

## 应用随机过程 第 10 次作业

December 19, 2024

**题目 1:** 设  $\{N(t), t \geq 0\}$  为参数为  $\lambda$  的泊松过程, 过程  $\{X(t), t \geq 0\}$  定义为

$$\{X(t) = 1\} = \bigcup_{n=0}^{\infty} (N(t) = 2n), \quad \{X(t) = 0\} = \bigcup_{n=0}^{\infty} (N(t) = 2n + 1).$$

试证明:  $\{X(t), t \geq 0\}$  为连续参数马尔可夫链, 并求  $P(t)$  与  $Q$  矩阵。

**题目 2:** 设马尔可夫链  $\{X(t), t \geq 0\}$  的状态空间  $S = \{0, 1\}$ , 且  $Q = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{pmatrix}$ ,  $P_0(0) = 1$ ,  $\tau_1 = \inf\{t : t > 0, X(t) \neq X(0)\}$ , 求:

- (1)  $E(X(t))$ ;
- (2)  $E(\tau_1 | X(0) = 0)$ ;
- (3)  $\text{cov}(X(s), X(t))$ ;
- (4)  $E(X(s+t) | X(s) = 1)$ 。

**题目 3:** 某电话总机有 2 条中继段。设电话呼叫按参数为  $\lambda$  的泊松过程到达, 平均每分钟有两次呼叫。通话时间服从参数为  $\mu$  的指数分布, 每次平均通话 3min, 呼叫和通话相互独立。若顾客发觉线路占满就不再等待而选择离去。设  $X(t)$  表示  $t$  时刻的通话线路数,  $\{X(t), t \geq 0\}$  是一个生灭过程。求  $Q$  矩阵与平稳分布。