aligned}$$

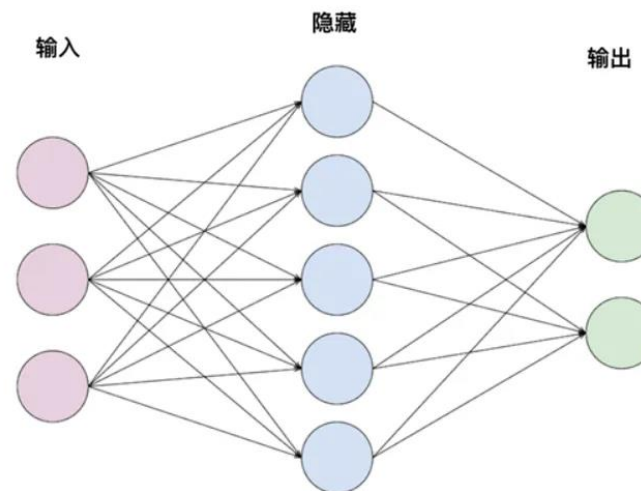
三、基于实验模型的软测量技术

(5) 基于神经网络的方法

以BP神经网络模型为例

基本的BP神经网络是一个三层感知器模型，主要由输入层、隐含层和输出层三层组成。它是目前最通用的有监督学习网络系统，网络训练的目的主要是使网络的输出逼近目标值。在进行有监督学习时，首先要建立一个样本数据库，它包括一定数目的输入向量及其相应的输出向量，然后一般采用下述两个步骤：

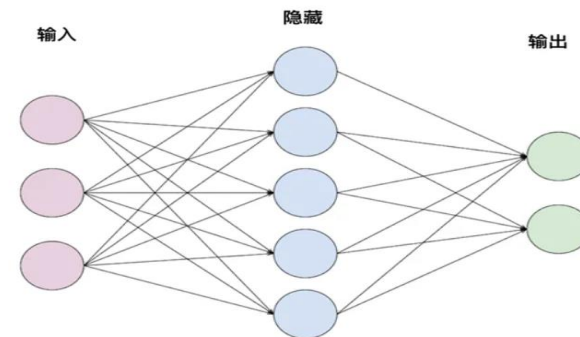
- a) 确定网络的拓扑结构；
- b) 确定网络的学习规则。



三、基于实验模型的软测量技术

(5) 基于神经网络的方法

以BP神经网络模型为例



图中每个节点均为一个神经元，输入层神经的输出值即为其输入值，其余神经元的输入值由该节点所有输入和阈值的加权和组成（其中阈值的加权值令为1），即

$$y_j = f(W_{j1}x_1 - \theta_1 + W_{j2}x_2 - \theta_2 + \dots + W_{jn}x_n - \theta_n) \quad (5-53)$$

式中 x_i 为所有节点的输入及阈值， W_{ji} 为从 i 节点到 j 节点的权值。

相应地该节点的输出值一般采用Sigmoid函数，即

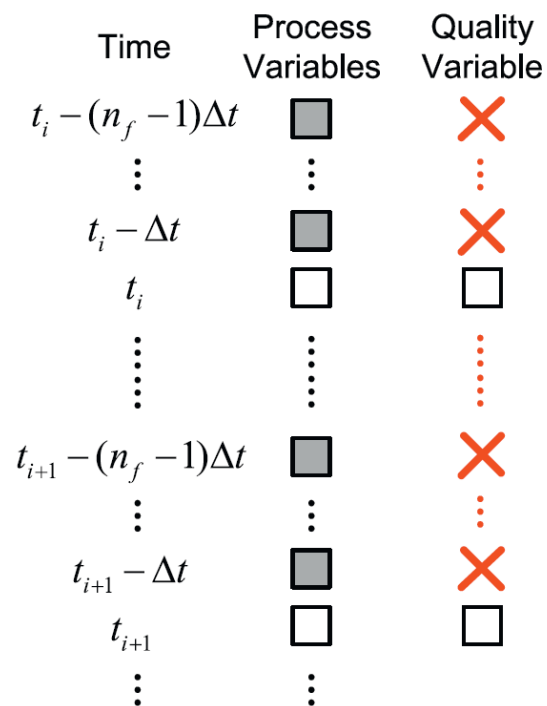
$$f(x) = 1/[1 + \exp(-x)] \quad (5-54)$$

网络输入、输出节点数以及隐节点数要多次试探、比较以确定其具体个数。

传统的BP网络的学习规则是梯度下降法，也就是根据梯度的负方向来修正网络权值，以使误差目标函数最小。

四、软测量技术的研究进展

- 传统软测量技术本质上是静态方法
 - 质量变量 Y 采样时间通常很长，甚至是不规则的
 - 慢采样的 Y 不仅受当前时刻的 X 的影响
 - 由于过程动态特性， Y 还受一段时间内 X 的历史数据的影响
- 动态软测量方法：
 - 加入历史数据
 - 将过渡过程时间内的 X 都当做输入变量，实现对过程动态特性的描述
 - 动态模板法



四、软测量技术的研究进展

- 改进的动态软测量技术：控制模型复杂度
 - 当考虑历史数据时，模型复杂度成倍增长
 - 而可用的建模样本数量保持不变
 - 模型越复杂，需要的样本数量越多
- 过拟合问题：
 - 模型会过度依赖训练数据，将噪声误认为有效信息
 - 对过度复杂的模型进行惩罚，控制模型复杂度
- 时序光滑性惩罚：temporal smoothness penalty

$$\min_{\mathbf{w}_{j,k}} \sum_{l=1}^d [w_{j,k}(l) - w_{j,k}(l-1)]^2 \Rightarrow \min_{\mathbf{w}_{j,k}} \mathbf{w}_{j,k}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{w}_{j,k}, \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{d \times (d+1)}$$

Shang, C. et al. (2015). Enhancing dynamic soft sensors based on DPLS: A temporal smoothness regularization approach. *Journal of Process Control*, 28, 15-26.

四、软测量技术的研究进展

- 传统非线性软测量模型
 - 人工神经网络
 - 支持向量机
 - 属于浅层次非线性模型，表达能力较差
- 深度学习：多层次非线性结构
 - 2006年以来，机器学习领域的新趋势
 - 利用无监督学习初始化网络，再利用有监督学习调优
 - 具有极强的表达能力，同时有效防止过拟合
- 基于深度学习的软测量方法

Shang, C., Yang, F., Huang, D., & Lyu, W. (2014). Data-driven soft sensor development based on deep learning technique. *Journal of Process Control*, 2014, 24(3), 223-233.