

Explicación del Problema: 2^sorted

En este documento se presenta una explicación clara del enunciado del problema “2 elevado a la sorted”, proveniente de la plataforma Codeforces. El objetivo es comprender qué pide exactamente el problema, cómo interpretar sus restricciones y cuál es la estrategia para resolverlo de manera eficiente sin caer en complejidades innecesarias.

Interpretación del Enunciado

Se nos proporciona:

- Un arreglo A de longitud n.
- Un entero k.

El objetivo es contar cuántos índices i (siendo $1 \leq i \leq n - k$) cumplen la siguiente condición:

Propiedad del subarreglo:

Se toma el subarreglo:

$A_i, A_{i+1}, A_{i+2}, \dots, A_{i+k}$

(de longitud $k+1$), y cada elemento se multiplica por una potencia de 2, de forma consecutiva:

- Primer elemento $\rightarrow \times 2^0$
- Segundo elemento $\rightarrow \times 2^1$
- Tercero $\rightarrow \times 2^2$
- ...
- Último $\rightarrow \times 2^k$

Después de estas multiplicaciones, el subarreglo debe quedar en orden estrictamente creciente. Es decir:

$$A_i \cdot 2^0 < A_{i+1} \cdot 2^1 < A_{i+2} \cdot 2^2 < \dots < A_{i+k} \cdot 2^k$$

Si esto se cumple, entonces el índice i es válido.

El programa debe devolver la cantidad total de índices válidos.

Datos de entrada:

-dos enteros n y k

- $n < 2 \times 10^5$
- $1 \leq k < n$

-n enteros que representan los elementos del arreglo.

Salida:

Se debe imprimir la mayor suma posible obtenida usando hoteles consecutivos, sin exceder M.

Ejemplo:

- $n = 7$
- $k = 2$
- $A = [11, 12, 4, 8, 16, 32, 64]$

Debemos analizar subarreglos de longitud 3 ($k+1$).

Para cada subarreglo, multiplicamos por potencias de 2 consecutivas y verificamos si queda estrictamente creciente.

Al revisar todos los subarreglos posibles, encontramos que 3 de ellos cumplen la propiedad.

Por lo tanto, la respuesta es 3.

Problema de eficiencia:

La forma directa de resolver el problema sería:

- Para cada índice i, multiplicar $k+1$ valores por potencias de 2.
- Verificar si los $k+1$ elementos resultantes están en orden ascendente.

Esto genera un enfoque de complejidad $O(n \cdot k)$.

El inconveniente es que:

- k puede ser hasta $n-1$.
- En el peor caso, la complejidad llega a $O(n^2)$.
- Las potencias de 2 podrían ser demasiado grandes para caber en tipos de datos comunes.

Claramente, esta no es una solución viable para $n = 200,000$.

Observación clave para optimizar

En realidad no hace falta multiplicar nada.

Observemos:

Si queremos que:

$$A_i \cdot 2^x < A_{i+1} \cdot 2^{x+1}$$

Esto es equivalente a:

$$A_i < 2 \cdot A_{i+1}$$

El exponente exacto no importa, porque lo único que estamos verificando es que:

- Cada elemento multiplicado por su potencia sea menor que el siguiente multiplicado por la potencia siguiente.

- Y entre potencias consecutivas siempre se cumple que:

$$2x+1=2 \cdot 2^x$$

Conclusión:

Para verificar el orden creciente del subarreglo, no necesitamos calcular potencias. Basta con comprobar:

$$A_j < 2 \cdot A_{j+1}$$

para cada par consecutivo dentro del subarreglo.

Solución óptima ($O(n)$):

Podemos recorrer el arreglo una sola vez manteniendo una variable llamada válido, que cuenta cuántos pares consecutivos cumplen:

$$A_j < 2A_{j+1}$$

- Si válido $\geq k \rightarrow$ tenemos un subarreglo de $k+1$ elementos que cumple la propiedad.

Sumamos 1 a la respuesta.

- Si algún par rompe la propiedad, válido se reinicia a 0.

De esta forma, evitamos repetir comparaciones entre subarreglos y eliminamos las potencias, logrando una solución lineal.

Conclusión:

Al analizar correctamente la propiedad requerida, se descubre que todo puede reducirse a una simple comparación entre pares consecutivos: verificar si cada elemento es menor que el doble del siguiente. Esto permite usar un método lineal, eficiente y adecuado para n de hasta 200,000 elementos.