

应用随机过程 第 8 次作业

December 1, 2024

题目 1: 设马尔可夫链的状态空间 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 其一步转移概率矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

讨论此马尔可夫链的遍历性, 并求其平稳分布。

题目 2: 设马尔可夫链的状态空间 $S = \{1, 2\}$, 其一步转移概率矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ q & 1-q \end{bmatrix}, 0 < p, q < 1,$$

求 $\lim_{n \rightarrow \infty} P^n$ 。

题目 3: 设马尔可夫链的状态空间 $S = \{1, 2, 3\}$, 其一步转移概率矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 3/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

求 $\lim_{n \rightarrow \infty} P^n$ 。

题目 4 (不计分): 证明讲义中命题 6.1.2。