

习题课 1

1. (教材 17 页) 证明:

(1) 下连续性: 设 $\{A_n\}$ 是 F 中事件的非降序列, 则有

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n).$$

(2) 上连续性: 设 $\{A_n\}$ 是 F 中事件的非增序列, 且 $P(A_1) < \infty$, 则有

$$P\left(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n).$$

(3) 有限可加性 + 下连续性 \Leftrightarrow 可数可加性。

2. 设有四箱产品, 次品率分别为 0.1, 0.2, 0.3 和 0.4。现从任一箱中任取一件产品, 检查结果为合格品, 并将此产品放回原箱中。试求仍在这箱中任取一件是次品的概率。

3. 设 n 个人排成一排, 试求指定的甲与乙两人之间有 k 个人的概率。

设 n 个人排成一个环形, 试求指定的甲与乙两人之间有 k 个人 (依顺时针方向计数) 的概率。

4. 从数字 $1, 2, \dots, 10$ 中不放回地任取 n 次, 试求这 n 个数中最大的数是 k ($1 \leq n \leq k \leq 10$) 的概率。

5. 甲袋中有 9 只白球和 1 只黑球, 乙袋中有 10 只白球。每次从甲乙两袋中随机各取一球放入另一袋中, 这样做了 3 次, 试求黑球出现在甲袋中的概率。

6. 试用首步分析法 (而非排列组合的方法) 来求解 “抽签问题”:

袋中装有 a 个白球及 b 个黑球。从袋中任意地接连取出 $k+1$ ($k+1 \leq a+b$), 如果每球被取后不放回, 试求最后取出的球是白球的概率。

7. 设有 N 个袋子, 每个袋中装有 a 只黑球, b 只白球。从第 1 个袋中取出一球放入第 2 袋中, 然后从第 2 个袋中取出一球放入第 3 袋中, 如此下去。试求从最后一袋中取出一球为黑球的概率。

8. 甲乙两人都有今晚的电影票, 但他们只记得座位在第 15 排, 记不清具体的座位号是多少了, 现设第 15 排共有 20 个座位。试求甲乙两人相邻而坐的概率是多少?

9. 一袋中有 m ($m \geq 3$) 个白球和 n 个黑球, 今丢失一球, 不知其色。现随机地从袋中摸取两球, 结果都是白球。试求丢失的是白球的概率?