

# 离散数学

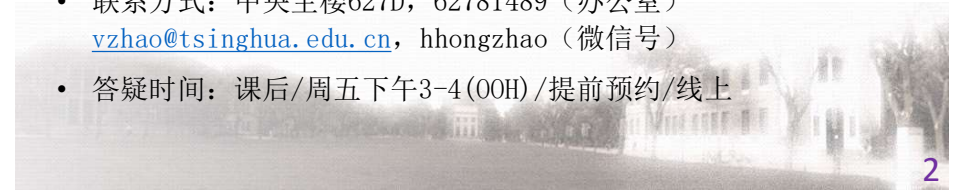
## Discrete Mathematics

主讲教师：赵虹



## 主讲教师：赵虹

- 1993.9 - 1999.7 清华大学自动化系，本科、硕士研究生
- 1999.7 - 2006.7 美国马里兰大学电子与计算机工程系，博士、博士后
- 2006.8 - 2016.2 加拿大阿尔伯塔大学电子与计算机工程系，助理教授、副教授
- 2016.5 - 至今，清华大学自动化系，长聘副教授
- 研究方向：信号处理、社交网络、大数据、机器学习
- 联系方式：中央主楼627D，62781489（办公室）  
[vzhao@tsinghua.edu.cn](mailto:vzhao@tsinghua.edu.cn)，hhongzhao（微信号）
- 答疑时间：课后/周五下午3-4(00H)/提前预约/线上



2

## 助教

- 董文翔 [dongwx19@mails.tsinghua.edu.cn](mailto:dongwx19@mails.tsinghua.edu.cn)
- 林依清 [linyq20@mails.tsinghua.edu.cn](mailto:linyq20@mails.tsinghua.edu.cn)
- 王惠生 [whs22@mails.tsinghua.edu.cn](mailto:whs22@mails.tsinghua.edu.cn)

中央主楼627C



3

## 教材

### 教材

- 离散数学，屈婉玲等，高等教育出版社，2015年**第二版** ISBN: 9787040419085

### 教参

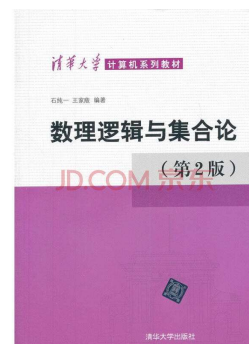
- 图论与代数结构，戴一奇等，清华大学出版社，1995年第一版
- 数理逻辑与集合论，石纯一等，清华大学出版社，2000年第二版

以上教材及教参在**学校教参服务平台**均可直接访问。



4

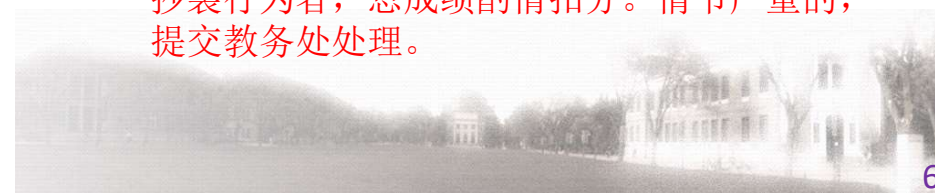
## 教材



5

## 成绩评定及注意事项

- 成绩评定：  
小作业（20%），期中考试（30%），期末考试（50%）  
期中考试时间随后通知
- 注意事项：
  - 按时交作业，**不允许补交作业**
  - 抄一次作业：本次作业按照0分计算。有多次抄袭行为者，总成绩酌情扣分。情节严重的，提交教务处处理。**



6

## 课程微信群

- 请将群昵称改为真实姓名



2022 秋离散数学课程群



Valid until 9/18 and will update upon joining group



7

## 绪论



8

## 离散数学

- 什么是离散数学？

“离散数学是研究**离散**结构及其性质的学科。”

“Discrete mathematics is the study of mathematical structures that are fundamentally discrete rather than continuous. In contrast to real numbers that have the property of varying “smoothly”, the objects studied in discrete mathematics – such as **integers**, **graphs**, and **statements in logic** – do not vary smoothly in this way, but have **distinct**, **separated** values.” -- Wikipedia



## 离散数学

- 离散数学都包括什么？

“**Discrete mathematics is described less by what is included than by what is excluded: continuously varying quantities and related notions.**” – Wikipedia

离散数学是包含数理逻辑，集合论（包括函数），数论基础，算法设计，组合分析，离散概率，关系理论，图论与树，抽象代数（包括代数系统，群、环、域等），布尔代数计算模型（语言与自动机）等汇集起来的一门综合学科。



## 离散数学

- 为什么要学离散数学？

随着**信息时代**的到来，离散数学的重要性逐渐提升。

“离散数学大量应用于**计算机科学与技术（及相关）领域的建模与分析**，在**自然科学**（如物理、化学、生物）、**工程技术**（如电子工程）、**社会科学、经济管理**等领域都有广泛的应用。”

离散数学是计算机及相关专业的**基础课程**，是数据结构、人工智能、数据库、算法与设计等课程的先修课程。



## 离散数学

- 为什么要学离散数学？

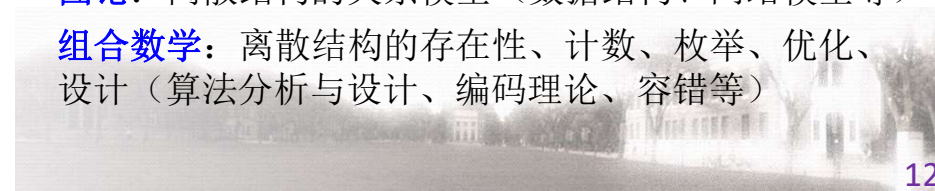
**数理逻辑**：推理、形式化方法（人工智能、程序正确性证明、程序验证等）

**集合论**：离散结构的表示、描述工具（关系数据库模型等）

**代数结构**：离散结构的代数模型（软件规范、形式语义、编译系统、编码理论、密码学等）

**图论**：离散结构的关系模型（数据结构、网络模型等）

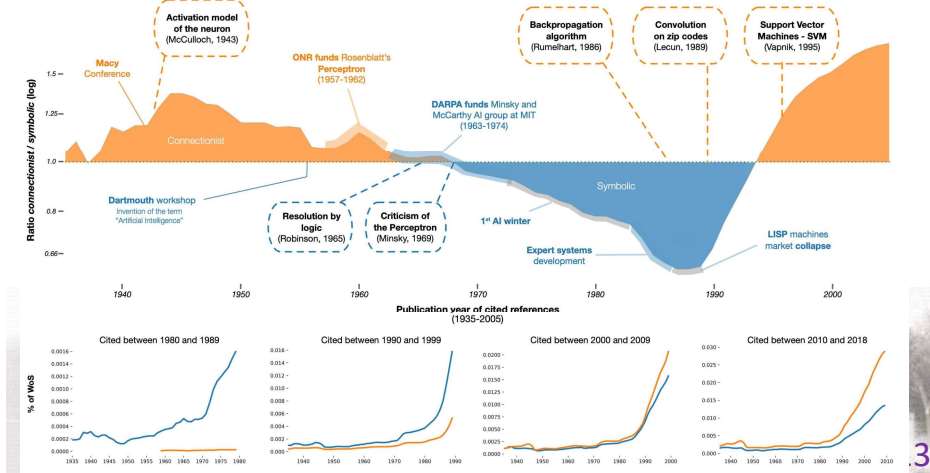
**组合数学**：离散结构的存在性、计数、枚举、优化、设计（算法分析与设计、编码理论、容错等）



## 离散数学

- 离散数学都用在什么地方？

人工智能：符号主义 vs 连接主义



3

## 离散数学

- 离散数学都用在什么地方？

关系型数据库：使用了关系模型的数据库系统

- 数据结构简单，表示数据及其数据之间的联系均采用关系（二维表）
- 关系模型有扎实的数学理论做基础，使得数据的操作可以通过关系的运算来完成



学生信息 课程信息

(张三，离散数学，90)

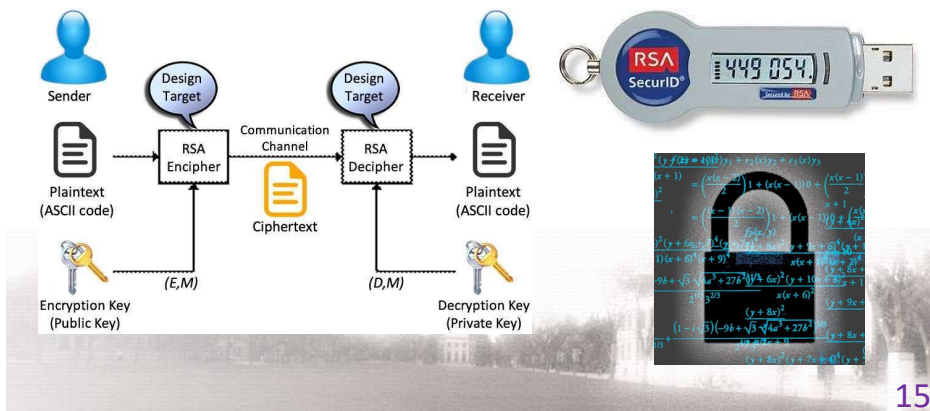
学生	课程	成绩
张三	离散数学	90
李四	微积分	84

14

## 离散数学

- 离散数学都用在什么地方？

公钥密码RSA算法：其安全性依赖于大数因式分解的困难（数论）



15

## 离散数学

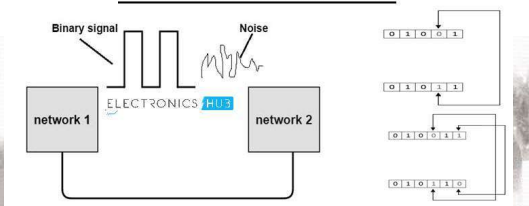
- 离散数学都用在什么地方？

纠错编码：基于代数系统设计纠错码，以检测并矫正网络传输中数字信号错误的发生。

- 一致校验矩阵是根据代数系统中的群概念设计的。
- 在群码的校正中用到了代数系统中的陪集。



### ERROR CORRECTION AND DETECTION CODES



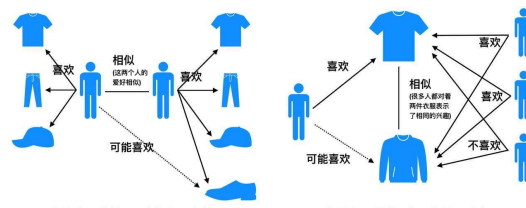
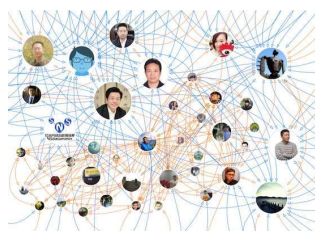
16



## 离散数学

- 离散数学都用在什么地方？

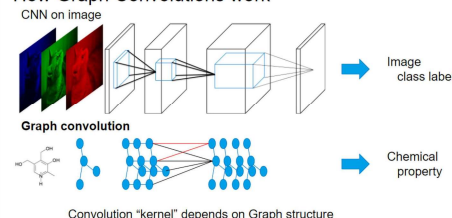
图论：社交网络分析、GNN、推荐系统、生物医疗



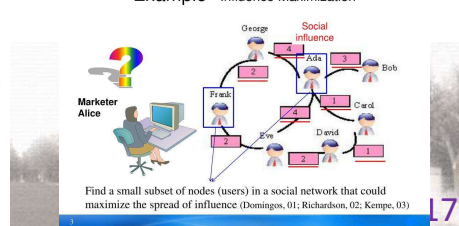
“人以群分”的基于用户的协同过滤

“物以类聚”的基于物品的协同过滤

How Graph Convolutions work



Example—Influence Maximization



Find a small subset of nodes (users) in a social network that could maximize the spread of influence (Domingos, 01; Richardson, 02; Kempe, 03)

17

## 离散数学

- 离散数学的难点是什么？如何学好离散数学？
  - 定义和定理多：注意概念之间的联系
  - 方法性强：善于总结和归纳规律
  - 抽象性强：注重抽象思维能力、逻辑推理能力的培养和训练



柳光晏

29 人赞同了该回答

概念很重要！！概念很重要！！概念很重要！！

证明很坑爹！！证明很坑爹！！证明很坑爹！！

发布于 2015-10-09 11:27



知乎用户

60 人赞同了该回答

离散数学中的概念和定理偏多，思维较抽象，证明强调技巧性但变化不多。我觉得这是一门需要找“感觉”的数学科目。首先要强记所学内容的相关定义和定理，随后学习证明过程时必须结合定义和定理，即每推一步就弄清其根据的是什么定义或定理。用这种方法学习一段时间后对证明就有一定感觉了，再做证明题就会感觉顺手很多。

上面提到这是一门很强调“感觉”的数学学科，与英语短文背多了语感就好的原理类似，在遇到瓶颈时用学习文科的方式（即在理解的基础上强记证明过程）来学习也是一个不错的办法。

发布于 2011-06-03 23:42

18

## 离散数学

- 我们这门课程都学什么？

数理逻辑

命题逻辑

一阶逻辑

课本第一到第五章

期末

集合论

集合代数

二元关系

函数

课本第六到第八章

图论

图的基本概念

特殊图

课本第十四到第十六章

基础理论

19

## 离散数学

- 教学目标是什么？
  - 掌握离散数学的基本概念、基本理论及方法
  - 培养抽象思维分析能力和严谨逻辑推理能力
  - 为后续课程及科研打下良好基础
- 后续课程还有什么？
  - 组合数学、抽象代数、数论、（离散）概率等
  - 数据结构、人工智能基础
  - 通智课程系列（专业选修课）
  - 研究生课程

20

## 预备知识



21

## 预备知识

- 逻辑运算：与 $\wedge$ ，或 $\vee$ ，非 $\neg$

- 集合

**集合**是数学中最基本的概念,没有严格的定义

理解成某些个体组成的整体, 常用 $A, B, C$ 等表示

**元素**:集合中的个体, 集合中**元素各不相同且无序**

**列举法** 如  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $N = \{0, 1, 2, \dots\}$

**描述法**  $\{x \mid P(x)\}$  如  $N = \{x \mid x \text{ 是自然数} \}$

$x \in A$  ( **$x$ 属于 $A$** ):  $x$ 是 $A$ 的元素

$x \notin A$  ( **$x$ 不属于 $A$** ):  $x$ 不是 $A$ 的元素



22

## 预备知识

- 包含与相等

**包含(子集)**  $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$

**不包含**  $A \not\subseteq B \Leftrightarrow \exists x (x \in A \wedge x \notin B)$

**相等**  $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A$

**不相等**  $A \neq B \Leftrightarrow A \not\subseteq B \vee B \not\subseteq A$

**真包含(真子集)**  $A \subset B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \neq B$



23

## 预备知识

- 集合的运算

**并**  $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

**交**  $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

**相对补**  $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

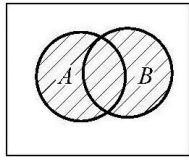
**对称差**  $A \oplus B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

**绝对补**  $\sim A = E - A = \{x \mid x \notin A\}$

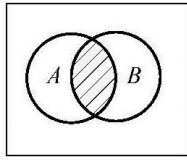


24

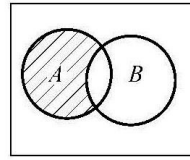
## 预备知识



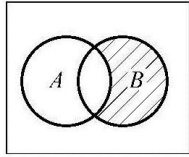
$$A \cup B$$



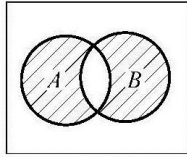
$$A \cap B$$



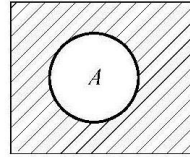
$$A - B$$



$$B - A$$



$$A \oplus B$$



$$\sim A$$