

## 应用随机过程 第 6 次作业

October 31, 2024

**题目 1:** 在天气预报问题中, 若今日是否下雨依赖于前两天的天气状况, 并作如下假定: 昨日、今日都下雨, 则明日有雨的概率为 0.7; 昨日无雨, 今日有雨, 则明日有雨的概率为 0.5; 昨日有雨, 今日无雨, 则明日有雨的概率为 0.4; 昨日、今日均无雨, 则明日有雨的概率为 0.2。问该问题是否可以用一个马尔可夫链表示? 若可以, 求在星期一、星期二均下雨的条件下, 星期四下雨的概率。

**题目 2:** 设马尔可夫链的状态空间  $S = \{1, 2, 3\}$ , 其一步转移矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 3/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (1) 求  $f_{13}^{(n)}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ;
- (2) 求  $f_{11}$ ,  $f_{22}$ ,  $f_{33}$ 。

**题目 3:** 设马尔可夫链的状态空间  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ , 其一步转移矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

请判断各状态分别为常返状态还是非常返状态。

**题目 4:** 设马尔可夫链的状态空间  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ , 其一步转移矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

求各状态的周期。