

阻尼振动和受迫振动

实验报告

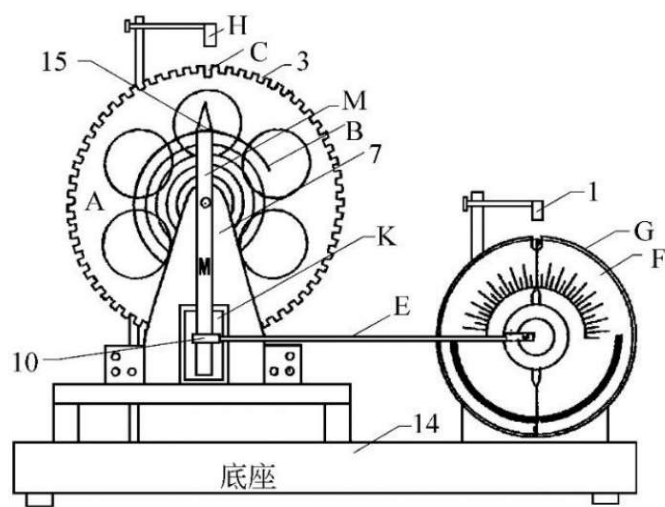
实验者姓名： 李昭阳 学号： 2021013445 实验日期： 2022/11/10 实验台号： 15

实验目的

- 1、观测阻尼振动，学习测量振动系统基本参数的方法
- 2、研究受迫振动的幅频特性和相频特性，观察共振现象
- 3、观测不同阻尼对受迫振动的影响

实验仪器

(1) 波耳共振仪



(2) 闪光灯

数据处理及结果

计算最小阻尼时的阻尼比 ζ 、振动周期 T_d 和固有角频率 ω_0

实验记录数据：

最小阻尼时数据记录表

	1	2	3	4	5
$10T_d$	15.419	15.424	15.432	15.437	15.445

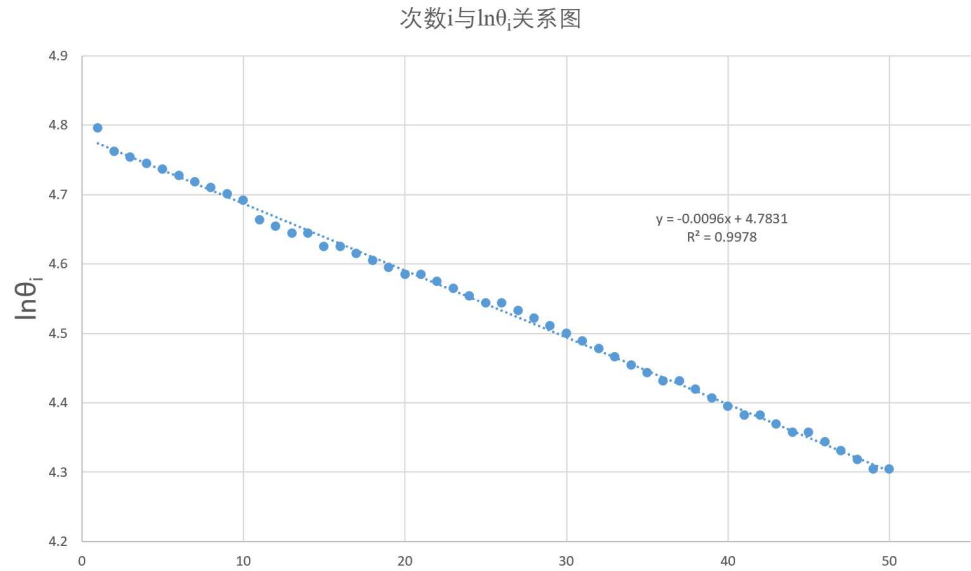
振动周期 $10T_d$ 数据表

次数 <i>i</i>	振幅 θ_i	$\ln\theta_i$	次数 <i>i</i>	振幅 θ_i	$\ln\theta_i$
1	121	4.795791	26	94	4.543295
2	117	4.762174	27	93	4.532599
3	116	4.75359	28	92	4.521789
4	115	4.744932	29	91	4.51086
5	114	4.736198	30	90	4.49981
6	113	4.727388	31	89	4.488636
7	112	4.718499	32	88	4.477337
8	111	4.70953	33	87	4.465908
9	110	4.70048	34	86	4.454347
10	109	4.691348	35	85	4.442651
11	106	4.663439	36	84	4.430817
12	105	4.65396	37	84	4.430817
13	104	4.644391	38	83	4.418841
14	104	4.644391	39	82	4.406719
15	102	4.624973	40	81	4.394449
16	102	4.624973	41	80	4.382027
17	101	4.615121	42	80	4.382027
18	100	4.60517	43	79	4.369448
19	99	4.59512	44	78	4.356709
20	98	4.584967	45	78	4.356709
21	98	4.584967	46	77	4.343805
22	97	4.574711	47	76	4.330733
23	96	4.564348	48	75	4.317488
24	95	4.553877	49	74	4.304065
25	94	4.543295	50	74	4.304065

数据处理：

计算最小阻尼时的阻尼比 ζ

记因变量 $y = \ln \theta_i$ ，自变量 $x = i$ ，用最小二乘法拟合直线 $y = a + bx$ ，得到以下图像，



计算可得 $b = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = -9.626 \times 10^{-3}$, $R^2 = 0.9978$, 由公式 $b = -\frac{2\pi}{\sqrt{\zeta^{-2} - 1}}$ 得,

$$\zeta = \sqrt{\frac{b^2}{4\pi^2 + b^2}} = \sqrt{\frac{(-9.626 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 + (-9.626 \times 10^{-3})^2}} = 1.532 \times 10^{-3}$$

再计算其不确定度, 公式为,

$$\Delta_b = t(v)S_b = t(n-2)|b|\sqrt{\frac{r^{-2} - 1}{n-2}} = 2.010 \times 9.626 \times 10^{-3} \times \sqrt{\frac{\frac{1}{0.9978} - 1}{48}} = 1.311 \times 10^{-4}$$

$$\Delta_\zeta = \frac{4\pi^2}{(4\pi^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \Delta_b = 2.087 \times 10^{-5}$$

ζ 的最终计算结果为

$$\zeta = (1.532 \pm 0.021) \times 10^{-3}$$

计算振动周期 $\overline{T_d}$

计算 $\overline{T_d}$ 和 Δ_T 得

$$\overline{T_d} = \frac{\sum T_i}{50} = 1.5432s$$

$$\Delta_T = \frac{\overline{T_d}}{10^5} + \frac{0.001}{10} = 1.1543 \times 10^{-4}$$

$\overline{T_d}$ 最终计算结果为

$$\overline{T_d} = (1.5432 \pm 0.0001)rad/s$$

计算固有角频率 ω_0

计算 ω_0 和 Δ_w 得

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\overline{T_d} \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{2\pi}{1.543 \sqrt{1 - (1.532 \times 10^{-3})^2}} = 4.072rad/s$$

$$\Delta_w = \omega_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta_T}{\overline{T_d}}\right)^2 + \left(\frac{\zeta \cdot \Delta_\zeta}{1 - \zeta^2}\right)^2} = 4.072 \sqrt{\left(\frac{1.154 \times 10^{-4}}{1.543}\right)^2 + \left(\frac{1.532 \times 10^{-3} \times 2.087 \times 10^{-5}}{1 - (1.532 \times 10^{-3})^2}\right)^2} = 3.034 \times 10^{-4}rad/s$$

ω_0 最终计算结果为

$$\omega_0 = (4.0720 \pm 0.0003)rad/s$$

计算其他三种阻尼状态下阻尼比 ζ 和 时间常数 τ

实验记录数据:

阻尼状态2数据记录表

次数 <i>i</i>	振幅θ _{<i>i</i>}	lnθ _{<i>i</i>}	周期T _d
1	132	4.882802	1.540
2	117	4.762174	1.541
3	104	4.644391	1.541
4	92	4.521789	1.542
5	82	4.406719	1.543
6	72	4.276666	1.544
7	64	4.158883	1.544
8	56	4.025352	1.545
9	50	3.912023	1.544
10	44	3.78419	1.545
11	38	3.637586	1.545
12	34	3.526361	1.544

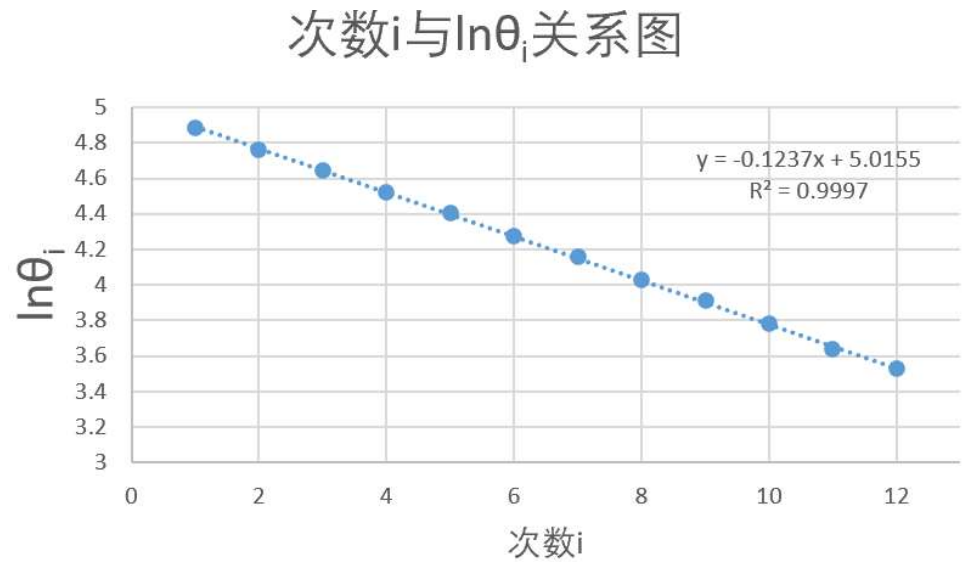
阻尼状态3数据记录表

次数 <i>i</i>	振幅θ _{<i>i</i>}	lnθ _{<i>i</i>}	周期T _d
1	126	4.836282	1.543
2	109	4.691348	1.546
3	72	4.276666	1.549
4	60	4.094345	1.550
5	51	3.931826	1.551
6	42	3.73767	1.551
7	36	3.583519	1.551
8	30	3.401197	1.552
9	25	3.218876	1.554
10	21	3.044522	1.556
11	18	2.890372	1.563
12	15	2.70805	1.564

数据处理：

计算阻尼状态2下的阻尼比 ζ

记因变量 $y = \ln \theta_i$ ，自变量 $x = i$ ，用最小二乘法拟合直线 $y = a + bx$ ，得到以下图像，



计算可得 $b = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = -0.124$ ， $R^2 = 0.9997$ ，由公式 $b = -\frac{2\pi}{\sqrt{\zeta^2 - 1}}$ 得，

$$\zeta = \sqrt{\frac{b^2}{4\pi^2 + b^2}} = \sqrt{\frac{(-0.124)^2}{4\pi^2 + (-0.124)^2}} = 1.968 \times 10^{-2}$$

再计算其不确定度，公式为，

$$\Delta_b = t(v)S_b = t(n - 2)|b|\sqrt{\frac{r^{-2} - 1}{n - 2}} = 2.010 \times 0.124 \times \sqrt{\frac{\frac{1}{0.9997} - 1}{48}} = 6.217 \times 10^{-4}$$

$$\Delta_\zeta = \frac{4\pi^2}{(4\pi^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \Delta_b = 9.889 \times 10^{-5}$$

ζ 的最终计算结果为

$$\zeta = (1.968 \pm 0.009) \times 10^{-2}$$

计算时间常数 τ

计算 T_d 得

$$T_d = \frac{\sum T_i}{12} = 1.543s$$

计算 ω_0 得

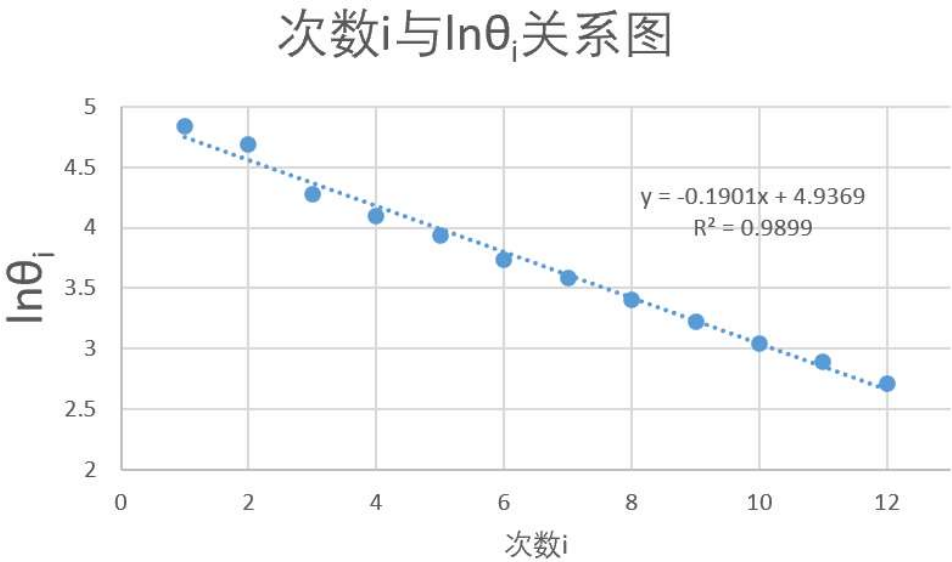
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_d\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{2\pi}{1.543\sqrt{1-(1.968 \times 10^{-2})^2}} = 4.073rad/s$$

由 $\ln \theta_{i+1} - \ln \theta_i = -\beta T_d = -\beta \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = -\frac{2\pi}{\sqrt{\zeta^{-2} - 1}}$ 得

$$\tau = \frac{1}{\beta} = -\frac{T_d}{b} = \frac{1.543}{0.124} = 12.443s$$

计算阻尼状态3下的阻尼比 ζ

记因变量 $y = \ln \theta_i$ ，自变量 $x = i$ ，用最小二乘法拟合直线 $y = a + bx$ ，得到以下图像，



计算可得 $b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = -0.190$ ， $R^2 = 0.9899$ ，由公式 $b = -\frac{2\pi}{\sqrt{\zeta^{-2} - 1}}$ 得，

$$\zeta = \sqrt{\frac{b^2}{4\pi^2 + b^2}} = \sqrt{\frac{(-0.190)^2}{4\pi^2 + (-0.190)^2}} = 3.023 \times 10^{-2}$$

再计算其不确定度，公式为，

$$\Delta_b = t(v)S_b = t(n-2)|b|\sqrt{\frac{r^{-2} - 1}{n-2}} = 2.010 \times 0.190 \times \sqrt{\frac{\frac{1}{0.9899} - 1}{48}} = 5.568 \times 10^{-3}$$

$$\Delta_\zeta = \frac{4\pi^2}{(4\pi^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \Delta_b = 8.850 \times 10^{-4}$$

ζ 的最终计算结果为

$$\zeta = (3.023 \pm 0.089) \times 10^{-2}$$

计算时间常数 τ

计算 T_d 得

$$T_d = \frac{\sum T_i}{12} = 1.553s$$

计算 ω_0 得

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_d\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{2\pi}{1.553\sqrt{1-(3.023 \times 10^{-2})^2}} = 4.047rad/s$$

由 $\ln \theta_{i+1} - \ln \theta_i = -\beta T_d = -\beta \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = -\frac{2\pi}{\sqrt{\zeta^{-2} - 1}}$ 得

$$\tau = \frac{1}{\beta} = -\frac{T_d}{b} = \frac{1.553}{0.190} = 8.174s$$

不同阻尼状态下时间常数 τ 的比较

阻尼状态档位	时间常数 τ/s
2	12.443
3	8.174

时间常数是阻尼振动的振幅衰减到原来的 $\frac{1}{e}$ 所需要的时间。由于阻尼状态2档的阻尼低于阻尼状态3档的阻尼，振动能量衰减相对慢，故时间常数阻尼状态2档高于阻尼状态3档，计算结果与实验预期相符。

测定受迫振动的幅频特性和相频特性曲线

实验记录数据：

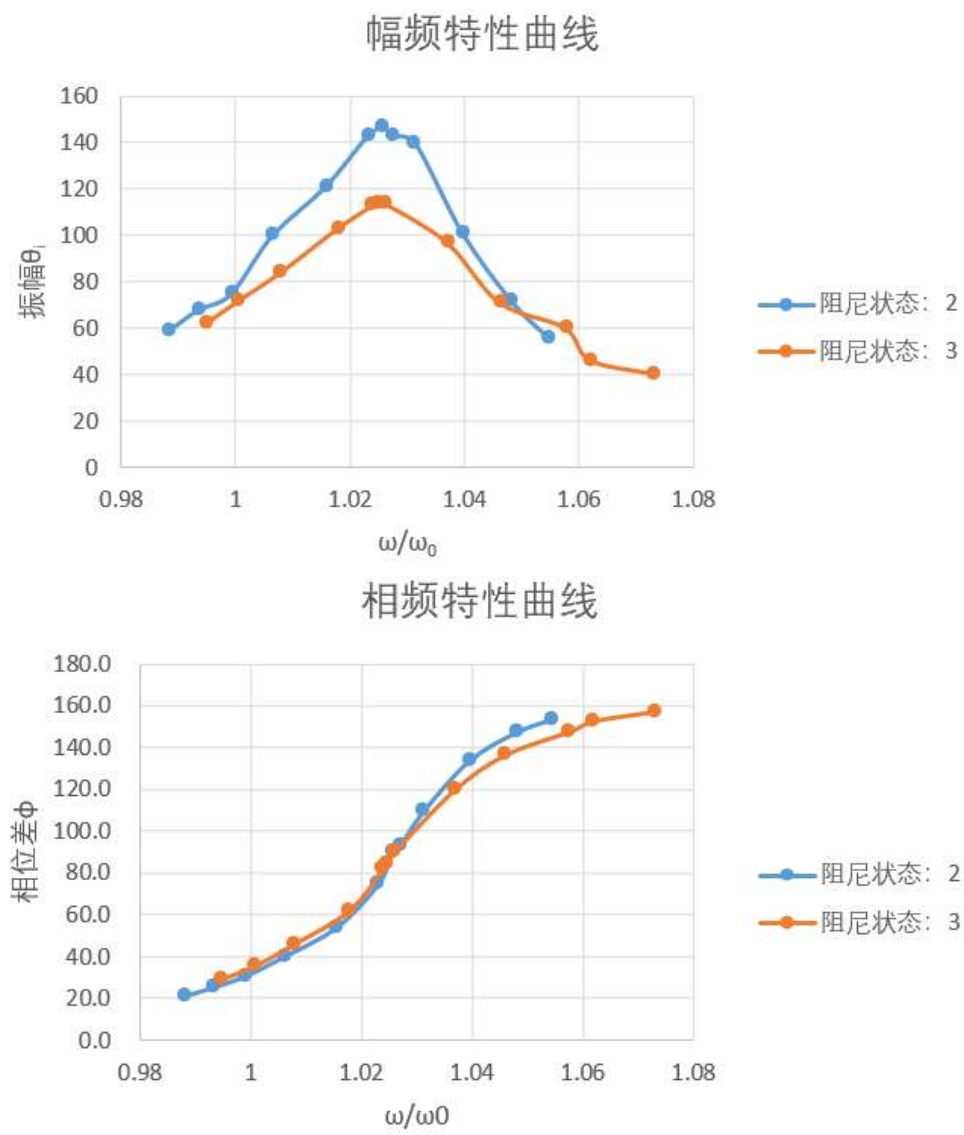
阻尼状态2挡时数据记录表

次数i	θ_i	T_d/s	ω rad/s	ω/ω_0	φ_1	φ_2	φ
1	56	1.462	4.295486	1.054625	152.5	155.0	153.8
2	72	1.471	4.269205	1.048172	146.5	148.5	147.5
3	101	1.483	4.234659	1.039691	132.5	135.5	134.0
4	140	1.495	4.200669	1.031345	109.5	110.0	109.8
5	143	1.501	4.183877	1.027223	93.5	93.5	93.5
6	147	1.503	4.17831	1.025856	90.5	89.5	90.0
7	143	1.507	4.16722	1.023133	74.5	75.0	74.8
8	121	1.518	4.137022	1.015719	53.5	55.0	54.3
9	100	1.532	4.099217	1.006437	42.0	39.0	40.5
10	75	1.543	4.069994	0.999262	32.0	30.0	31.0
11	68	1.552	4.046392	0.993467	25.0	26.0	25.5
12	59	1.560	4.025641	0.988372	20.0	23.0	21.5

阻尼状态3挡时数据记录表

次数i	θ_i	T_d/s	ω rad/s	ω/ω_0	φ_1	φ_2	φ
1	40	1.439	4.364142	1.073062	155.0	159.0	157.0
2	46	1.454	4.31912	1.061992	151.0	154.0	152.5
3	60	1.460	4.30137	1.057627	146.0	149.0	147.5
4	71	1.476	4.254743	1.046162	135.0	138.0	136.5
5	97	1.489	4.217596	1.037029	118.0	122.0	120.0
6	114	1.505	4.172757	1.026004	89.0	91.0	90.0
7	114	1.507	4.16722	1.024642	84.5	85.0	84.8
8	113	1.508	4.164456	1.023963	81.0	83.0	82.0
9	103	1.517	4.13975	1.017888	61.0	63.0	62.0
10	84	1.532	4.099217	1.007921	45.0	47.0	46.0
11	72	1.543	4.069994	1.000736	34.0	37.0	35.5
12	62	1.552	4.046392	0.994933	28.0	31.0	29.5

数据处理：



附预习报告

阻尼振动和受迫振动在工程、医学等领域有哪些应用场景？

(1) 阻尼器在航天、航空、军工、枪炮、汽车等行业中早已应用以减振消能。从20世纪70年代后，这些技术逐步转用到建筑、桥梁、铁路等结构工程中，用以减小外界(比如地震等)因素对建筑结构的损坏。此外，阻尼器还是能够使仪表可动部分迅速停止在稳定偏转位置上的装置。地震仪器中，阻尼器用于吸收振动系统固有振动能量，其阻尼力一般与振动系统运动的速度成比例。主要有液体阻尼器、气体阻尼器和电磁阻尼器三类。阻尼器对于补偿拾振器摆系统中很小的摩擦和空气阻力，改善频率响应等具有重要作用。

(3)) 受迫振动在一定条件下会引发共振，其在医学上的应用最突出的一项就是“核磁共振”。核磁共振的工作原理就是把人体置于一个特殊的磁场中，然后向人体发射无线电波，让人体中的氢原子核产生共振，共振时会吸收能量，停止发射后，吸收的能量会释放出来，同时氢原子核会发射出特定信号，这些信息被信号器接受后就能获得图像，医生通过观察就能确定病人的情况，从而确定治疗方案。

举例说明阻尼振动和受迫振动有哪些危害？如何避免？

(1) 阻尼振动会导致能量不断散失，许多阻尼材料(比如沥青)在阻尼振动 中会分解产生有害物质。对有害的阻尼振动，可以加入能量的供应使阻尼振动对系统能量的耗散得到补充，以及采用无毒、不易分解的阻尼材料应用于各种工程中。

(2) 受迫振动在达到共振时能量极高，建筑物内部与外界某种振动达到共振时将会导致建筑物内部遭到损坏。在适当位置添加阻尼器有利于防止共振的快速发生，减少危害。

如何判断受迫振动已处于稳定状态？

受迫振动在达到共振时振幅最大，振幅随着振动频率的变化而变化。当多个振动周期内受迫振动的振幅不再改变时，表明系统的受迫振动已处于稳定状态。

如何判断一个体系已达到共振？共振频率是多少？

改变引起该系统受迫振动的外界振动的频率，当体系受迫振动幅度达到最大时，该体系达到共振。共振频率为 $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ 。其中 ω_0 为振动系统的固有角频率，即为阻尼系数。

原始数据记录

最小-阻尼数据记录表

	θ_i	θ_{i+10}	θ_{i+20}	θ_{i+30}	θ_{i+40}
1	121	106	98	89	80
2	117	105	97	88	80
3	116	104	96	87	79
4	115	104	95	86	78
5	114	102	94	85	78
6	113	102	94	84	77
7	112	101	93	84	76
8	111	100	92	83	75
9	110	99	91	82	74
10	109	98	90	81	74
10T _d	15.419	15.424	15.422	15.437	15.445

其他阻尼状态下的振幅

	θ_i	T_i
1	132	1.540
2	117	1.541
3	104	1.541
4	92	1.542
5	82	1.543
6	72	1.544
7	64	1.544
8	56	1.545
9	50	1.544
10	44	1.545
11	38	1.545
12	24	1.544

2022.11.10

	θ_i	T_i
1	126	1.543
2	109	1.546
3	72	1.547
4	60	1.530
5	51	1.531
6	42	1.531
7	36	1.531
8	30	1.532
9	25	1.534
10	21	1.536
11	18	1.562
12	15	1.564

受迫振动

	θ_i	T_d	γ_i	γ_r
1	56	1.442	133	125
2	72	1.471	144.5	148.5
3	101	1.483	132.5	135.5
4	140	1.485	101.5	110.0
5	143	1.501	93.3	93.5
6	147	1.503	90.5	89.5
7	143	1.507	74.5	75.0
8	121	1.518	53.5	55.0
9	100	1.532	42.0	39.0
10	75	1.543	32.0	30.0
11	68	1.532	25.0	26.0
12	59	1.560	20.0	22.0

	θ_i	T_d	γ_i	γ_r
1	40	1.439	155.0	159.0
2	46	1.434	151.0	148.0
3	60	1.440	146.0	149.0
4	71	1.476	125.0	138.0
5	97	1.489	118.0	122.0
6	114	1.505	89.0	91.0
7	114	1.507	86.5	82.0
8	113	1.508	81.0	82.0
9	103	1.517	61.0	63.0
10	84	1.532	48.0	47.0
11	72	1.543	34.0	37.0
12	62	1.552	28.0	31.0

2022.11.10