大学物理讲稿

光学

李列明

清华大学物理系

2 光的衍射

2.1 衍射现象及其解释

2.1.1 现象和分类

现象：偏离直线传播的现象（见教材）

分类：菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射（见教材）

2.1 衍射现象及其解释
2.1.2 惠更斯-菲涅耳原理

菲涅耳修改了惠更斯原理$\longrightarrow$惠更斯-菲涅耳原理

- 保留了核心的子波概念
- 认为各子波源辐射的子波相干叠加；
- 一些定量方面的修改；
- 能从严格的电磁波理论导出。

2.1 衍射现象及其解释

2.1.3 夫琅禾费衍射公式

惠更斯-菲涅耳原理→夫琅禾费衍射的一般公式

$$\boldsymbol{A}(\vec{\boldsymbol{r}}) \propto \iint_{(\Sigma)} \boldsymbol{A}(\vec{\boldsymbol{r}}') \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi R/\lambda} \mathrm{d}s', \qquad \vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$$

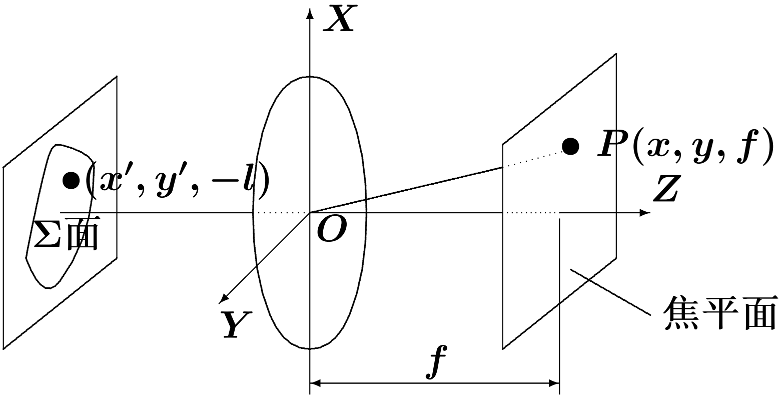
式中，$\boldsymbol{A}(\vec{\boldsymbol{r}})$是$\vec{\boldsymbol{r}}$处的复振幅，$\vec{\boldsymbol{r}}'$为面元$\mathrm{d}s'$的矢径。

这是本课程全部衍射理论的出发点，对其物理意义、物理图像应该有足够的理解。

2.1 衍射现象及其解释

2.1.4 有透镜时的夫琅禾费衍射公式

有透镜时，通常
在透镜的焦平面处观察衍射场；Σ面平行焦平面。



$$\boldsymbol{A(x,y)} = \boldsymbol{c'\iint_{(\Sigma)} A(x',y')\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi(x'\cos\alpha+y'\cos\beta)/\lambda}\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'}$$

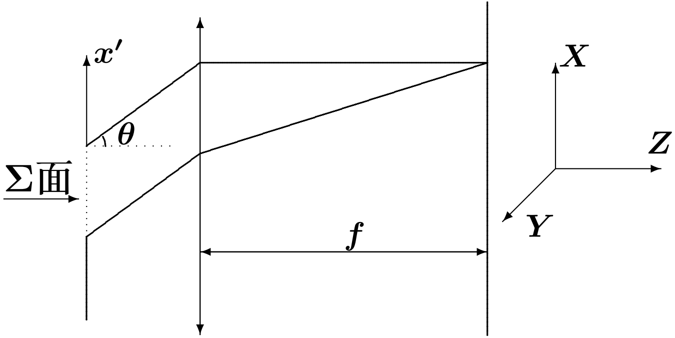
2.1.4 有透镜时的夫琅禾费衍射公式

本课程范围内，大多数情况下

Σ面是Y方向无限延伸，其上入射场的复振幅

$$A = A(x')\text{（与}y'\text{无关）；}$$

而且，我们只观察$y = 0$处的衍射场，



（本课程大多数情况下的）夫琅禾费衍射公式

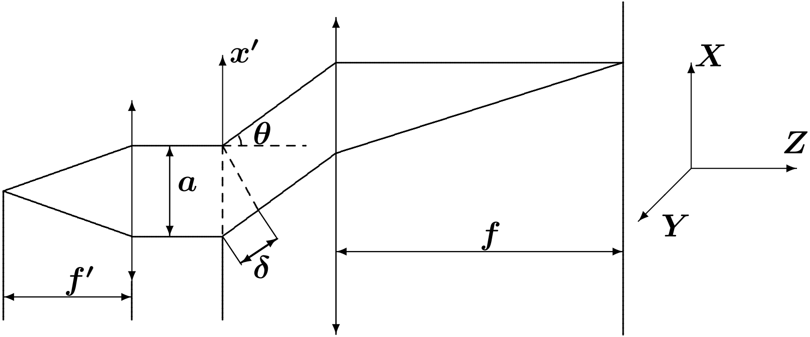
于是

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c}' \int \boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}')\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi \sin\theta x'/\lambda}\mathrm{d}\boldsymbol{x}',$$

式中，$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}\tan\boldsymbol{\theta}$($\boldsymbol{f}$是透镜焦距)，$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}')$是$\boldsymbol{\Sigma}$面上的复振幅，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x})$是透镜焦平面上衍射角为$\boldsymbol{\theta}$处的复振幅。

2.2 单缝夫琅禾费衍射

示意图



$$A_{\mathrm{p}}(x) \sim A' \int_{-a/2}^{a/2} \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi \sin\theta x'/\lambda} \mathrm{d}x'$$

$$= A' a \frac{\sin[(\pi a/\lambda)\sin\theta]}{(\pi a/\lambda)\sin\theta}$$

光强分布：

$$I(x) \sim |A_{\mathrm{p}}(x)|^2$$

所以，单缝夫琅禾费衍射的光强分布为：

$$I = I_0 \frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}, \qquad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta$$

讨论

1. 极小（零点）位置

$$\sin\alpha = 0 \longrightarrow \alpha = k\pi$$
$$\longrightarrow a\sin\theta = k\lambda \ (\alpha \neq 0)$$

2. 主极大

$$\alpha = 0,\ I = I_0$$

此时光强最大。为什么？分别从数学、物理角度看

3. 次极大

$$\mathrm{d}I/\mathrm{d}\alpha = 0 \longrightarrow$$
$$a\sin\theta = \pm 1.43\lambda,\quad \pm 2.46\lambda,\quad \pm 3.47\lambda, \ldots$$

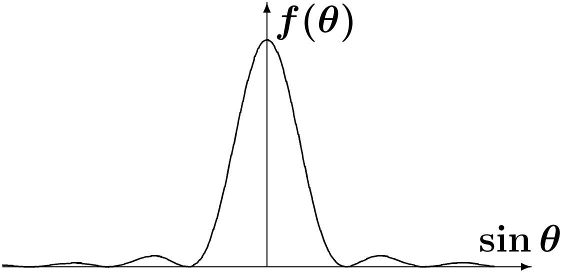
4. 第一级次极大光强$\sim$主极大光强$\times 5\%$

讨论

5. 各级亮纹角宽度$a \cdot \theta \approx k\lambda$, $a\delta\theta = \delta k \cdot \lambda$

$$\begin{array}{lll} \text{中央} & \delta k = 2 & \delta\theta = 2\lambda/a \\ \text{其他} & \delta k = 1 & \delta\theta = \lambda/a \end{array}$$

6. 光强分布图



7. 衍射反比律，几何光学极限
   $a \uparrow \longrightarrow \delta\theta \downarrow$, $a \downarrow \longrightarrow \delta\theta \uparrow$有普遍意义
   $\lambda/a \rightarrow 0$：几何光学极限，$\delta\theta = 0$

另一种简易方法：半波带法

基本的物理图象、思路

主要结论：

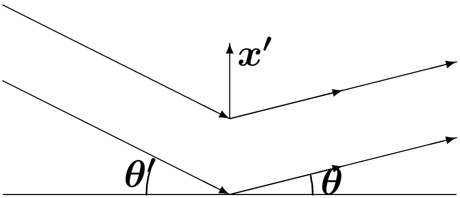
1. 缝宽=偶数个半波带$\Longrightarrow$合振动$=0$
   （严格、物理意义明显）

$$\delta = a\sin\theta = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

2. 缝宽=奇数（1个除外）个半波带≈合振动极大

$$\delta = a\sin\theta = \pm 1.5\lambda,\ \ \pm 2.5\lambda,\ \ \pm 3.5\lambda, \cdots$$

斜入射问题



解析法，斜入射导致的附加光程差

$\delta' = (a - x')\sin\theta'$

$$A'(x') = A_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi(x')}, \quad \phi(x') = \frac{2\pi}{\lambda} x' \sin\theta'$$

半波带法，缝两端的光程差

$$\delta_{\text{total}} = a\sin\theta + a\sin\theta' = a(\sin\theta + \sin\theta')$$

正入射变斜入射的小窍门

将前面的相关公式中

$$\text{光程差} a\sin\theta \longrightarrow a(\sin\theta + \sin\theta')$$

正入射$\longrightarrow$斜入射

最大级次问题

暗纹条件（$\delta = k\lambda,\ k \neq 0$）$\oplus$ δ有限

$\Longrightarrow$ k有限

正入射 $\delta = a\sin\theta \leq a \rightarrow \ k \leq a/\lambda;$

斜入射

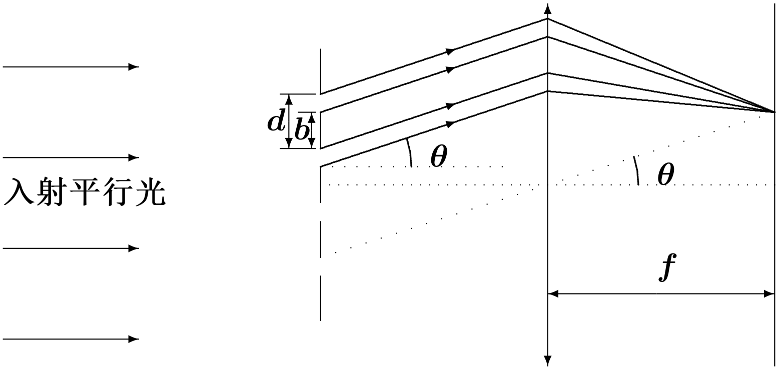
$\delta = a(\sin\theta + \sin\theta') \leq a(1 + \sin\theta')$

$\rightarrow \ k \leq (1 + \sin\theta')a/\lambda$

2.3 光栅衍射

一、结构示意图

结构、制造方法（见教材相关部分）



光栅常数$d = a + b$

2.3 光栅衍射

二、计算方法：多光束干涉+单缝夫琅禾费衍射

第j个单缝在P点激发的振动
（$j = 0, 1, 2, ..., N-1$）的复振幅

$$A_j = A_0(\theta)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{\lambda}j\delta}, \quad \delta = d\sin\theta$$

$A_0(\theta)$—单缝夫琅禾费衍射复振幅。
合振动的复振幅

$$A = \sum_{j=0}^{N-1} A_j = A_0(\theta)\sum_{j=0}^{N-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{\lambda}j\delta}$$

光强分布

$$I \propto |A|^2 = |A_0(\theta)|^2 [\frac{\sin(N\beta)}{\sin\beta}]^2,$$

$$\beta = \pi\delta/\lambda = \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta$$

所以，

$$I = I_s(\theta)\frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2\beta} = I_0\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2\beta},$$

$$\beta = \pi\delta/\lambda = \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta,\ \ \alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta$$

讨论A. 因子$\sin^2(N\beta)/\sin^2\beta$的影响

多光束干涉的结果

1. 零点$\sin(N\beta)=0$, $(\sin\beta\neq 0)$

$$N d\sin\theta = k\lambda,\quad \sin\theta = k\frac{\lambda}{N d}$$

N往往很大$\Longrightarrow$零点很稠密：零点间隔

$$\delta\theta = \frac{\lambda}{N d\cos\theta},\quad (\sin\beta\neq 0)$$

$$\sin\theta\sim\theta?$$

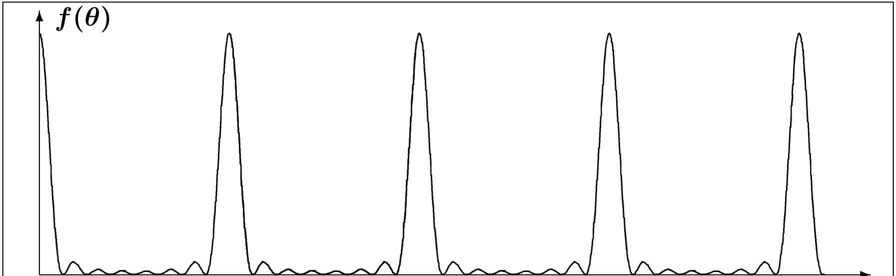
2. 主极大

$\sin\beta = 0 \to d\sin\theta = k\lambda \to \sin\theta = k\lambda/d$

此时$I = N^2 I_s(\theta)$　鲜明的物理意义

讨论A. 因子$\sin^2(N\beta)/\sin^2\beta$的影响（续）

1. 注意！主极大角宽度$\Delta\theta = \dfrac{2\lambda}{Nd\cos\theta}$，是次极大角宽度的2倍
2. 小结：曲线$f(\theta) = \sin^2(N\beta)/\sin^2\beta$的形状



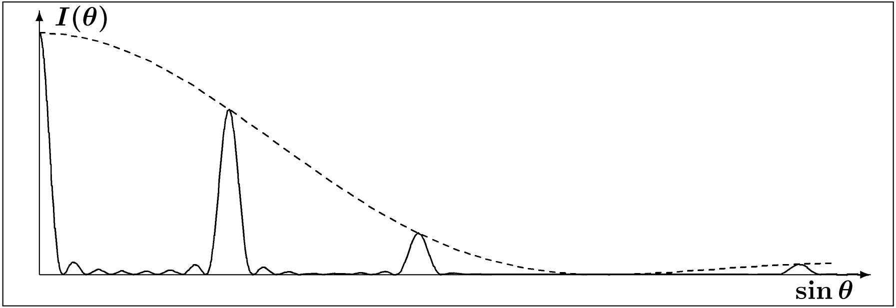
$N = 8$时的计算结果

N很大时，主极大强度遥遥领先，极亮、极细锐

能量高度集中于主极大处

（多光束干涉的典型特征）

讨论B. 最终结果。因子$\sin^2\alpha/\alpha^2$和缺级现象



$d/a = 3, N = 8$时的计算结果。

虚线是$N^2\sin^2\alpha/\alpha^2$的计算结果

缺级现象

（当$d\sin\theta = k\lambda,\ a\sin\theta = k'\lambda$ 同时满足时）

讨论C. 斜入射

- 多光束干涉部分，在相关公式（见讲义）中

$$\delta = d\sin\theta \rightarrow \delta = d(\sin\theta \pm \sin i)$$

即可；

- I_s部分，已在单缝夫琅禾费衍射部分讨论。

$$a\sin\theta \rightarrow a(\sin\theta \pm \sin i)$$

光栅衍射作业常用公式

基本方程及其理解

零点条件： $N d(\sin\theta \pm \sin i) = k'\lambda \quad (a)$

主极大条件： $d(\sin\theta \pm \sin i) = k\lambda \quad (b)$

缺级条件： $a(\sin\theta \pm \sin i) = k''\lambda \quad (c)$

部分导出结果：

(a) $\longrightarrow$ 零点间隔 $\longrightarrow$ (1)式

（(a)+(b)） $\longrightarrow$ 主极大角宽度 $\longrightarrow$ (2)式

（(a)+(b)）+瑞利判据 $\longrightarrow$ 分辨本领 $\longrightarrow$ (3)式

光栅衍射作业常用公式

部分导出结果

部分导出结果：

一般零点间隔 $$\delta\theta = \frac{\delta k'\lambda}{Nd\cos\theta} = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta} \quad (1)$$

主极大角宽度 $$\Delta\theta = 2\delta\theta \quad (2)$$

分辨本领 $$R \overset{\text{定义}}{=} \lambda/\delta\lambda = kN \quad (3)$$

(3)中，$\delta\lambda$是按瑞利判据“刚能分辨”的波长间隔。

2.4 X射线衍射（自学）

- 会代公式，了解主要的物理机制：X射线在周期性结构上衍射引起的多光束干涉
- 在隧道显微镜出现之前，几乎是直接探测微观结构的唯一手段，现在仍是重要手段
- 典型的多光束干涉。具有典型多光束干涉的特征：能量高度集中在主极大方向（所有光束 之间的光程差都是波长的整数倍）

2.5 光学仪器分辨本领（自学、重要）

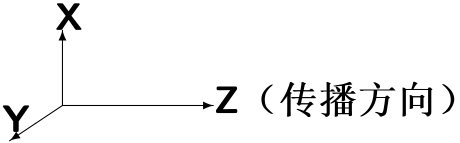
- 一个很重要的实际问题：光学仪器的分辨本领受衍射效应的限制
- 估算公式
- 典型情况的数量级概念：常见的几个现象（随各人兴趣而异）

3 光的偏振

3.1 五种偏振态

前面的光学都忽视了一个重要问题：振动方向

可以肯定的是，$\vec{E}$、$\vec{B}$一定在X-Y平面内，但在X-Y平面内怎么振动法就不确定了， 所以引入偏振态的概念



定义： （见书）

光矢量：$\vec{E}$、　　　偏振态：

3.1.1 初步的理论分析：可能的偏振态

$\vec{E}$是矢量

$$\therefore \ \vec{E}(\vec{r},t) = E_x(\vec{r},t)\hat{x} + E_y(\vec{r},t)\hat{y}$$

1、严格单色光

$$\begin{aligned} E_x &= A_x \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ E_y &= A_y \cos(\omega t - kz + \phi_y) \end{aligned}$$

同一点，z都相同，可以简化为

$$\begin{aligned} E_x &= A_x \cos(\omega t + \phi_x) \\ E_y &= A_y \cos(\omega t + \phi_y) \end{aligned}$$

严格单色光（续）

$$
\begin{aligned}
E_x &= A_x \cos(\omega t + \phi_x) \\
E_y &= A_y \cos(\omega t + \phi_y)
\end{aligned}
$$

- $\vec{E}$端点轨迹：椭圆；
- 转速：ω；
- 转向？由$\phi_x - \phi_y$决定

$$
\text{细分：}\quad \begin{array}{l} \text{直线、圆、椭圆} \\ \text{左旋、右旋} \\ \text{长短轴取向} \end{array} \quad \leftrightarrow \phi_x - \phi_y,\ A_x,\ A_y
$$

其中，$\phi_x - \phi_y$尤其关键

实际情况

光源发光特点→严格单色光不存在

引入准单色光模型：ϕ_x，ϕ_y随机缓变（与ωt比）

$$\therefore \begin{cases} A. \quad \phi_x - \phi_y\text{与}t\text{无关} \quad --- \quad \text{很特殊} \\ B. \quad \phi_x - \phi_y\text{随机缓变} \quad --- \quad \text{一般情况} \end{cases}$$

情况A：仍是偏振光（椭、线）

情况B：没有稳定的轨迹

3.1.2 五种偏振态及其表示

1、 线偏振光（见书）

2、 椭圆偏振光（见书）补充：转向不变

等价表述：可以分解为

两相互垂直、有恒定位相差的线偏振光

3、 圆偏振光（见书，椭圆偏振光的特例）

3.1.2 五种偏振态及其表示（续）

4、 自然光
普通光源发的光

- 单个原始波列：线偏振
- 总体：振动方向、初位相轴对称且均匀地随机分布
  讨论：瞬时线偏？一个个原始线偏波列排队进门？

可靠理解：
对垂直传播方向的任意两互相垂直的方向$\hat{x}$、$\hat{y}$，自然光总可以分解为振动方向分别在$\hat{x}$、$\hat{y}$方向的两线偏振光的合成。这两线偏振光强度相等，但它们之间的位相差随时间随机变化

5、 部分偏振光：自然光+线偏振光（？）

3.2 线偏振光的起偏和检偏

（一）：偏振片

一、理想偏振片

光矢量 // 偏振化方向　完全通过

光矢量 $\perp$ 偏振化方向　完全通不过

$\therefore$ 出射光为线偏振，且

自然光入射　$I_{出} = I_0/2$

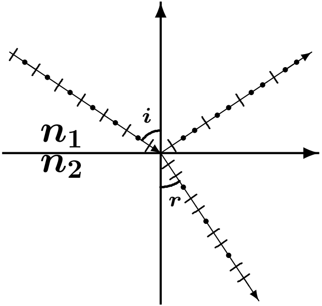
线偏振光入射　$I_{出} = I_0 \cos^2 \alpha$

3.3 线偏振光的起偏和检偏

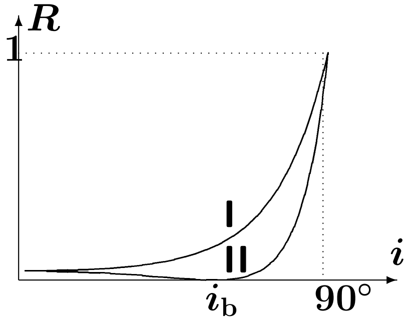
（二）：反射与折射

自然光入射折射率分别为n_1, n_2的两种介质的交界面时，反射光和折射光都是部分偏振的，如图所示。当入射角i等于一个特殊的角度（布儒斯特角i_b）时，反射光是线偏振光。

$$\tan i_\mathrm{b} = n_2/n_1$$



特点：$i = i_\mathrm{b}$时，反射光线与折射光线垂直



光从空气入射折射率为1.5的玻璃时，反射率随入射角i的变化，i_b是布儒斯特角。$i=0$时，反射率约4%，$i=90°$时，反射率为100%。

曲线I：●偏振的反射率R_1；

曲线II：//偏振的反射率R_2

$$I_j=R_jI_{0j},$$

$j=1,2$分别对应两种偏振，

I_j、I_{0j}——偏振为j的出射光强和入射光强。

3.5 波片、椭圆偏振光的起偏和检偏

3.5.1 波片：一种重要的光学元件

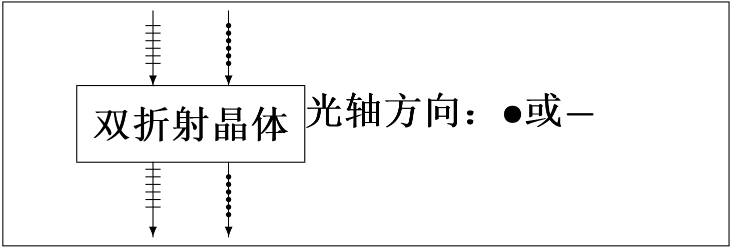
波片

- 通常指一种双折射晶体薄片
- 双折射晶体的光轴平行于晶片表面
- 使用中通常要求光线垂直入射。

波片内，

- e光：光矢量 // 光轴；o光：光矢量 ⊥ 光轴
- o、e光在波片内有不同的折射率n_{o}、n_{e}。

因此，o光、e光经过波片后位相差会发生变化。
正晶体（石英等）：$n_{\mathrm{o}} < n_{\mathrm{e}}$；
负晶体（方解石等）：$n_{\mathrm{o}} > n_{\mathrm{e}}$。



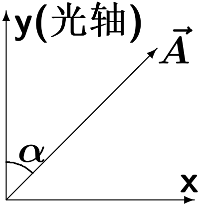
o、e光之间附加相位差$(n_{\mathrm{o}}-n_{\mathrm{e}})d\dfrac{2\pi}{\lambda}$

$$|n_{\mathrm{o}}-n_{\mathrm{e}}|d=\begin{cases}(k+1/2)\lambda,---1/2\text{波片}\\ \\(k+1/4)\lambda,---1/4\text{波片}\end{cases}$$

k–整数。

例：考虑线偏振光入射某一波片（n_{o}，n_{e}，d）、振动方向与波片光轴成α角的情况。分析出射光。

解：



入射光可写作

$$\vec{A}\cos\omega t = A_{\mathrm{e}}\cos\omega t\hat{y} + A_{\mathrm{o}}\cos\omega t\hat{x}$$

其中$A_{\mathrm{e}} = A\cos\alpha, \quad A_{\mathrm{o}} = A\sin\alpha$

出射光为：

$$A_{\mathrm{e}}\cos(\omega t + \phi_0 + \Delta\phi)\hat{y} + A_{\mathrm{o}}\cos(\omega t + \phi_0)\hat{x},$$

其中，$\Delta\phi = (n_{\mathrm{o}} - n_{\mathrm{e}})d\dfrac{2\pi}{\lambda}$，当$\alpha \neq 0$时，

$$\Delta\phi = \begin{cases} n\pi & \text{线偏振} \\ \neq n\pi & \text{椭圆偏振（含圆偏振）} \end{cases}$$

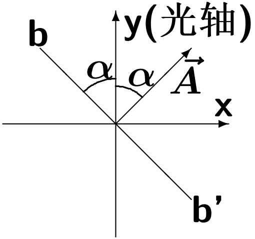
特例： 1/2波片（$|\Delta\phi| = \pi$）

出射光为：

$-A\cos\alpha\cos(\omega t + \phi_0)\hat{y}+$

$A\sin\alpha\cos(\omega t + \phi_0)\hat{x}$,

仍然是线偏振，但振动方向转了2α角（从$\vec{A}$方向转到b'b方向）



特例： 1/4波片（$|\Delta\phi| = \pi/2$）

出射光为：

$A\cos\alpha\cos(\omega t + \phi_0 \pm \pi/2)\hat{y}+$

$A\sin\alpha\cos(\omega t + \phi_0)\hat{x}$,

是以x，y轴（光轴）为轴的正椭圆

3.5.2 椭圆偏振光的起偏和检偏

可以验证，

五种偏振态的入射光经1/4波片后的结果如下：

见讲义表

检验圆偏振、椭圆偏振的依据。

具体做法：自学、自己想

3.6 偏振光的干涉

已知：如图。两振动方向互相垂直、有恒定的位相差ϕ、振幅分别为$\vec{A}_1$、$\vec{A}_2$的两线偏振光入射偏振片P，求出射光强。

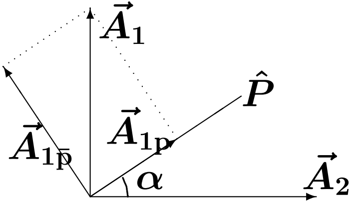
解一：

分解$\vec{A}_1$、$\vec{A}_2$：

$\vec{A}_1 = \vec{A}_{1p} + \vec{A}_{1\bar{p}}$,

$\vec{A}_2 = \vec{A}_{2p} + \vec{A}_{2\bar{p}}$

p，$\bar{p}$： // 和 ⊥ P的方向



$\vec{A}_{1\bar{p}}$、$\vec{A}_{2\bar{p}}$被吸收，$\vec{A}_{1p}$、$\vec{A}_{2p}$透过， 出射光为：

$$\vec{E} = \vec{A}\cos\omega t, \quad \vec{A} = \vec{A}_{1p} + \vec{A}_{2p}$$

解二：

入射

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{A}_{1p}\cos\omega t + \vec{A}_{1\bar{p}}\cos\omega t \\ \vec{E}_2 = \vec{A}_{2p}\cos(\omega t+\phi) + \vec{A}_{2\bar{p}}\cos(\omega t+\phi) \end{cases}$$

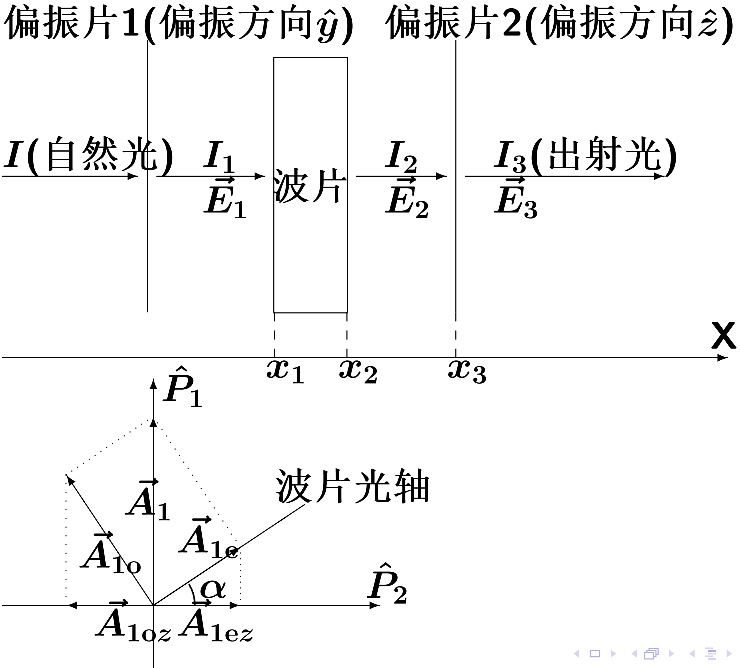
出射

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{A}_{1p}\cos(\omega t+\phi') + \vec{A}_{2p}\cos(\omega t+\phi+\phi') \\ &= \hat{p}[A_1\sin\alpha\cos\omega t + A_2\cos\alpha\cos(\omega t+\phi)] \end{aligned}$$

讨论：

- 出射光强与ϕ有关，干涉现象
- 分量干涉。无偏振片时，两分量干涉结果抵消

实际装置：


偏振片1(偏振方向$\hat{y}$)
偏振片2(偏振方向$\hat{z}$)
I(自然光)
I_1
$\vec{E}_1$
波片
I_2
$\vec{E}_2$
I_3(出射光)
$\vec{E}_3$
X
x_1
x_2
x_3
$\hat{P}_1$
$\vec{A}_1$
$\vec{A}_{1o}$
$\vec{A}_{1e}$
波片光轴
α
$\hat{P}_2$
$\vec{A}_{1oz}$
$\vec{A}_{1ez}$

$x = x_1$处：

$$\vec{E}_1 = \vec{A}_1 \cos\omega t = \vec{A}_{1\mathrm{o}} \cos\omega t + \vec{A}_{1\mathrm{e}} \cos\omega t$$

$x = x_2$处：

$$\vec{E}_2 = \vec{A}_{1\mathrm{o}} \cos(\omega t + \phi_1 + \delta\phi) + \vec{A}_{1\mathrm{e}} \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$\text{即：} \vec{A}_{1\mathrm{o}} \cos(\omega t + \delta\phi) + \vec{A}_{1\mathrm{e}} \cos(\omega t)$$

$$\delta\phi = -\frac{2\pi}{\lambda}(n_\mathrm{o} - n_\mathrm{e})d$$

$x = x_3$处：

（$\vec{A}_{1\mathrm{o}z}, \vec{A}_{1\mathrm{e}z}$：$\vec{A}_{1\mathrm{o}}, \vec{A}_{1\mathrm{e}}$在$\hat{p}_2$方向的投影）

$$\vec{E}_3 = \vec{A}_{1\mathrm{o}z} \cos(\omega t + \delta\phi) + \vec{A}_{1\mathrm{e}z} \cos(\omega t)$$

所以，$E_3 = -A_{1\mathrm{o}z} \cos(\omega t + \delta\phi) + A_{1\mathrm{e}z} \cos(\omega t)$

$$E_3 = -A_{1oz}\cos(\omega t + \delta\phi) + A_{1ez}\cos(\omega t)$$
$$A_{1oz} = A_{1o}\sin\alpha = A_1\cos\alpha\sin\alpha,$$
$$A_{1ez} = A_{1e}\cos\alpha = A_1\sin\alpha\cos\alpha$$

$$E_3 = \frac{1}{2}A_1\sin(2\alpha)[\cos(\omega t + \delta\phi + \pi) + \cos(\omega t)]$$

干涉极大 $\delta\phi = (2k+1)\pi$

干涉极小 $\delta\phi = 2k\pi$

讨论：

1. $\hat{p}_1 \perp \hat{p}_2 \quad \longrightarrow \quad A_{1oz} = A_{1ez}$,对比度好
2. 厚度d不均匀时
3. 白光入射，色偏振：

$$d\text{或}n_o - n_e\text{不均匀}\longrightarrow\text{彩色条纹}$$

3.7人工双折射

- 双折射源于各向异性，光轴：对称轴
- 各向同性$\xrightarrow{\text{外力（场）}}$各向异性
- 对称轴：外力、外场方向
- 各向异性程度$n_o - n_e \propto (\text{外力或外场})^2$

3.8 旋光现象（自学）

- 可用于“光隔离器”（仅限于法拉第效应。有磁场时，光线不再可逆）
- 为什么偏振面旋转角正比于浓度?
- 生物分子的右旋性